

平年値と偏差について

高橋 浩 一 郎*

1. ま え が き

平年値というものは便利な量であり、日常いろいろの目的によく用いられる。気候学というのは気象要素の平年値に関する学問であるともいえる。また、何カ月にもわたる長い期間の変化を考察する場合、平年の季節変化が主要な部分を占めているので、季節予報などでは、平年値がわかっていると、それからの偏差を取り扱うことが多い。また経験によつても偏差がいろいろの点で天候の変化のよい目安となっている。

しかし、一体平年値とか偏差というものは何であろうか。このような量は単なる便宜的なものであるともいえるが、出来るだけ合理的に定義されることが望ましい。

よく考えてみると、これにはいろいろ問題となる点があり、計算の方法如何によっては具合のわるいことも起きてくる。ふつうの場合にはそれほどでもないにしても、季節予報を論ずるような場合には非常に小さい偏差まで問題になるので、この点もないがしろに出来なくなる。たとえば、そのよい例が最近問題になつていく気候の永年変化¹⁾である。ふつう、平年値は一定と考えているが、気候の永年変化を認めることは、平年値が一定でなく、時間の函数としてみるということになる。

そこで、まず平年値というものをどのように考えたらよいか、少しく考察し、さらに偏差の性質についても少しく論及したい。

2. 平年値を用いる意義

我々はまず平年値が何故用いられるかという問題から出発することにしよう。よく知られているように、気候の日々の変化は複雑であるが、これを割合変化のゆるやかな基準値とそれからの偏差のこまかい変化にわけることが出来る。そして、問題によっては、こまかい複雑な偏差はならし、基準値、すなわち平年値を用いる。あるいは気候値を用いるといってもよいであろう。ところで平年値の用いられる形式を考えてみると、つぎの3つに大別出来るように思われる。第1はいろいろの仕事を描画する場合の基準としてである。たとえば農業の一年の計画をたてる場合、まず気候状態、すなわち平年値の年

変化を基礎にして計画をする。これは将来の天候の経過がよくわからない時、平年値を基準として計画をするのが、ふつう一番無難であるからである。

つぎの場合は、たとえば日々の気温の変化を見る場合、年変化は経験的によくわかっているもので、平年差を用いて暖かさと寒さを表わすのがこれである。すなわち、基準状態を取り除き、それからの偏差を観察することにより、変化を見やすくするためである。あるいは一年周期をとりのぞき、短い周期を観察するためであるといつてもよいであろう。

第3の場合は、季節予報などで問題を扱う場合、一般に年変化が大きく、平年値はわかっているもので、これを取りのぞき、それからの偏差について計算をすすめる。すなわち平年値と偏差とにわけ、摂動法で問題を解くのである。この場合には平年値が連続的に変る方が便利である。そこで、平年値としてはつぎの性質を満足することが望まれる。

- (1) なるべくよく現われる値であること。
- (2) 平年値の季節変化が滑かに変ること。
- (3) なるべく簡単に求められること。

3. 平年値を求める場合の問題点

ところで、平年値というものは予めわかっている量ではない。われわれが知りうるのは、平年値と偏差との和の観測値であり、これを適当な方法によって平年値と偏差に分離するのである。すなわち推定するのである。推定する時には必ず誤差をとまうので、平年値の定義は実は誤差をどれくらいにおさえるかということでもある。ふつうに考えられている平年値を定義する場合の問題点は大別してつぎの5つがあるように思われる。

- (1) 無秩序性
- (2) 季節変化(年変化)
- (3) 異常日
- (4) 永年変化
- (5) 年のくせ

たとえば気温の平年値のようなものをモデルにして平年値を考えてみよう。平年値としてはその度数分布、実際の計算の便宜などから考え、ふつう算術平均が適当であろう。しかし、平均をとる年数、期間は簡単に結論

