

グロースベッター

第 1 卷 第 2 号

目 次

1. 氷結核, 宇宙塵, 雨
N. H. Fletcher (1)
2. 人工衛星の観測による16日予報
C. G. Abbot (6)
3. 傾圧擾乱のエネルギー変動
相原正彦 (9)
4. 力学方程式の最大簡略化の解について
E. N. Lorenz (25)
5. 大気中におけるいろいろなスケールの擾乱
の間のエネルギー・サイクル
菊地 幸雄 (37)
6. 傾圧モデルによる長期数値積分
F. Baer (49)
7. 北半球対流圏における低気圧と高気圧の
頻度
M. I. Morozova (66)

1962年1月

L. F. グループ

氷結核，宇宙塵，雨

N.H.Fletcher : Science. 11 Aug 1961. Vol 134 No. 3476

訳者まえがき

この論文の題名は，“Freezing Nuclei, Meteors, and Rainfall” といひ，Bowen以来ここ数年間に発展した氷結核としての宇宙塵説を，多くの人の論文を引用して紹介したものである。論文は6節からなっており，前2節は従来の雲物理で考えられている降水メカニズムを説明しており，直接本題とは関係がない。しかし筆者のFletcher も言っているように，後述の本題の理解を助けるため，一応従来の降水メカニズムを簡単に述べ，しかるのち本題の“Meteor Hypothesis”にはいることにする。

凝結核と雲

湿潤空気が断熱冷却すると，湿度は100%になりさらに冷却が続くと，空気が完全に清浄である時には100%をこえ過飽和の状態になる。しかし実際にはこのようなことは起らない。というのは大気中に普通存在する微小な可溶性物質により水蒸気は凝結して微小水滴になるからで，これら微小物質を「凝結核」と呼んでいる。これらは海水面や地表面の塩化物からの塩分が主となっている。

大気中における凝結核の密度は可成り大きい，一般には大陸の方が海洋より大きく（海洋： $5\%/\text{cm}^3$ ，大陸： $300\%/\text{cm}^3$ ）またそのサイズは海洋上で大きく，大陸上で小さい。Hockingの研究によると18ミクロンより大きな雲粒は衝突により重合し雨滴になり得るが，これより小さな雲粒は衝突が起り難く，きわめて安定で雨滴に成長することはないとされており，これから見ると大陸上における主要な降水を説明することができない。

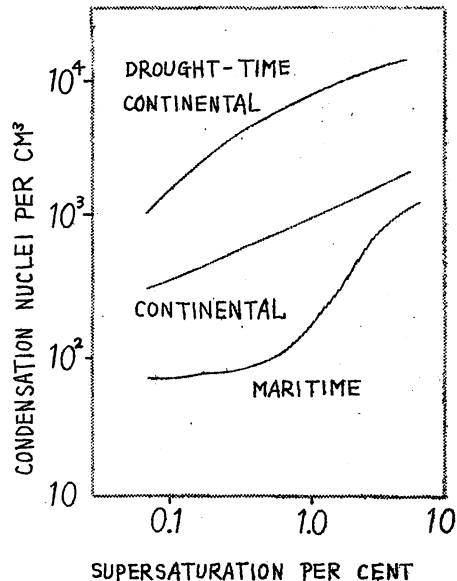


fig 1. 大陸と海洋に源を有する空気中の活動的凝結核の分布

氷結核と氷晶

凝結高度を突破して上昇する雲粒は氷点に達し氷晶になることが期待されるが、実際には純粋な水滴は -40°C ぐらゐまで過冷却の状態で存在する。

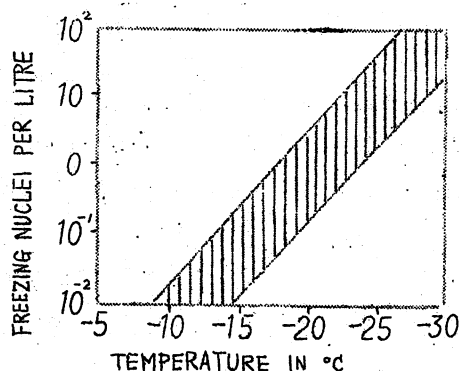


fig 2. 大気中の氷晶核の作用数分布
毎日の値は変動するが大体形の部分にはいる。

しかしいわゆる「氷結核」があると -40°C より高い温度で氷晶になる。これら氷結核も普通大気中に存在するが、 -20°C 位で作用する氷結核の数は1ℓ中わずかに数個程度である。しかしながらその物理的意義は大きく、同じ温度における氷相と水相の蒸気圧の差により、一旦氷晶が生ずると、周囲の水滴は蒸発して氷晶に附着し、氷晶を成長させる。これが大陸上の雲を

不安定にし降水を起す原因と考えられているが、何らかの形の降水（雨・雪・霰等々）を起すに必要な氷結核の数は1ℓ中1～10個位でよいとされている。

宇宙塵仮説

さていよいよ本題の「宇宙塵仮説」であるが、この説は1953年 Bowen によって唱えられたもので、活動的な氷結核の源は、地球によって引きつけられた宇宙塵であるというのである。

以下この説を引き出すに至った、いくつかの事実をのべることにしよう。地球上の降水は幾多の要素、例えば季節による周期的なものとか、可成り

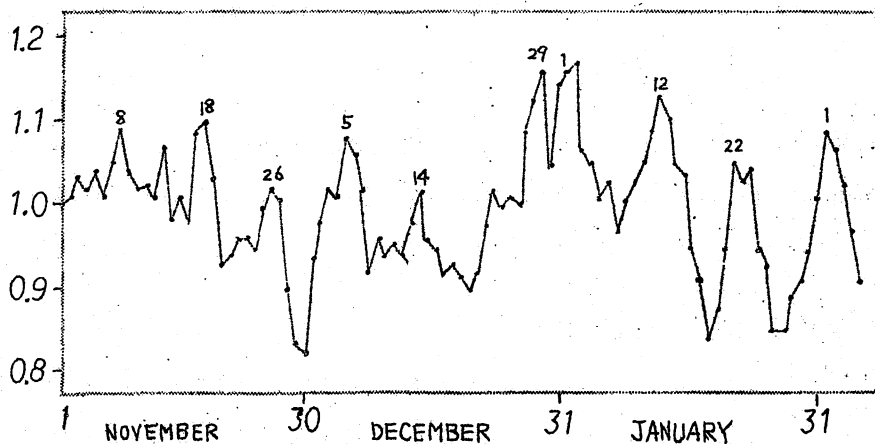


fig 3. Bowen の世界降水曲線

ランダムなものとしては気圧系の移動等によっている。従って異なった地域の異なった年の資料を全部平均し、変動を調べると、その変動は滑らかになることが期待される。Bowen は両半球 300 地点の 50 年分の雨量資料を調べた結果、統計的にも意義あると見られる多くの *rainfall-peak* を見出した。fig 3 はこうして得られた変動曲線の一部であるが、平均からのへだたりは $\pm 15\%$ 以上になっており、特に 1 月 12 日、22 日とか 2 月 1 日等が目立っているのがわかる。

Bowen の研究が発表された後、U. S 気象局の Brier は Bowen とは独立に U. S の 150 地点の雨資料を調べ、Bowen の曲線と非常に良く一致することを確認しているし、また USSR の Dmitriev と Chili も同じような調査をやり、年間 30 の *Rainfall peak* を見出したが、その *peak* は Bowen の結果と良く一致し、しかも統計的にも意義のあるものであることを確めた。

以上の調査は全世界にわたって降水にシンギュラリティーのあることを示しているが、もしこれらの *peak* が実存するものであるなら、大気の物理現象によるものであり、しかもその現象が両半球にわたっており年々再発すること等から見て、その原因は地球外にあるように思える。

軌道の知られている宇宙塵と降水の相関を考えると、宇宙塵が降水にいくらか先行することが予想される。すなわち宇宙塵が地球により引きつけられトロポの下にある対流混合層の上に達するまでの時間がそれに相当しよう。

以上のことを心におき Bowen は *Rainfall-peak* とそれから約 30 日前に起った宇宙塵シャワーの間に高い相関を見出した。表はこの結果を示す。

Rainfall peaks と宇宙塵シャワーの間の相関を示す表

<i>Rainfall peak</i> (date)	<i>meteor shower</i>		<i>Time</i> <i>lapse (days)</i>
	<i>Meteor Stream</i>	Date	
8 Nov.	Giacobinids	9 Oct.	30
18 Nov.	Orionids	20-23 Oct.	29
26 Nov.	?		
5 Dec.	Taurids	3-10 Nov.	32
14 Dec.	Leonids	16 Nov.	28
29 Dec.	Bielids I	27 Nov.-15 Dec.	-
1 JAN.*	Bielids II	2 Dec.	30
12 JAN.*	Geminids	13 Dec.	30
22 JAN.*	Ursids	22 Dec.	31
1 FEB.*	Quadrantids	3 Jan.	29

表以外の日にも相関の良いのがあるが、これらをまとめると宇宙塵と *Rainfall peak* の間には 30 ± 2 日のタイムラグがあり、これは *meteor particles* がトロポまで落下するに要する時間と相当し、しかもこの推論が正しければ *particles* の大きさは直径10ミクロン程度のものと推定される。

仮説を支持する事実

Rainfall peak が実在し、しかもそれが大気中の氷結核の急激な増加によるものであれば、核を直接観測することにより確かめられるだろう。氷結核を観測する方法として、過冷却した砂糖溶液を用いる方法（測定しようとする空気を一定容器に入れ、その底に過冷却した砂糖溶液を入れておく。そうして空気を冷却すると、核がある場合には氷晶となって砂糖溶液の上に落ち、成長して見えるようになる。）があるが、この方法を用いて測定した各国の観測結果をコンポジットすると *Rainfall peak* と良く一致することがわかった。

最近になって Bigg は大気中の氷結核を常時観測する装置を作ったが、その測定によると氷結核の増加は1～2時間といった短い時間内に起り、Maxに達した後はゆっくり減少することを見出した。そしてこのような急増は逆転層（上層の空気は核の数が多く、下層は核数少ない）が破壊された直後に起っていることを確かめた（すなわち上層の方が核の数が多し）。

次に *Cirrus* 雲についてであるが、*Cirrus* は氷晶で出来ている雲で、厚い *Cirrus* は、氷結核の密度が大きいのか、水蒸気量が多いのか、あるいはその両方であろう。Bigg はこれについて、*Cirrus* が最も多いのは *Rainfall curve* の *peak* の附近にあることを見出した。最近飛行機観測によって確かめられたところによると、氷結核の数は高度とともに減少するような傾向はなく、地上10km位にある半永久的な逆転層であるトロポをはさんだ上と下の氷結核数はほぼ同じであった。これらはいずれも核の源としての宇宙塵説を裏付けるものである。

仮説の批判

以上氷結核としての宇宙塵説について種々のべてきたが、この説が正しいものであるためには次のような諸点が確立されなければならぬだろう。すなわち

- i) 宇宙塵が、雲頂における効果的な氷結核として作用し得るか？
- ii) 地球により引きつけられた宇宙塵は、 -20°C 以上で作用する氷結核分布の意義ある分布を説明するに充分であるか？

