AOI 方程式を用いた北極振動の解析的研究

木野公朝*•下 悠子*•田中 博**

要旨

北極振動指数(Arctic Oscillation Index: AOI)の変動を力学的に表現した AOI 方程式を導出し,近年の北極 振動(AO)の成因解明に向けた解析を行った.

本研究の結果,1ヵ月程度までの短周期の変動においては,AOIの変動の大部分は移流項に代表される非線形 項によってもたらされていることが示された。一方で,10年スケールのAOIの変動はAOI方程式の線形項の変動 と正の相関関係にあり,線形項はAOを増幅させる正のフィードバックの関係にあることが明らかになった。逆 に,AOI方程式の非線形項及び外力項はAOIと負の相関関係にあり,正または負に大きく振れたAOIを減衰さ せる働きをしていることが解った。このことは,10年スケールのAOIの内部変動において,地球大気の力学的な 固有振動が重要であることを示唆している。

1. はじめに

近年の地球温暖化の地域的な特徴には、人為的な二 酸化炭素の増大に伴う部分の他に、北極振動(Arctic Oscillation:AO)に代表される10年スケールの自然 変動が重なっているとされる(Nagato and Tanaka 2012).ここでAOとは、北緯約60°を挟んで南北に地 上気圧が逆相関を持つ現象のことで、北半球の海面更 正気圧を経験直交関数展開したときの第1主成分 (EOF1)として定義される(Thompson and Wallace 1998).また、そのEOF1の時系列は、AOの強 弱を表す指標として北極振動指数(AOI:Arctic Oscillation Index)と呼ばれている。AOIが正の時 は、北極域で気圧偏差が負となり、それを取り囲むよ うに太平洋と大西洋を中心とした中緯度域で気圧偏差 が正となるような地理的な特徴を持つ.この時、気温

* 筑波大学生命環境科学研究科(論文投稿時の所属).

**(連絡責任著者) 筑波大学計算科学研究センター. tanaka@ccs.tsukuba.ac.jp

> -2012年12月10日受領--2016年4月2日受理-

© 2016 日本気象学会

偏差は極域で低温域,中緯度で高温域となる.逆に, AOI が負の時は,分布パターンがすべて逆になる. 2009年から2010年の冬は AOI が-3σ(σは標準偏 差)となり,日本を含む中緯度域の大部分は寒冬と なった.

このように AO は、日本を含む北半球の天候に大 きな影響を与えるが、その実体は複雑でカオス的に変 動し、数週間程度から数十年程度までの様々な周期を 持つ変動が重なっていると考えられている(Hirata *et al.* 2011).

AOの成因および変動については、いくつかのメカ ニズムが提唱されている。一つは太陽活動、温室効果 ガス、海洋の変動等の外部強制を励起源とするもので ある。Overland and Wang (2005) は、複数の外部 強制によるフィードバック過程が、AOIの変動の原 因となっていることを示唆している。

これとは異なるメカニズムとして、大気大循環の内 部力学による励起も提唱されている. Tanaka and Matsueda (2005)、及び Tanaka and Seki (2013) は、プリミティブ方程式の順圧成分に注目し、気候値 からの偏差について線形化した方程式の固有解を調べ た. その結果、増幅率が最も大きい不安定解は、振動 数がゼロ(周期が無限大)となるような定在解であ り、その空間構造はAOの構造と一致することを示 した。第1図aは、Tanaka and Matsueda (2005) で示された増幅率の最も大きい定在固有解(AO モー ド)の順圧高度場の構造であり、統計的な EOF1とし て観測データから得られた AO の構造(第1図 b)と 比較すると両者がほぼ一致することが分かる。

このような AO の成因に関する研究が行われる一 方で, AO の力学的固有解としての存在そのものに疑 問を投げかける研究も存在する。例えば, Itoh (2002)は, AO は大西洋と北極域,および太平洋と 北極域の 2 つの逆相関がもたらす統計的な虚像である との見方を示している。これに対して, Suzuki and Tanaka (2007)は,地上気圧ではなく,傾圧成分の 影響を受けていない大気の順圧成分を解析すること で,北太平洋と北大西洋の間で AO に伴う有意な相 関が見えてくることを示している。このことから,大 気の長周期変動を支配する内部力学は,主に大気の順 圧成分であり,地上気圧はその変動の一部を見ている ことが示唆された。