* 気象庁 長期予報管理官 —1958年10月15日受理—

出来ない。無秩序性を取りのぞくためには、なるべく多くの平均値をとる方がよい。そこで、なるべく長い観測年数、及び一年のある期間、たとえば一月平均のようなものが望ましい。しかし、気候の永年変化があると、あまり長い観測年数の平均値はまずい。永年変化が入るからである。また、平均期間を長くとりすぎると、年変化の型がそこなわれるので、これも好ましくない。しかし一面あまり短かくとりすぎると、たとえば日平均などをとると、無秩序性もさることながら、異常日が現われて来て、日々の平年値が複雑に変化するようになる。これは、また不便であり、とくに摂動法で問題を解くような場合には不適当である。

このようにいろいろ矛盾した要求が出てくるので、非常に困る。われわれの出来ることは、これらのどの条件にも致命的な欠陥にならないように平年値を定義することである。しかし、これを考えるには、やはり現象そのものの実態を知る必要がある。

4. 年変化に関する問題点

まず年変化について考えてみよう。それにはまず偏差の大きさの程度と、年変化の程度とを知っておく必要がある。一例として、東京の気温及び秋田の500mb高度及び東京の降水量について、いろいろの平均期間についての標準偏差及び年変化の振幅を求めてみると第1表の如くである。

第1表 変動の幅

平均期間	日	5日	1月	1年	年変化 振 幅	絶対値
500mb高度(秋田)	230	170	100	—	700ft	18000ft
気 温(東京)	2.8	2.2	1.0	0.4	11°C	280°K
降水量 相対標準 偏差	1.5	—	0.6	0.2	80mm/ month	150mm/ month

これからわかるように気温や等圧面高度の日平均の標準偏差は絶対値に対し1%程度であり、月平均となると0.5%程度になる。季節予報で取り扱う変動は平均年変化の偏差の月平均のような量が主要であり、これはかなり小さい量であることに注意をしないといけない。したがって、平年値のわずかの違いも大きく問題になってくるのである。

これに対し、降水量では変動がいちじるしく大きい。日平均では変動が平均量の100%にもなり、年平均でやっと20%の程度である。

この事を前提とし、年変化をみる手段として、適当な期間の平均、たとえば月平均で表わした場合、どれくら

いの誤差が出るかを計算してみる。

いま年変化が正弦波で表わされると考え、無秩序性を小さくするため、平年値を半旬とか旬、あるいは一月平均というように適当な期間の平均で定義するとしよう。期間を 2τ とし、真の年変化を $A \cos \omega t$ とすると、平年値の計算で出てくるものはつぎの量である。

$$\frac{A}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} \cos \omega t dt = A \cos \omega t \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau}$$

真の平均値としては $A \cos \omega t$ を考えているので、この計算で出てくる平年値では最後の項の係数だけの差が出てくる。これは

$$\frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} = 1 - \frac{(\omega \tau)^2}{6} + \frac{1}{120} (\omega \tau)^4 + \dots$$

となる。この値をいろいろの τ について計算するとつぎの表のようになる。

第2表

2τ	5日	10日	20日	1月	2月	4月	6月
$1 - \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau}$	0.03	0.13	0.51	1.14	4.51	18.17	63.67%

すなわち、一年変化だけを問題とするとき、月平均を用いると、年変化の振幅の1%程度の差が出てくる。したがって気温の場合、年変化を10°Cとすると、0.1°Cくらいの差が出てくることになる。

季節予報を論ずる場合には気温の変動は0.2°Cくらいが問題になる。そこで、平均値の誤差を0.1°C程度におさえるとすると、月平均くらいまではさしつかえないことになる。500mb高度の場合には10ftを問題にするとすれば、これは年振幅の1/70程度であるから、やはり、月平均くらいでも差支えないことになる。

一方、降水量について考えてみる。降水量の年変化はきわめて複雑であり、1年周期だけの正弦波では充分にはあわせない。したがって、月平均値をもとにした年変化の模様では不充分のように思える。しかし、年々の変動が大きいので、月平均値くらいをとらないと、必要な精度は出ない。このような考察から、一般に気象要素は月平均をもとにして内挿をしてもよいと結論されるように思われる。

