

## 流れの安定性について

新野 宏\*

## 1. 自然の中の規則性

一見乱雑に思える自然の中に、私達は時折思いもかけない規則性を見いだして驚くことがあります。砂丘の風紋、水面の波、雪の結晶、飛行機や衛星から見る雲の列、干上がった池のひび割れ模様……。芸術家ならずとも、それらの美しさに胸を打たれたことのある方は多いことでしょう。そもそも美しさというものは、それが壊れ易いものであるほど益々美しく感じるものです。平素非常に複雑で掴みどころがないと思っている自然が、何かの偶然でいつ消えてなくなるかも知れない規則性を自分だけにだけ見せてくれた。このような想いが、規則性を見いだした人の喜びを大きくしているのかも知れません。しかし、その喜びをただ享受しているだけでは自然科学を学ぶものとしてはもの足りません。ここでは、自然がどの様にして美しい規則性を作り出すのかという問いかけをきっかけにして、流れの安定性と呼ばれる概念とその気象学における応用についてお話してみたいと思います。

## 2. 流れの安定性の概念

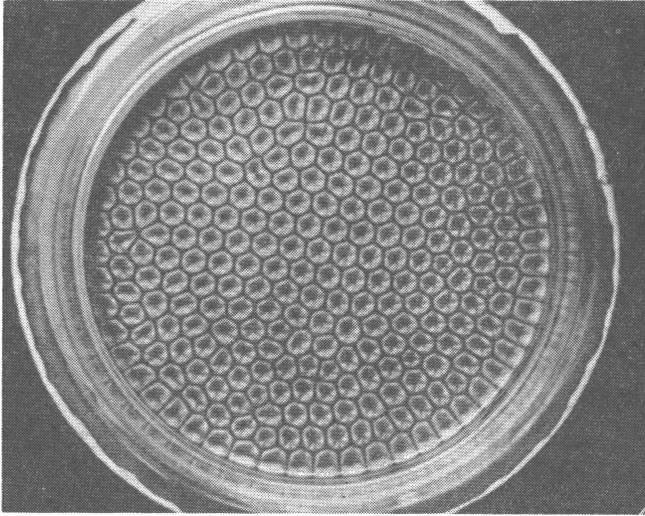
第1図の美しい模様は、水平に置いた円筒容器の中に薄いシリコン油の層を作り、容器の底を一様に加熱したときに得られたものです。この現象は、1900年ベナール(Bénard)という人が室内実験を行って見いだしました。『室内実験なんて人為的にやるものだから、そこで規則正しい模様ができたって別に感激なんかしないよ』という人はちょっと待って下さい。あなたは一体この美しい模様ができる原因を説明できますか？ この実験で、人間が行ったことといたら容器の底を一様に加熱したことだけなのですから。それ以外は、容器の中のシリコン油(以下では、流体と呼ぶことにします。流体とは、気体と液体の総称と思って頂ければ結構です)が自然の法

則に従って行ったことです。規則性は自然が作り出したものなのです。

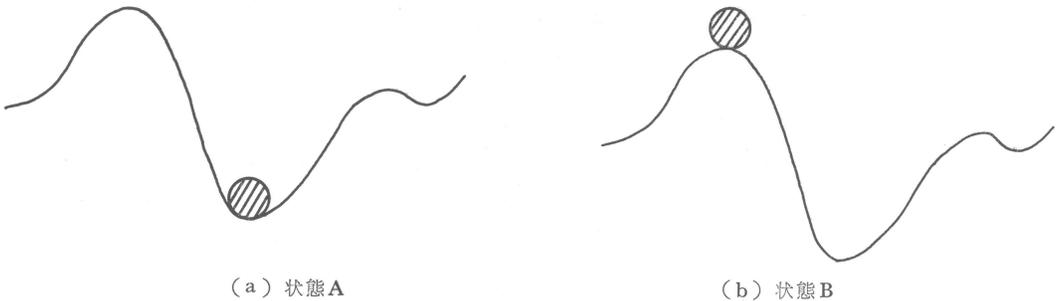
実験を様々な条件で行ってみると、更に面白い事実がわかってきます。底での加熱が弱いときには、模様は全く現れません。しかし、加熱がある値を越えると第1図のようなほぼ六角形の模様が見られるようになります。ところで、この様な模様は流体中に混ぜてあるアルミ粉によって、流体の運動が目に見えるようになったものです。従って、加熱が弱く模様がない状態と言うのは、流体が運動していない状態を表していると考えられます。運動がないのですから、底で供給された熱は、熱伝導によってのみ上へと運ばれます。この状態は熱伝導状態と呼ばれます。一方、加熱が強いときには、六角形の中心付近で上昇、縁付近で下降する運動が存在しています。この時、熱は流体の運動(対流と呼ばれます)と熱伝導の両方で運ばれるため、この状態を対流状態と呼びます。

熱伝導状態はいたるところ運動がなく水平方向に一様ですから、底を一様に加熱したときに生ずる状態として何の不思議もありません。しかし、対流状態は水平方向に非一様です。果たして、一様な加熱から非一様な状態が生ずるようなことが可能でしょうか？ 答えは、ノーです。確かに、加熱が完全に一様で容器の底も完全に平らならば、非一様な状態が実現することは論理的にあり得ません(このとき、実現する状態は、水平方向に厳密に一様な熱伝導状態に限られます)。問題は、ここで『完全に』と強調したところにあります。どんなに注意深く準備しても、室内実験において、容器の底を完全に平らにしたり、完全に一様に加熱したりすることはできません。容器の底は一見平らに見えても、必ず目に見えない凹凸を伴っていますし、加熱にしても検出不可能な『むら』がつきものです。一般に、容器の形や加熱の仕方など、流体の外から与えられた条件で流体の運動に影響する条件を外部条件と呼びます。室内実験では、外部条件

\* Hiroshi Niino, 気象研究所



第1図 薄いシリコン油の層を下から加熱したときに生ずる六角形状の対流を油の中に混ぜたアルミ粉末によって目に見えるようにしたもの (Koshmieder and Pallas, 1974).



第2図 凹凸の地形の上に静止しているボール (左側：谷底に静止, 右側：山頂に静止)

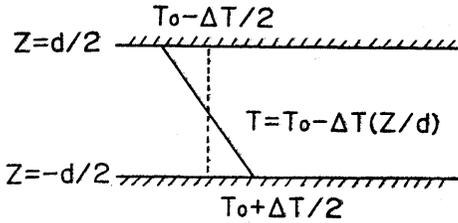
は一見水平方向に一様に見えますが、厳密には一様ではないのです。ですから、そこに生ずる運動が水平方向に非一様であっても論理的には矛盾がないことになりま

す。しかし、いくら厳密には一様でないといっても、外部条件の一様性からのずれは検出不可能なくらい小さなものです。そんな小さなずれによって、第1図のように大きく一様性を失った流れが作られるものでしょうか。事実、加熱が弱いときには、ほぼ一様性を持った熱伝導状態 (検出不可能な一様性からのずれはあるにしても) が実現しているではありませんか。

この一見不思議な現象も、少し気を付けて辺りを見渡してみると、意外と身近なところに良く似た例があるこ

とに気がきます。第2図を見て下さい。でこぼこの地形があり、左側の図では谷底に、右側の図では山頂にボールが静止しています。左側の状態を状態A、右側の状態を状態Bと呼ぶことにしましょう。状態Aに少しくらい振動を加えてもボールの位置は殆ど変わりません。しかし、状態Bにほんの少し振動を加えると、ボールはあっという間に坂道を転がり落ちてしまいます。このことを、状態Aは安定、状態Bは不安定と言います。

加熱の強いときの厳密に一様な熱伝導状態は状態Bに似た状況にあると考えられます。完全には一様でない外部条件によって、流体内部に一様性からのずれ (以下では、擾乱と呼びます) が作られますと、一気に一様性を失った流れへと移行してしまいます。これに対して、