以上のように,AOの成因については外部強制によ る励起や内部力学による励起が考えられる一方で, AO の実体そのものに疑問を投げかける研究もあり, いまだ十分に理解されているとは言い難い. これらの 先行研究に基づき,本研究では大気の内部力学を理論 的に研究した Tanaka and Matsueda (2005)を発展 させ,1950年から2011年までの過去62年間の AOI の 変動がどのような原因で変動しているのかを力学的に 分析した.

本研究では,はじめに3次元スペクトル表記したプ リミティブ方程式系を応用し,AOIの変動を力学的 に表現する方程式(これを以下ではAOI方程式と呼 ぶ)を導出した。AOI方程式を用いることで,AOI がどのような原因で変動しているのかを力学的かつ定 量的に解析することが可能となる。本研究で導出した AOI方程式によって得られる長期間のデータは,1 週間程度の短い周期から10年スケールの長い周期まで の様々な周期を含んでいる。そこで,本研究では、こ れらの時系列に対するクロススペクトル解析を行い、 コヒーレンスやフェーズといった統計量について解析 した(日野 1977).クロススペクトル解析を行うこと で,様々な周波数ごとに時系列の相関関係を調べるこ とが出来る。コヒーレンスは、特定の周波数帯で2つ の時系列がどれだけ相関関係を持つのかを定量化する



第1図 理論的な北極振動の特異固有モードの順圧高度場の構造(a)と観測による大気の順圧成分の EOF1とし て得られる順圧高度場の構造(b)の比較.等値線の間隔は50 m で,正は赤,負は青で示した. 指標であり、フェーズはその周波数帯での位相差を調 べる指標である.

本論文の構成としては,第2章でAOI方程式の導 出とクロススペクトルの解析手法について述べる。第 3~6章ではAOI方程式を用いた解析結果について 詳細に説明し,第7章でまとめと考察,そして第8章 で結論を述べる。

2. 解析手法および使用データ

2.1 AOI 方程式

はじめに、本研究で用いた AOI 方程式の導出につ いて説明する.プリミティブ方程式系を3次元ノーマ ルモード関数(Kasahara 1976)で展開すると、方程 式の3次元スペクトル表記は、以下のように書き下す ことができる(詳細はTanaka and Matsueda (2005)を参照).

$$\frac{dw_i}{d\tau} = -i\sigma_i w_i - i\sum_{jk} r_{ijk} w_j w_k + f_i \tag{1}$$

ここで w_i は大気状態変数(風速とジオポテンシャル) の複素フーリエ展開係数, f_i は外力項の展開係数, τ は無次元時間, σ_i はラプラス潮汐方程式の固有振動 数, r_{ijk} は非線形相互作用係数である。添え字は3次 元波数を表し,それ以外の*i*は虚数単位である。展開 係数 w_i のうち,東西方向には波数20,南北方向には ハフ関数(Kasahara 1977, 1978)を基底とする波数 20までの対称ロスビーモードを用いた。ハフ関数を基 底とすることにより,AOのような長周期変動には関 係の浅い重力波成分を取り除き,ロスビー波成分のみ で解析することができるため,次元を縮小することが できる。

大気の鉛直平均場(鉛直波数0)として得られる順 圧成分について方程式を閉じると、それは球面上の浅 水方程式系と同様の式となる。その際も式(1)と同様 の式が得られるが、f_iには順圧傾圧相互作用が含まれ る.本研究では、この順圧成分に注目し、f_iの値は 日々の観測データから式(1)の残差として求めた。こ の残差として求められた外力は、現実大気の順圧成分 に対して見かけ上の完璧な外力であるといえる。

順圧成分で閉じた式(1)から気候値を引くことで, 偏差場に対するプリミティブ方程式を以下のように導 出することができる.

$$\frac{dw_{i}'}{d\tau} = -i\sigma_{i}w_{i}' - i\sum_{jk}r_{ijk}(\overline{w}_{j}w_{k}' + \overline{w}_{k}w_{j}') + i\sum_{jk}r_{ijk}\overline{w_{j}'w_{k}'} - i\sum_{jk}r_{ijk}w_{j}'w_{k}' + f_{i}' \quad (2)$$

バーはそれぞれの値の気候値,プライムは気候値から の偏差を表している.

