1966年9月

気

Vol. 13, No. 9

551. 551

大気乱流研究の展望*

竹 内 清 秀** 伊 藤 昭 三***

1. はしがき

第2次世界大戦中,化学兵器や煙幕などの開発のため 大気拡散の実験や理論が盛んに行われた.英国で得られ た結果の微気象的な分野は,よく知られた Sutton の Micrometeorology (1953) にまとめられている.わが国 における当時の成果は不幸にして終戦時に逸散したか消 滅してしまったらしい.一方,航空関係の面で進められ た乱流研究が同じ年代に発展して行った.その理論的集 成は Batchelor (1953) によってなされた.

さて,戦後の大気乱流研究は,航空関係で得られた一 般乱流研究の結果の中で大気乱流に適応できるものを探 しそれを発展させて行った.わが国の気象学者はこの方 面で指導的役割を果した.この初期の様子は小倉(1955) によって要約されている.しかし大気乱流特に地面付近 の乱流で扱われる対象は、やはりそれ自体で開発されな ければならない分野を多く持っている. つまり接地層乱 流の特徴は次のようなものであろう.(1)温度成層の範 囲が非常に広い. 温度成層の度合を表わす一つの量 Richardson 数が大気では -5.0 くらいから +1.0 以上に も及ぶ.(2)風洞乱流の場合と違って、大気の場合は定 常として扱うことが非常にむづかしい. たとえば風速変 動の周波数は 1 c/day~10c/s の範囲に渡っている. い いかえれば、乱れのスケールも明確に決まってはいな い.特に水平方向の風の変動は扱いが困難である.(3) また実際の地表面あるいは海面は非常な複雑な形状を示 す.以上のような理由で大気乱流独自の発展が待たれて いたが、ソ連が指導的役目を果した相似理論はそれに答 えるものであろう. これまで行われた大気乱流の観測資 料は大方この相似理論によって統一的に扱われ、しかも

* Recent study on the atmospheric turbulence

** Kiyohide Takeuchi. 気象庁観測部

*** Shozo Ito. 気象庁観測部 —1966年8月 25日受理—

1966年9月

ごく最近では,オイラー的な量ばかりでなくラグランジ 的な量,たとえば煙の拡散などを示す量もこの理論で説 明できるといわれている.

さて、ここで扱う問題は風速を主として温度、湿度を も扱うことにする.自由大気の中における乱流も研究さ れているが、著者等はその方面に余り詳しくないので接 地層の乱流のみに限ることにする.乱流研究の展望を行 うのには種々方法もあろうが、一つの試みとして次のよ うな順序で述べて行く.(1)風速などの対象とする物理 量の変動の平均値を主として扱う.したがって平均風速 の鉛直分布と温度成層との関係が中心問題となる。(2) 変動そのものを問題とし、変動の分散(あるいは標準偏 差)、そのスペクトルなどが扱われる.(3)乱流輸送が 次にあつかわれる.運動量、熱および水蒸気の輸送がこ こで述べられる.(4)大気汚染などの社会的問題から煙 の拡散が大きくとり上げられて来た.最近のこの方面の 基礎的研究の概要を示す.そして終りに残された問題を あげる.

なお、非常に専門的な詳細な記述は、「気象研究ノー ト」に書かれるはずである.したがって一々の文献につ いてもそちらに譲り、ここでは書物となったもの、総合 報告および代表的な論文のみとする.これまでわが国に おける綜合報告としては根本(1960)および Inoue (19 63) がある.

2. 接地層の構造―風速および温度などのプロフィル
 2.1 接地層における相似則

議論を簡単にするため普通行われるように,問題を理 想化する.前にも少しのべたように一般的に大気現象は 定常ではないがある短い時間,たとえば10分間くらいを 考えるとすれば定常と見てよいことが多い.また,地表 面の様子も変化があり,したがって水平方向に物理現象 も一様ではないのが普通であるが,まず簡単化するため 地表面も物理現象も水平方向には一様であるとする.以 上のような仮定のもとに議論を進めた後,その仮定をゆるめて行く.なお参考書として Lumley and Panofsky (1964) およびロシャ語のできる人には Monin and Ya-glom (1965) をすすめる.

さて、接地層とはどの高さまで指すのであろうか。-般的にいえば、運動方程式において転向力が無視でき摩 擦力が主な役割りを果す層である。 もっと具体的に云え ば摩擦力が一定と考えられる地面に接する気層である. 摩擦力は風速,地面の粗さなどによって決まるが, 摩擦 力の20%の変化を許すとすれば 20~200m の高さまでを 接地層ということができる. この接地層における理論を 開発しその後の研究の指針となった相似則を作ったのは ソ連の気象学者であった. それは接地層における Monin-Obukhov の相似則といわれる (Monin and Obukhov, 1954). 上に述べたように、定常であり水平方向に は一様である接地層では、物理量の統計量が次の3つの 量で完全に記述できるとした(ここではオイラー的量を 考える、ラグランジ的量は拡散の所で扱う)、すたわち、 摩擦力 τ あるいは摩擦速度 $V_* = (\tau/\rho)^{1/2}$, 熱の流束 qあるいは $q/(c_p \rho)$, および浮力をあらわす量 g/T_0 であ る. ここに ρ は空気の密度, c_p は空気の比熱, g は重 力の加速度, To は接地層の平均気温である。 なお、以 上の3つの基本的な量は高さに関係なく一定である.

さて、この3つの量から作られる速さ、温度および長 さの次元を持つ量は次のようになり、これらが接地層に おけるそれぞれの唯一のスケールとなる。

速さ:
$$V_*$$
, 温度: $T_* = -\frac{1}{kV_*} \frac{q}{c_p \rho}$
長さ: $L = -\frac{V_*^3}{T_0} \frac{q}{c_p \rho}$ (2.1)

ここに k は Karman の定数であり便宜的に入れられた ものである. $L \ge q$ の符号は成層の状態によって決ま る. 安定成層の場合, q < 0, L > 0, $T_* > 0 \ge t_x b$, 不 安定成層のとき, q > 0, L < 0, $T_* < 0$, 中立 の ときは q=0, $L=\infty$, $T_*=0 \ge t_x \delta$.

いま風速および温度の平均値の鉛直分布(一般にプロ フィルといわれる)を考える.それらの高さに対する微 分をそれぞれ $\partial U/\partial z$, $\partial T/\partial z$ と表わせば, 次元的に次 のように書けるであろう.

$$\frac{\partial U}{\partial z} = \frac{V_{\star}}{kz} \phi \left(\frac{z}{L}\right)$$
$$\frac{\partial T}{\partial z} = -\frac{T_{\star}}{z} \phi_1 \left(\frac{z}{L}\right)$$
(2.2)

ここに
$$\phi\left(\frac{z}{L}\right), \phi_1\left(\frac{z}{L}\right)$$
は普遍関数である.次にすべ

きことはこの関数の形を決めることである.