- iii) 宇宙塵の重要さを凌駕するような、地表に源を有する液がないこと。
- iv) 地表又はトロポに達する宇宙塵の 30 ± 2 日遅れには必然性があるのか？

これらの疑問につき Fletcher は、それ相当の解説を試みているが、紙面の都合で割愛しよう。

ここ数年発展して来た宇宙塵説は非常に興味あるものであり、これらの研究は仮説を支持するように見える。

これらの見解が正しいかどうかを決めるにはまだはやい。しかしながら降水にシンギュラリティーがあることは事実であり、現在これを説明出来るものとしては「宇宙塵説」しかないであろう。

(札幌管区気象台 柏原辰吉)

ここ2, 3年以内に冷夏の恐れがある？

高橋正吾

網走の夏(7, 8月)の気温を調べて見ると大正初期(1917年以降)から現在までの年々の変化につぎのような規則性が認められ、これからここ2, 3年以内に冷夏が心配される。

初めの4年間は安定した同じような夏が続き後の6年間は不安定で高低温の変動が激しい。そして、こうした繰り返しはすでに4回現われ、現在はその5回目の後半すなわち不安定期にある。

1961 ~ 1966 年間は不安定期、すなわち変動の激しい期間で低温の夏になればその度合が強くと29, 31年夏のような冷夏を考えておく必要があり、高温の夏になれば昭和18, 19年のような異常高温の夏になるといった具合で、この期間には極端な夏が現われやすい。なお上記の規則的な繰り返しは太陽黒点の11年週期における極大、極小期の繰り返しと平行している。また上記の規則性が大正初期からこのようにハッキリ認められるが、それ以前ではそれ程ハッキリはしていない。これは北海道の夏の気温が1915, 16年を境に画然と変って来ているためである。

人工衛星の観測による16日予報

C.G. Abbot: Sixteen-day weather forecasts from Satellite
Observations, Smithsonian Misc. Coll., vol. 143, No. 2, 1961

太陽の放射常数の測定が人工衛星によって可能である。ある適当な太陽儀を遮蔽大気の上を走らせることによってスペクトル観測でなしに太陽放射の強さを直接測定することができた。欠測なしに毎日多くの測定ができた。それらは個々の値としては1924～1952年間のスミソニアン¹⁾の観測者の値程正確ではないかも知れないけれども、人工衛星観測による一日の平均値はより以上に正確なものであろう。それは無線送信によって容易に地上に還元することができた。

私は25年前に太陽放射の上昇・下降に伴って少なくとも16日間地上気温にその反対の傾向が現われたことを示した。¹⁾ 太陽傾向の始まる同じ日附を用いてワシントン、セントルイス、ヘレナ、ドイツのポツダム、およびスペインのエブローについてすべて太陽活動の増大・減少に対して反対の気温傾向が現われたことを見出したのである。大きな太陽変動は大きな気温変化をもたらすという具合であった。そこで完全な一連の太陽常数の測定があれば世界的に16日間の気温予報には充分であろう。R. A. Millikan 博士は I. Bowman 博士と K. T. Compton 博士それに当時のアメリカ気象局長の支持を得てある勧告を行なった。その原文はスミソニアン刊行物第3397号にのっている。それは30万ドルの金でスミソニアン研究所がその最良の位置に幾つかの太陽常数観測所を設立できるようにするということを提案した。これらは既設の三つの観測所に追加されるはずである。このようにしてそれらの平均値から毎日精度の高い太陽常数をうることが期待される。

この勧告はルーズベルト大統領や予算当局者によって認可された。それに必要な金は上院を通過したが下院で破棄された。それは二度と復活されなかったし今ではもう無駄なことであろう。航空機やロケットの増加は大気をよごすし又ますます増大する世界的混濁は観測者を危うくする。今では諸条件がそのような計画を否定するし、のみならず現今人工衛星による値程に欠測なしに毎日の値をうることができなかったろう。

二つの参照論文¹⁾とそれより幾らか後のもう一つの論文²⁾は長く絶版にな

1) Smithsonian Misc. Coll., vol. 95, No. 12, Publ. 3392 and vol. 95, No. 15, Publ. 3397, 1936

2) Smithsonian Misc. Coll., vol. 107, No. 4, Publ. 3892, 1947

っている。それらはスミソニアン研究所が無料でその刊行物を送っている世界中の約1,500の図書館で調べられる。

この問題に現世代の關心をひくために私と助手の Lona Hill 夫人は1924~1955年にわたって Montezuma, Chile においてなされたすべての太陽常数観測値を集めた。そしてワシントンにおける気温に対して太陽活動がもたらす傾向の研究をくり返してやってみた。その結果は刊行物第3392号と3397号にのせたものと著しく違わないばかりでなく、より一層スムーズになっている。

これらの結果は今すぐ予報に用いられるというものではないが、人工衛星観測によって何がなされるかということの説明するものである。それ故に気温予報に対してそれらがどのような精度をもつかを論証する細部については省略する。ここでは単に最終結果は何であったかということと25年前のものといかに対比するかを示す。この証拠を提示する前にもう一つの論文²⁾を参照しよう。それにはワシントンとニューヨークの天気には約6 $\frac{2}{3}$ 日の規則的週期があることが示されている。私は今それを6.6476日と見積もる。これは正確には273か月の $\frac{1}{1250}$ であり、1967年までの私の降水量の予報はその主週期に基づいている。³⁾

刊行物第3892号に示した如く、これはワシントンとニューヨークで顕著な週期である。気温に対するその効果は時として太陽変動における上昇・下降の傾向の効果を凌駕することがある。刊行物第3392号と3397号が発行された当時はわれわれはその永久的に続く規則的律動を知らなかったのである。それ故にそれらの結果は幾らかそれによって乱されていた。

ワシントンにおける気温に影響する規則的傾向の決定に先だってわれわれは6.6476日週期の位相と振幅を検討した。その次に1924~1955年間のすべての太陽常数測定値からその効果を除去した。このことは太陽の変動傾向とそれらの効果がこの無関係な変量によって影響されないようにしたわけである。これがつまりワシントンにおける気温の傾向についてのわれわれの現在の結果がどうして25年前のものよりもスムーズであるかという主な理由である。6.6476日週期は私が人工衛星観測からなされることを期待する16日予報において当然太陽の変動傾向とともに考慮されねばならないだろう。

第1表は太陽変動に6.6476日週期があるとして各々180回折り返した8つのグループについて各グループの平均振幅と総計1,440回くり返しの総平均値である。これらの値をグラフにするとこの週期の位相はその平均予想位置から一日以上違うことはめったにないがその振幅はかなり異なる。さらに

3) *Smithsonian Misc. Coll.*, vol. 139, No. 9, Publ. 4390, 1960

第1表 Groups of 180-repetitions of the 6.6476-day solar period
and mean of 1440 of them

Places:		1	2	3	4	5	6
1924	1927	466	462	465	474	472	454
1927	1930	450	444	438	461	456	442
1931	1934	461	474	456	470	459	463
1934	1937	485	470	459	475	475	467
1938	1941	467	466	457	474	481	465
1941	1944	465	457	461	466	462	461
1945	1948	481	486	479	482	485	478
1948	1951	504	493	489	510	501	482
Mean		472.4	469.0	464.2	476.5	473.9	463.9

私の論文(1949年の刊行物
第3990号)で指摘したよう
に、 $\frac{6.6476}{2}$ 日週期もある。

これらの因子は人工衛星観
測による16日予報に考慮さ
れなければなるまい。

われわれはこれら二つの
規則正しい週期的太陽変動
の影響を消去した。太陽の
変動傾向による16日天気統
制についてのわれわれの結
果は第2表に示した。

ワシントンとニューヨー
クの気温について私に言わ
せればほとんど支配的とさ
え言える6.6476日と3.3238
日週期は大きな効果を示し
ている。

(仙台管区気象台 八重樫 佐平)

第2表 Falling solar trends

Days from sun change	Jan.	Feb.	Mar.	Apr.	May
-5	-1.0	+0.7	-0.6	-0.1	+0.9
-4	-0.4	+1.5	-2.6	+0.5	+1.5
-3	-1.0	+1.1	-4.7	-0.6	+0.5
-2	-2.3	+1.5	-2.6	-0.3	-3.3
-1	0	+1.8	-2.8	+0.6	-5.6
0	-1.2	+0.4	-0.7	-3.1	-4.7
1	-1.4	-3.0	-0.9	-2.4	-4.0
2	+1.0	-1.2	-0.7	-1.1	-1.1
3	+2.3	+1.4	-3.1	+0.4	+0.5
4	+3.4	+3.6	-0.1	+1.8	+1.6
5	+3.5	+1.5	+1.9	+4.6	+0.7
6	+1.3	-0.2	+4.7	+5.2	-2.6
7	+0.1	+2.3	+5.8	+1.0	-3.3
8	-1.0	+0.9	+2.3	-1.5	-2.7
9	-0.8	+2.3	-3.1	-0.4	+0.3
10	-0.6	+4.0	-5.0	+0.4	+1.3
11	-2.0	+2.9	-3.5	-0.2	+1.7
12	-0.5	+0.3	-3.7	-0.8	+0.8
13	+1.2	-1.1	-2.7	+0.2	-0.7
14	+1.4	-2.3	-2.3	+2.2	-2.1
15	+1.6	+0.1	-0.2	+0.5	-1.1
16	-0.1	+0.3	+0.3	-0.3	-0.7

傾圧擾乱のエネルギー変動

相 原 正 彦

大気の大規模運動の長期変動の様子を、力学的方法によって予報することについて簡単に考えてみる。計算上の問題から考えてみると、これまでの経験からいって運動方程式を長期間にわたって積分を続けてゆくにつれて格子点法などでは、いわゆる、切断や、まるめの誤差のために遂には物理的に意味のある解はかくされてしまう。この困難をさけるための工夫が、長期予報を現在の数値予報方式の拡張として行なう場合に必要である。そうでなければ、時間間隔を区切って逐次に積分を行なう方式は断念され、一度に長時間後の状態を知る様な手段をとらなければならないだろう。たとえば、大きな意味で大気運動を支配すると考えられる物理因子；太陽、月の活動、海陸の熱分布、地球大気の成層状態、等により定まる基本週期をとり出して資料に基づいて決定してゆく週期法や、または相関法によることになるだろう。

しかしながら、短期間の力学的数値予報がこれまでに得た成果と、また、天気現象を支配する基本方程式を解いているという強みからいって、この方法を拡張発展させて長時間後の天気現象が知られるとよいとは、誰も考えるところであろう。