順圧高度場の時間変化は、海面更正気圧の時間変化 と線形関係にあることから、 w_i の時系列に対して EOF 解析を行うと、EOF1として第1図bで示した AO のような構造が現れる。これを AO の構造ベクト w_{z_i} と呼ぶ。この図で示した順圧高度場とは、等圧 面高度の全球平均からの偏差を鉛直平均した量に等し い。

AOの構造ベクトル z_i に対し、北極振動指数 (AOI) は w_i 'と z_i の複素空間における内積< w_i '、 z_i >で定義される実数値となる。したがって、方程式 (2)の各項とAOの構造ベクトル z_i との内積を取る と、以下のような方程式が導ける。

$$\frac{d \text{ (AOI)}}{d\tau} = \frac{d < w_i', \quad z_i >}{d\tau}$$

$$= \langle -i\sigma_i w_i' - i\sum_{jk} r_{ijk} (\overline{w}_j w_k' + \overline{w}_k w_j') + d_i w_i', \quad z_i >$$

$$+ \langle i\sum_{jk} r_{ijk} \overline{w_j' w_k'} - i\sum_{jk} r_{ijk} w_j' w_k', \quad z_i >$$

$$+ \langle f_i' - d_i w_i', \quad z_i >$$
(3)

この式の左辺は AOI の時間変化項となり、右辺第一 項は気候値との相互作用を含む線形項、第二項は移流 項などの非線形項の非定常成分, 第三項は外力項とな る. ただし, Tanaka and Matsueda (2005) と比較 するために外力項の中の粘性項 $d_i w_i'$ は線形項に含め, 線形項の固有解が AO モードを含むように変形した. 粘性摩擦は大きな波数に対して効率的に働く、した がって、線形項の固有解には順圧不安定としての AO モードが含まれる。AO モードは増幅率が最大で振動 数が0の定在解として得られるが、レイリー摩擦(地 表摩擦)を入れて固有値シフトを行うと増幅率もゼロ となる.この設定で特異値分析を行うと、任意の準定 常外力に共鳴応答するという AO の特異固有解理論 が導かれる (Tanaka and Matsueda 2005). 本研究 では線形項にレイリー摩擦は含まれないので、AO モードは最大増幅率を持つ定在順圧不安定モードとな る.

このようにして AOI の変動を力学的に表現した式 (3)を本研究では AOI 方程式と呼ぶ(下・田中 2010). この式(3)を用いることで AOI の変動の力学 を定量的に解析することができる.

なお, Thompson and Wallace (1998) で定義され た海面更正気圧による AOI と本論文中で定義された AOI は, ほぼ同一の時系列となるが, 両者の比較に ついては田中 (2003) を参照されたい.

2.2 使用データ

本研究で用いたデータは、1950年から2011年までの 62年間の NCEP/NCAR の再解析データであり、1 日 4 回 (00,06,12,18Z)の6時間ごとのデータで ある (Kalnay *et al.*1996).使用した気象要素は水 平風とジオポテンシャル高度で、水平グリッド間隔 2.5°×2.5°,1000~10 hPaまでの17層のデータを用い た.

2.3 解析手法

AOI 方程式の各項には様々な周期が含まれるため, 長期変動の特徴を見るために,AOI の時系列とAOI 方程式各項(線形項・非線形項・外力項)の時系列に 対してクロススペクトル解析を行い,周波数ごとのコ ヒーレンスとフェーズを調べた。本研究で使用したス ペクトル解析はFFT 法を用いており,結果に対して ハニングフィルターによる平滑化を行っている(日野 1977).ここで,コヒーレンスとフェーズは,2つの 時系列データx(t)とy(t)に関して以下のように定義 される.

$$\cosh(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega)S_y(\omega)}$$
(4)

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{xy}(\omega)}{K_{xy}(\omega)} \right)$$
(5)