2.2 普遍関数と安定度との関係

いま運動量および熱に対する乱流拡散係数をそれぞれ K_M, K_H とすればその定義により次の式がなりたつ.

$$V_{*}^{2} = K_{M} \frac{\partial U}{\partial z}$$
$$\frac{q}{c_{\pi}\rho} = -K_{H} \frac{\partial T}{\partial z}$$
(2.3)

(2.1). (2.2) および (2.3) より

$$\frac{\phi}{\phi_1} = \frac{K_H}{K_M} \equiv \alpha \tag{2.4}$$

 K_H/K_M の研究はまだ完全には行われていない. Rider (1954) は安定度に関係なく $K_H = K_M$ であるとした. それで広く $\phi = \phi_1$ として議論が進められて来た. しかし Swinbank は大分前から測定をしていたが最近の 測定 (1964) では、中立状態では $K_M = K_H$ であるが不安定な状態では $K_H > K_M$ であることがほぼ 確認されている (第1図参照). したがって一般に中立からはなれたときには、 $\phi_1 = \frac{1}{\alpha}\phi$ として扱わねばならない.





ついでに K_M , K_H および Richardson 数 Ri の形を 述べておこう.

(2.2) と (2.3) とより

$$K_{M} = \frac{kzV_{*}}{\phi}, \quad K_{H} = \frac{kzV_{*}}{\phi_{1}} = \frac{\alpha kzV_{*}}{\phi} \quad (2.5)$$

Richardson 数 Ri は定義により

$$Ri \equiv \frac{q}{T_0} \frac{\partial T}{\partial z} / \left(\frac{\partial U}{\partial z}\right)^2$$
(2.6)

`天気/ 13. 9.

(2.1) および (2.2) を使って $Ri = \frac{z}{L} - \frac{\alpha}{\phi}$ (2.7)

 K_M と Ri との関係は次の式で表わされる.

$$K_{M} = kV_{*}LRi/\alpha \qquad (2.8)$$

なお流束 Richardson 数 Rf がしばしば使われるがこれと Ri との関係は次のようである.

$$Rf = \alpha Ri$$
 (2.9)

さて中立の場合には風速のプロフィルが相当詳しくわ かっている.すなわち野外における実測や各種の理論か らも次の対数法則が成立する(第2図参照).



第2図 米国における実験 Project Prairie Grass のうち中立に近い状態の風速のプロフィル

$$U = \frac{V_*}{k} \ln \frac{z + \delta}{z_0} \tag{2.10}$$

ここで z_0 は地表面の粗さをあらわす量, δ は原点を 調整するための変位量である. (2.2) と (2.10) とより 直ちに $\phi(0)=1$ であることがわかる. なお, δ が z に 比べて小さい場合が多いので以下の議論ではこれを省略 する.

次に中立から少しはずれた場合には $\phi\left(\frac{z}{L}\right)$ を Taylor 展開して

$$\phi\left(\frac{z}{L}\right) = 1 + \beta \frac{z}{L} \tag{2.11}$$

とすることができるであろう.従って

$$U(z) = \frac{V_*}{k} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z}{L} \right)$$
(2.12)

$$T(z) - T(z_0) = T_* \left(\ln \frac{z}{z_0} + \beta \frac{z}{L} \right)$$
 (2.13)

ここで β は定数である. また中立状態に近いので $\alpha=1$ とした.

はじめ Monin と Obukhov とがこの式を出し,実測

と比較して β を求め 0.6 を出したが Taylor (1960) らは約6であるとした.

ここで実測の困難な τ , q を使用しないで風速および 温度のプロフィルから, L の代りに次の L' を用いるこ とが多い.*

$$L' \equiv \frac{V_*(\partial U/\partial z)T_0}{kg(\partial T/\partial z)}$$
(2.14)

L との間には次の関係がある.

$$L' = \alpha L \tag{2.15}$$

(2.12) に代る式として

$$U(z) = \frac{V_*}{k} \left(\ln \frac{z}{z_0} + \frac{\beta' z}{L'} \right)$$
 (2.16)

$$T(z) - T(z_0) = T_* \left(\ln \frac{z}{z_0} + \beta' \frac{z}{L'} \right) \quad (2. 17)$$

ここに $\beta' = \alpha \beta$ である. Taylor (1960) や Takeuchi (1961) によれば (2.12), (2.13) あるいは (2.16), (2.17), いわゆる (対数+直線) 法則は中立に近い成層 ばかりでなく相当広い範囲の定度でも 成 立 する. しか し, そのときの β あるいは β' の値を変化させる必要 がある. 0.5より 10 くらいまで変化するようである.

力学的な乱流による熱や運動量の輸送が対流による輸送に比べて無視できる状態を自由対流という. このとき Monin-Obukhov の長さはもはやプロフィルに無関係となる. (極端な場合, 無風のとき $V_*=0$ となる). した がって温度のプロフィルは z, g/T_0 , $q/(c_p\rho)$ によって 決まるはずである. 次元解析より

 $\frac{\partial T}{\partial z} = -c \left(\frac{q}{c_p \rho}\right)^{2/3} \left(-\frac{g}{T_0}\right)^{-1/3} z^{-4/3} \quad (2.18)$ これを積分することにより、

$$T(z) = T_{\infty} + c' \left(\frac{q}{c_p \rho}\right)^{2/3} \left(-\frac{gz}{T_0}\right)^{-1/3}$$
(2.19)

ここに c, c' は定数であり, T_{∞} は積分定数として出て 来るものである. Priestley および Perepelkina は cを 1.07 であるとした. (2.18) を使い, K_H の定義より

$$K_H = c^{-1} \left(\frac{q}{c_0 \rho} - \frac{g}{T_0} \right)^{1/3} z^{-1/3}$$
 (2.20)

一方 $K_M = V_*^2/(\partial U/\partial z)$ であるので(2.20)と組みあ わせて

$$\frac{\partial V}{\partial z} = c \frac{K_H}{K_M} V_*^2 \left(\frac{gq}{c_p \rho T_0}\right)^{-1/3} z^{-4/3} \quad (2.21)$$

 K_H/K_M は自由対流のときは1よりはずれるが、もし 今高さに関係しないと仮定すれば 風速 の プロフィル は $z^{-1/3}$ に比例することになる.この結果は実測とよく合 う.