5. 異常日の取扱い

平均値を考える場合、つぎに問題になるのは異常日である。異常日が存在することは最近の研究からみても確かであるが、現在いわれている異常日すべてが正しいとはいきれないし、また、これまで入れた平年値を考える

のは、実際上の取扱いからはいろいろ不便な点が出てくる。そこで、月平均から内挿した値をもって平年値とするのが適当と思うが、この場合に生ずる一つの難点は、時間的には平滑化されても、空間的には不連続が残るかもしれないことである。これはしかし、やむをえないことであり、空間的な連続性をのぞむなら、むりに空間についての移動平均をとるよりほかはあるまい。

さて、このように平年値を定義すると、異常日のところでは系統的な差が出てくる。したがって、異常日の性質を利用した予報を出せば、かなり高い適中率がえられる。これはこれでよいのであって、だからこの平年値はわるいとはいえない。平年値はその頃の大体の大勢を表わすという意義しかないからである。

6. 永年変化に関する問題

気候に非常に長い周期の変化、たとえば80年程度の周期的な変動があることはまず確かである。そうすると平年値としてはこれを加味した方がより合理的であることはいうまでもあるまい。しかし、そうなると、平年値は一定値でなく、時間とともに変ることになる。これをどのように入れるかは問題のあるところであるが、実際の問題としては、過去何年間かの平均をもって、平年値とするのが適当である。この問題についてはたとえば、小河原氏等²⁾のくわしい考察があり、大体20年ないし30年くらいの平均をとるのが適当とされている。W.M.O.で30年間の平均を平年とするのも同じ事情である。

しからば、このような永年変化ではどれくらいの誤差であろうか。これも場所により違うが、東京附近では、 $1^{\circ}\text{C}/50$ 年程度で、これより大きい事はまずあるまい。降水量については $10\%/50$ 年程度と思われる。この値を入れ、過去30年の平均をもって平年と定義するならば、 $1^{\circ}\text{C} \times \frac{30}{50} \times \frac{1}{2} = 0.3^{\circ}\text{C}$ 程度となる。降水量の場合には $10\% \times \frac{30}{50} \times \frac{1}{2} = 3\%$ となる。この値と第1表の月偏差の変動の幅を比較することにより月平均を考えるような場合には相対的に小さいので、この程度の永年変化は無視してもよいことがわかる。

7. 年のくせ

平年値を考える場合、もう一つ問題になることは、気候の年のくせである。毎月、または毎旬の偏差を調べてみると、冬の間ずっと正偏差であったり、夏の間ずっと負偏差であったりすることがある。これは一寸考えると偏差の性質としておかしいことであるが、これは気候に年のくせがあることを物語り、換言すれば偏差に持続性

があることを意味する。

このため、平年値を計算する場合、ある一年間の材料から求めた値では非常に不確実である。実はもともと、日々の天気変化でも独立したものでなく、4日くらいが一つの単位として変化している。そこで毎日の変動度をかりに1とするとき、月平均の変動度は $1/\sqrt{30} = 0.14$ ではなく、 $1/\sqrt{30+4} = 0.37$ で推定出来るのである。この考えを、年々の値に延長出来るかどうかは問題があるが、このほか年々の天候には、永年変化以外に2年周期、4年周期、7年周期というような周期性があることは事実であり、偏差を考える場合、これらの周期はとりのぞいて考えるのが合理的であろう。そうすると、10年ぐらゐの平均がのぞましいことになる。われわれの経験によると、最少限3年の平均をとらないと実用的には価値が少いように思われる。

8. 空間平均と時間平均

ふつう気候学では平年値を定義するのに時間平均値が用いられている。これは従来気候学を応用する場合、一地点を対象とし、長い期間の大体の経過を問題にするからであった。これに対し、フィヨルトフトの図計算³⁾のように、数値予報では空間平均をとり、これを基本場として取扱う方針をとっている。基本場も見方によれば一種の平年値である。人によれば、空間平均には物理的の意味があり、時間平均には意味がないとする。しかし、この結論は一概にはいいきれないと思う。それぞれの平均には一長一短があり、問題によってつかいわけるべきであろう。平均をとることは、見方をかえれば、波長、または短周期を省略することであり、空間平均をとれば空間的構造の詳細の情報が失なわれるし、時間平均をとれば時間的構造の詳細の情報が失なわれる。短期予報または週間予報ではせいぜい数日間の変化を対象とするので、短時間の変化が重要であり、それを失うような時間平均はナンセンスになる。これに対し、季節予報では地域を問題にし、短時間の変化はある程度ぎせいにしてもよいので、時間平均をとるのが適当となる。