Phillipsの行なった数値実験の意義は、支配的であると考えられる物理因子をとり入れて静止大気より出発して、半球的な規模でみたときの大気の風速分布、温度場や気圧場の大きな特性を再現することであった。風速分布や各種エネルギー変換などは観測事実とよい一致を示した。この成功を別の意味で考えてみると、それらの基本方程式を更に進んで時間的に安定に積分することができ、正しく物理因子が方程式に導入されていれば、少なくとも大規模な大気の時間的変移を予報することが可能であると希望をもたせることである。そして、その後、Kuo, Matsumoto, Mintz, Pfeffer, 等の人々により非断熱項、摩擦項、それから垂直方向の精度向上について幾多の改良が行なわれ、同時に、Charney, Fjørtoft 等によってエネルギー論的考察も行なわれた。この線が長期予報に対するこれまでの短期間数値予報方式の妥当な拡張の途である様に思われる。しかし、現在の所では物理因子についての適確なとり入れ方について知識が欠けている。たとえば、内部又は地表摩擦については充分ではない様であり、物理的意味よりも計算技術上からとり入れているという面もないではない。一方、解析の面からは気圧場、温度場、

等の時間的変動の様子についての知識が必要である。そして対流圏内の初期値だけで、原理的にどれ程延長することが可能か、などと解決を要する問題も多い。それらとは別に Thompson により始められた様に、物理量のある時刻での空間分布として経度方向に平均された量を予報する方法もある。順圧大気については Arakawa 及び Gambo により一般流速 $\bar{u}$, 運動量束 $\overline{uv}$, 擾乱の南北運動エネルギー $\overline{v^2}$, に対して予報式が求められて、実際に応用して成果を収めている。傾圧性及び非断熱、摩擦効果も容易に導入できるけれども、本来、経度方向に平均された量を予報するので、東西に分布する物理量については予報出来ない弱点はある。しかし、一般流速や運動量束の南北分布の予報は天気変動に対して情報を提供してくれる。実際的に予報することには、幾多解決すべき問題は残されている。しかし、長期間にわたる大気の特に、大規模運動の特性を知ることが、ある程度は容易である。前に述べた数値実験や線型安定度理論もそれらに含まれるが、とくに Lorenz によって用いられた *maximum simplification* の考え方は、その行き方の極端な例であろう。これは後に Bryan によって時間的に変動する非断熱作用の運動に及ぼす性質を知るために用いられたけれども、主旨は大気運動の大きな性質を、必要とする最少限の数の函数展開により表現し追跡したものである。これは函数展開法の極端な例にすぎず、多くの項数をとったときの予報例は, Gambo et al., Kubota, Magata, Kurihara, 等により二重フーリエ級数又は球函数によって行なわれた。Silberman, Wippermann 等はモデル的なパターンについて応用した。また, Baer, Platzman は特に初めに述べた数値誤差の検討に應用し、実際の順圧モデルによる長期予報の基礎資料としている。ここではこのやり方を用いて順圧大気中の大規模運動の時間変動を追跡した結果を示す。結果については、表現上の制約のため無理もあるが、簡単に、系の変動の本質を調べられる点で長所をもっている。

垂直方向には静力学近似、また準地衡風近似及び断熱変化を仮定すれば、二層モデルについては、

$$\left\{ \begin{array}{l} \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^{(1)} = -\nabla \cdot \nabla (\xi + f)^{(1)} + \frac{2f_0}{P_0} (\omega - \omega_0) \\ \left(\frac{\partial \xi}{\partial t} \right)^{(3)} = -\nabla \cdot \nabla (\xi + f)^{(3)} - \frac{2f_0}{P_0} \omega \\ \frac{\partial}{\partial t} (\psi^{(1)} - \psi^{(3)}) = -\tilde{\nabla} \cdot \nabla (\psi^{(1)} - \psi^{(3)}) + S\omega \\ f_0 \psi \equiv \phi, \quad \omega_0 = -\alpha^2 \frac{\partial \tilde{\psi}}{\partial t}, \quad 2\tilde{\psi} \equiv \psi^{(1)} + \psi^{(3)} \end{array} \right.$$

で表わされる。これをポテンシャル渦度保存の式にまとめる。添字 (1), (3) は

上層，下層に關する量，
であることを示す．

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t} (\varphi^{(1)} - \mu^2 \tilde{\psi}) = J(\varphi^{(1)}, \psi^{(1)}) \\ \frac{\partial}{\partial t} \varphi^{(3)} = J(\varphi^{(3)}, \psi^{(3)}) \end{cases} \quad (1)$$

ここで

$$\begin{cases} \varphi^{(1)} \equiv \zeta^{(1)} + f_0 + \beta y - a^2 (\psi^{(1)} - \psi^{(3)}) \\ \varphi^{(3)} \equiv \zeta^{(3)} + f_0 + \beta y + a^2 (\psi^{(1)} - \psi^{(3)}) \\ \mu^2 \equiv \frac{2f_0}{P_0} \gamma^2 \end{cases}$$

を示し，記号はすべて慣用のものである．極長波擾乱まで，考える意味で，発散項 μ^2 を導入してある． ζ は相対渦度の垂直成分， a^2 は大気の垂直安定度に関係する量で Eady, Fujita 等が与えた様な擾乱のポテンシャル・エネルギーが運動エネルギーに変換しうる様な臨界波長 L_c と次の様な関係で結び付けられる， $L_c = \frac{1}{a\sqrt{2}}$ ．いまは傾圧大気の大規模運動のもつ基本的なエネルギー・サイクルをみようとするのがねらいであるが，長時間にわたる Gross feature をみるために，通常行なわれている様な細部にわたる表現は必要でなく，大きな特徴が表わされていればよい．それには普通，上層天気図でみられる様に東西方向に卓越した波数をもつ1つの擾乱と水平傾度をもつ一般流をおく．また，dishpan などの実験でみられる様な特徴をとり入れることであり，その様な系の基本的な性質を調べておくことが，有用であると考えられる．

さて，流線函数としては水平方向にシャーをもつ一般流と東西方向に自由に移動できる擾乱として共軌部分をふくむ6個の成分を採用する．すなわち，

$$\begin{cases} \psi^{(1)}(x, y, t) = A'(t) \cdot \Psi(y) + \sum_{j=1}^6 B_j(t) \cdot \psi_j(x, y) \\ \psi^{(3)}(x, y, t) = A(t) \cdot \Psi(y) + \sum_{j=1}^6 C_j(t) \cdot \psi_j(x, y) \end{cases} \quad (2)$$

ここで係数 A' , A , B_j , C_j は時間のみのものであり上の渦度方程式(1)に代入すれば，係数の時間変化を決定する方程式が定まる． Ψ , ψ_j はそれぞれ次のようにとってある．

$$\begin{cases} \Psi = -\sin ly \\ \psi_{1,2} = \cos ly (\cos kx, \sin kx) \\ \psi_{3,4} = \cos 2ly (\cos kx, \sin kx) \\ \psi_{5,6} = (\cos kx, \sin kx) \end{cases} \quad (3)$$

(11)

ただし、 $\ell \equiv \pi/D$ 、 $\ell_c \equiv 2\pi R/L$ であり、 D は考えている channelの幅、 L はその全長、 R は東西方向の擾乱の波数である。(3)の各成分は直交函数であるために、対応する係数の時間変化の式を個々にとり出すことができる。係数の時間外挿は中央微分方式で、時間間隔は $\Delta t = 1\text{hr}$ で行なわれた。境界条件としては、 x 及び y 方向に週期性の条件を用いた。また、採用した数値は次のとおりである。

$$\begin{cases} L = 28,000 \text{ Km}, & L_c = 3,000 \text{ Km} \\ D = 6,000 \text{ Km}, & f_0 = 10^{-4} \text{ sec}^{-1} \\ \beta = 1.6 \times 10^{-11} \text{ m}^{-1} \text{ sec}^{-1} \end{cases}$$

初期値としては、 A', A, B_{1L}, C_1 のみを与え $C_j = B_j = 0$ ($j \geq 2$) とした。なお、 $A' = A$ 、 $B_j = C_j$ とすれば、(1)は傾圧大気の渦度方程式に還元する。

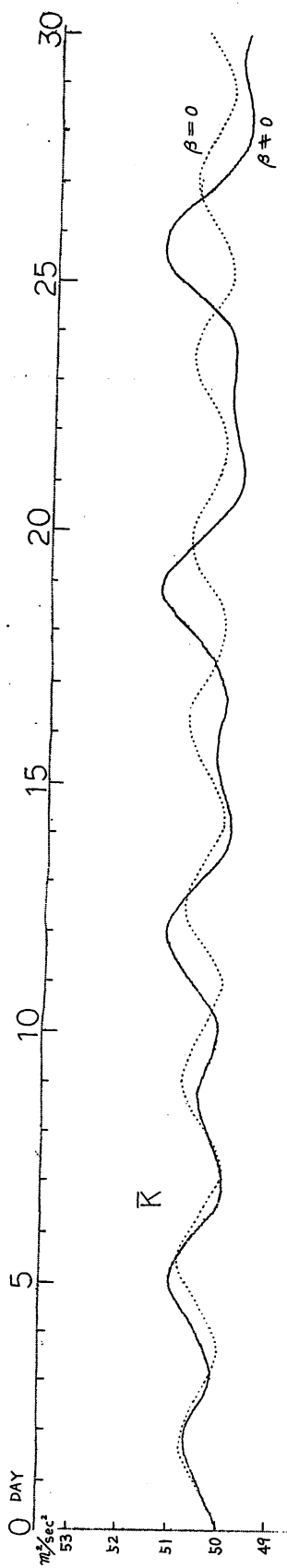
ここで、(1)は傾圧不安定をひき起こすべき垂直速度傾度 $\frac{dU}{dy}$ 、擾乱を西進させるロスビー因子 β 、短波擾乱の発達を抑える垂直安定度 a^2 、擾乱のトラフ・リッジの南北軸を傾斜させ運動量の南北輸送を可能ならしめる一般流の水平速度傾度 $\frac{dU}{dy}$ 、そして極長波擾乱の西進速度が非常に大きくなるのを防ぐための発散項 μ^2 、と傾圧大気モデルにおける物理因子は含まれている。(3)で採用した波の成分によって、対象が自から制限されている。ここでは南北方向の非線型作用が考えられ、東西方向の擾乱は波数が1つに制限されているが、*feed-back mechanism* は論じることができる。傾圧大気の場合には、主役を演ずるものは非線型項と β 項である。非線型項の運動エネルギー交換に果たす役割と、(3)のうち3個の擾乱量に与えられる分配比などが考察できる。また傾圧大気の場合には、垂直速度シャアの存在によるポテンシャルエネルギーの運動エネルギーへの変換とその週期などがみられるはずである。