次に安定な場合のプロフィルを考える.非常に安定な

1966年9月

^{*} L¹ は比較的容易に求められるので"貧乏人のL" という人がある。

ときは、大きな乱れはおさえられ乱れの特性は地表面からの距離 z に関係しなくなる、拡散係数 K_M および Richardson 数 Ri はある一定の値に近づく、すなわち

 $Ri \sim R = \text{const}$ (2.22)

$$K_{M} \sim kV_{*}LR \tag{2.23}$$

したがって (2.5) と (2.23) より ϕ は z に比例 し, これより風速も z に比例する結果となる.実測 と比較 すると非常によくあっているとはいえ ない.この理由 は、非常に安定な状態では乱流混合が弱く、風上にある 障害物の影響が遠くまでおよぶこと、風速が弱いため測 定に誤差を生じやすいためであろう.

なお McVeil (1964) は実測資料を解析して安定な場 合でも(対数+直線)法則が成立つことを結論した.

さて、以上のように温度成層が極端に不安定および安定の場合、中立に近い場合のプロフィルは一応わかったのであるが、それらの中間はどうであろうか。 Ellison、 Yamamoto および Panofsky らが内挿式を作った (Panofsky, 1963 参照). もし $S = kz/V_* \cdot \partial U/\partial z$ とすれば次の式が成立するとした.

 $S^4 - \frac{\gamma_z}{L} S^3 = 1 \tag{2.24}$

ここで **7** は定数であり14くらいの値をとる. (2.24) は Keyps の式ともいわれる. しかしこの式にも 種々 問題 がある (Takeuchi and Yokoyama, 1963参照).

上にのべた極端に不安定な場合、(2.18)で表わされ



る温度のプロフィルを示すが、最近の研究によれば、それよりなお不安定である時(無風対流と呼ぶ人もいる) $\partial T/\partial z \propto z^{-2}$ であらわせる領域があるらしい. Webb, Townsend, Crawford らが研究した (Crawford, 1965 参照).

最後にソ連で行われた風のプロフィルの測定値と安定 度 $\zeta(\equiv z/L)$ との関係を図示する(第3図参照). これよ りプロフィルは一義的に ζ の関数であり、上で述べた安 定度が典型的な場合それぞれの暫近的な型になること、 すなわち強い安定のとき直線に暫近し、強い不安定のと き定数に近づくことを示している (Monin-Obukhov の 相似則の成立の証明となる).

3. 接地層の構造 風速の変動を中心として

3.1 乱流変動について

風速,温度あるいは湿度などの物理量の変動をあらわ すのに普通次のような量を用いる.(1)変動の大きさ: 分散あるいは標準偏差であらわす.(2)スペクトル:普 通,分散のスペクトルを用いる.(3)異った2つの物理 量あるいは成分の相互分散.さてこれらの量と安定度, 風速,地表面のあらさ,高度などとの関係を調べること が盛んに行われている.以上のうち(3)にあげた相互分 散は大気における乱流輸送そのものの数学的表現であ り,詳細は章を改めて述べる.なお相関係数,構造関数 による扱い方はここでは扱わない.一つの理由はスペク トルで代用できると考えたからである.

3.2 乱流変動のエネルギー

まずはじめに乱流変動のエネルギーを考える.これまでと同じ理想化された接地層におけるエネルギー平衡の 式を作ると次のようになる (Calder, 1949 参照).

$$\mathcal{E} = -\overline{u'w'} \frac{\partial U}{\partial z} + \frac{g}{T_0} \overline{w'T'} - \frac{\partial}{\partial z} \overline{w'E} \quad (3.1)$$

ここに E はエネルギー逸散率, E は全乱流エネルギー, ダッシュは変動分を表わし,上のバーは時間的平均を表 わす.第1項は一般流から供給されるエネルギー,第2 項は重力に抗してなされる仕事,第3項は乱流によるエ ネルギーの拡散を示す.この第3項は普通無視される. さて第3項を無視し,

 $-\overline{u'w'} = \tau/\rho = V_{*}^{2}, \overline{w'T'} = q/(c_{p}\rho)$ (3.2) を利用すれば (3.1) は次のように書ける.

$$\mathcal{E} = \frac{V_{*}^{3}}{kL} [\phi(\zeta) - 1] = \frac{V_{*}^{3}}{kz} [\zeta \phi(\zeta) - \zeta] \quad (3.2)$$

ただし ζ≡z/L である.

さて、エネルギー逸散率を種々の実測資料により解析 が行われた.たとえば、自己相関係数、スペクトル、拡散

《天気// 13.9.

などの資料から逸散率が計算される. Panofsky (1962) や Takeuchi (1962) などによって行われた. その結果, 安定である場合を除いて大体理論と一致することが得ら れた. なおまた Panofsky は以上の理論で無視して来た エネルギー拡散の項の吟味を行い,特に不安定な成層の ときには無視できないことを示した.

3.2 風速変動の大きさ

(a) 鉛直成分の標準偏差 *σ*w

風速の鉛直成分の変動を測定するのは困難であるが、 その性質は風速の他の成分より簡単である. その理由 は、鉛直方向に関して地表という境界があり、それ以上 のスケールを考えなくてよいからである. さて Monin-Obukhov の相似則に従えば σ_w は次のように表わされ るであろう.

$$\sigma_w = V_* f_1 \left(\frac{z}{L}\right) \tag{3.4}$$

もし L の代りに L'を使えば

$$\sigma_w = V_* f_1' \left(\frac{z}{L'} \right) \tag{3.5}$$

ここで f_1 あるいは f_1' は普遍関数である. この関数を きめる試みは行われているが (たとえば Panofsky and McCormick),まだ確立されていないようである. しか し中立の場合の関数の値 $f_1(0) = f_1'(0)$ はほぼ 1 である が著者により 0.7~1.3 くらいの違いが見られる (第4 図参照).



第4図 σ_u/V_* および σ_w/V_* と z/L との 関係 (Monin, 1962)

(b) 横方向の標準偏差 *o*v

横方向の風速の変動は煙などの横方向の拡散に直接関係している. σ_v を σ_w と同様に扱うことが試みられているが, 横方向の変動を規定するスケールは鉛直方向と異なって明確ではない. そこで横方向にはゆっくりとし

1966年9月

た変動があり、解析が困難であり、煙などの拡散にして も蛇行というような面倒な現象を生じる、しかし実測す るのは容易である。普通の風向計による水平風向の変動 の標準偏差を σ_A とすれば σ_v との関係が次の式で与え られる。

$$\sigma_v = U \sigma_A \tag{3.6}$$

さて相似則より σ_v が中立状態で V_* に比例するとし てその比例定数を求めると一つの例として 1.7 ぐらいで ある. しかし σ_v は σ_w と違って高さに対して余り変化 しないのに安定度により敏感に変化する. ついでながら Cramer は σ_A を安定度をあらわす一つの量としたくら いである. σ_v は実用的な見地からも研究が行われた. スペクトルの章で詳しく述べる.