9. 統計量の平均値に関する性質

さらに考察をすすめる準備として気象要素を表わす、ある量 $f(t)$ の統計量の性質を考えてみよう。

f は一般に複雑に変化するが、一つの抽象化した場合として、 f は統計的に定常な量であり、その分散及び自己相関係数 $R(\tau)$ が存在するものと考えよう。このような f のある時間、または空間に関する平均値を、 $F(\xi)$ とし、

$$F(\xi) = \frac{1}{2\pi} \int_{\xi-\tau}^{\xi+\tau} f(\eta) d\eta$$

で定義する。しかるとき、 F の微分を調べてみると

$$\frac{dF}{d\xi} = \frac{f(\xi+\tau) - f(\xi-\tau)}{2\tau}$$

となる。そこで、 $\frac{dF}{d\xi}$ の分散は

$$\left(\frac{dF}{d\xi}\right)^2 = \frac{\sigma_f^2(1-R(2\tau))}{2\tau^2}$$

となる。 τ がある程度大きなところで R が0になるとすると、微分の大きさは τ に逆比例することになる。

表現をかえ、 f をフーリエーの積分で表すと

$$f(t) = \frac{2}{\pi} \int_0^\infty \cos \omega t d\omega \int_0^\infty f(\tau) \cos \omega \tau d\tau$$

$$= \int_0^\infty A(\omega) \cos \omega t d\omega$$

そこで

$$F(t) = \frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} f(\xi) d\xi = \frac{1}{2\tau} \int_{t-\tau}^{t+\tau} d\xi \int_0^\infty A(\omega) \cos \omega \xi d\omega$$

$$= \int_0^\infty A(\omega) \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \cos \omega t d\omega$$

また

$$\frac{\partial F(t)}{\partial t} = - \int_0^\infty \omega A(\omega) \frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau} \sin \omega t d\omega$$

一方

$$\frac{\partial f}{\partial t} = - \int_0^\infty \omega A(\omega) \sin \omega t d\omega$$

なので、 f の平均量は、 f の成分波の振幅に $\frac{\sin \omega \tau}{\omega \tau}$ をかけたものに対応する。すなわち長い波長、または長い周期の振幅は平均によってあまり大きな影響をうけないが、平均区域 τ にくらべ、小さい成分波の振幅は小さくなるのがわかる。

そして $\omega \tau = 2$ 、すなわち平均期間の1.6倍より短い周期の振幅ははじめの振幅の5分の1以下になることがわかる。

10. 保存量の平均方程式及び偏差方程式

つぎには大気における保存量についての平均方程式、および偏差方程式を考察してみよう。いま s をある保存量とし、 Q を単位質量中の補給量とする。

しかるとき

$$\frac{ds}{dt} = \frac{\partial s}{\partial t} + u \frac{\partial s}{\partial x} + v \frac{\partial s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial s}{\partial p} = Q$$

である。 $\bar{\omega}$ は p -速度である。つぎに連続の式は、

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0$$

となる。いま——をもつてある時間、またはある空間に関する平均値とし、

$$u = \bar{u} + \Delta u, \quad v = \bar{v} + \Delta v, \quad \omega = \bar{\omega} + \Delta \omega,$$

$$s = \bar{s} + \Delta s, \quad Q = \bar{Q} + \Delta Q,$$

とおき、上式に入れる。そして、この式の両辺について同じ範囲の平均をとることにより、われわれは平均方程式、

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0$$

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} + \frac{\partial \Delta s \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial \Delta s \Delta v}{\partial y}$$