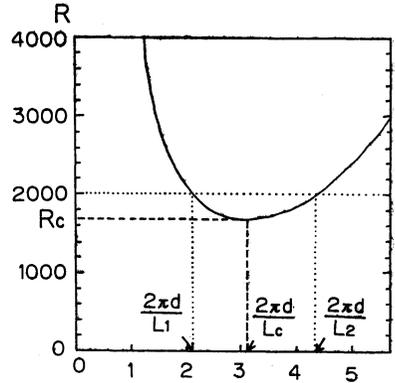
第3図 レーリーのモデル

加熱が弱いときの厳密に一樣な状態は状態Aに似た状況にあると考えられます。少しくらい擾乱が加わっても、ほぼ一樣な熱伝導状態にとどまります。このことから、加熱の強さは、厳密に一樣な熱伝導状態が安定であるか不安定であるか（すなわち、第2図に例えれば、地形が山頂か谷底か）を支配する重要な役割を演じていることがわかります。一般にこの様な役割を持つ量を安定性パラメータと呼びます。ここでは、簡単の為にこのパラメータをRと書くことにしましょう。第1図の実験では、Rが小さければ厳密に一樣な熱伝導状態は安定、大きければ不安定と言うわけですから、安定と不安定の境目を与えるRの値が存在するはずで、このRの値を臨界値と呼び、 $R_c$ と書くことにします。

### 3. 規則的な模様が発生

前節では、 $R > R_c$ ならば厳密に一樣な熱伝導状態は非一樣な擾乱が加わったとき不安定で、一樣性を持たない流れへと移行することを見てきました。しかし、一樣性を失った結果どのような流れに移行するかについては議論しませんでした。第1図の実験結果は、不安定の結果として、特定のサイズを持った六角形の中心で上昇、縁で下降するような運動が一面に生ずることを示しています。このような六角形状の運動はなぜ生ずるのでしょうか？ また、六角形のサイズはどのように決まるのでしょうか？

一樣な熱伝導状態に非一樣な擾乱が加わった結果として、六角形状の運動へと移行したことは、六角形状の運動が非一樣な擾乱から成長してきたことを示唆しています。ところが、非一樣な擾乱はもともと容器の底の凹凸や加熱の『むら』によって引き起こされたものですから、特定のサイズの六角形状の擾乱だけからなるものではなく、むしろ様々なサイズの、ありとあらゆる形の擾乱が複雑に重なり合ったものであると考えられます。従って、これらの多くの擾乱のうちから特定のサイズの六



第4図 様々なレーリー数と擾乱のサイズに対する擾乱の振舞い。実線は中立曲線。(木村, 1983より)。Rayleigh (1916)は上下の境界上で流体が滑る場合を考えたが、実際の実験と良く対応するのは滑りのない場合。ここに示した中立曲線は Jeffreys (1928)の求めた滑りのない場合のもの。

角形状の運動だけが目立つようになる為には、このサイズの六角形状の擾乱だけが成長できるかあるいはその成長率が他の擾乱の成長率より大きいことが必要と思われ

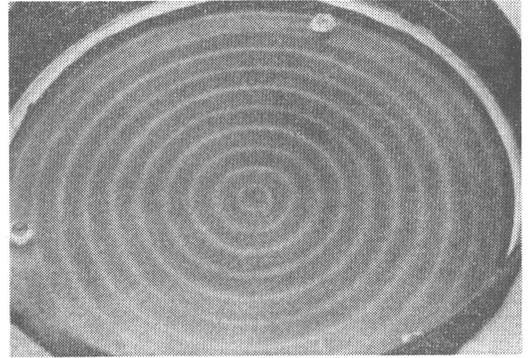
ます。様々なサイズと形状の擾乱がどのような成長率を持つかを正確に知るには、流体の運動と温度変化を支配する微分方程式に基づいて擾乱の振舞いを調べる線形安定性理論と呼ばれる理論的取扱いによらねばなりません。レーリー (Rayleigh, 1916) はベナールの実験を理論的取扱いに向くように第3図のようにモデル化し、線形安定性理論を展開しました。すなわち、厚さdの流体の下面の温度を  $T_0 + \Delta T/2$ 、上面の温度を  $T_0 - \Delta T/2$  に保つとき、熱伝導の為に流体内部には、水平方向に一樣で高さ方向には温度の減少率が一樣な温度分布が生じます。この熱伝導状態に様々なサイズの擾乱を加えたときにどのように振舞うかを調べたわけです。その結果、擾乱の振舞いはレーリー数と呼ばれる次元を持たない量  $R = g\Delta T d^3 / (T_0 \nu)$  によって主に決まることがわかりました。ここで、gは重力による加速度、 $\kappa$ は熱伝導の良さを表す量(温度伝導度と呼ばれます)、 $\nu$ は流体の粘りこさを表す量(動粘性係数と呼ばれます)です。

第4図は様々なレーリー数と擾乱のサイズLに対する擾乱の振舞いをまとめたもので、横軸は擾乱のサイズの逆数に比例する量 ( $2\pi d/L$ )、縦軸はレーリー数です。図

中の曲線は、擾乱が成長も減衰もしなくなる（この状態を中立と言います）サイズとレーリー数の組み合わせを示し、中立曲線と呼ばれます。中立曲線より下の領域では、擾乱は減衰し、上の領域では成長します。この図から、 $R$ がある臨界値  $R_c$  より小さければ、どのようなサイズの擾乱も減衰してしまうことがわかります。すなわち、熱伝導状態は安定です。 $R=R_c$  ならばただ1つのサイズ（このサイズを臨界波長  $L_c$  と呼びます）の擾乱だけが成長も減衰もしませんがそれ以外のサイズの擾乱はすべて減衰してしまいます。このことを、熱伝導状態は中立であるといいます。 $R>R_c$  ならば  $L_c$  に近いサイズを持った擾乱が成長しそれ以外のサイズの擾乱は減衰することがわかります。すなわち、熱伝導状態は不安定です。特に、 $R$  が  $R_c$  よりほんの少しだけ大きいときに成長する擾乱はほぼ  $L_c$  のサイズのものだけとなります。線形安定性理論によると、擾乱が成長（減衰）するときにはその振幅は時間と共に指数関数的に増大（減少）します。このことは、 $R$  が  $R_c$  よりほんの少しだけ大きいとき、十分時間がたった後にはほぼ  $L_c$  のサイズの擾乱だけがみられることを予想させます。なぜ、室内実験で特定のサイズを持った模様だけが現れるのか明らかになったわけです。

少しくどくなるかも知れませんが、ここでレーリーの得た結果の物理的な意味あいを考えておきたいと思います。第3図のモデルで、流体の温度は上へ行くほど低くなっていますので、その密度は上へ行くほど大きくなっています。いま、下（上）面近くの流体の塊がなんらかの原因ではほんの少し上（下）へ動かされたとしますと、塊の密度は周囲の密度より小さい（大きい）はずです。このため、塊には上（下）向きの浮力が働き、上（下）へと加速されます。少し上（下）へ行くと、周囲との密度差はますます大きくなりますので、ますます上（下）へと加速されます。この様子は、第2図で山頂からボールが転がり落ちるのと良く似ており、レーリーのモデルで熱伝導状態が不安定になるのは、正にこの様な機構が働くためです。実際には、流体に粘りけや熱伝導があるために、上下の温度差  $\Delta T$  がある程度大きくならなければ、塊は途中で浮力を失ったり周囲の流体から抵抗を受けたりして運動を続けることはできません。この為、 $R$ がある有限の  $R_c$  より大きくしなければ不安定にならないのです。

ところで、流体の厚さ  $d$  は有限ですから、上（下）へ向かう流れは上（下）面にぶつかると上（下）面に沿っ



第5図 レーリーのモデルに対応する室内実験を行ったときに生ずる規則正しい縞目状の模様 (Koschmieder, 1966).