(c) 縦方向の成分の標準偏差 *σ*_u

 σ_u の性質は σ_w と σ_v との中間にあるように思われる. すなわち相似則にも相当従う. σ_u が中立状態で V_* に比例するとしてその定数を求めると 2.1~2.9 の値を示している. 安定度との関係は第4図に示してある.

さて、以上の風速の水平2成分の標準偏差は不安定に なればだんだん等しくなる傾向がある.また観測時間と の関係も大きな問題であるが、ここでは省略した.

3.3 温度変動の大きさ

$$\sigma_T = T_* f_2 \left(\frac{z}{L} \right) \tag{3.7}$$

この関係が第5図に示されている. さてある一定の不安 定気層で σ_T とz との関係はどうであろうか. これま でに定義された量で次の式が成立することが予想され る.



れを実証した.

 $\sigma_T \propto T_*S$

(3.8)ここに T*. S は以前に定義してある. その定義を使え ば σ_T は $z \frac{\partial T}{\partial z}$ に比例することがわかる. $\frac{\partial T}{\partial z}$ は (2. 13) より $z^{-3/4}$ に比例するので σ_T は $z^{-1/3}$ に比例す ることが予想される. Priestley および Panofsky はこ

3.4 乱流変動のスペクトルについて

これまで乱流の変動の時間的平均値をあらわすプロフ ィル、変動の標準偏差を扱って来たが、これから扱うス ペクトルは変動の様子を最も詳細に表わすものの一つで ある. さて, 乱流変動のスペクトルの研究でよく知られ ているのに Kolmogorov の理論があり、 それによると 乱流の統計量はエネルギー逸散率 E だけに よって 決ま る周波数範囲があり、それを慣性領域といった.いま階 級 n の特徴的な速さおよび長さをそれぞれ V_n , Λ_n と すれば、エネルギー逸散率 € は次元的に 次のように表 わされる.

	$\mathcal{E} \sim V_n^3 / \Lambda_n$,	とはれ	に無関係	(8.9)
これよ	り乱流エネルギ	ドー密度	F(n) は次う	元的に次のよう
になる	(有名な -5/	3 法則)		

$F(n) \sim \mathcal{E}^{2/3} U^{2/3}$		(3.10)			
ついでながら同様階級	n	の寿命時間	$ au_{n}$,	拡散係数	K_n
け次式で表わされる。					

$ au_n \sim \mathcal{E}^{1/3} {A_n}^{2/3}$	(3.11)

$K_n \sim \mathcal{E}^{1/3} \Lambda_n^{4/3}$	(3.12)

3.5 風速のスペクトル

(a) 鉛直成分のスペクトル

風速の鉛直成分のスケールは高さとともに増加し, しかも高さに比例すると考えられる. Gurvich や Takeuchi はスペクトル密度および 周波数を それぞれ無次 元に規格化し表現した. すなわち $UF_w/(zV_*^2)$ と nz/Uの関係を求めた(第6図参照). その結果(1) nz/U>1 では -5/3 法則が成立する. (2) 不安定度がませば規格 化されたスペクトル密度は大きくなり、-5/3 法則は低 い周波数まで成りたつようになる.(3) スペクトル密度 に周波数を乗じた量を縦軸にとり解析すると3次元のス ペクトルに変換されると考えられるが、そうすることに よりそのスペクトル密度の最大を示す周波数が安定度と ともに高い方に移動することがわかる(第7図参照). つまりいわゆる一番多くエネルギーをもっている渦は安 定度が増すとともに小さくなる.

以上のことより次のようなことがわかる.不安定な場







合すなわち浮力が大きな役割をする場合そのエネルギー への貢献は低周波の方において行われ,安定な場合では 力学的乱流が卓越し周波数の比較的高い所にエネルギー を持つ.また地表面から離れるほど,エネルギーを多く もつ間波数は低い方に移って行く.

(b) 水平成分のスペクトル

横方向の成分のスペクトルは変動の大きさの所でも述

*天気/ 13. 9.

べたが,高さが主要な役目をしなくて,安定度が主要な 役割をする.とくに安定な気層では低周波の変動が目立 ち,拡散を扱う場合,蛇行現象となり扱いにくい.

縦方向の成分のスペクトルは鉛直成分と横方向のもの との中間的性質を持つ.すなわち低周波部分は安定度に よって影響されるが、また風速、地表面の粗さなどの力 学的乱流の影響をもうける.さて一般によく知られてい る Davenport (1962)の実験式をあげておこう.この 適用条件は、高さが 8~150m、安定度が中立の場合で ある(強風のときは普通この条件が満足される).

$$nF_u(n) = 4.0V^2 \frac{x^2}{(1+x^2)^{4/3}}$$
 (3.13)

ここに $x=1200n/U_{10}$, U_{10} は高さ 10m の所の風速 (m/s) である. $nF_u(n)$ の最大は波数 700m くらいの所 にあり高さには無関係となっている. しかし実測はそう はなっていない. しかし簡単な式であるので工学的な目 的によく使われるようである. この外, 相馬, 塩谷, 小 野田, Berman などの研究がある.

3.6 温度のスペクトルその他

最近,温度のスペクトルが Gossard, Zvang らによって求められた.その型はこれまで問題であったが,風速の鉛直成分のスペクトルと同じように -5/3 法則に従っている領域があると見られる.また無次元に規格化される.すなわち

 $UF_T(n)/(zT_*^2) = h(nz/U, z/L)$ (3.14)

第8図に安定度の異なる場合の様子が示されている.

また最近赤外線湿度計の開発によって湿度の細かい変動が測定されている. ソ連の報告によれば湿度の分散の スペクトルも -3/5 法則に従う領域があるということで ある.

3.7 クロススペクトル

2つの異った成分あるいは物理量の相互分散のスペク トルを調べる.一般に物理的意味のはっきりしている u'w', w'T'について考える.いうまでもなくそれぞれ運 動量および熱量の輸送に直接関係がある.このクロスス ペクトルを求めたものはまだ少いが Monin(1962) に紹 介された Gurvich と Zvang の結果を示そう (第9図 および第10図参照). やや不安定のとき z=1m で得られ たもので両者は比較よく似ている.両方とも $nz/(2\pi U)$ が 0.1~1.0 のときクロススペクトルの密度が大きい.