(I) 傾圧大気

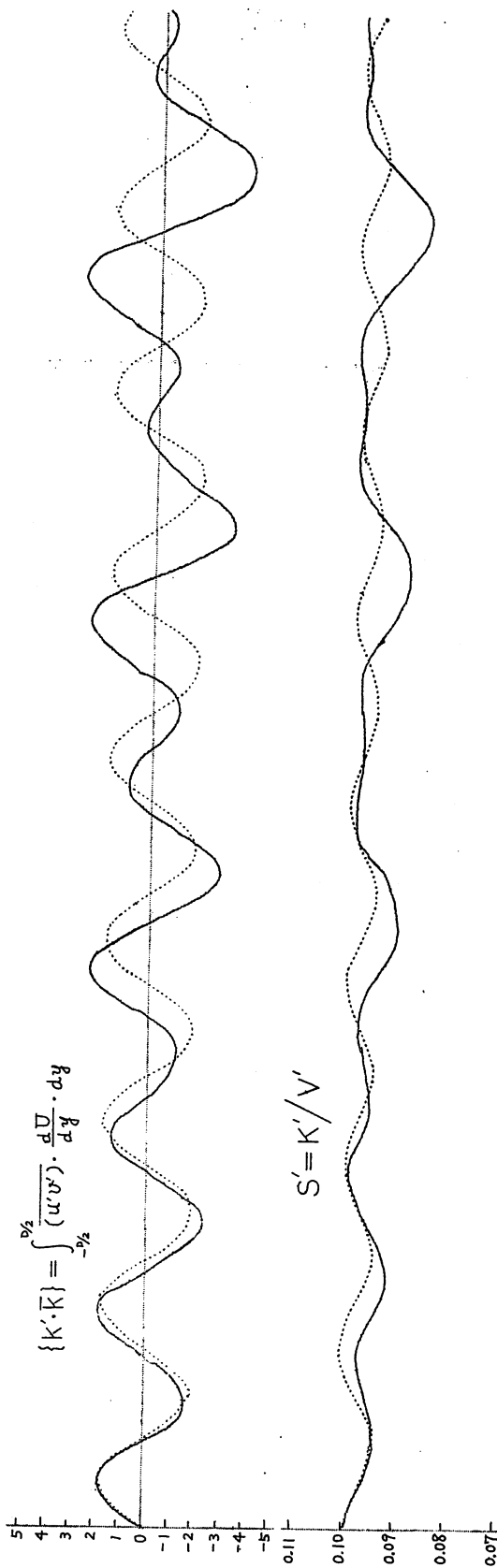
傾圧渦度方程式では、非線型項及び β 項が存在し、波数間のエネルギー交換に寄与する。このモデルは特に非線型項の働きをみるのによい。一般流及び擾乱の間の運動エネルギー交換の様子とその週期をみるために次の例について調べた。擾乱の波数 $R=7$ 、これは略 4,000 Km の波長に相当し $45^\circ N$ のスペクトル解析ではこの辺りに卓越した山が認められる。一般流及び擾乱の初期風速としては、次の様な値をおいた。

$$U = 10 \text{ m/sec}, \quad v_1 = 6.5 \text{ m/sec}, \quad v_j = 0 \quad (j \geq 2)$$

第1図に示す様に、一般流の運動エネルギー、 K 、一般流擾乱間のエネルギー



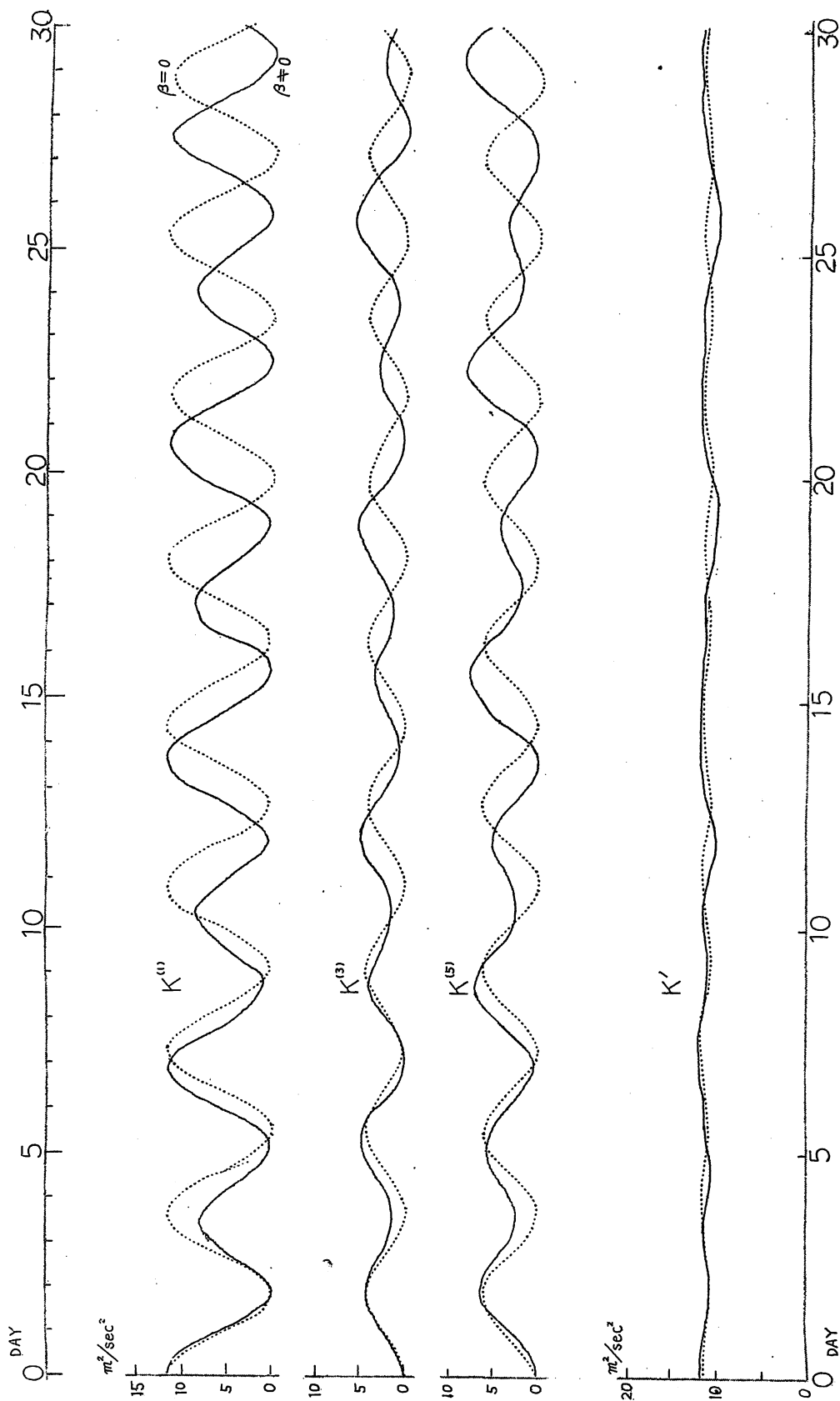
$$\{K' \cdot \bar{K}\} = \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} (\bar{u} \cdot \bar{v}') \cdot \frac{d\bar{v}}{dy} \cdot dy$$



$\bar{U} = 10 \text{ m/sec}$
 $V' = 6.5 \text{ m/sec}$
 $L = 28,000 \text{ km}$
 $D = 6,000 \text{ km}$
 $R = 17$
 $\Delta t = 1 \text{ hr}$

第 1 圖

(13~14)



ギ-交換積分 $\{K', K\}$, 及び擾乱の代表的スケール S' はいずれも 3.5 日程度の週期より, 時間とともに延びてほぼ 7 日程度の週期を示す. ここで, S' は次のように定義される.

$$S' \equiv K'/V', \quad K' \equiv \int (\nabla \Psi')^2 \cdot dy, \quad V' \equiv \int (\nabla^2 \Psi')^2 dy$$

K , $\{K', K\}$ 及び S' が同一週期を示していることから, この時間内には, すでに Lorentz の簡単なモデル計算でも示されている様に一般流と擾乱の相互作用によって, 擾乱の南北軸は channel の北半分では北西より南東に, 南半分では北東より南西に傾いて中央部に運動量を集中して一般流を発達させる. 次いで軸の傾斜はそれぞれ逆向きになって運動量を中央部より南北に輸送して一般流は弱まり, 初めの状態に復してサイクルを終了する. これはすでに線型理論や観測事実からもよく知られているところである. 擾乱の流線函数は, また,

$$\Psi' = A_1 \cdot \cos ly \cos \theta_1 + A_3 \cos 2ly \cos \theta_3 + A_5 \cdot \cos \theta_5$$

と表現出来る. それ程, 一般流との相互作用が強くなって, 振幅 A_1, A_3, A_5 の時間変化は小さいとすれば, 軸の南北の傾斜速度は

$$\frac{dc}{dy} = - \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial \Psi'}{\partial t} / \frac{\partial \Psi'}{\partial x} \right)$$

$$\propto \left[(C_1 - C_3) \cdot A_1 A_3 \cdot (2 \sin 2ly \cos ly - \sin ly \cos 2ly) \sin \theta_1 \sin \theta_3 \right. \\ \left. - (C_1 - C_5) A_1 A_5 \cdot \sin ly \sin \theta_1 \sin \theta_5 \right. \\ \left. - 2(C_3 - C_5) A_3 A_5 \cdot \sin 2ly \sin \theta_3 \sin \theta_5 \right]$$

ただし, $\theta_j \equiv \theta_j(x - c_j t)$, $A_j \equiv \sqrt{B_j^2 + B_{j+1}^2}$, $j = 1, 3, 5$ で表わされるので, 主に擾乱の各成分の位相速度の差によって定まる. 従って, 擾乱間のエネルギー分配が, 均等でなくて選択性をもてば, その波に主に支配される様な週期が現われることになる. 従って, 擾乱をなす成分のスペクトルの時間変動とそのエネルギー分配比が問題となる. 第 2 図で $K^{(1)}, K^{(3)}, K^{(5)}$ で示される曲線は 3 成分, (ψ_1, ψ_2) , (ψ_3, ψ_4) , (ψ_5, ψ_6) の運動エネルギーを示す. 擾乱のスケールは, (3) よりわかる様に (ψ_5, ψ_6) , (ψ_1, ψ_2) , (ψ_3, ψ_4) の順に小さくなる. 順圧大気のエネルギー・スペクトルの時間変化については Fjörtoft が考察している様に 3 成分の場合には, 中間波がエネルギー源となり, 大小の波に輸送して大きいスケールの波に, より多くのエネルギーを与える. この計算では一般流を含めて 4 成分であるが, 初期には

$$(\psi_3, \psi_4) \longleftarrow (\psi_1, \psi_2) \longrightarrow (\psi_5, \psi_6), \quad \Psi$$

の如くに運動エネルギーの輸送が行なわれている。すなわち (ψ_1, ψ_2) がすべての成分にエネルギーを供給している。特に一般流は強化される。やがて、全運動エネルギーの保存則に従って、有効な運動エネルギーは再び一般流と他の成分から逆に輸送されて元の状態に復するが、 β 項の作用によって完全には戻らずわずかのズレを生じ、その結果として週期ははじめの3.5日より7日程まで延びる。