$$+ \frac{\partial \Delta s \Delta \omega}{\partial p} = \bar{Q}$$

偏差方程式

$$\frac{\partial \Delta u}{\partial x} + \frac{\partial \Delta v}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \omega}{\partial p} = 0$$

$$\left\{ \begin{aligned} &\frac{\partial \Delta s}{\partial t} + \Delta u \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \Delta v \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + \Delta \omega \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} + \bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} \\ &+ \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \Delta s}{\partial p} + \frac{\partial \Delta u \Delta s - \Delta u \Delta s}{\partial x} \\ &+ \frac{\partial \Delta v \Delta s - \Delta v \Delta s}{\partial y} + \frac{\partial \Delta \omega \Delta s - \Delta \omega \Delta s}{\partial p} = \Delta Q \end{aligned} \right.$$

なる関係をうる。

11. 平均方程式の性質

一般的の議論は難かしいので、特別の場合を考察してみよう。いま偏差に関する2次の項は小さいものと仮定すると、保存量に関し

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} = \bar{Q}$$

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0$$

なる関係をうる。これは平均をしない場合の関係式とまったく同じ形式である。

いま平均として、空間平均をとると、空間に関する微分は小さくなるので、

$$\frac{\partial \bar{s}}{\partial t} = \bar{Q}$$

となる。すなわち外部からの補給量と保存量の時間変化がひとしくなる。

つぎに時間に関する平均を考えると、時間変化は省略出来るようになる。すなわち、

$$\bar{u} \frac{\partial \bar{s}}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \bar{s}}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \bar{s}}{\partial p} = \bar{Q}$$

となる。これは移流と外部からの補給が一致することを示すもので、たとえば村上氏⁴⁾がオホーツク海からの熱の出入を計算する時に用いた関係などがこれである。

ところで、 s として気温とか水蒸気量をとる場合、 Q の項は省略出来る。なんとすれば、 \bar{Q} の桁は s として気温をとる場合

$$\bar{Q} = 2^\circ\text{C}/1\text{月} = 10^{-6}^\circ\text{C}/\text{sec}$$

$$\bar{u} \frac{\partial s}{\partial x} = 10\text{m}/\text{sec} \times 1^\circ/100\text{km} = 10^{-4}^\circ\text{C}/\text{sec}$$

であるから、 $\bar{u} \frac{\partial s}{\partial x} \gg \bar{Q}$ である。すなわち \bar{Q} の項は省略出来る。一方 $\bar{\omega}$ の項は一般には省略出来ないが、かりにこの項も0とすると、

$$\bar{u} \frac{\partial s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial s}{\partial y} = 0$$

となる。この関係は流線と s の等値線が一致することを示し、ふつうの場合よく成立つ。もし両者が平行でない場合には上昇気流があるか、あるいは s の補給があることになる。

つぎには偏差について考えてみよう。

2次の項を省略すると偏差方程式は、

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial t} + (\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \Delta s}{\partial p}) + (\Delta u \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta v \frac{\partial s}{\partial y} + \Delta \omega \frac{\partial s}{\partial p}) = \Delta Q$$

とも書ける。あるいは、

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial t} = -(\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \Delta s}{\partial p}) - (\Delta u \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta v \frac{\partial s}{\partial y} + \Delta \omega \frac{\partial s}{\partial p}) + \Delta Q$$

となる。右辺第一項は偏差が流される項であり、第二項は保存量の場合が偏差で流される項である。

ところで、空間平均をとると、平均量の空間微分は小さくなるので、この項を省略すると、

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \Delta s}{\partial p} = \Delta Q$$

となる。あるいは $\frac{d \Delta s}{dt} = \Delta Q$ という簡単な関係になる。これが空間平均のよるこばれる理由である。

さらに経験によると $\frac{\partial \Delta s}{\partial p}$ は一時に小さいので、

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} = \Delta Q$$

となる。この式において s を等圧面高度 z とおく。しかるとき、

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial \Delta z}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta z}{\partial y} = 0$$