4. 乱流輸送

熱の鉛直輸送の量を正確に知ることは気象学上の大き な課題の一つであろう.このため古くから数多くの研究



が行われている. たとえば Schmidt の提案した アウス タウシュの概念である. 一般に乱流輸送の最も基本的な

1966年9月

ものは乱流変動法と呼ばれているのもので,接地層で は Swinbank (1951) によってはじめて導入された. 例を水蒸気の輸送について考えよう. dt時間に単位面 積を通り上向きに流れる水蒸気量は *Pws dt* である. こ こで *s* は比湿である.単位時間あたり単位面積を鉛直 方向に流れる平均量, すなわち水蒸気の流束は *Pws* で あらわされる.変動分をダッシュで示せば

 $\overline{\rho ws} = \overline{\rho w} s + (\overline{\rho w})'s'$ (4.1) ここに $\overline{\rho ws} i t$ は考えている面を通しての平均輸送をあら わし, $(\overline{\rho w})'s'$ は乱流輸送をあらわすものである. この 関係は Reynolds 応力として知られるものと形式的に全 く同じで,水蒸気の変動を精確に測定する努力が各国で 行なわれている.

さて接地層を以前と同様に理想化する. すなわち地形 も他の物理的統計量も水平方向に一様であると考え,平 均化時間を十分長くとれば, (4.1)の中の $\overline{\rho w}$ は無視す ることができ次の式が成立する.

 $\overline{\rho_{ws}} = \overline{(\rho_w)'s'}$ (4.2)
変動量を直接に測定する測器の開発によって輸送量のス ペクトルについての研究も可能になり、運動量と熱ある いは水蒸気の輸送の本質的な機構の解明が行われつつあ る(第3章参照).

変動測定の方法とは別に古くから空気力学的方法と呼 ばれている方法も依然としてその便利さのために使われ ている.しかし,この方法はやはり便宜的なものであ る.さて乱流拡散係数を導入すればその定義により次の 式が成立する.これらは水蒸気の輸送を除いて既に述べ た.

$$Ev = -\rho K_E \frac{\partial \overline{s}}{\partial z}$$
(4.3)

$$\tau = \rho K_M \frac{\partial U}{\partial z} \tag{4.4}$$

$$q = -c_p \rho K_H \frac{\partial T}{\partial z} \tag{4.5}$$

ここで Ev は水蒸気の流束, K_E は水蒸気の拡散係数で ある.これらの式は古くから簡単に乱流輸送をあらわす 式として使用されて来た.最近では温度成層を考慮した Monin-Obukhov の相似則によって種々の物理量のプロ フィルが明らかになって来たので,気層の安定度によっ て適当な値を用いることができる((2.5)を参照).

各拡散係数の間の関係はまだ明らかではない.第2章 で述べたように $K_M \ge K_H \ge$ は不安定の度が高くなる と相当違って来ること、および $K_M \ge K_E \ge$ は余り違わ ないことがわかっている.しかし気層が中立状態に近い ときは互いに等しいと考えられている. そのようなとき には (4.3)—(4.5) より次の式が成立する.

$$q/\tau = -c_p \frac{\partial T}{\partial z} / \frac{\partial U}{\partial z}$$
(4.6)

$$Ev/\tau = -\frac{\partial \bar{s}}{\partial z} / \frac{\partial U}{\partial z}$$
(4.7)

一方摩擦応力 τ は抵抗係数 C_D を用いれば $\tau = \rho_a C_D U_a^2$ と書けるので, (4.6),(4.7) を微差で表わせば次の式が 得られる.

$$q = c_p \rho_a C_D (T_0 - T_a) U_a \tag{4.8}$$

$$Ev = \rho_a C_D(\overline{s_0} - \overline{s_a}) U_a \tag{4.9}$$

添字 0 は高さ z_0 , 添字 a は高さ z_a における値を示す. これがバルクメソードと呼ばれているもので気象学の中 でも有名な Jacobs の式もこれである. これらの式は輸 送の基本的な機構を考えず現象論的で,抵抗係数 C_D が 種々の条件のとき議論されているが明確な結果は出てい ないようである. これまでの研究では長期間を平均して 議論するときには (4.8), (4.9) が比較的精度高く成立 つようである.

今までの議論では水平方向に一様な地面状態を考えた が、地表面が一次元的に急に変化した場合の乱流輸送の 問題は輸送機構を研究するのに適した課題である.たと えば、日中海風が熱せられた海浜の砂面上を吹走する と、下面からの乱流熱輸送の影響を受けて加熱され、高 温になった層の厚さが風下距離とともに成長する.ま た、平滑な地表面から粗い面へ風が吹く場合の風速分布 の変化なども実際面からも興味のある問題で、小倉、 Elliot, Panofsky and Townsend, Townsend などの興 味を引いた.そのうち特に Townsend (1965)の研究 は注目に値する.第11 図はオーストラリアの飛行場で



Rider が実測した地表面から乱熱輸送による風下距離の 昇温の分布と Townsend の理論とを比較したものであ る.ここではその内容には立ち入らない.

5. 乱流拡散

接地層における乱流拡散現象は本来,接地層の乱流構 造や輸送機構と密接不可分の関係にある. 云い 換えれ ば,乱流構造や輸送機構の理論を乱流拡散現象を通して 吟味することもできる. ここでは乱流拡散理論の基礎に なる部分を取上げ,濃度分布などについては詳しくは触 れないことにする. なお1960年までの詳しい書物として Pasquill (1962) があげられる.





さて第12図に示すように接地層の中に任意の物理量 (ここでは便宜上煙を考える)の湧源を置くとき,煙の 粒子の運動は粒子の含まれる空気塊の乱流運動によって 決められる.気層が中立状態では煙の粒子で作られる雲 の上端は,地上連続点源の場合煙源から数 100m の距離 では風下距離 x に大体比例して上昇して行く.煙が点源 の場合,煙は縦横両方向に拡がるからその濃度は x⁻² に 比例して減少し,線源の場合 x⁻¹ に比例して減少する. この結果は観測によって確認されている.