次にエネルギーの分配比はどうなるかが問題である。擾乱の東西波長を長くしたとき、たとえば、 $R=1, 2$ あたりでは、殆んど (ψ_1, ψ_2) の間のエネルギー交換が支配的となって、 (ψ_5, ψ_6) 及び (ψ_3, ψ_4) には分配されない。これに対して東西波長が短くなると (ψ_5, ψ_6) 、 (ψ_3, ψ_4) も (ψ_1, ψ_2) と同程度のエネルギーを得ることになる。時間的変動については、東西波長には無関係に擾乱は *energy containing eddy* (ψ_1, ψ_2) と、残りの (ψ_3, ψ_4) 、 (ψ_5, ψ_6) とは、逆位相に *excite* される。

(Ⅴ) 傾圧大気

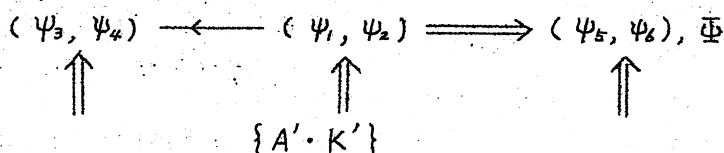
(Ⅰ)において非線型項の作用と、それによる一般流と擾乱の運動エネルギー交換の週期が調べられた。ここでは傾圧大気の代表例、特に傾圧不安定の場合におけるエネルギー変動と擾乱のスペクトルのことを調べてみる。初期値として

$$U^{(1)} = 25 \text{ m/sec}, \quad U^{(3)} = 5 \text{ m/sec}, \quad v_1^{(1)} = 9 \text{ m/sec}, \quad v_1^{(3)} = 4 \text{ m/sec}, \\ v_j^{(1), (3)} = 0 \quad : j \geq 2$$

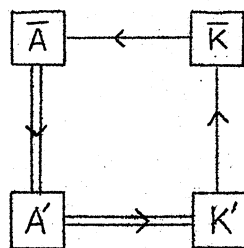
をとる。東西波長は $L/R=4,000 \text{ km}$ である。一般流の垂直シャーは $V=20 \text{ m/sec}/400 \text{ mb}$
 $= 5 \text{ m/sec}/100 \text{ mb}$ に相当し、線型理論より不安定擾乱の発達が予想される。各種エネルギー変換積分の値が第3図に示してあるが、正值は揺蕩内の量で左より右にエネルギーが移ることを示す。初期には一般流は擾乱よりもスケールが大きいために、非線型項の働きによって擾乱より運動エネルギーを得て発達するが、それを子午面循環、この場合は *direct cell* により一般場のポテンシャル・エネルギーに還元している。また垂直シャーによる作用で一般場より擾乱場へのポテンシャル・エネルギーの変換が行なわれ、それは直ちにそのまま擾乱の運動エネルギーに変化していることが図からわかる。また、エネルギー量は $\{\bar{A} \cdot A'\}$ 、 $\{A' \cdot K'\}$ が他の2つに比べて約1桁大きく、週期も長い。 $\{K' \cdot R\}$ 、 $\{\bar{A} \cdot R\}$ は、 $\{\bar{A} \cdot A'\}$ 、 $\{A' \cdot K'\}$ の大きな週期に、短い振動を重ねたような変化をしており、傾圧場の変動に伴う一般流速 $U^{(1)}$ 、 $U^{(3)}$ の変化が、水平方向の運動エネルギー交換にも大きく作用していることを示

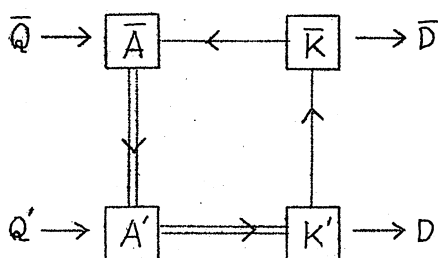
す。擾乱の発達に伴ってトラフの垂直軸は西向きに傾斜をおこし、暖熱の北向き輸送によって一般場の南北温度傾度を弱める。やがて発達最盛期を過ぎてトラフの軸は垂直から東向きになり、また再びもとの垂直の位置にまでもどる。この間に、一般流の垂直シャー ($-\frac{dU}{dp}$) は弱まり、遂には符号の逆転にまで ($-\frac{dU}{dp} < 0$) 至る。これはこのモデルの表現の不十分さによるのではなく、むしろ地衡風傾圧モデルの欠点であるように思える。解析からは垂直軸の東向きに傾斜は殆んどみられない。従って、長期にわたって使用する場合に地衡風モデルの使用については、非断熱項の導入などによる改良をせねばならないようである。

次に、第4図に下層での運動エネルギーの時間的変動が一般流 K 、擾乱の3成分 $K^{(1)}$, $K^{(2)}$, $K^{(3)}$ 及びそれらの和 K' について描かれている。下層の一般流に殆んど変化がないことは K_0 がほぼ一定であることからわかる。また、容易にわかるように、傾圧大気の場合とは異なり擾乱の各成分は同時に発達しており、曲線の変動週期が傾圧場の活動を示す $\{\bar{A} \cdot A'\}$, $\{A' \cdot K'\}$ と同週期であることから、ポテンシャル・エネルギーの運動エネルギーへの変換によるものであることがわかる。すなわち、各成分が同時に *excite* されてその後非線型項により成分間にエネルギーを再分配しており、これは傾圧大気の例でみたと同様に、中周波がそれをはさむ大・小波と逆位相変動をしているのとは異なる。初期の状態は下図のように表わされる。各エネルギー変換機



分の符号からいって、発達する傾圧擾乱のエネルギーは矢印のように流れるが、 $\bar{A} \cdot K'$ の増減が目立つ。傾圧場はほぼ 16, 17 日, $\{K' \cdot \bar{K}\}$, $\{\bar{A} \cdot \bar{K}\}$ は 2.5 日程程度の短週期であって、図の矢印は交互に変化する。この系では、全エネルギー及び自乗した全ポテンシャル偏差の保存則が成り立つために、エネルギーは再び、逆の矢印の方向にながれ、エネルギー・サイクルは完成する。実際の大気では、多くの解析や数値実験によって知られているように、非断熱効果と摩擦項の作用によって、ほぼ一方的なエネルギーの流れがある。非断熱項 Q は消費されるポテンシャル場を維持し、摩擦項 D は主に、擾乱場及び一般流の運動エネ



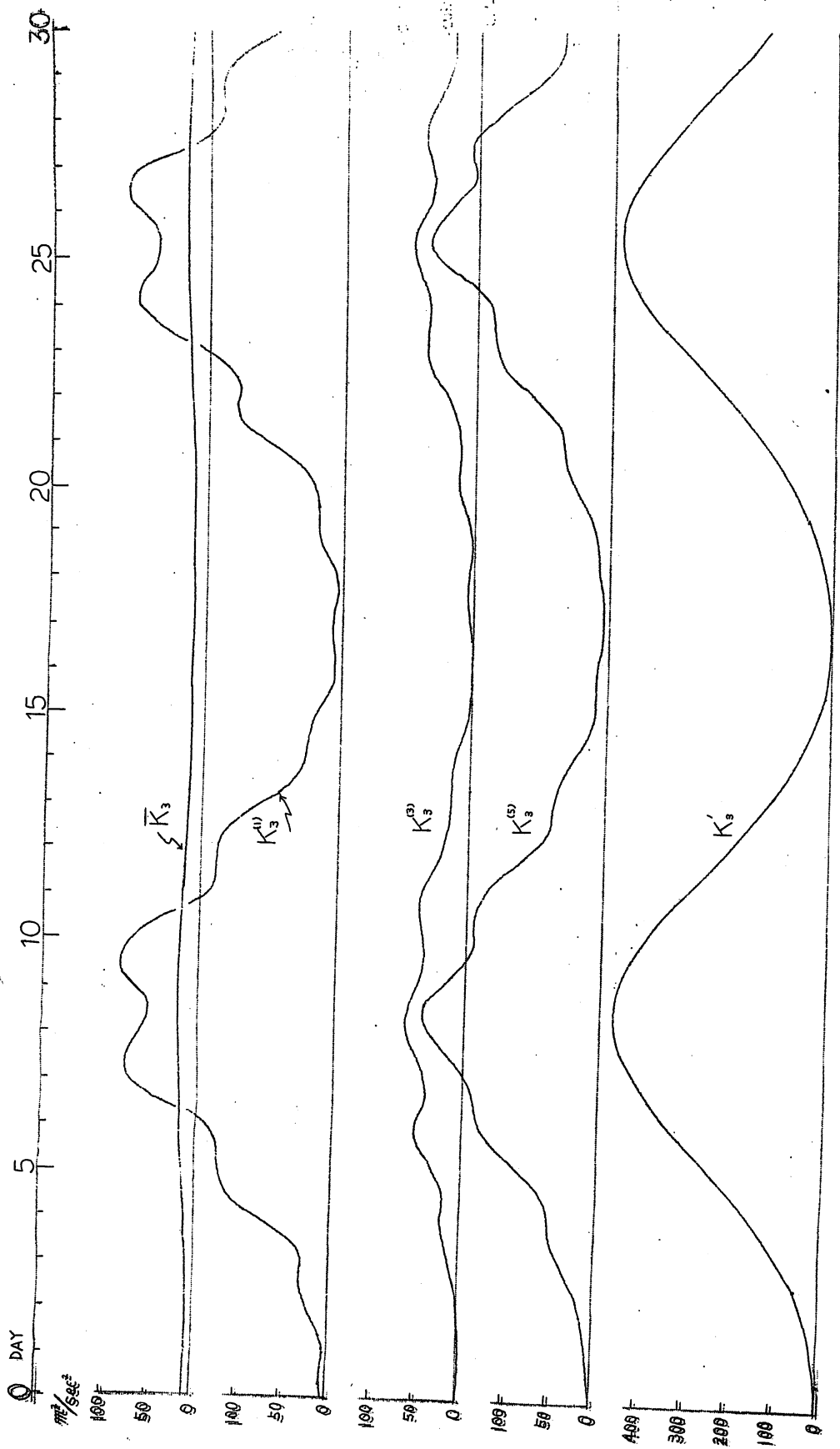


ルギーをとり去って、断熱系が初期に与えるようなエネルギーの流れの向きを維持している。従って、どのような期間まで、断熱系が実際大気とエネルギー的に同じ傾向を示すかについての資料を与えてくれることになる。

このほかに一般流の垂直シャーを変化させて、長波擾乱 ($R=1, 2$)、短波擾乱 ($R=14$) についての数値計算を行なったが、前者は噴圧大気の例と同様に始めに与えられた波 (ψ_1, ψ_2) が卓越して一般流との間にエネルギー交換を行ない、他の成分にはあまり分配しない。後者では、垂直安定度のために、極めて短週期の変動が起り、交換されるエネルギー量も少ない。両者ともに、擾乱の運動エネルギーは上の例のように著しい増減を示さなかった。