て水平に流れ、どこかで下（上）に向かう流れに転じなければならず、流れは鉛直面で閉じた循環になると予想されます。ところで、このような循環を作り出す原動力は上昇域と下降域で働く浮力ですから、上（下）面付近の水平な流れは循環を維持するのになんの足しにもなりません。従って、もし流体に粘りけや熱伝導がなければ、上昇域と下降域が無限小の距離で隣接しているような循環を伴う擾乱が最も大きな成長率を持つと予想されます。一方、現実の流体のように粘りけや熱伝導がある場合には、上昇域と下降域があまり隣接していると、お互いの間に大きな摩擦力が働いたり、お互いの中で熱のやりとりをして浮力が減少したりするためにかえって成長率が小さくなってしまいます。ほど良い距離で上昇域と下降域が隣り合う擾乱の成長率が最も大きくなるわけです。

レーリーの理論は、ベナールの実験結果をうまく説明したかには見えますが、後年いくつかの問題点があることがわかってきました。その中でも最も深刻なものは、第1図のような模様がベナールの実験装置で底を冷却しても生ずることがわかってきたことです (Block, 1956)。詳しい説明は省きますが、現在ではベナールが得た美しい模様は、レーリーが考えたように流体の密度変化によって生じた不安定によるものではなく、流体の上面で働く表面張力の温度依存性によって生じた不安定によるものであると考えられています (Pearson, 1958) しかし、レーリーが考えた流体の密度変化によって生ずる不安定は、自然界のいたるところで生じており、その理学的・工学的応用の幅広さから、その後様々な分野において精力的に調べられるようになりました。

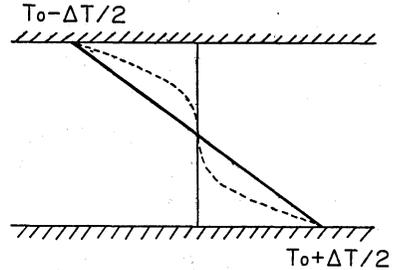
第5図は、レーリーのモデル(第3図)に対応する室内実験を行ったときに得られた模様です。ベナールの実験と違って、縞目状の規則正しい模様が見られます。これは、周方向には一様で半径方向には上昇流と下降流が交互にあるような流れが実現していることを示しています。この様な流れを、ロール状対流と呼びます。上面と下面との温度差を大きくしていき、初めてロール状対流が現れるレーリー数とそのときの対流のサイズは、線形安定性理論によって得られる臨界値と臨界波長に良く一致し、この実験で生ずる不安定がレーリーの考えた機構によっていることを裏づけています。

4. 規則的な模様の維持

前節では、 $R > R_c$  のときになぜ特定のサイズの模様が成長してくるのかについて説明しました。しかし、その成長はどこまでも続くものでしょうか？ また、レーリーのモデルでは、なぜ六角形ではなくロール状対流が実現するのでしょうか？ この節では、この2つの疑問について考えていくことにします。

第2節でも述べましたが、 $R < R_c$  のときには熱は熱伝導だけで運ばれますので、流体中の温度分布は第6図に実線で示すように一様な温度減少率を持ちます。しかし、 $R > R_c$  となって対流が発生し始めますと、対流が上向きに熱を運ぶため、熱伝導だけがある場合に比べて相対的に下層で低温、上層で高温となり、中層の温度減少率が小さくなるはずですが、この様な様子が、第6図に点線で示してあります(対流があると、温度は水平方向にも一様ではありませんので、水平方向に平均した温度の鉛直分布が示してあります)。流体の塊がほんの少し上(下)へ移動したときに働く浮力(下向きの浮力)は、温度減少率が大きいほど強く働きますから、中層で温度減少率が小さくなると擾乱を成長させる原動力は弱くなります。このため、擾乱の成長率は、擾乱の振幅が大きくなり上向きの熱輸送が増えて、中層の温度減少率が小さくなるほど小さくなってきます。そして、十分時間がたった後には、擾乱の振幅が非常に大きくなり、中層の温度減少率が極めて小さくなって、擾乱の成長は止まってしまう、一種の定常状態が実現することが予想されます(第5図に示された室内実験で得られる模様は、既に成長を止めて平衡状態に達した擾乱に伴う流れを見ていると考えられます)。

擾乱が非常に小さな振幅から成長し、大きな振幅となって平衡に達する過程は、数学的にはランダウ方程式と



第6図 対流のないとき(実線)とあるとき(点線)の温度の鉛直分布(レーリー数が臨界値の3.81倍のとき)。(木村, 1983をもとにして作成)

呼ばれる簡単な常微分方程式

$$dA/dt = \alpha A - \beta A^3 \tag{1}$$

で表されます。ここで、 $A$  は擾乱の振幅、 $t$  は時間、 $\alpha$ 、 $\beta$  は定数 ( $\beta > 0$ ) です。振幅  $A$  が  $(|\alpha|/\beta)^{1/2}$  に比べて十分小さい場合には、(1) の右辺第2項が無視できるので、(1) は

$$dA/dt = \alpha A \tag{2}$$

となります。(2) は  $A$  と  $dA/dt$  に関して1次(線形)の項しか含まないので線形微分方程式と言います。これに対して、(1) は  $A$  の三次の項(非線形項)を含みますので非線形微分方程式と言います。前節で触れた線形安定性理論では、擾乱がもともと外部条件の一様性からのずれという非常に小さな振幅のものに起因していることを考慮して、擾乱の運動と温度変化を支配する微分方程式において非線形項を無視する取り扱いをしています。このため、擾乱の振幅の時間変化を支配する式は本質的に(2)のような形となります。このとき振幅  $A$  の時間変化は  $A_0$  を  $t=0$  における振幅として、 $A = A_0 \exp(\alpha t)$  となります。前節で、線形安定性理論では、振幅が時間と共に指数関数的に増大または減少するといったのはこのことによるのです。 $\alpha$  は擾乱の成長率と呼ばれ、この場合はレーリー数、擾乱のサイズの関数です。第4図の中立曲線より上では  $\alpha$  は正、下では負、曲線上では0となります。以下では、サイズが臨界波長  $L_c$  に等しい擾乱を考えることにすると、第4図から  $R > R_c$  のとき  $\alpha > 0$ 、 $R = R_c$  のとき  $\alpha = 0$ 、 $R < R_c$  のとき  $\alpha < 0$  となります。

ところで、 $R$  が  $R_c$  よりほんの少しだけ大きくなると、サイズがほぼ臨界波長の擾乱が成長し始めます。最初は擾乱の振幅が小さいので、振幅の時間変化は(2)で

良く表され、振幅は指数関数的に増加します。しかし、次第に振幅が大きくなるにつれ(1)の右辺第2項が無視できなくなってきた、擾乱の成長率が小さくなり、最終的には振幅が $(\alpha/\beta)^{1/2}$ に等しくなって成長が止まるわけです。擾乱による熱輸送の為温度の鉛直勾配が緩やかになり、成長率が小さくなる効果は、(1)の右辺第2項すなわち非線形項として現れます。

次に、なぜロール状の対流が実現するのかについて考えてみることにしましょう。前節ではわざと触れませんでした。線形安定性理論によれば、どの様なサイズの対流が実現するかは求まりますが、どの様な形状の対流が実現するかは求まりません。これは、線形安定性理論では、同じサイズのロール状、六角形状、正形状の擾乱は全て同じ成長率を持つという事情によります。従って、 $R$ が少しだけ $R_c$ より大きくなったときに出現する対流は、サイズがほぼ $L_c$ に等しいロール状、六角形状、正形状のいずれも可能なこととなります。特に、十分時間が経った後には、いずれの対流も一定の振幅に達して定常になると考えられます。ところが、室内実験を行うと第5図のようなロール状対流が実現するのはなぜでしょう。

ここで、とっさに第2図の凹凸の地形を頭に思い浮かべられた方は良い物理的センスの持ち主です。ロール状の対流が定常状態に達した状態は谷底、六角形状と正形状の対流が定常に達した状態は山頂にボールがあるのに似た状態にあるのです。外部条件によって強制された初期の擾乱の中には、ロール状、六角形状、正形状など様々な形状のものがあるはずですが、仮に、なんらかの方法で定常な六角形状あるいは正形状の対流が作り出せたとしても、微小な振幅のロール状の擾乱が強制されると、ロール状擾乱がどんどん成長する一方で六角形状或は正形状の対流の振幅はどんどん小さくなってしまい、遂にはロール状対流だけになってしまいます。一方、定常なロール状対流があるときには、微小な振幅の六角形状あるいは正形状の擾乱が強制されても、これらは次第に減衰して見えなくなってしまいます。すなわち、定常なロール状対流がある状態は安定ですが、定常な六角形状あるいは正形状の対流がある状態は不安定なのです。室内実験で特定のサイズのロール状対流が実現するのはこの様な理由によっています。この例からもわかりますが、安定性の概念は複数個存在する定常状態のうちで実際にはどの状態が実現されるかを判定する重要な役割を担っていることがわかります。