式(4)がコヒーレンスで式(5)がフェーズを表す式であ る. ω は周波数を表し, $S_x(\omega) \ge S_y(\omega)$ は2つの時 系列のパワースペクトル, $S_{xy}(\omega)$ はクロススペクト ル, $K_{xy}(\omega)$ はコスペクトル, $Q_{xy}(\omega)$ はクオドラ チャスペクトルである.詳しくは付録を参照された い.コヒーレンスは,特定の周波数成分において2つ の時系列にどれだけ相関関係があるのかを表す.ま た,フェーズはその周波数成分における位相差を表 す.フェーズを計算することによって2つの時系列の 内,どちらの時系列がどれだけ遅れて変動するのかが 把握できる.



第1表 AOIの時系列とAOI 方程式各項の時系 列に10日、1年、5年の移動平均を施し た時の相関係数と,5年の移動平均した 時系列の標準偏差の値。

	AOIとの相関			標準偏差
	10日移動平均	1年移動平均	5年移動平均	5年移動平均
線形項	0.30	0.59	0.74	0.80
非線形項	-0.05	-0.33	-0.63	0.44
外力項	-0.28	-0.42	-0.62	0.67

3. AOI 方程式各項の時系列の特徴

第2図に、1950年から2011年までの62年間のAOI の時系列(a)及び AOI 方程式の右辺の線形項(b),非 線形項(c),外力項(d)の時系列を示す。ただし、長 周期の特徴をみるためにオリジナルの時系列に1年移 動平均(細線)及び5年移動平均(太線)が施されて いる。各々の時系列は移動平均により平滑化された後 に、その標準偏差を用いて正規化されている。

AOIの時系列(a)の1年移動平均では、1989年の大 きな正の値と2010年の大きな負の値が見られる。5年 移動平均では、1970年代から1990年代に振幅の大きい 10年スケールの変動が見られており、1980年頃から 1990年頃にかけての上昇傾向は顕著である。

次に, AOI 方程式の線形項(b)を見ると, 1970年代 以降にAOIと同様の10年スケールの変動が見られ, 1980年頃から1990年頃にかけての上昇傾向等, AOI の変動と非常によく同期している。外力項(d)にも同 様の10年スケールの変動が見られるが、AOIの時系 列及び線形項とは逆の変動となっている。一方、非線 形項(c)は他の項と比較して AOI の変動との相関は低 62.

第1表には10日移動平均、1年移動平均、5年移動 平均の AOI 時系列と AOI 方程式各項の時系列に見ら れる相関係数がまとめられている。表には5年移動平 均に対する標準偏差が比較されていて、大きさは線形 項,外力項,非線形項の順となっている.この値は第 2 図中に SD で示されている。第2 図からも明らかな ように AOI と線形項は同位相の関係にあり、どの移 動平均に対しても正相関となっている。一方,非線形 項はどの移動平均に対しても AOI と負の相関を持つ. 外力項も同様に AOI と負の相関を持ち、AOI の変動 を減衰させる傾向にあることが分かる。

4. AOI 方程式各項の空間分布

本章では, AOI 方程式の各項の水平分布を解析し





第3図 1950年から2011年までの AOI の+1.5σ 以上から-1.5o以下を引いた順圧高度 場の時間変化の分布図.(a)が線形項, (b)が非線形項,(c)が外力項である。 等値線はm/sを無次元化したもので, 正は実線,負は破線で示した.

481

た。第3図は5年移動平均した AOIの時系列におい て,正偏差が標準偏差の1.5倍を超えた期間平均の各 項の空間構造から、負偏差が標準偏差の1.5倍を超え た期間平均の構造を差し引いた分布である。(a)が線 形項,(b)が非線形項,(c)が外力項である。第1図 で示したように,高緯度に負偏差,中緯度に正偏差と なる構造がAOの特徴である。第3図aの線形項を 見ると、極域で負、太平洋、大西洋を中心とした正の 領域が広がっている。第1図aで示された AOの水 平分布と、第3図aに示された線形項のそれとの空 間相関は0.51である.このことから,線形項はAO と類似の構造をしており AO を増幅させていること が分かる。一方で、(c)の外力項を見てみると、高緯 度が正偏差,太平洋,大西洋を中心地とした中緯度が 負偏差となっており、AOとの空間相関は−0.43で あった、このことから外力項は AO を減衰させる関 係にあることが分かる。また、線形項と外力項の相関 は-0.81となり、線形項と外力項の空間分布は反対符 号の空間パターンである。最後に、非線形項の空間分 布(b)を見ると、AOの構造とは異なるため、AOと の直接的な関係を考えるのは難しい。