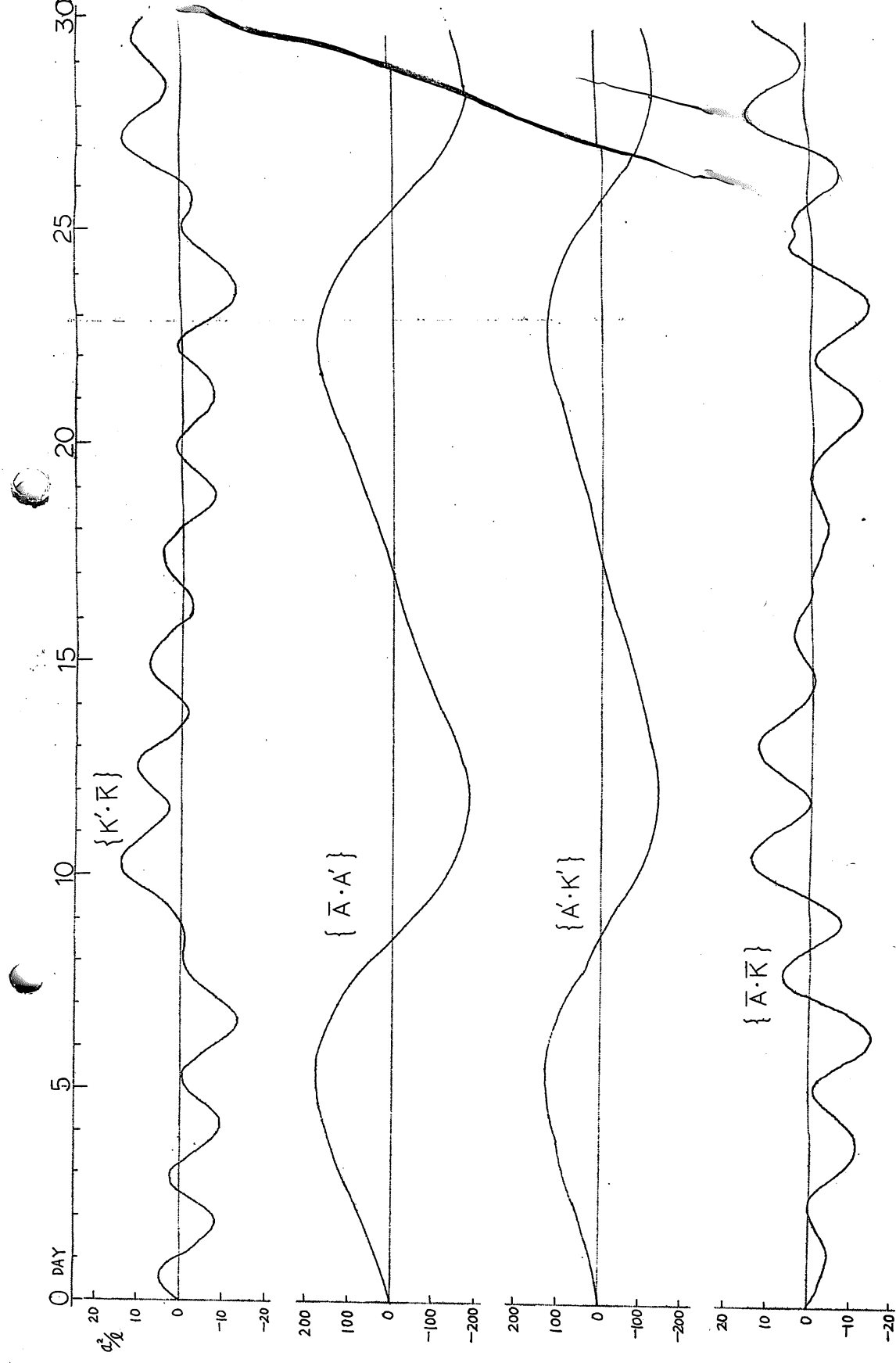
以上のように、行なった計算は簡単なものではあるが、理想流体における噴圧及び傾圧大気のエネルギー輸送の機構が半定量的に求められた。結果は今までに線型理論によって見当をつけられており、また解析から経験的に知られているものを裏付けたに止まるようである。しかし、種々の物理因子を次々に加えてゆくことによって、それらの効果が大規模大気の運動をどのように支配し、自然現象にどれ程接近してゆくかを教えてくれる点で意味がある。たとえば、非断熱項 Q にしてもどの程度の時間スケールを対象とするかによって、支配的な因子の性格が異なってくる。Bryan は Q の時間変化を重要視することによって季節程度の大きな変動のエネルギー論をとりあつている。

(気象研究所：相原正彦)



$V = 5 \text{ m/sec/100 mb}$

第 4 图



第 3 图

力学方程式の最大簡略化の解について

E. N. Lorenz : *Maximum Simplification of the
Dynamic Equation Tellus. Vol. 12. NO. 3. 1960
Aug. PP. 243-254*

要約 : *Double - Fourier series* を用いて、運動の最大規模のもの
のみについてのバロトロピック温度方程式は、三つの非線型微分方程式系に
分解される。これらの式の解析解は時間についての楕円函数となる。又数値
積分によっても簡単に解かれる。式の特解は擾乱による *Zonal Momentum*
の子午面輸送に伴って *Zonal flow* と擾乱との運動エネルギーの交換
により、一般流の上の擾乱の運動を描写する。

他の解は不安定な一般流の上の小擾乱の初期の発達やその発達の終息まで
の過程を突き出す。さらに解は大規模な擾乱によって安定な一般流の破壊を
画き、大気の *Index cycle* に関するもっとも面白い假説を導き出す。
もっと複雑な大気現象を研究したいと思うならば、上に述べた極端に簡略化
した *dynamic Equation* を多小づけるのことはより求まるであろう。

1. *Dynamic Equation* の簡略化と初期条件

大気中に観測される種々の現象、その変化は一連の物理法則により恐らく
支配されている。*Dynamic meteorologist* はこれらの物理法則によ
って大気の将来の状態や、典型的な観測事実を説明することに主眼をおい
ている。従って我々が観測する現象のさらに突込んだ理解をしようとするこ
とは規則的に不完全な式、初期条件のもとでのみ起る。何故なら例えば、式で
示されるような物理過程を示す項を除くとか初期条件と雲の影響とかを導入
するのに失敗するならば、観測事実と数値的解を比較することにより、除外
した項とか保留している性質の相対的重要性に関してある洞察を得るであら
う。

天候観測の現在、我々は未来の方法も不完全な初期条件を手えるし、又現在
の数学的方法も簡略化なしに *Dynamic Equation* を解くことを許さ
ない。かつ経済面から見て必要である。かくして数値予報の研究は
Optimum の予報ではないが信頼のおける予報を手える傍ら、天候現象
の理解に大きな貢献を手えた。

Dynamic Equ. の簡略化の意義には二種類ある。一つはある項を除

外したり、変形したりする。例えば潜熱の放出を示す項の削除とか、音波、重力波の伝播を妨ぐ *filtering* の導入とかが 気象力学における重要な最近の発展の一つであった。

もう一つは偏微分方程式を解くための現在の無能力から要求される。すなわち差分法の適用による問題である。初期条件の簡略化は前述のことと同じである。

差分に変わる方法として直交函数のなかの従属変数の場の解析が考察される。勿論その固有値の *Order* で *Scale* が調整される。この論文は大気現象の理解を深めるために、望ましい物理的性質を消める限度まで、最大限に式を簡略化することによって得られた Σ, Ω の結果を提示しよう。

2. Ω の物理的過程や特徴を除去し、変形して、*dynamic Eq.* 初期条件を簡略化した後、われわれは式と初期条件とを固有函数のなかで展開する。それから最大規模の特徴に対応した最小限の固有函数の係数を従属変数として保持する。そのことにより容易に解析的に解が求められる場合がある。

2. 最小限の流体力学の方程式

上述の一例として大気を支配する *dynamic Eq.* をバロトロピック *Eq.* まさむりやりに簡略化させよう。

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = -K, \nabla \psi \times \nabla (\nabla^2 \psi) \quad (1)$$

ψ : 水平2次元流函数, 他は慣用, ψ を今 *Double Fourier* で表わす。

$$\psi(x + 2\pi/k, y + 2\pi/l, t) = \psi(x, y, t) \quad (2)$$

以下球形, コレオリーの要動を無視する。

$$\nabla^2 \psi = C \psi \quad (3)$$

上式の固有函数は三角函数であり、すなわち変数 $m k x + n l y$, 固有値 C は $-(m^2 k^2 + n^2 l^2)$ の複素指数函数である。従つて固有函数の系列はこの場合 *double Fourier series* に簡略化される。

そのような *series* で $\nabla^2 \psi$ の展開は (4) 式になる。

$$\nabla^2 \psi = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \{ A_{mn} \cos(m k x + n l y) + B_{mn} \sin(m k x + n l y) \} \quad (4)$$

A_{mn}, B_{mn} は実数 ($A_{00} = 0$), n の *lower limit* は $m > 0$ の時 $-\infty$, $m = 0$ の時 0 , より簡略記号で表わすと

$$\nabla^2 \psi = \sum_M C_M e^{i M R} \quad (5)$$

$M = i m k + j n l$ (ベクトル Wave Number), $R = i x + j y$
(x, y の単位 Vector)

$$C_M = \bar{C}_{-M} = \frac{1}{2} (A_{mn} - i B_{mn}) \quad (6)$$

$\bar{C}_{-M}$ は共軛根である。

ψ に対応する Fourier series は

$$\psi = - \sum_M (M \cdot M)^{-1} C_M e^{i M R} \quad (7)$$

微分係数 M を L とし, H により M を置きかえて (5), (7) から

$$i K \cdot \nabla \psi \times \nabla (\nabla^2 \psi) = \sum_{H, L} (K \cdot H \times L) (H \cdot H)^{-1} C_H C_L e^{i (H+L) \cdot R} \quad (8)$$

(8) の $H+L$ を M とし, 右辺に (5), (8) を代入すると

$$\frac{d C_M}{d t} = - \sum_H \frac{K \cdot H \times M}{H \cdot H} C_H C_{M-H} \quad (9)$$

(9) 式は (1) の Fourier-変換である, 係数 C_M は従属変数である。地球表面では (3) 式の固有函数は球函数で, その漸変方程式の適用は Silberman (1954), 窪田, 菊地, 広瀬が実施している, (1) のもとに2つの積分量, mean kinetic energy, (E) vorticity の mean Square (V) は時間に対して一定である。何故なら (1), (9) は詳しく (9) は又これらの値を保存しなければならないから。

(5), (7) から平均 Kinetic Energy E は次式となる。

$$E = \frac{1}{2} \sum_M \frac{C_M C_{-M}}{M \cdot M} \quad (10)$$

一方 vorticity の mean Square V は

$$V = \sum_M C_M C_{-M} \quad (11)$$

簡単な系について説明しよう。 m, n がおりの $1, 0, -1$ のときである。(4) は

$$\begin{aligned} \nabla^2 \psi = & A_{1,0} \cos kx + A_{0,1} \cos ly + A_{1,1} \cos (kx + ly) \\ & + A_{1,-1} \cos (kx - ly) + B_{1,0} \sin kx + B_{0,1} \sin ly \\ & + B_{1,1} \sin (kx + ly) + B_{1,-1} \sin (kx - ly) \end{aligned} \quad (12)$$