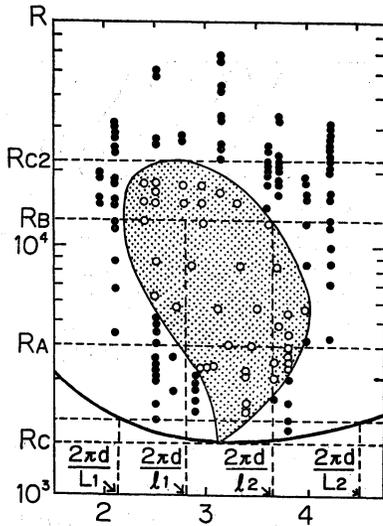
話は少し元へ戻りますが、(1)は $R < R_c$  ( $\alpha < 0$ )のとき1つの定常解(方程式の解のうち $d/dt=0$ をみたすもの) $A=0$ ,  $R > R_c$  ( $\alpha > 0$ )のとき2つの定常解 $A=0$ ,  $A=(\alpha/\beta)^{1/2}$ を持ちます。このうち $A=0$ は対流がない状態、すなわち熱伝導状態、 $A=(\alpha/\beta)^{1/2}$ は定常な対流がある状態を表します。このように、同じ外部条件に対して2つ(一般には複数個)の定常解があることは非線形方程式の特色です(線形方程式(2)が常にただ1つの定常解 $A=0$ しか持たないことに注意して下さい)。 (1)の例では、 $R > R_c$ のときには定常解 $A=0$ に擾乱を加えても、定常解 $A=(\alpha/\beta)^{1/2}$ に擾乱を加えても、最終的には定常解 $A=(\alpha/\beta)^{1/2}$ に落ち着いてしまうので、定常解 $A=0$ は不安定、定常解 $A=(\alpha/\beta)^{1/2}$ は安定ということになります。2つの定常解のうち自然が選択するのは定常な対流がある状態というわけです。

### 5. 多重平衡状態と履歴現象

$R$ が $R_c$ よりほんの少しだけ大きいときにほぼ $L_c$ のサイズのロール状対流が実現することは、今までの説明でおわかり頂けたと思います。しかし、 $R$ が $R_c$ より十分大きいときには第4図からもわかるように、 $L_c$ のまわりで相当幅を持った( $L_1$ から $L_2$ の間の)サイズのロール状対流がすべて成長することが予想されます。様々なサイズのロール状対流が同時に成長するとすると規則正しい模様が実現することは期待できそうにもありません。 $R$ が $R_c$ より十分大きいときには、果たして、規則正しい模様は実現するのでしょうか? また、もし実現するとしたらそのサイズはどの様にして決まるのでしょうか?

答えから先に言ってしまうのですが、 $R$ が $R_c$ より十分大きなきに室内実験を行ってみますと、実際にはやはり規則正しいロール状対流が生ずることがわかります。しかし、同じレーリー数に対して何度も実験を繰り返してみると、実現するロール状対流のサイズは必ずしも毎回同じにはなりません。しかも、そのサイズは $L_1$ から $L_2$ の間のものがすべて実現するわけではなく、もっと狭い範囲のものに限られるのです。第7図は、第4図の中立曲線と一緒に、室内実験で実現するロール状対流のサイズとレーリー数の組合せを影をつけた領域で示したものです。

どうして、 $L_1$ から $L_2$ の間のすべてのサイズのロール状対流が実現しないのかは、BusseとWhitehead(1971)の実験によってわかりやすく説明されました。彼らは、



第7図 定常なロール状対流が安定するレーリー数と擾乱のサイズの組合せ。○印は Busse and Whitehead (1971)の室内実験で安定と判断された組合せ、●印は不安定と判断された組合せ。影をつけた領域は○印と●印の分布にもとづいて筆者が描いた定常なロール状対流の安定領域。太い線は、第4図の中立曲線を表す。

$L_1$  から  $L_2$  の間の様々な間隔の縞模様のスリットを用意し、これを通した光を実験水槽に当てることによって、流体中に人為的にロール状の擾乱を作り出し、これから成長してくるロール状対流の振舞いを調べたのです。その結果によると、あるレーリー数に対して、第7図の影をつけた領域の外側のサイズの擾乱を与えたときには、最初はスリットで強制したサイズのロール状対流が成長しますが、やがて複雑な遷移過程を経て、影をつけた領域の内側のサイズのロール状対流へと移行してしまいます。一方、影をつけた領域のサイズの擾乱を与えたときには、スリットで強制したサイズのロール状対流が成長し、そのまま定常状態を維持します。すでにお気づきの方がいるかも知れませんが、ここでも再び、安定性の概念が適用できることはいうまでもありません。影をつけた領域の外側のサイズの定常なロール状対流がある状態は不安定、内側のサイズの定常なロール状対流がある状態は安定というわけです。

定常なロール状対流の安定性を考えることによって、

実現する対流のサイズがなぜ影をつけた領域のものに限られるかは理解できました。しかし、それでも影をつけた領域内のどのサイズのロール状対流が実現しても不思議はないことになります。実際の室内実験では、流体は水平方向に無限に続いているわけではなく、実験水槽の大きさで限られています。実験水槽の横の壁ではこれを横切る流れはありませんので、規則正しいロール状対流の列ができるとき、水槽の中に並ぶロールの数は整数個にならなければなりません。従って、室内実験で実現するサイズは影をつけた領域内の全ての値ではなく、複数個のとびとびの値になります。このように、与えられた外部条件に対して複数個の安定な平衡状態があることを、多重平衡状態があるといいます。

多重平衡状態のうちどの状態に落ち着くかは、最初の流れの状態がどのようなものであったか、また外部条件がどのような経過を経て現在の状態に落ち着いたか等によります。例えば、室内実験で実現可能なロール状対流のサイズが影をつけた領域のうち  $l_1$  と  $l_2$  だけだとし、レーリー数が  $R_A$  のとき  $l_2$  のサイズのロール状対流が実現していたとしましょう。R を  $R_A$  からゆっくりと大きくして行くと、レーリー数が変わっても  $l_2$  のサイズのロール状対流が持続します。しかし、R が更に大きくなって  $R_B$  より大きくなると、 $l_2$  のサイズのロール状対流は影をつけた領域の外に出るため不安定になって、かわりに  $l_1$  のサイズのロール状対流が実現します。ここで、R を徐々に小さくして行って  $R_A$  まで戻すと、 $l_1$  のサイズのロール状対流が持続します。このように流れの過去の状態や経過が現在起きうる現象を決定的に左右することを履歴現象といいます。多重平衡状態や履歴現象の存在は、流体の運動と温度変化を支配する微分方程式の非線形性の現れであることはいうまでもありません。

以上見てきたように、R が  $R_c$  より十分大きいときにはなぜ特定のサイズのロール状対流が実現するかを理解するには、熱伝導状態の安定性、様々な形状の定常な対流がある状態の安定性、様々なサイズの定常なロール状対流がある状態の安定性、水槽の大きさ、流れがたどってきた過去の状態のすべてを考慮する必要があります。

### 6. 乱流への移行

第7図によると、定常なロール状対流が存在するサイズの幅は R が  $R_c$  より大きくなると最初広がりますが、ある程度より R が大きくなると再び狭まって行き、

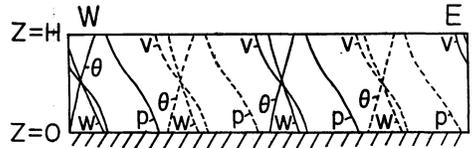
$R$  が  $R_{C2}$  を越えると遂には定常なロール状対流が存在しなくなってしまう。全ての定常なロール状対流が不安定になるというわけです。その結果としてどのような流れが実現するかは、流体のねばっさを表す量  $\nu$  と熱伝導の良さを表す量  $\kappa$  との比  $\nu/\kappa$  ( $=Pr$  とかいてプラントル数と呼びます) によって厳密には異なります。しかし、大まかにいえば、 $R > R_C$  になったとき、水平方向に一樣な熱伝導状態が不安定になり水平方向に一樣でないロール状対流が現れたのと丁度同じように、レーリー数が大きくなるにつれ、次々と複雑な空間構造を持つ流れが現れるようになると共に、時間的にも定常でなくなって複雑な時間変化を示すようになります。そして、レーリー数が非常に大きくなると、流れは空間的にも時間的にも極めて乱雑に変化する流れ(乱流と呼ばれる)へと移行してしまいます。流れは規則性を失うわけです。