となる。そして、これに地衡風近似をとると、

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial t} - \frac{g}{\lambda} \cdot \frac{\partial z}{\partial y} \cdot \frac{\partial \Delta z}{\partial x} + \frac{g}{\lambda} \cdot \frac{\partial z}{\partial x} \cdot \frac{\partial \Delta z}{\partial y} = 0$$

となる。ところで、数値予報でよく知れているように、平均を4点についてとると、 Δz は渦度に比例するので、上式はバロトロピック大気における渦度保存の式に対応する。この式がかなりの精度で実際の大気に適用出来ることはよく知られている。

12. 平均量の偏差方程式

つぎに Δs として月平均などの偏差を考えると、 $\frac{\partial \Delta s}{\partial t}$ の項は省略出来るので、

$$\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} + \bar{\omega} \frac{\partial \Delta s}{\partial p} = -(\Delta u \frac{\partial s}{\partial x} + \Delta v \frac{\partial s}{\partial y} + \Delta \omega \frac{\partial s}{\partial p}) + \Delta Q$$

となる。いま $\Delta Q = 0$ とおくと、右辺 s の平均値は平年値である。そこで、風速の偏差の空間分布が与えられれば Δs が定まることになる。とくに上昇気流の項から小さく Δu 、 Δv に地衡風近似を用いると

$$\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \bar{v} \frac{\partial \Delta s}{\partial y} = \frac{g}{\lambda} \left(\frac{\partial \Delta z}{\partial y} \cdot \frac{\partial s}{\partial x} - \frac{\partial \Delta z}{\partial x} \cdot \frac{\partial s}{\partial y} \right)$$

となる。上式には時間が入っていないので、 Δs は Δz の水平方向の空間分布を知ることにより、求められることになる。換言すれば、高度の偏差を与えると保存量の偏差値の分布は定まることになる。ただし、この場合の積分常数はこれだけではきまらない。これに関しては別の前提を必要とすることは注意しないといけない。

なお、実際の大气ではほぼ $\bar{v} = 0$ 、 $\frac{\partial s}{\partial x} = 0$ であるので、この条件を入れると、

$$\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} = -\frac{g}{\lambda} \cdot \frac{\partial \Delta s}{\partial x} \cdot \frac{\partial s}{\partial y}$$

となる。 $\frac{\partial s}{\partial y}$ 、 \bar{u} が x に無関係とすると、

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\Delta s \cdot \bar{u} + \frac{g}{\lambda} \cdot \frac{\partial s}{\partial y} \cdot \Delta z \right) = 0$$

$$\therefore \Delta s = -\frac{g}{\lambda \bar{u}} \cdot \frac{\partial s}{\partial y} \cdot \Delta z$$

となる。すなわち、保存量の偏差値は等圧面高度の偏差に比例することになる。この関係は経験的にもかなりの程度満足されている⁵⁾。

つぎに垂直気流及び外部よりの補給を省略し、 s として z をとると、すなわち $\frac{dz}{dt} = 0$ とおき、地衡風近似をとると、

$$\frac{\partial \Delta z}{\partial t} = 0$$

となる。すなわちほぼ定常ということになる。これは実は Jeffreys の示したことに対応する関係である。

さらに簡単な場合として

$$\bar{u} \frac{\partial \Delta s}{\partial x} + \Delta v \frac{\partial s}{\partial y} = \Delta Q$$

とおき、地衡風近似をとると

$$\frac{\partial \Delta s}{\partial x} = -\frac{g}{\lambda \bar{u}} \frac{\partial \Delta z}{\partial y} + \frac{\Delta Q}{\bar{u}}$$

したがって

$$\Delta s = -\frac{g}{\lambda \bar{u}} \frac{\partial s}{\partial y} \Delta z + \int \frac{\Delta Q}{\bar{u}} dx$$

すなわち Δz 及び ΔQ の分布が与えられれば Δs の値がきまることになる。

いま、特別の場合として

$$\Delta Q = -\alpha \Delta s$$

とおくと、

$$\Delta s = -\frac{g}{\lambda \bar{u}} \frac{\partial s}{\partial y} \Delta z - \int \frac{\partial \Delta s}{\bar{u}} dx = \alpha \Delta z - \int \gamma \Delta s dx$$