いま条件として一番簡単な場合を考える. 一般流の平 均風速が U である等方性乱流の中に点源をおく. 煙の 雲の上端は最初 x に比例して拡がり, $U\tau_*$ をこえると $x^{1/2}$ に比例して拡がって行く. ただし τ_* は最大渦の寿 命時間といわれるものである. この理論的な結果は Taylor の乱流拡散理論として知られている. これらの 結果は風洞実験などによっても十分確められている. さ て地表面に近い所 z に煙源を置いた場合, 煙の拡がり はかなりの風下距離までxに比例する. これは上に述べ た等方性乱流の中での拡散論より期待される特徴的な長 さ $U(z)\tau_*(z)$ より相当長い. これはもちろん接地層で は平均風速や乱れが鉛直方向に一様でないことによるの である. すなわち, 拡散が次第に進んで行くと, 地上よ り一層高い空間に存在する一層大きな渦が作用するから であろう (Batchelor, 1964参照). また接地層が不安定 な場合には、地上より離れればなお一層大きな渦が存在 し、これが作用して煙の拡がりが大きくなる (たとえば Ito, 1966 参照).

このように平均風速が一様でない接地層の中での乱流 拡散の研究は本質的に接地層の構造の研究に関連してい る. この観点から Monin (1959) はさきがけとなるよう な一つの方法を提出した. 煙の上端にある煙の粒子の位 置 (X, Z) とその運動が次の式で表わされるとした.

$$\frac{dX}{dt} = U(Z) \tag{5.1}$$

$$\frac{dZ}{dt} = w^* \tag{5.2}$$

これらより

$$\frac{dX}{dZ} = \frac{U(Z)}{w^*} \tag{5.3}$$

(5.3) より煙の上端 (X, Z)の関係が求められる. ここ に w^* は煙粒子が上方へ拡散する最大速度であり,その 値は煙の上端の高さ Z における乱れの大きさ σ_w に比 例すると考えられる. σ_w は安定度によって決 まるの で,煙の上端の形が種々の安定度によって求められた. 井上もこの簡単な式を利用して千葉県習志野における実 験を整理して満足すべき結果を得ている.

その後 Batchelor (1964) は Monin の考えを一層組織 化した. すなわち中立状態の接地層の中のラグランジ的 統計的性質は摩擦速度 V_* と放出点から着目する点まで に要した時間 t_* とによって完全に決定される. 云い換 えれば煙の粒子の統計的な性質は V_*t_* によってあらわ されるスケールによって完全に記述できると考えた. 一 方 Batchelor のヒントにより Gifford や Cermak らは 拡散実験の資料を解析し,上述のラグランジ相似の仮定 を用いて温度成層のある接地層の中での拡散理論を発展 させた. しかし理論に含まれる定数にはまだ解決すべき 問題点がある. そのあと Yaglom (1965) も Batchelor の提出したラグランジ相似を発展させた. それに従って 基礎となる考え方を述べよう.

温度成層のある接地層中の乱れのラグランジ的性質を 考える.第2章で述べたようにこの接地層中のオイラー 的性質は Monin-Obukhov の相似則が成立つ.いま 煙 が高さ H から放出される場合,その高さ H が 煙の粒 子の拡散運動に影響する時間は次元解析から H/V_* の 程度と考えられ,それより後の粒子の運動は放出された 位置が無関係になるはずである.従って放出されてから の時間 t が H/V_* より非常に大きければ,煙源の高さ

1966年9月

を無視できる.地表面の粗さをあらわす定数 z_0 は明ら かに粒子の平均運動に影響 するが、 $H \ge z_0$ および $t \gg$ H/V_* であるならば、粒子の加速度はオイラー的性質を 考えたときと同じように境界条件のような z_0 の影響を 受けないと考えられる.結局第2章で述べた3つの基本 的な量と時間 t とによって表わせるだろう.

上に述べた時刻 t における拡散粒子の空間座標 (X, Y, Z) を考える。それは多くの粒子の平均位置と個々の 変動とによって記述される。その変動量: X'(t) = X(t) $-\overline{X(t)}, Y'(t) = Y(t), Z'(t) = Z(t) - \overline{Z(t)}$ の確率分布 p はラグランジ相似の仮説より次のように書ける。

 $p(X', Y', Z';t) = \frac{1}{L^3} w_3 \left(\frac{X'}{L}, \frac{Y'}{L}, \frac{Z'}{L}; \frac{V_*t}{L} \right)$ (5.3) ここに w_3 は普遍関数である. すなわち変動量がラグラ ンジ的にも3つの基礎量と煙源の高さに関係なく時間 tによって完全に記述できることを示す. ただしt は H/V_* より大であるとす.

平均量 $\overline{X(t)}$, $\overline{Z(t)}$ は前に述べたように境界条件のような z_0 を含んだ複雑な型となる. しかしそれらの加速 度を考えれば z_0 の影響を受ないであろう. $t \gg H/V_*$ お よび $t \gg z_0/V_*$ であるとき*, 粒子の平均の加速度は次の ように表わされるはずである.

$$\frac{\frac{d^2 \overline{X(t)}}{dt^2} = \frac{V_{\star^2}}{L} \widetilde{\psi}_1 \left(\frac{V_{\star}t}{L}\right),$$

$$\frac{\frac{d^2 \overline{Z(t)}}{dt^2} = \frac{V_{\star^2}}{L} \widetilde{\psi}_2 \left(\frac{V_{\star}t}{L}\right)$$
(5.5)

ここで $\widetilde{\psi}_1, \ \widetilde{\psi}_2$ は粒子の運動を記述する 普遍関数 で ある. (5.5) を積分すれば

$$\frac{d\overline{X(t)}}{dt} = \overline{U(t)} = \frac{V_*}{k} \left[\psi_1 \left(\frac{V_*t}{L} \right) - \psi_1 \left(\frac{z_0}{L} \right) \right]$$
(5.6)

ここで ψ_1 , ψ_2 は普遍関数であり、また積分定数を考慮した.また

$$\frac{d\overline{Z(t)}}{dt} = \overline{W(t)} = V_* \psi_2 \left(\frac{V_* t}{L}\right)$$
(5.7)

ここで W(t) は本質的に変動量と同じような 性質を も ち z_0 の影響をうけないとした. ψ_1, ψ_2 はそれぞれ形式 的に次のように表わせる.

$$\psi_1(\zeta) = k \int_0^\zeta \widetilde{\psi}_1(\zeta') d\zeta', \quad \psi_2(\zeta) = \int_0^\zeta \widetilde{\psi}_2(\zeta') d\zeta'$$

いま (5.7) をさらに積分すると

$$\frac{\overline{Z(t)}}{L} = \psi_3 \left(\frac{V_* t}{L} \right) \tag{5.8}$$

これは形式的に次のように書ける.

$$\frac{V_*t}{L} = \psi_3^{-1} \left(\frac{\overline{Z(t)}}{L} \right)$$
(5.9)

(5.9) を (5.6) および (5.7) に代入すれば

$$\overline{U(t)} = \frac{d\overline{X(t)}}{dt} = \frac{V^*}{k} \left[\varphi_1 \left(\frac{\overline{Z(t)}}{L} \right) - \varphi_1 \left(\frac{z_0}{L} \right) \right] (5.10)$$
$$\overline{W(t)} = \frac{d\overline{Z(t)}}{dt} = bV_* \varphi_2 \left(\frac{\overline{Z(t)}}{L} \right) \quad (5.11)$$

ここに φ_1 , φ_2 は普遍関数である. また (5.11) におい て b は便宜的に導入された.