以上述べてきた第3図で与えられるようなモデルに生ずる一連の対流現象を、その研究に貢献したベナールとレーリーを記念してレーリー・ベナール対流と呼びます。この様に単純な実験装置の中の流れが、上下の温度差(従ってレーリー数)を変えるだけで、水平に一樣な熱伝導状態、規則的なロール状構造をした定常対流、空間的にも時間的にも不規則に変動する乱流状態の対流と、一見全く異なった形態を示すことは注目値します。多くの場合乱雑な自然が規則性を見せるのは外部条件が特定の範囲(この場合、レーリー数が  $R_C$  と  $R_{C2}$  の間)にあるときに限られると考えられます。更に重要なのは、ここで見られたような一樣な状態から非一樣な規則的定常状態そして乱流状態へとという流れの形態の変化は決してレーリー・ベナール対流だけに特有な現象ではなく、様々な不安定現象に広く共通な現象であることです。ここまで紙面の大半を費やしてレーリー・ベナール対流を例にとって不安定現象の説明をしてきたのは、1つにはこの様な事実があるためと、もう1つは不安定の物理的機構がわかりやすいために現象が比較的身近に感じられるのではないかと考えたためです。以下では、これまで見てきた不安定性の考え方が気象学においてどのような役割を演じているかを見ていきたいと思います。

## 7. 大気における不安定性

### a) 傾圧不安定

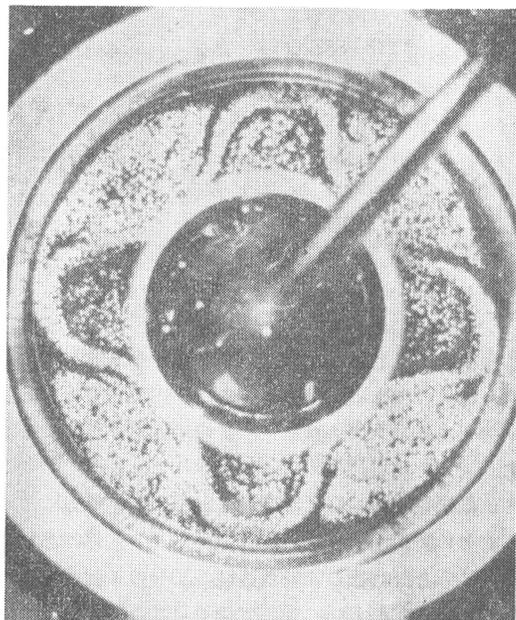
気象学が始まって以来最も重要な課題の1つは、中緯度の天気変化を作り出す温帯高・低気圧の成因を解明することでした。Charney (1947) と Eady (1949) は中



第8図 傾圧不安定で生じた渦の東西一鉛直断面を2組の高・低気圧に対して示したもの。Wは上昇流、Pは気圧、 $\theta$ は温度、 $v$ は北向き風速を示す。実線はそれぞれの量の最大値、点線はそれぞれの量の最小値を示す(木村, 1983にもとづいて作成)。

緯度の大気の状態を、東西方向に一樣で、南北に温度の勾配があり、西風が上層に行くほど強くなっている(このことを鉛直シアがあるといいます)定常な流れでモデル化し、この状態に様々なサイズの微少な振幅の擾乱が存在したときどの様に振舞うかを線形安定性理論によって調べました。その結果、東西方向に一樣な流れは南北の温度勾配がある程度より大きくなると(大きな規模の流れにおいては、南北の温度勾配と風速の鉛直シアのあいだに温度風の関係という比例関係があり、このことは鉛直シアが大きくなることと同等です)不安定になり、東西方向のサイズが3,000~4,000 kmの高・低気圧と良く似た構造を持つ渦列が成長してくることがわかりました。この様な不安定を傾圧不安定と呼びます。

第8図は傾圧不安定によって成長する渦の構造を東西-高度断面で見たものです。渦に伴う気圧が最も低いところと高いところの位置は、上の方ほど西にずれており、日々の地上天気図と高層天気図で見る高・低気圧(あるいは気圧の峰と谷)の構造と良く一致しているのがわかります。低気圧の前面では南風で温度が高く、後面では北風で温度が低くなっていますので、北風と南風のどちらによっても北向きに熱が運ばれ、その結果として南北の温度勾配が小さくなります。これらの渦のエネルギーは、もともと南北に温度勾配を持つ定常な流れが、温度勾配のない状態に比べて持っている潜在的な位置エネルギーから供給されるので、渦による北向き熱輸送によって南北の温度勾配が小さくなると渦の成長率も小さくなり、遂には成長を止めてしまうようになります(この様子は、レーリー・ベナール対流を丁度横倒しにしたのと似ています)。大気中では、この渦がやがて衰弱してしまうと、再び日射によって南北の温度差が作られ、ある程度温度差が大きくなると再び高低気



第9図 回転二重円筒の実験で得られた傾圧不安定により生じた規則正しい渦列(内側と外側の円筒の温度差10度,水深10cm,回転台の回転数1.0 rad/sec)(瓜生,1973).

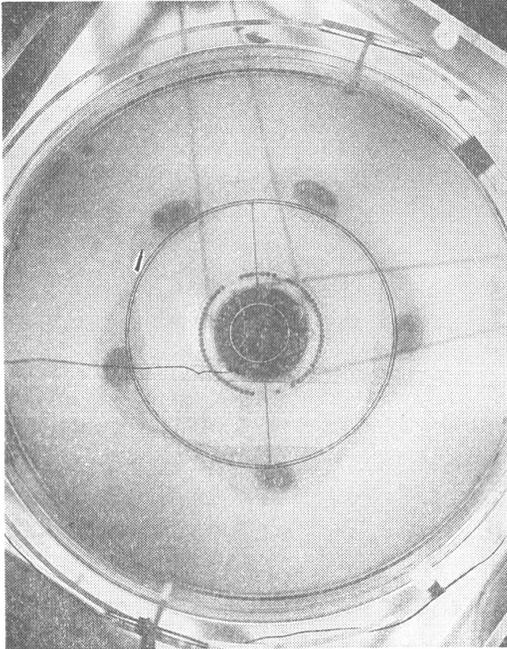
圧が発達するというサイクルが起こっていると考えられます。

第9図は、回転二重円筒の実験と呼ばれる室内実験で得られた傾圧不安定による渦列です。回転台に載せた2つの同軸回転円筒の間に流体を満ちし、内側の壁を低温に、外側の壁を高温に保ちます(内側と外側の壁での加熱冷却は、高緯度における冷却と低緯度における加熱とを表わしており、反時計まわりに回転する回転台は地球の北半球の回転を表わしていると考えてください)。回転がゆっくりしていれば、外側の壁に沿って上昇し、上面に沿って内側の壁へ向かい、そこで下降して再び外側の壁へと向かう軸対称な南北循環(ハドレー循環と呼ばれる)と、内側と外側の壁の間の水平な温度勾配に比例して高さと共に西風が強くなる軸対称な流れが生じます。ところが、回転が少し早くなるとこの軸対称な状態は傾圧不安定を起し、第9図のような規則正しい渦列が生ずるのです。更に回転を早くしますと、規則正しい渦列もくずれ、時間的にも空間的にも不規則に変動する複雑な流れが生ずるようになります。この様な流れの形態の変化は、レーリー・ベナル対流においてレーリー