さらに簡略化は $B_{1,0}, B_{0,1}, B_{1,1}, B_{1,-1}$ が初期になく, 且つ $A_{1,-1} = A_{1,1}$, $A_{0,1} = A$, $A_{1,0} = F$, $A_{1,-1} = G$ とおくと, 漸変, 流函数の最終的簡略化は (13), (14) になる。

$$\nabla^2 \psi = A \cos ly + F \cos kx + 2G \sin kx \sin ly \quad (13)$$

$$\psi = -\frac{A}{l^2} \cos ly - \frac{F}{k^2} \cos kx - \frac{2G}{k^2+l^2} \sin kx \sin ly \quad (14)$$

(9) から或は (13), (14) を (1) に直接代入すると,

$$\frac{dA}{dt} = -\left(\frac{1}{k^2} - \frac{1}{k^2+l^2}\right) k l F G \quad (15)$$

$$\frac{dF}{dt} = \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2+l^2}\right) k l A G \quad (16)$$

$$\frac{dG}{dt} = -\frac{1}{2} \left(\frac{1}{l^2} - \frac{1}{k^2}\right) k l A F \quad (17)$$

mean Kinetic Energy, mean Square Vorticity

$$E = \frac{1}{4} \left(\frac{A^2}{l^2} + \frac{F^2}{k^2} + \frac{2G^2}{k^2+l^2} \right) \quad (18)$$

$$V = \frac{1}{2} (A^2 + F^2 + 2G^2) \quad (19)$$

これらは容易に (15-17) のもとで保存とされることがわかる。

これらの式は非線型バロトロピック現象を扱うために必要とされる自由度の最小限のものであり, これを *Minimum hydrodynamic equ.* と呼ぶ。(14) の第1項は *zonal flow*, 極大の緯度は固定しているが強さは $1/l$ で変る。 A は *zonal index* に対応する。残余の項は *zonal flow* の上の擾乱である。従って両者の間の非線型相互作用が検討される。

極小方程式 (15-17) は解析的に解かれる。すなわち (15-17) の解は楕円関数についての楕円函数であり, 特殊な楕円函数は初期条件により決められる $\alpha = k/l$, と V/E とによる。

若し $\alpha > 1$, 又は $V/E < 2k^2$ とするならば (18), (19) から A, F, G は次式により与えられる極大値 A^*, F^*, G^* をもつ。

$$\left. \begin{aligned} A^{*2} &= A^2 + \alpha^{-4} F^2 \\ F^{*2} &= F^2 + 2(1 - \alpha^{-4})^{-1} G^2 \\ G^{*2} &= G^2 + \frac{1}{2}(1 - \alpha^{-4}) F^2 \end{aligned} \right\} \quad (20)$$

(15-17) の解は

$$\begin{aligned} A &= A^* \operatorname{dn} k(t-t^*), & F &= F^* \operatorname{sn} k(t-t^*), \\ G &= G^* \operatorname{cn} k(t-t^*) \end{aligned} \quad (21)$$

楕円函数の母数 k_0 は

$$k_0 = \frac{2}{\alpha^4(\alpha^4-1)} \frac{F^* G^*}{A^2} \quad (22)$$

$$k^2 = \frac{1}{2} \frac{\alpha^2(\alpha^2-1)}{\alpha^2+1} A^{*2} \quad (23)$$

t^* は、次の楕円積分によって与えられる $A=A^*$, $F=0$, $G=G^*$ のときの時間である。

$$k t^* = \int_0^{\theta} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta} \tan^{-1} F_0/G_0} \quad (24)$$

$$\text{解は } 4K/k \text{ の週期をもつ。 } K = \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sqrt{1-k^2 \sin^2 \theta}} \quad (25)$$

種々な初期値、或は $\alpha = k/l$, により楕円函数 dn, sn, cn は A, F, G の種々な値に対応する。

数値解がほしい時は Δt を選び、中央差分、第1 step は *Uncenter* で次の如くして求める。

$$A_{n+1} = A_{n-1} + 2 \left(\frac{dA}{dt} \right)_n \Delta t, \quad (26)$$

$$\left. \begin{aligned} A_{(1)} &= A_0 + \left(\frac{dA}{dt} \right)_0 \Delta t, \\ A_1 &= A_0 + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{dA}{dt} \right)_0 + \left(\frac{dA}{dt} \right)_1 \right] \Delta t \end{aligned} \right\} \quad (27)$$

F, G も同様。

3. 極小流体工学の特解

極小方程式 (15-17) は平均の *Kinetic Energy* を保存している。

同時に A の変動もあるので、*zonal motion* の *Kinetic Energy* を変化するのを、*zonal flow* と擾乱との *Kinetic Energy* の変換があり、それは擾乱によって最強風帯から或はその風帯への運動量の *net* 輸送によってのみ起る。まずこの現象を極小方程式で説明して見よう。

量 $2\pi/l$ は相次ぐ *zonal Wind Max.* の間の巨り、一方 $2\pi/k$ は擾乱の波長で、 $2\pi/l = 10,000 \text{ km}$, $2\pi/k = 5,000 \text{ km}$. すなわち $\alpha = k/l = 2$ とすると、地球大気の大規模な流に対応する大きさの系を選定したことになる。(15-17) 式より

$$\dot{A} = -\frac{1}{10} F G, \quad \dot{F} = \frac{5}{5} A G, \quad \dot{G} = -\frac{3}{7} A F \quad (28)$$

ドットは時間微分を表す。

時間単位を3時間にとり、初期条件として $A = .12 \text{ unit}$, $F = .24 \text{ unit}$, $G = 0$, とすると最強風帯 $y = 3/2 \cdot l$ の処での風速は 64 km/h となり、一方 $x = 0$, $y = 0$ の処では初期の最大渦度はコレオリー・パラメーターの、56倍になる。 $F = 2A$ 故に *zonal Kinetic Energy* と擾乱

のそれとは初期には等しい。

・ (20-25)式を適用すると (29) の解として

$$A = .1342 \operatorname{dn}(.147t + .1103), \quad F = .2400 \operatorname{sn}(.147t + .1103), \\ G = .1643 \operatorname{cn}(.147t + .1103) \quad (30)$$

楕円函数の母数 $K_0 = .2$, 週期は 44.1 time units すなわち 132.3 秒 になる。楕円函数の *table* を用いる代りに、数値的にとくと $\Delta t = 6^h$ として (29) の近似解は

$$A_{n+1} = A_{n-1} - .4 F_n G_n, \quad F_{n+1} = F_{n-1} + 6.4 A_n G_n, \\ G_{n+1} = G_{n-1} - 3.0 A_n F_n \quad (31)$$

となり、この数値積分は容易に計算尺でも進められる。

結果は Table 1 に示す。

Table 1.

n	A_n	F_n	G_n	$A_n F_n$	$A_n G_n$	$F_n G_n$
0	0.120	0.240	0.000	0.0288	0.0000	0.0000
1	0.121	0.232	- 0.043	0.0281	- 0.0052	- 0.0100
2	0.124	0.207	- 0.084	0.0257	- 0.0104	- 0.0174
3	0.128	0.165	- 0.120	0.0211	- 0.0154	- 0.0198
4	0.132	0.108	- 0.147	0.0143	- 0.0194	- 0.0159
5	0.134	0.041	- 0.163	0.0055	- 0.0218	- 0.0067
6	0.135	- 0.032	- 0.163	- 0.0043	- 0.0220	0.0052
7	0.132	- 0.100	- 0.150	- 0.0132	- 0.0198	0.0150
8	0.129	- 0.159	- 0.123	- 0.0205	- 0.0159	0.0196
9	0.124	- 0.202	- 0.088	- 0.0250	- 0.0109	0.0178
10	0.122	- 0.229	- 0.048	- 0.0279	- 0.0059	0.0110
11	0.120	- 0.240	- 0.004	- 0.0288	- 0.0005	0.0010
12	0.122	- 0.232	0.038	- 0.0283	0.0046	- 0.0088

初期条件 $\lambda = 2$ の場合の極小方程式の数値積分、 n の単位は $\text{time step } (6^h)$ の2倍。

数学的観点からは $F = 0$, A, G が極大になる時間は $5\frac{1}{2} \text{ time steps}$ すなわち 33 時間である。一方 A, G は 11 step でこの値にもどり、その後同様な週期変化をくり返す。(ただし F, G が同符号の場合)

この系全体の週期は 22 step の 132 時間 と先の解値解と一致している。

又 A, G の極大も (20) により求むる A^*, G^* と略々一致する。

物理的観点からは初期の対照的な擾乱は最強風帯を角運動量を輸送するた
めゆがめられ *zonal flow* の運動エネルギーは増大し擾乱のどれは消費
する。結局には *wave* は最強風帯の外へ運動量を輸送する形になって
zonal Kinetic Energy は再びもとの値に対して減小する。

線観測見地からは初期の流函数の場は第1図に示す如き $N-S$ の期をもつ
trough, ridge の系による ψ の高低値の交互の *zone* からなつてい
る。18時間後では *trough, ridge* は偏西風帯では東進し、偏東風
帯では西進し、 ψ の高い起では $NE-SW$ になる必要があり、低い起では

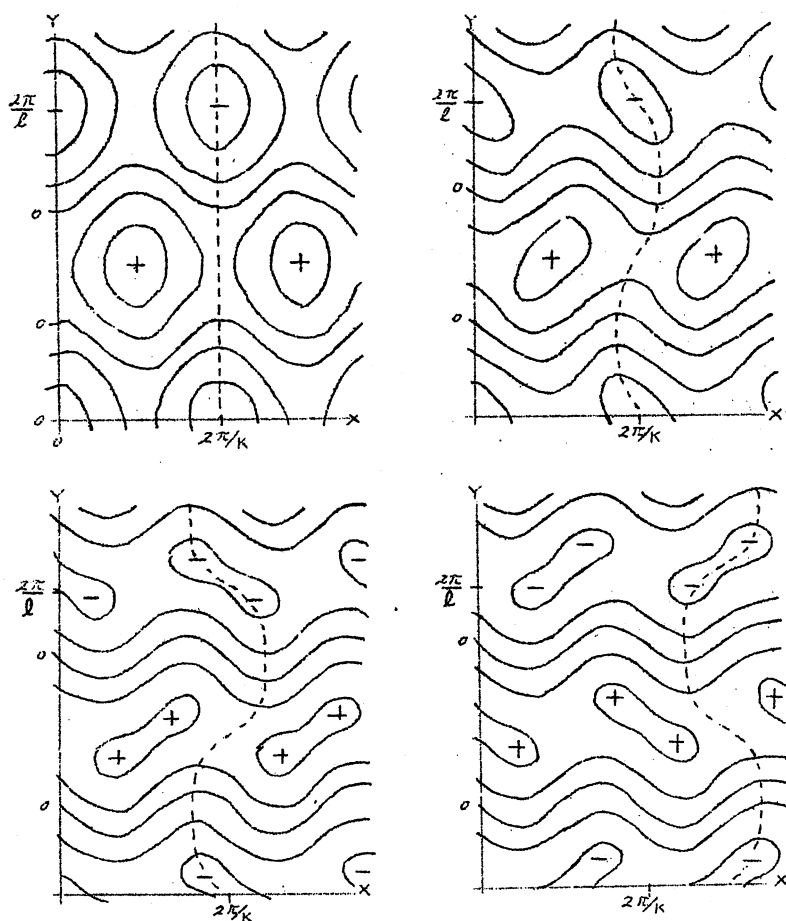


Fig 1 Table 1 で与えられた微小方程式の解についての流函数。
の場。 上左：初期値、 上右：18h、 下左：30h、
下右：36h。 流函数は 0.075 units の間隔で示される
ダッシュの線は *trough line* を示す。