かくして粒子の x 方向, z 方向の速度は次元解析によって完全に記述される.一方,粒子の 確率分布 を示 す (5.4) は (5.8),(5.9) を 使用することにより 次のよう に形式的に書ける.

p(X', Y', Z';t) =

$$\frac{1}{[\overline{Z(t)}]^3} \tilde{w}_3 \left(\frac{\overline{X'}}{\overline{Z(t)}}, \ \frac{\overline{Y'}}{\overline{Z(t)}}, \ \frac{\overline{Z'}}{\overline{Z(t)}}; \ \overline{\frac{\overline{Z(t)}}{L}} \right) (5.12)$$

ここに \tilde{w}_{3} は普遍関数である. (5.6) において一般に時 刻 *t* におけるラグランジ的な多くの 粒子 の 平均 速度 $\overline{U(t)}$ は平均的高さ $\overline{Z(t)}$ における平均風速 $U(\overline{Z(t)})$ に 近似的に等しい. ただし厳密には等しくなく Batchelor はこれを考慮して補正定数 $C(\approx 1)$ を導入した.

 $\overline{U}(t) = \frac{d\overline{X}}{dt} = \frac{V_{\star}}{k} \left[\varphi_1 \left(\frac{C\overline{Z(t)}}{L} \right) - \varphi_1 \left(\frac{z_0}{L} \right) \right] \quad (5.13)$ かくしてラグランジ的相似が Monin-Obukhov のオイラ ー相似則と全く同じ形式で記述できた. しかしながらあ くまでも形式的な論議であるので,実際は非常に単純化 したある極限の場合についてのみ取扱われている.

Gifford (1962) はすでに温度成層のある場合に上の考 え方を適用してある程度成功しているが、その扱い方は 厳密を欠く.いま単純な場合として中立成層を考える. $L=\infty$ となり (5.11), (5.12), (5.13) より次の式が成 立する.

$$\frac{d\bar{X}}{dt} = \frac{V_*}{k} \ln \frac{C\bar{Z}}{z_0}$$
(5.14)

$$\frac{d\overline{Z}}{dt} = bV_* \tag{5.15}$$

$$p(X', Y', Z';t) = \frac{1}{[\overline{Z(t)}]^3} \widetilde{w}_3 \left(\frac{X'}{\overline{Z(t)}}, \frac{Y'}{\overline{Z(t)}}, \frac{Z'}{\overline{Z(t)}} \right)$$
(5.16)

(5.14), (5.15) を用いれば風下距離と拡がりとの関係 が求まる.その結果は近似的に $\overline{Z} \propto \overline{X}^{0.8 \sim 1.0}$ である.も しある点源から拡散粒子が連続的に放出されているとす る.任意の時刻に (X, Y, Z) の近傍に拡散粒子を見出す 確率は時刻 t に関して 0 から ∞ まで (5.16) を積分

*天気/ 13. 9.

^{*} $z_0 \ge V_{*t}$ とが同程度のとき、つまり粒子が地表 面に近い所にあるときは加速度が完全に z_0 の影 響を受けないとは仮定できない。

したものに比例する. いま点源の強さを Q とすれば 地 上軸上濃度 C_p は次の式で表わされる.

$$C_p(x, 0, 0) = Q \int_0^\infty \frac{1}{[\bar{Z}]^3} \tilde{w}_3 \left(\frac{X'}{\bar{Z}}, 0, 0 \right) dt \quad (5.17)$$

 \tilde{w}_3 の型について先見的には決まらないが、平均位置 \overline{X} に粒子が集中していればX'は近似的に0となり点 \overline{X} に鋭い最大値をもつ確率分布が考えられるので、(5.17)は(5.14)、(5.15)より暫近的に次のように表わされる.

$$C_{p}(x, 0, 0) \sim \left(\frac{Q}{\overline{Z}^{2}} \frac{1}{\frac{V_{*} \ln \overline{CZ}}{k}}\right)_{x = \overline{X}}$$
$$\sim \left(\frac{Q}{\overline{Z}^{2}U(\overline{Z})}\right)_{x = \overline{X}}$$
(5.18)

一方 (5.14) と (5.15) から次の式が近似的に得られる. $\bar{Z}_{\infty}(x)_{r \sqsubseteq \bar{Y}}$ (5.19)

かくして最初に述べたように (5.18) から中立状態で接 地層の中での拡散は等分性乱流の中で見られ た よ う な $x^{\frac{1}{2}}$ の拡がり方と違い x に比例した拡がり方をかなり距 離で見られることになる.

以上述べたのはかなり基礎的な理論である. 多少厳密 性を欠くが Malhotra and Cermak (1963) によって風 洞実験の結果が上の理論に基づいて解析された. 比較的 よく合っていると云える.

つぎに (5.15) に含まれている経験的に定めるべき定数 b について述べる. Pasquill (1966) は拡散係数 K と煙の鉛直方向の拡がりの速さとの間に次の関係があることを示した.

$$\frac{d\bar{Z}}{dt} = \frac{dK}{dz}$$
(5.20)

中立成層では $K=kzV_*$ であることより b=k(=0.4) で あるとした. Cermak (1963) は実験より b=0.1を出し ている. 一方 Ito (1966) は直観的に次元解析より次の 式を提出している.

$$\frac{d\bar{Z}}{dt} = \frac{K}{\bar{Z}}$$
(5.21)

Pasquill や Cramer の得た値を解析してよい一致を得ている.

6. むすび

最近の大気乱流研究の発展は新しい測器の開発によっ て変動量の細かい測定ができるようになったことと大規 模な野外実験が行われるようになったことによることが 大きい.超音波を利用した風速計および温度計,赤外線 を用いた湿度計などはこれはこれまでベールにつつまれ ていた乱流の構造に鋭いメスを入れ未知の世界を開いて 行きつつある.広い範囲の共同研究によって遠距離まで の接地層の構造や拡散の状況がだんだんとわかるように なった.しかし研究は初期の段階で地形の複雑な場合や 定常でない場合はまだ扱われていない状態にある.乱流 輸送の章で述べた Townsend らの試みや最近はじめら れた Inoue らの植物中での乱流研究等は そのいいぐち ともなろう.また複雑な地形における乱れの様子は風洞 実験などによって研究されているが,残された問題は実 際の場合との相似則である.Nemoto の研究はその解決 への一歩であろう.