数を大きくして行くときに現われる形態の変化に良く似ています。

ハドレー循環の特徴は、温度の高いところで上昇し、低いところで下降することで、このような循環を直接循環といいます。大気中には、北半球・南半球共に赤道近くで上昇し、亜熱帯で下降する形の直接循環が存在することが知られており、ハドレー・セルと呼ばれています。一方、中緯度付近には亜熱帯で下降し、高緯度で上昇する間接循環が存在することが知られており、フェレル・セルと呼ばれています。本来、暖かいところで上昇し、冷たいところで下降するのが自然と思われるのに、この様な逆の循環が生ずるのは、傾圧不安定によって生じた渦が北向きに熱を運び、見かけ上、北で加熱、南で冷却をおこす為だと考えられています。傾圧不安定によって生じた渦が大気中での熱の南北輸送に大きな役割を果たしていることが、これを見てもおわかり頂けると思います。

傾圧不安定によって生じた渦のもう1つの重要な働きは、流れに水平方向の速度勾配(水平シアといいます)があるときにこれを強めることです。普通、ある量に勾配があるとき、この中で渦によるかき混ぜがおこると勾配は緩やかになるものです。すなわち、渦は、ある量の勾配を時間と共に滑らかにする分子運動による拡散と良く似た働きをするので、この様な働きを渦拡散といいます。ところで、北へいくほど西風が強くなっている様な水平シアを持つ流れの中で傾圧不安定によって渦が生じますと、渦の軸はシアのために北東から南西へ向かう方向に傾けられますので、渦に伴う流れは北向きの流れのところではほぼ西風、南向きの流れのところではほぼ東風になります。このため、北向きの流れによっても、南向きの流れによっても、北向きに西風運動量の輸送が起こり、結果として北側ではますます西風が強まり、南側ではますます西風が弱くなります。すなわち、傾圧不安定によって生じた渦は、速度勾配の逆の方向へ運動量を運び水平シアを強める働きをします。一般に、渦による運動量の拡散係数を渦粘性係数といい、運動量輸送はその向きも含めて渦粘性係数と水平シアの積に負号をつけたものとして表わされます。速度勾配と逆の方向への運動量輸送をこの様な表現で表すには形式的に負の渦粘性係数を考えてやらねばなりません。中緯度の偏西風が水平方向にみるとジェット状の構造をしているのは、傾圧不安定によって生じた高低気圧が負の渦粘性係数の効果によって西風の運動量を集中させるためと考えられて



第10図 順圧不安定の室内実験で生じた規則正しい渦列 (Niino and Misawa, 1984).

います。

#### b) 順圧不安定

前項では流れが強い鉛直シア（南北の温度勾配）を持つときに傾圧不安定が生ずることを見ましたが、大気中にはしばしば水平方向に流速が急激に変化するような流れも生じます。この様な流れは流速の勾配がある程度大きくなるとやはり不安定を起し、流れの方向に規則正しく並んだ渦列を生じます。この様な不安定を順圧不安定と呼びます。

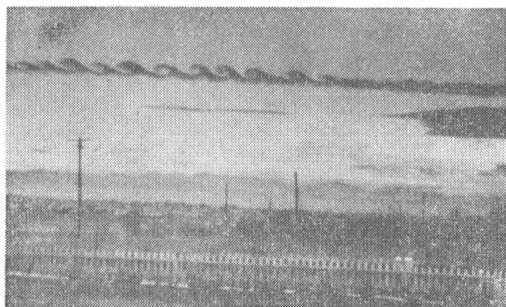
第10図は室内実験によって、流速が深さ方向によらず、ある半径のところでは半径方向に急激に変化するような軸対称な流れを作り出し、この流れが順圧不安定を起したときに生じた渦列を示したものです。これらの渦は、その運動エネルギーを軸対称な流れの運動エネルギーからもらっているため、渦が成長すると共に軸対称な流れの速度勾配は小さくなる傾向にあり、渦が十分に強くなると成長が止まって定常状態に達します。軸対称な流れの流速が大きくなるにつれ、軸対称な流れ、規則的な渦列の存在する定常状態、不規則な流れがこの順で現れることは、レーリー・ベナール対流や傾圧不安定の実験と同様です。渦が成長すると共に水平方向の速度勾配

が小さくなることからわかるとおり、順圧不安定によって生じた渦は傾圧不安定によって生じた渦と異なり、速度勾配の方向に運動量輸送を行うこと、すなわち普通の意味の（正の）渦粘性として働くことがわかります。

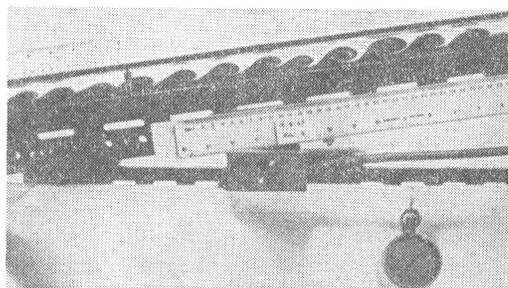
順圧不安定が大気中で明確に何等かの現象を引き起こしているといえる例としては、アフリカ西岸から大西洋東部にかけての赤道地域でみられ、大西洋で発生するハリケーンの卵ともなることもあるアフリカ波動と呼ばれる渦状擾乱以外には余りありません。しかし、強い水平シアを持った流れが局所的に生じたときに渦を生じ、渦粘性効果を通じてシアを減少させるという調節過程としての順圧不安定は大気中の至るところで生じ、様々なスケールの大気現象に影響を及ぼしていると考えられます。

#### c) ケルビン・ヘルムホルツ不安定

風速が高さ方向に強いシアを持つ流れは、前項の順圧不安定を起す流れを横倒しにしたのと似ていますので、風速のシアが十分大きくなると不安定となって流れの方向に規則的な渦列が生ずると予想されます。ところが、大気は平均的には高さと共に温位が高くなる成層をしています（温位とは、ある高さの空気塊を指定された高さまで持ってきたときにその空気塊が持つであろう温度のことです）。従って、渦運動によってある高さの空気塊が別の高さへ持ち上げ（押し下げ）られようとする、その空気塊はまわりの空気よりも低い（高い）温度を持つようになり、下（上）向きの浮力が働くようになります。この様な状態は、レーリー・ベナール対流が生ずると逆の状態になっていますので安定成層といえます（逆に、高さと共に温位が低くなる状態を不安定成層といえます）。安定な成層は渦運動が生じようとするこれに逆らう力を及ぼして渦運動を抑える働きをしますので、不安定が生ずるためにはリチャードソン数と呼ばれる安定性パラメータ  $R = (g/\theta_0)(d\theta/dz)/(du/dz)^2$ 、 $\theta$  は温位、 $\theta_0$  はシアの強い層の平均的な温位、 $u$  は風速、 $z$  は高さ方向の座標）が流れの中のどこかで十分小さくなるが必要となります（Miles, 1961）。この様に、安定な成層の存在にもかかわらず、シア  $(du/dz)$  が十分に大きいため渦列が生ずる現象は、最初ヘルムホルツ (Helmholtz, 1868) により物理的考察からその存在が言われ、後にケルビン (Kelvin, 1871) によって線形安定性理論により確認されたので、ケルビン・ヘルムホルツの不安定（あるいは2人の頭文字をとって K-H 不安定）と呼ばれます。



(a)



(b)

第11図 (a) 1953年2月14日17時35分頃アメリカ・コロラド州デンバーで観測されたケルビン・ヘルムホルツ不安定によって生じた渦列。写真は P.E. Branstine による。カメラは西すなわちロッキーマウンテンの方向を向いており渦列は南の方角へ動いている。(Colson, 1954)。 (b) 室内実験で生じたケルビン・ヘルムホルツ不安定による渦列 (Thorpe, 1968)。水槽の深さ 3 cm, 下層は過マンガン酸カリウムで着色した塩水, 上層は真水で両者の密度差は  $1.56 \times 10^{-2} \text{ g/cm}^3$ 。

第11図 (a) は1953年2月14日17時35分頃アメリカ・コロラド州のデンバーでケルビン・ヘルムホルツ不安定によって生じた渦列が雲の存在によって目に見えるようになり、観測された例です。一方、第11図 (b) は室内実験で作られたケルビン・ヘルムホルツ不安定による渦列です (Thorpe, 1968)。細長い水槽の下層に着色した塩水, 上層に真水を入れ、ある瞬間に水槽の右端を少しだけ持ち上げると、上層に右向きの流れ、下層に左向きの流れが生じ、両者の境目に流速の鉛直シアが大きい領域ができてこれが不安定となり、規則的な渦列が生じます。大気中に生じた渦列と実験で生じた渦列と極めて良