これを解くと

$$\begin{aligned} \Delta s &= e^{-\gamma x} \int_{-\infty}^x a \frac{\partial \Delta z}{\partial x} e^{+\gamma x} dx \\ &= a \Delta z - e^{-\gamma x} \int_{-\infty}^x \gamma a \Delta z e^{\gamma x'} dx' \end{aligned}$$

特別の場合として

$$\Delta Z = \Delta Z_0 \cos 2\pi \frac{x}{L} \text{とおくと}$$

$$\begin{aligned} \Delta s &= -e^{-\gamma x} \int_{-\infty}^x a \Delta Z_0 \frac{2\pi}{L} \sin 2\pi \frac{x}{L} e^{\gamma x} dx \\ &= -\frac{a \Delta Z_0}{\sqrt{1 + \frac{\gamma^2 L^2}{4\pi^2}}} \left(\cos \left(2\pi \frac{x}{L} + \bar{\psi} \right) \right) \end{aligned}$$

となる。ただし

$$\tan \bar{\psi} = \frac{\gamma L}{2\pi} = \frac{\alpha L}{2\pi \bar{u}}$$

である。これは偏西風帯中における波動内の保存量の分

布を与える式である。

数値例として気温偏差の分布について考えてみよう。

$$\alpha = \frac{1}{1.4 \text{日}}, \quad U = 10 \text{m/sec}, \quad L = 2 \times 10^6 \text{m}$$

とおくと、 $\tan \bar{\psi} = 0.3$, $\bar{\psi} = 17^\circ$

となる。これは実際の気温の分布などの場合にもほぼ成立つ。

13. む す び

以上の考察結果は、ある意味ではよく知られたことであり、いまさらの感がないわけではないが、最近の顕著な気候変動と関連し、平年値の意味が問題になっているし、また、季節予報の現業面などからも重要なので、あえて紙面をけがすことにしたのである。そして、われわれは次のようなことが結論出来るように思う。

- (1) ふつう平年値としては、最近30年の月平均値をもとにして年変化を内挿した値をとるのが適当である。
- (2) 空間平均、時間平均にはそれぞれの特長があり、日々の変化をあつかうためには前者、季節変化をあつかうには後者が適当であろう。
- (3) 保存量の半月、または月平均値の偏差は、等圧面高度の偏差の分布でほぼ定まる。

文 献

- 1) 荒川秀俊：気候変動論，（気象学講座，地人書館）。
- 2) 小河源正己，小沢正，鈴木栄一，藤田敏夫，戸松喜一：日本における気候変動と気候統計法，研究時報，4，461-524，1952。
- 3) 岸保勘三郎：数値予報論（気象学講座，地人書館）。
- 4) T. Murakami.: On the Seasonal Variation of Mean Vertical Velocity and Atmospheric Heat Sources over the Far East from Spring to Summer; Pap. Met. Geophys. 7, 358-376, 1957.
- 5) T. Asakura: Studies on the Seasonal Weather Forecasting (V. b), On the Relationship of the Anomaly Chart of 5-day mean 700-mb Height to the Anomaly of 5-day Mean Surface Temperature, Pap. Met. Geophys. 7, 221-227, 1955.

「柴田 佑：気象集誌の文献目録」の発売について

柴田 佑氏の「気象集誌の文献目録」は気象集誌の第2輯第1巻（大正12年）から第34巻（昭和31年）までの雑誌記事（論文の他に要報，報告，論文紹介を含む）を，柴田 佑氏が国際十進分法（U. D. C.）によって分類し，同分類表の順序に従って配列したものである。研究者

が研究項目に関係した集誌中の文献を求める時に大変便利である。これは気象庁発行の図書目録に載せられたものであるが，一般の方々の便宜を図ってこんど日本気象気象学会から出された。送料ともに300円である。必要な方は本学会の事務局に申込んで下さい。