5. パワースペクトル解析の結果

第4図は1950年から2011年までの1日4回のデータ を用いて解析したAOI(a),線形項(b),非線形項 (c),外力項(d)のパワースペクトルである。横軸は 周波数で単位は(1/年)である。AOIのパワースペ クトルを見ると,約1年周期を境に短周期側はレッド ノイズ,長周期側はホワイトノイズとなっている。ス ペクトルピークは不明瞭であるが10年以上のスケール に大きなパワーが見られる。一方,線形項,非線形項 及び外力項のパワースペクトルは,1カ月以下の短周 期変動ではレッドノイズとなっているのに対し,1カ 月以上の変動はほぼホワイトノイズになっている。つ





"天気"63.6.

まり、季節内変動と同様に10年以上のスケールにも十 分に大きなパワーが見られる。

6. クロススペクトル解析の結果

AOIの時系列は様々な周期を含んでいるが,AOI の変動は決定論的カオスである(Hirata et al. 2011) という研究結果もあり,極めて複雑な変動をしてい る.3章のように移動平均を施せばおおよその傾向は 分かるものの,周波数ごとに各々の成分がどのような 関係にあるかは分からない。そこで本章では1950年か ら2011年までの1日4回の移動平均していないデータ を用いて解析したAOIの時系列とAOI方程式各項の 時系列に対し,クロススペクトル解析を行い,コヒー レンス,フェーズを計算した。これにより,数日程度 の短周期から10年スケールの長周期までの様々な周波 数を含む時系列が,周波数ごとにどのような関係にあ るのかを分析することができる。

6.1 線形項とAOIの関係

AOIの時系列と AOI 方程式の線形項の時系列との クロススペクトルの結果を第5図aに示した。上図 は両者のコヒーレンスを調べたもので、下図はその フェーズを調べたものである。横軸は周波数(1/年) である。なお、短周期成分の変動がなめらかになるよ うに、周波数領域でハニングフィルターを多数回施し たが、本論文の議論に影響はない。コヒーレンスが低 い時のフェーズの値の妥当性については十分に議論が 必要であるが、今回の解析ではコヒーレンスの値は十 分に大きく,議論に必要な有意性は十分と考えられる.

付録で示したように、フェーズが0の時、2変数は 同位相を表し、正(負)の時はAOIに対して線形項 が先行(後行)していることを意味している。AOI の時系列の時間微分が線形項と同じ次元を持つことか ら、フェーズが90°の時には線形項はAOIの時間変化 と同位相にあり、フェーズが0の時には線形項は AOIそのものと同位相の関係にある。フェーズが0 の時、AOIはその項によって増幅するという力学的 特徴を持つ。

第5図aを見ると、周期が1カ月以内の短周期成 分については、コヒーレンスは大部分が0.4~0.6の間 に集中し、十分に大きな値となっている。この時の フェーズは60°~90°付近にある。この結果は、AOIの 線形項の変動が AOIの時間変化に寄与していること を意味している。1カ月以上から1年程度までの周期 帯についてもコヒーレンスは0.4~0.6程度となってい るが、フェーズは長い周期ほど0°に近づくという特 徴がみられる。

周期が10年以上の長周期成分では、コヒーレンスは 最も高く、位相はほとんど0°である。このことは、 第2図からも明らかであり、式(3)で示した AOI 方程 式に基づいて考えれば、AOI が正の時は線形項が正 の値になり、線形項が AOI を増幅させていることに なる。また、AOI が負の時も同様に、線形項が AOI の負の値を増幅させている。つまり、線形項は AOI



ズ (下). 横軸は周波数 (1/年).

に対し正のフィードバックをもたらしていることを意味している.