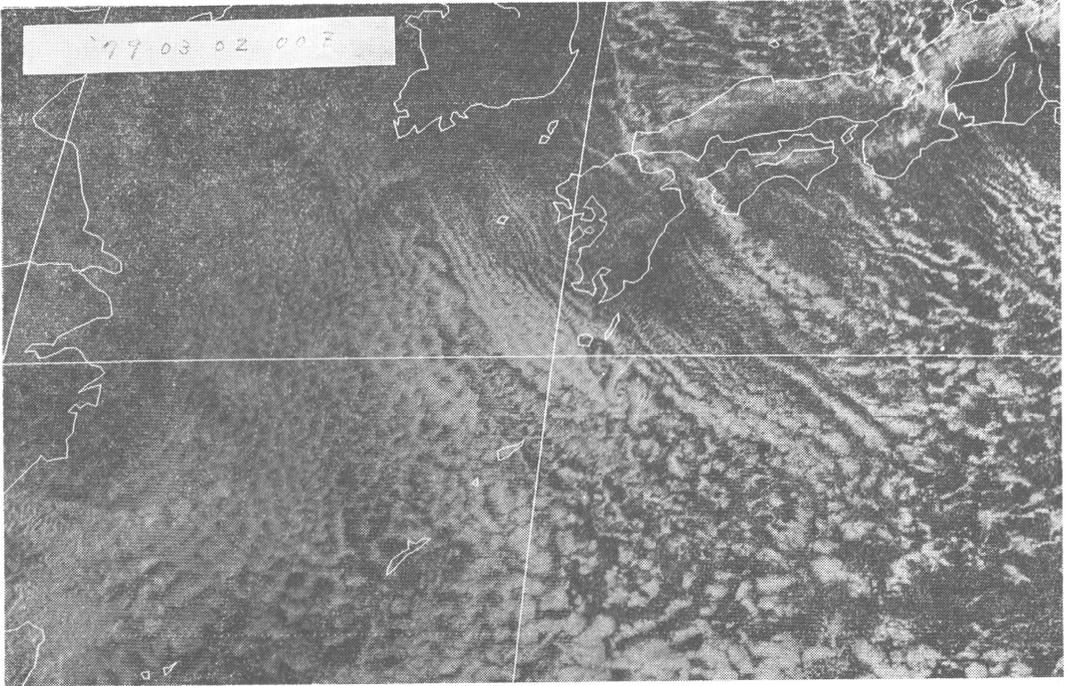
く似た形状をしているのがわかるでしょう。

ケルビン・ヘルムホルツの不安定は、大気中で比較的頻繁に起こる現象なので、読者の皆さんも気をつけてさえいれば第11図 (a) 程は美しくはないにしても目撃するチャンスに巡り会うことと思います。ところで、渦列が雲を伴っている場合には、第11図 (a) のように運良く渦列を目撃することができますが、ほとんどの場合はむしろ雲を伴っていないため目に見えないと考えられます。その様な渦列に航空機が突っ込むと激しい揺れを経験するに違いありません。パイロットの経験によると、晴れた日に、全く雲もないところで急に激しい揺れに合う晴天乱流 (CAT; Clear Air Turbulence) という現象があるといいます。晴天乱流の成因については未だ明確な結論は出ていませんが、現在のところケルビン・ヘルムホルツの不安定による可能性が高いと考えられています。

#### d) レーリー・ベナール対流

レーリー・ベナール対流は、室内実験だけで見られる現象ではなく、大気中のいたるところで生じている現象です。例えば、晴れた日の地面近くの大気は、日の出前には地面近くで気温が低く、上層へ行くほど気温が高くなっていますが、日の出と共に地面の温度が上がるため地面近くで対流が発生し始めます。対流の及ぶ高さは最初はごく地面近くに限られますが、対流が熱を上向きに運ぶため時間と共に対流が及ぶ高さは高くなって行き、昼過ぎには地上 1~2 km まで達します。このような対流状態でのレーリー数は、対流層の厚さが非常に厚いので極めて大きく、対流は乱流状態にあると考えられます。従って、この対流層の中では運動量、温位、汚染物質の濃度などが均質にかき混ぜられており、対流混合層と呼ばれます。朝方には、良く見えていた遠方の山が、昼頃になると全く見えなくなってしまうのは、対流混合層が発達して汚れた空気の層が 1~2 km 地上を覆ってしまうからです。

第12図は静止衛星ひまわりから撮った1979年3月2日の日本付近の可視画像です。この日は、ちょうど大陸から寒気が吹き出しており、相対的に暖かい海面からの加熱で大気下層には様々な形の対流が生じていることが、雲の存在によって見られます。例えば、東シナ海の大陸に近い領域には、規則正しい筋状の雲列が生じています。これは、そこにロール状の対流が存在していることを示しています。レーリー・ベナール対流においてはレーリー数が臨界値より大きいとき安定な定常ロール状対



第12図 1979年3月2日9時の気象衛星ひまわりによる画像（可視光線による）  
（東京理科大学三浦勇一氏提供）。

流が存在することを見ましたが、この写真においてロール状対流が生じているのはこれと異なった事情によると考えられています。それは、この場合大陸から吹き出した寒気流の流速が海面近くで小さく上層へ行くほど強くなっていること（すなわち、流れが鉛直シアをもっていること）が重要だと思われるからです。鉛直シアのある流れの中で、もし流れの方向に構造をもつ対流が生じると、対流の軸は流れの為に上ほど下流に傾けられてしまいます。このため、浮力によって流れを加速しようとする対流の原動力が有効に働かなくなってしまいます。また、対流の軸がこの様に傾くと、a) 項のところでも見たと同様に対流による運動量輸送は上向きになり、その結果として流れは加速されます。流れが加速された分のエネルギーは対流を引き起こす浮力による仕事から供給されるしかありませんので、やはり対流の原動力が有効に働かなくなります。従って、鉛直シアのある流れの中で最も成長率が大きい対流は、流れの方向に構造を持たないロール状対流と予想されます。Kuo (1963) はこのことを線形安定性理論を解くことにより示しました。鉛直シアのないレーリー・ベナル対流においては線形

安定性理論の範囲内では、ロール状、六角形状、正方形の何れの対流も同じ成長率を持っていたので、これらのうちのどの形状の対流が実現するかを見るには、それぞれの形状の対流が一定の振幅を持つ定常状態が安定かどうかを吟味する必要があります。しかし、鉛直シアを持った流れがある場合には、線形安定性理論の範囲内でもロール状対流の成長率が最も大きくなります。従って、レーリー数が臨界値より少しだけ大きい場合にはロール状対流だけが成長し、定常状態に達すると考えられます。

ところで、東シナ海の大陸に近い領域では筋状の雲列が見られますが、大陸からずっと離れた沖縄付近の海上では多角形状の雲の模様が生じているのが見られます。このことは、そこで多角形状の対流が生じていることを示しています。このような対流を中規模細胞状対流(MCC; Mesoscale Cellular Convection)と呼びます。MCCの高さはせいぜい2 km程度なのですが、その水平サイズは数10 kmとなっています。大陸から離れると共にロール状対流が見られなくなる理由は、下流に行くほど対流層の厚さが厚くなり流れの鉛直シアが弱くなるためと

考えられています。しかし、流れの鉛直シアが弱くなっただけでは、第3図のモデルに似た状態になったに過ぎず、定常なロール状対流が生じそうに思えます。これまでの研究によれば、第3図のモデルのように境界条件や温度分布が上下の対称性を持つ場合には定常なロール状対流が安定に存在し、六角形状の対流は不安定になりますが、境界条件、温度分布及び熱伝導率などの物質定数の分布のいずれかが上下の対称性を持たない場合には、六角形状の対流が安定になり、ロール状の対流は不安定になることがわかっています。実際の気象中では様々な要因によって上下の対称性が失われていると考えられますので、流れの鉛直シアが弱い場合には六角形状の対流が安定に存在すると考えられるのです。