さて大気乱流研究のもう一つ大きな問題として他の研 究分野と共同して共に発展することである.これまで扱 った小規模な乱流場を中規模あるいは大規模の乱流まで 拡大することもその一つである.距離の長い拡散現象を 扱うとすれば必然的にこの問題につきあたる.また大気 と海洋の相互作用という大きな研究課題でも大気乱流の 果す役割は非常に大きい.

わが国の大気乱流研究の態勢を見よう.大気乱流研究 グループという多方面の研究者を包んだ研究グループが あり研究発表や連絡の役目をして来て大きな成果を上げ て来たが、組織としてのセンターがいまだにない.個人 研究の段階ではまだしも大規模な共同研究が必要となっ て来ている現在、やはりセンターがあって強力に推進し て行かねばならない時期であろう.

参考書

乱流一般(以下の外,数が多い)

- Batchelor, G.K., 1953: The theory of homogeneous turbulence. Cambridge Univ. Press, Cambridge, England.
- Hinze, J.O., 1959: *Turbulence*. McGraw-Hill, New York.

谷一郎, 1949: 乱流理論, 克誠堂.

Townsend, A.A., 1956: *The structure of turbulent shear flow.* Cambridge Univ. Press, Cambridge, England.

大気乱流

- 構造その他
 - Lumley, J.L. and H.A. Panofsky, 1964: The structure of atmospheric structure. John Wiley & Sons, New York.
 - Monin, A.S. and A.M. Yaglom, 1965: *Statistical hydrodynamics*. Nauka (FML), Moscow. (in Russian)
 - 小倉義光, 1955: 大気乱流論. 地人書館.
 - Sutton, O.G., 1953: *Micrometerology*. McGraw-Hill, New York.

乱流輸送

1966年9月

Priestley, C.H.B., 1959: *Turbulent transfer in the lower atmosphere*. University of Chicago Press, Chicago.

- Pasquill, F., 1962: Atmospheric diffusion. D. Van Nosrand, London.
- Sutton, O.G., 1949: Atmospheric turbulence. Methuen, London.
- U.S. Weather Bureau, 1955: Meteorology and atomic energy. U.S. Government Printing Office.

参考文献

- Batchelor, G.K., 1964: Diffusion from sources in a turbulent boundary layer. Arch. Mech., Stosowanej, 16, 661-670.
- Berman, S., 1965: Estimating the longitudinal wind spectrum near the ground. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 91, 302-317.
- Calder, K.L., 1949: The criterion of turbulence in a field variable density with particular reference to conditions in the atmosphere. *Quart. J. Roy. meteor. Soc.*, 75, 71-88.
- 4) Cermak, J.E., 1963: Lagrangian similarity hypothesis applied to diffusion in turbulent shear flow. J. Fluid Mech., 15, 49-64.
- 5) Crawford, T.V., 1965: Moisture transfer in free and forced convection. Quart. J. Roy. meteor. Soc., **91**, 18-27.
- Davenport, A.G., 1962: The spectrum of horizontal gustiness near the ground in high winds. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 87, 194-211.
- Gifford, F., 1962: Diffusion in a diabatic surface layer. J. geophys. Res., 67, 3207-3212.
- Inoue, E., 1963: Micrometeorological research in Japan. Science Progress, 51, Meteorology, 69-80.
- Ito, S., 1966: Atmospheric diffusion in the earth's boundary layer. Geophysical Magazine, Japan Meteor. Agency, 33, 1-69.
- Malhotra, R.C. and J.E. Cermak, 1963: Windtunnel modeling of atmospheric diffusion. J. geophys. Res. 68, 2181-3184.
- McVeil, G.E., 1964: Wind and temperature profiles near the ground in stable stratification. *Quart. J. Roy. meteor. Soc.*, **90**, 136-146.
- Monin, A.S., 1959: Smoke propagation in the surface layer of the atmosphere. Advances in Geophysics, 6, 331-343.
- Monin, A.S., 1962: Empirical data on turbulence in the surface layer of the atmosphere.

J. geophys. Res., 67, 3103-3109.

- 14) Monin, A.S. and A.M. Obukhov, 1954: The basic regularity in turbulent mixing in the surface layer. *Trudy Geofiz. Inst. Akad. Nauk* SSSR, No. 24, 163-187.
- 15) 根本茂, 1960: 大気乱流, 測候時報, 27, 240-247.
- 16) Panofsky, H.A., 1962: The budget of turbulent energy in the lowest 100 meters. J. geophys. Res., 67, 3161-3165.
- Panofsky, H.A., 1963: Determination of stress from wind and temperature measurements. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 89, 85-94.
- Rider, N.E., 1954: Eddy diffusion of momentum, water vapour, and heat near the ground. *Phil. Trans. Roy. Soc.*, A 246, 481-501.
- Pasquill, F. 1966: Lagrangian similarity and vertical diffusion from a source at ground level. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 92, 185-195.
- 20) Swinbank, W.C., 1951: The measurement of vertical transfer of heat and water vapour and moisture in the lower atmosphere with some results. J. Meteor., 8, 135-145.
- Swinbank, W.C., 1964: The exponential wind profile. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 89, 119– 135.
- Takeuchi, K., 1961: On the structure of the turbulent field in the surface boundary layer. J. meteor. Soc. Japan, 39, 346-367.
- Takeuchi, K., 1962: On the nondimensional rate of dissipation of turbulent energy in the surface boundary layer. J. meteor. Soc. Japan, 40, 127-135.
- 24) Takeuchi, K. and O. Yokoyama, 1963: The scale of turbulence and the wind profile in the surface boundary layer. J. meteor. Soc. Japan, 41, 108-117.
- Taylor, R.J., 1960: Similarity theory in the relation between fluxes and gradients in the lower atmosphere. Quart. J. Roy. meteor. Soc., 86, 67-78.
- 26) Townsend, A.A., 1965: The response of a turbulent boundary layer to abrupt changes in surface conditions. J. Fluid Mech., 22, 799-822.
- 27) Yaglom, A.M., 1965: Lagrangian properties of turbulences of turbulence in a diabatic surface layer and in convective jets. *Izv. Atmospheric and oceanic phys. Ser.*, 1, 157-166.

乱流拡散