6.2 非線形項とAOIの関係

次に AOI の時系列と非線形項の時系列とのクロス スペクトルの結果を第5図bに示した。周期が1カ 月以内の短周期成分についてのコヒーレンスは最も高 い値を示し、特に10日よりも短い周期では0.8となっ ている。この時のフェーズは90°付近にある。この結 果は、非線形項の変動が AOI の時間変化の主要な原 因となっていることを意味している。一方、1カ月以 上から1年程度までの周期帯については、コヒーレン スの値は0.4~0.6程度に減少している。

周期が10年以上の長周期成分については、コヒーレ ンスが高く、位相差は長周期ほど180°に近づいてい る.このことは、式(3)で示した AOI 方程式に基づい て考えると、AOI が正の時は非線形項が負の値にな り、非線形項が AOI の増幅を減少させていることに なる.同様に、AOI が負の時も非線形項は AOI の増 幅を減少させていることになる.これらの結果から、 10年以上の周期では、非線形項は AOI の変動を減衰 させる働きをもっていることが分かる.

6.3 外力項とAOIの関係

最後に、AOIの時系列と外力項の時系列とのクロ ススペクトルの結果を第5図cに示した。周期が1カ 月以内の短周期成分については、コヒーレンスは大部 分が0.4~0.8の間に集中している。この時のフェーズ は、90°~120°付近にある。この結果は、非線形項の 場合と同じで、AOIの時間変化に寄与していること を意味する。1カ月以上から1年程度までの周期帯に ついては、コヒーレンスの値が0.4~0.6程度で、この 時のフェーズは90°~180°程度となっている。一方、 10年以上の長周期成分については、コヒーレンスは 0.4~0.6でフェーズは120°~150°となっている。つま り、AOIと外力項はどちらかというと逆位相の関係 にあり、外力項はAOIの変動を減衰させる働きを もっていることが分かる。

7. まとめと考察

本研究では、AOIの変動を力学的に表現した AOI 方程式を導出して、AOIの変動が何によってもたら されたのかを力学的に解析した。

5年移動平均の AOI 時系列と AOI 方程式各項の時 系列との相関係数は,線形項では正相関,非線形項及 び外力項は負相関であった.このことから,正相関で ある線形項は AOI を増幅させ、負相関である非線形 項及び外力項は、増幅した AOI を減衰させているこ とが分かった。

次に,1950年から2011年までの AOI 方程式各項の 空間分布の特徴を解析した。その結果,線形項は AO の構造と正の空間相関を持ち,外力項は AO と負の 空間相関を持つことが分かった。また,線形項と外力 項の分布は逆相関の関係にあることから,両者は打ち 消しあう関係にあることが分かった。

AOIの時系列には様々な周期が含まれるため,ク ロススペクトル解析を行うことで周波数ごとの AOI の変動の原因を分析した.解析の結果,1ヵ月程度ま での短周期変動については,AOI方程式の線形項, 非線形項,外力項の全ての項が AOIの時間変化に寄 与していていることを確認した.短周期成分の各項の コヒーレンスを見てみると,非線形項,外力項,線形 項の順に大きくなっており,特に非線形項の寄与が大 きいことが分かる.このことから,1ヵ月程度までの 北極振動は主に非線形項によって変動しているという 結果を得た.この結果は下・田中(2010)による1990 年冬季や2010年冬季の解析結果と整合的である.

一方で、10年以上の長周期については、AOI に対 してのフェーズは線形項が0°、非線形項が 120~180°、外力項が120°~150°となった。このこと は、線形項はAOI の変動と同位相でAOI の変動を増 幅させ、非線形項と外力項はAOI の変動を減衰させ るように作用していることを示す。外力項には地表摩 擦が含まれるため、AOI が大きいほど、AOI は減衰 させられると考えられる。