この様に、細胞状の対流が現れる理由は、レーリー・ベナル対流に上下の非対称性を導入することにより説明できそうに思えます。ところが、レーリー・ベナル対流で生ずる対流の水平サイズは、ほぼその鉛直サイズに等しいので(例えば第4図から  $L_c \sim 2d$ )、MCCのように水平サイズが鉛直サイズの10~30倍にも及ぶ現象を説明するのは少し無理がありそうなのです。近年、幾人かの人が、レーリー・ベナル対流のモデルを様々に変形して、MCCの成因を説明しようと試みっていますが、これといった確かな結果は得られているようには見えません。その成因を解明することは、今後の課題として残されています。

## 8. おわりに

流れの安定性は流体力学の中でも最も数理科学的色彩の濃い分野の1つであり、その厳密な議論を行うためには複雑な数学的取り扱いが不可欠なのは事実です。そしてこのことが一般の方に、なかなかとつきにくいという印象を与えているのも事実だと思います。しかし、流れの安定性の考え方自身は決して難しいものではありません。本稿を書き始めるにあたって最も注意したことは、できるだけ数学を用いなくて流れの安定性の考え方をわかっていただけないかということでした。その試みが成功したかどうかは読者の皆さんのご批判に待たなければなりません。本稿を読み終えられて少しでも流れの安定性の考え方が身近なものになったと感じて頂ければ筆者にとって望外の喜びです。

本稿のもう1つの狙いは、実際の気象現象において流れの安定性の考え方がどの様に応用されているかをわかって頂き、その考え方を更に身近なものにして頂くこと

にありました。従って、数多くある不安定性のうちからどれを取り上げるか、また1つの不安定性についてどの様な話題をとりあげるかについては、できるだけ身近な問題でかつわかりやすいことを最優先してあり、必ずしも気象学にとって重要または今後重要になると思われる問題を優先してあるわけではありません。更に突っ込んで、安定性のことを勉強してみたいと思われる方は本稿の最後に挙げたいくつかの教科書と参考文献を参考にして下さい。

大気の運動を記述する支配方程式は非線形ですので、何度も述べましたように、与えられた外部条件が同じでも複数個の異なった状態が実現する可能性があります。これらの状態のうち、自然の中ではどの状態が実現するかを判定する上で、流れの安定性の気象学に果たす役割は極めて大きいといわねばなりません。特に、この様な非線形の系の時間発展を予測しようとしたとき、もしも初期の状態が不安定な状態に近く、いわば山頂近くにボールがある状態に似ているならば、初期の位置の測定に含まれているほんの少しの誤差がボールがどちらの谷底へ落ちて行くかを定めるようなことも起こり得ます。このことは、非線形の系の時間発展を予測するとき、1通りの初期値に対して1度だけ予測を行えばすむという決定論的なアプローチよりも、測定値のまわりの何通りかの初期値に対して初期値の数だけ予測を行ってみるという準統計的なアプローチが必要であることを示唆しているようにも思えます。大気の運動の非線形性を認識すること、そしてその運動の流れの安定性の眼から眺めることは今後ますます重要になってくるでしょう。

## 謝辞

流れの安定性について普及講座に書くようにと当時の教育と普及担当委員の田宮兵衛さんからご依頼を受けてからずんぶんと長い日々が過ぎ去ってしまいました。この間、担当の委員の方々には大変ご迷惑をおかけしてしまい、本当に申し訳なく思っております。特に、現担当委員の気象研究所台風研究部の大西晴夫さんには大変お世話になりました。東京理科大学の三浦勇一さんには衛星写真を提供して頂きました。また、気象研究所物理気象研究部の萩野谷成徳さん、東京大学海洋研究所の吉崎正憲さんには原稿に対するコメントを、気象研究所物理気象研究部の藤谷徳之助さん、吉江きよみさんには図の作成に関してご助力を頂きました。紙面を借りてお礼申し上げます。

## 参考文献

## 流れの安定性全般にわたる参考書

- 巽 友正・後藤金英, 1976: 流れの安定性理論 (数理解析とその周辺13), 産業図書, 275 pp.
- 日本流体力学会編, 1987: 流体力学ハンドブック, 第4章, 丸善, 123-156.
- 松田佳久・余田茂男, 1985: 気象とカタストロフィ—気象学における解の多重性—, 気象研究ノート, 第151号.
- Chandrasekhar, S., 1961: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford, Clarendon Press, 652 pp.
- Drazin, P. and W. Reid, 1981: Hydrodynamic Stability, Cambridge University Press, 525 pp.
- Monin, A.S. and A.M. Yaglom, 1971: Statistical Fluid Mechanics, Vol. 1, Chapter 2, 71-203.
- 傾圧不安定**
- Charney, J.G., 1947: The dynamics of long waves in a baroclinic westerly current, J. Meteor., 4, 135-162.
- Eady, E.T., 1949: Long waves and cyclone waves, Tellus, 1, 33-52.
- 瓜生道也, 1973: 回転水槽実験のはなし, 天気, 20, 323-333.
- 木村龍治, 1983: 地球流体力学入門—大気と海洋の流れのしくみ—(気象学のプロムナード), 第15章, 東京堂出版, 212-229.
- 順圧不安定**
- Kuo, H.L., 1949: Dynamic instability of two-dimensional non-divergent flow in a barotropic atmosphere, J. Meteor., 6, 105-122.
- 新野 宏, 1981: 順圧不安定の力学, 天気, 53-82.
- ケルビン・ヘルムホルツ不安定**
- Helmholtz, H. von, 1868: Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen, Monats. Königl. Preuss. Akad. Wiss. Berlin, 23, 215-228.
- Kelvin., Lord, 1871: Hydrokinetic solutions and observations, Phil. Mag. (4), 42, 362-377. (以上2つは, Drazin and Reid (1981)による)
- Miles, J.W., 1961: On the stability of heterogeneous shear flows, J. Fluid Mech., 10, 496-508.
- 日野幹雄, 1980: 流体力学の進歩—乱流 (谷 一郎編), 第5章, 成層流中の乱流, 丸善, 177-219.
- レーリー・ベナル対流

- Bénard, H., 1900: Les tourbillons cellulaires dans une nappe liquide, Revue Gén. Sci. Pur. Appl., 11, 1261-1271 and 1309-1328. (Drazin and Reid (1981)による).
- Rayleigh, L., 1916: On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the under side, Phil. Mag., 32, 529-546.
- Kuo, H.L., 1963: Perturbations of plane Couette flow in stratified fluid and origin of cloud street, Phys. Fluids, 6, 195-211.
- 木村龍治, 1971: 対流実験の系譜, 天気, 18, 505-520.
- 吉崎正憲, 1987: 流体力学ハンドブック (日本流体力学会編), 第16章第4節, 対流現象, 丸善, 492-502.
- 乱流の発生過程の数学モデル**
- 藏本由紀, 1986: 乱流現象の科学 (巽 友正編), 第4章, カオスの発生とその機構, 東京大学出版会, 83-119.
- 本文中で引用した上記以外の参考文献**
- Block, M.J., 1956: Surface tension as the cause of Bénard cells and surface deformation in a liquid film, Nature, 178, 650-651.
- Busse, F.H. and J.A. Whitehead, 1971: Instabilities of convection rolls in high Prandtl number, J. Fluid Mech., 47, 305-320.
- Colson, D., 1954: Wave-cloud formation at Denver, Weatherwise, 7, 34-35.
- Jeffreys, H., 1928: Some cases of instability in fluid motion, Proc. Roy. Soc., A 118, 195-208. (Drazin and Reid (1981)による)
- Koschmieder, E.L., 1966: On convection on a uniformly heated plane, Beitr. Phys. Atmos., 39, 1-11.
- Koschmieder, E.L. and S.G. Pallas, 1974: Heat transfer through a shallow, horizontal convecting fluid layer, Int. J. Heat Mass Transfer, 17, 991-1002.
- Niino, H., and N. Misawa, 1984: An experimental and theoretical study of barotropic instability, J. Atmos. Sci., 41, 1992-2011.
- Pearson, J. R.A., 1958: On convective cells induced by surface tension, J. Fluid Mech., 4, 489-500.
- Thorpe, S.A., 1968: A method of producing a shear flow in a stratified fluid, J. Fluid Mech., 32, 693-704.