最後に、10年以上のスケールの変動について、これ らの結果の力学的意味について考察する。AOIの時 系列と線形項のそれとが比例関係にあることから、 AOI方程式:d(AOI)/dt=線形項+非線形項+外力 項において近似的に、線形項= $a \times (AOI)$ となる。 ここで a は正の定数である。よって、線形項のみに 注目すると、d(AOI)/dt= $a \times (AOI)$ となり、線形 項は AOを指数関数的に増幅させる。この物理的な 意味としては、AOIが正、すなわち極域で気圧偏差 が負、中緯度で気圧偏差が正となるときに、方程式の 線形項(コリオリ、気圧傾度力のほかに基本場との相 互作用項を含む)による加速度項が第3図で見たよう に AO とほぼ同じ構造となるということである。こ れは先行研究(Tanaka and Matsueda 2005)による AO の特異固有解理論から考えれば、定在順圧不安定 モードとしての AO の構造と線形項の構造は一致し, 自律的に励起する内部変動の力学過程と整合的であ る.逆に,外力項が減衰に働くとは,AOI が正の時, 強い寒帯ジェットを減速させ,AO の気圧場の偏差を 縮小させる力が働くという意味であり,式の上では上 述の a の符号が負となる場合である.本論文ではこ のような増幅または減衰の関係を,クロススペクトル 解析により周期別に分析した.

8. 結論

本研究により,周期が1ヵ月程度までの北極振動の 変動は,非定常擾乱間の相互作用を含む AOI 方程式 の非線形項が主要な原因であることが示唆された.一 方,10年スケールの北極振動の変動に関しては,線形 項が北極振動を増幅させていることが分かった. Ohashi and Tanaka (2010)は,AO の10年スケール の長期変動も,外部強制応答によるものではなく,カ オス的に変動する大気の内部変動として説明できると している.今回の解析の結果はこの先行研究と整合的 で,線形項の不安定性によって自律的に増幅する AO モードが10年以上の長周期変動に対して重要であるこ とが示唆された.

付録 A: クロススペクトル解析について

クロススペクトル解析を用いることによって,不規 則な変動をしている2つの時系列の関係性を周波数ご とに調べることができる(日野 1977).

時間に関する不規則な変動をx(t)とするとき,x(t)に対して τ のラグ(時間的遅れ)を持つ変動を $x(t+\tau)$ とすると自己相関関数 $C_x(\tau)$ は時間平均を用いて

$$C_x(\tau) = \overline{x(t) \ x(t+\tau)} \tag{A1}$$

と定義される偶関数となる.この自己相関係数のフー リエ変換としてパワースペクトル $S_x(\omega)$ が定義され る. ω は周波数である.

$$S_{x}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{x}(\tau) \ e^{-i\omega\tau} d\tau$$
 (A2)

また, 2つの不規則な変動 $x(t) \ge y(t) \ge 0$ 相互相 関関数 $C_{xy}(\tau)$ は

$$C_{xy}(\tau) = x(t) \quad y(t+\tau) \tag{A3}$$

と定義される.この相互相関係数のフーリエ変換とし てクロススペクトル *S_{xy}(ω*)が定義される.

$$S_{xy}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} C_{xy}(\tau) \ e^{-i\omega\tau} d\tau \tag{A4}$$

このクロススペクトル $S_{xy}(\omega)$ は一般的に複素数であるため、その共役の実部を $K_{xy}(\omega)$ 、虚部を $Q_{xy}(\omega)$ で表すと

$$S_{xy}(\omega) = K_{xy}(\omega) - iQ_{xy}(\omega) \tag{A5}$$

とかける.ここで、 $K_{xy}(\omega)$ はコスペクトル、 $Q_{xy}(\omega)$ はクオドラチャスペクトルと呼ばれる.

これらの定義式を用いることで、本研究で行ったス ペクトル解析で使用するコヒーレンスとフェーズを導 出することができる.

$$\cosh(\omega) = \frac{|S_{xy}(\omega)|^2}{S_x(\omega)S_y(\omega)}$$
(A6)

$$\theta_{xy}(\omega) = \tan^{-1} \left(\frac{Q_{xy}(\omega)}{K_{xy}(\omega)} \right)$$
(A7)

式(A6)がコヒーレンスで式(A7)がフェーズを表す式 である。本文中にも記載したが、コヒーレンスは2つ の時系列が同じ周波数帯で、どれだけ相関関係がある かを示す。そしてフェーズは両者の位相差を表す。コ ヒーレンスとフェーズを計算することによって2つの 時系列においてどちらの時系列がどの程度先導または 遅れて生じているのかが分析できる。

ここで,連続周期関数の基本的な性質について述べ ておく.周期関数はその導関数に対して位相差が90° 遅れるという基本的な性質がある。例えば,sin関数 の導関数である cos 関数との関係は位相差が90°遅れ る関係にある。同様に,AOIはAOI方程式の時間変 化項に対して各々の周波数において90°遅れるという 性質を持っている。よって,AOIの時系列を用いた 場合のフェーズはAOIの時間変化項を用いた場合と 比べると90°ずれて現れるという特徴がある。

参考文献

日野幹雄, 1977:スペクトル解析. 朝倉書店, 300pp.

- Hirata, Y., Y. Shimo, H. L. Tanaka and K. Aihara, 2011: Chaotic properties of the Arctic Oscillation Index. SOLA, 7, 33-36.
- Itoh, H., 2002: True versus apparent Arctic Oscillation. Geophys. Res. Lett., 29, 1268, doi: 10.1029/2001 GL013978.

- Kalnay, E., M. Kanamitsu, R. Kistler, W. Collins, D. Deaven, L. Gandin, M. Iredell, S. Saha, G. White, J. Woollen, Y. Zhu, M. Chelliah, W. Ebisuzaki, W. Higgins, J. Janowiak, K. C. Mo, C. Ropelewski, J. Wang, A. Leetmaa, R. Reynolds, R. Jenne and D. Joseph, 1996: The NCEP/NCAR 40-year reanalysis project. Bull. Amer. Meteor. Soc., 77, 437-471.
- Kasahara, A., 1976: Normal modes of ultralong waves in the atmosphere. Mon. Wea. Rev., 104, 669–690.
- Kasahara, A., 1977: Numerical integration of the global barotropic primitive equations with Hough harmonic expansions. J. Atmos. Sci., 34, 687-701.
- Kasahara, A., 1978: Further studies on a spectral model of the global barotropic primitive equations with Hough harmonic expansions. J. Atmos. Sci., 35, 2043– 2051.
- Nagato, Y. and H. L. Tanaka, 2012: Global warming trend without the contributions from decadal variability of the Arctic Oscillation. Polar Sci., 6, 15-22.
- Ohashi, M. and H. L. Tanaka, 2010: Data analysis of warming pattern in the Arctic. SOLA, 6A, 1-4.
- Overland, J. E. and M. Wang, 2005: The Arctic climate paradox: The recent decrease of the Arctic Oscillation. Geophys. Res. Lett., 32, L06701, doi:10.1029/2004 GL021752.

- 下 悠子,田中 博,2010:記録的な2009/2010年の寒波 と北極振動の関係について、長期予報研究連絡会報告, 「長期予報と大気大循環」.http://www.metsoc.jp/ LINK/LongForc/tanakashimo20100928.pdf (2016. 3.31閲覧).
- Suzuki, I. and H. L. Tanaka, 2007: Teleconnections and the Arctic Oscillation analyzed in the barotropic component of the model and observed atmosphere. J. Meteor. Soc. Japan, 85, 933-941.
- 田中 博,2003:力学的長期予報の展望:長周期変動の力 学と予測可能性の探求.グロースベッター,(41),51-88.
- Tanaka, H. L. and M. Matsueda, 2005: Arctic Oscillation analyzed as a singular eigenmode of the global atmosphere. J. Meteor. Soc. Japan, 83, 611-619.
- Tanaka, H. L. and S. Seki, 2013: Development of a three-dimensional spectral linear baroclinic model and its application to the baroclinic instability associated with positive and negative Arctic Oscillation indices. J. Meteor. Soc. Japan, 91, 193–213.
- Thompson, D. W. J. and J. M. Wallace, 1998: The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields. Geophys. Res. Lett., 25, 1297–1300.

Diagnostic Analysis of the Decadal Variability of the Arctic Oscillation Using the AOI Equation

Masatomo KINO*, Yuko SHIMO* and H. L. TANAKA**

- * Graduate School of Life and Environmental Sciences, University of Tsukuba.
- ** (Corresponding author) Center for Computational Sciences, University of Tsukuba, Tsukuba 305-8577, Japan.

(Received 10 December 2012; Accepted 2 April 2016)