NW-SE になる。

Starr (1948) が述べたように東方えの運動型は *trough, ridge* が NE-SW に傾斜している処では北何に、NW-SE の処では南向に輸送される。すなわち、この場合東向の流の *zone* に置かれる。30 時間たつと図を見るように ψ 高低の各中心は 2 つに分りし、その後なお各 *High* の NE 葉は SW 葉と分れ、次の *High Center* の SW 葉と合併する。一方低い中心も同じ過程をへて、36 時間直後 図に見る如く流函数は $x = \pi/2$ の線とは 30 時間後の *map* に対して反射像となる。36 時間後の *pattern* は 30 時間前の *pattern* と反射像になり、66 時間後元の様相に復する。(1/2 波長をずらす以外は) 132 時間後には完全な *cycle* となる。

Table 1 で述べた解は *zonal flow* の安定なことを示す。線型理論では変数 A は一定で、その場合 (16), (17) は AG, AF の係数が反対符号なら安定な *Zonal flow* を支配し、FG の解は三角函数であり、もし同符号なら不安定で、解は指数函数となる。(16), (17) の係数を検討すると $\mu > 1$ なら *zonal flow* は安定で、 $\mu < 1$ なら不安定。特に先立つ例とは *zonal flow* は安定である。安定度に関する同様な条件は $\psi, \nabla^2 \psi$ について無散置の直交函数のときでさえも成立することを Fjörtoft (1955) は示した。

非線型方程式は安定度について、どのような結果を示すだろうか。今 $\mu = 1.05$ 。もう一例は、95 の場合、それらの数分方程式は下記の如くなる。

$$\dot{A} = -.453 FG, \quad \dot{F} = .551 AG, \quad \dot{G} = -.049 AF \quad (32)$$

$$\dot{A} = -.553 FG, \quad \dot{F} = .451 AG, \quad \dot{G} = .051 AF \quad (33)$$

これらの式を 6th step で数値的に解いた結果が Table 2 である。又例とも初期の擾乱の *Kinetic Energy* は *zonal Kinetic Energy* の 1% である。

第 1 の例では、擾乱は発達する傾向がなく、*18 time steps, 108h* の間期で、*zonal flow* の変動は非常に小さい。解は線型の三角函数の解と比較するとその差は小さい。

第 2 の例では、擾乱は指数的に発達し、反対に A は減小し、線型の場合と同様に F, G の指数的增加には限度があり、 A が小さくなると抑制しひになると共にやむ。線型方程式でも系の変化をよく記述するが一面擾乱は小さく治まり、その後 *zonal flow* そのものに匹敵する程の大まさにならない。不安定な解は線型方程式からの考察を明らかにされない不安定の現象全般は

ついて、ある爆光を与える。不安定なもの是非線型の現象としてここでは画かれる。Fの成長はA, G の非線型相互作用による。一方Gの成長はA, F

Table 2.

n	Stable case, $\alpha = 1.05$			Unstable case, $\alpha = 0.95$		
	A_n	F_n	G_n	A_n	F_n	G_n
0	1.000	0.100	0.000	1.000	0.100	0.000
1	1.000	0.094	- 0.010	0.999	0.105	0.010
2	1.002	0.078	- 0.018	0.998	0.118	0.021
3	1.003	0.054	- 0.025	0.994	0.143	0.034
4	1.004	0.023	- 0.029	0.987	0.179	0.050
5	1.004	- 0.010	- 0.030	0.974	0.232	0.073
6	1.004	- 0.043	- 0.027	0.951	0.303	0.086
7	1.002	- 0.070	- 0.021	0.910	0.397	0.128
8	1.001	- 0.089	- 0.013	0.835	0.514	0.180
9	1.000	- 0.099	- 0.003	0.717	0.654	0.217
10	1.000	- 0.096	0.006	0.524	0.795	0.266
11	1.001	- 0.086	0.016	0.249	0.908	0.303
12	1.003	- 0.061	0.023	0.085	0.981	0.312

安定な zonal flow ($\alpha = 1.05$) と不安定な zonal flow ($\alpha = 0.95$) についての極小方程式の数値積分 (n の単位は Table 1. に同じ)

の非線型作用の全体としての作用によるのである。結局には zonal flow と非線型相互作用のために擾乱は成長をやめ、減衰しはじめる。

一般流の上の擾乱の運動、一般流の安定度或は不安定度を極小方程式で捉えることが出来たが次に Index Cycle の現象は、極小方程式をどのように説明されるであろうか。Table 1 の例では zonal Index A は変動するが 激しい変化を呈しないが、いろいろな初期条件で $\alpha > 1$ とさしても A の変動はかなり大くなる。(8), (7) から若し $\nabla/E < 2\epsilon^2$, $\alpha > 1$ ならば A は 0 にならないが, $\nabla/E > 2\epsilon^2$ ならば A が 0 になることもある。 $\alpha = 2$ のとき条件 $\nabla/E = 2\epsilon^2$ は $G^2 = \frac{15}{2} A^2$ を意味する。従って (15-17) 式を大規模な擾乱の 2 例について数値積分して見よう。

第 1 は $G^2 < \frac{15}{2} A^2$, 第 2 は $G^2 > \frac{15}{2} A^2$. 初期条件以外は最初の例と同様の値を用いる。解は Table 3 である。第 1 例では初期に $G = \frac{5}{2} A$

の条件であり、解は定性的に Table. 1. と同じだが、*zonal Index* の

Table 3.

<i>n</i>	Subcritical case			Supercritical case		
	<i>A_n</i>	<i>F_n</i>	<i>G_n</i>	<i>A_n</i>	<i>F_n</i>	<i>G_n</i>
0	0.120	0.000	0.320	0.120	0.000	0.400
1	0.117	0.115	0.295	0.114	0.154	0.386
2	0.107	0.217	0.260	0.096	0.282	0.347
3	0.094	0.293	0.221	0.075	0.367	0.305
4	0.081	0.350	0.179	0.051	0.429	0.265
5	0.069	0.386	0.136	0.030	0.451	0.239
6	0.060	0.410	0.099	0.008	0.475	0.225
7	0.053	0.424	0.062	- 0.013	0.483	0.220
8	0.048	0.431	0.031	- 0.034	0.484	0.213
9	0.045	0.434	- 0.001	- 0.057	0.410	0.274
10	0.048	0.431	- 0.031	- 0.079	0.354	0.313
11	0.053	0.424	- 0.064	- 0.101	0.282	0.358
12	0.060	0.409	- 0.099	- 0.115	0.122	0.389
13	0.069	0.386	- 0.138	- 0.120	- 0.034	0.400
14	0.081	0.348	- 0.179	- 0.110	- 0.155	0.377

subcritical な擾乱 ($Q_0 = 5/2 A_0$), supercritical 擾乱 ($Q_0 = 10/3 A_0$) の場合についての極小方程式の数値積分。

変動はもっと卓越している。第2例は $Q = \frac{10}{3} A$ としたもので変化の模様は違っている。ここでは *zonal Index* は符号が変わり、偏東風が初期の偏西風に代って出現し、 Q の符号の変化はなく擾乱は一方何れのみ進行しないで、*zonal Index* の符号によって Back したり前進したりする。その *Index Cycle* は 26 time steps, $6\frac{1}{2}$ 日の週期である。

特に2例の差異は、 A の変動の振幅である。殆ど $\nabla/E < 2\epsilon^2$ ならば A の変化の巾は A^* より大きくならないが、 $\nabla/E > 2\epsilon^2$ の時はそれは $2A^*$ になる。ここで *Index Cycle* の変動と A の変動とを同一視する根拠がある。Table. 2. の解と比較して *Index* の大きな変動は不安定な一級流の上の小擾乱によって与えられるのではなく、擾乱の大きいことのみがもたらす結果で

あることがわかる。この解は大気の *Index Cycle* の存在についてもっともらしい微説を示唆する。すなわち *Kinetic Energy* に対する *Vorticity* の変動の比 V/E は一様には *subcritical* で、それは僅かな *zonal index* の変動を音すだけである。これらの変動は *high, low index* それぞれの期間内を起る。時折、バロクリニック過程の結果として V/E が *super critical* になると *Index* が *high* から *low* へ、又 *Low* から *High* に変化するのであろう。

たとえ V/E の *super critical Value* の原因がバロクリニックであろうとも *Index Cycle* の変化そのものはバロトけピックの影響であらう。消費の場場で V/E はやがて *subcritical* に再びなり、その後 *Index* は他バロクリニックの過程で再び V/E が *super critical* になるまで、その新しい値程度でわずかな変動をする。この仮定はもっともらしいけれども、より高い基礎の上に微説を吟味するためには、もっと複雑な系で、その解における主要な変動が現れるか否かを見る必要がある。とらに実際の解の例で、*zonal index* の変動は V/E 、或は同程度に有意なパラメーター力大きな擾乱を伴っているか否かを調べる必要もある。

ケ 簡略化した方程式の拡張

以上の簡略式で減程度大気現象についての説明を欲みることが出来た。簡略化の度合は代々が研究したい特殊な現象による。バロトけピック大気のもとの *jet* の変動、その分離の現象を理解しようとするには *Fourier Series* のもっと多くを採用する必要がある。又バロクリニック大気を研究するにはス層の模型を持つべきである。とらに非収熱 摩擦項 *static stability* 等の考慮によつて自由度は増大する。例えば *Bryan* は、3箇の自由度を持つ球面函数種々な研究を実施している。

文 献

Bryan, K., 1959: A numerical investigation of certain features of the general Circulation. *Tellus* 11.

pp. 163-174

Fjortoft, R., 1953: On the changes in the spectral distribution of kinetic energy for two dimensional nondivergent flow *Tellus* 5.

pp. 225-230

Fultz, D., 1953: A survey of certain thermally and mechanically driven system of meteorological interest. proceeding of the first symposium on the use of model in geophysical dynamics. Johns Hopkins Univ., Baltimore.

Silverman, I., 1954: Planetary waves in the atmosphere. J. M. 11, PP. 27 - 34

Starr, V. P., 1948: An essay on the general circulation of the earth's atmosphere. J. M. 5, PP. 39 - 43

(気象研究所 小 沢 正)

昨日寒波だより

春の頃から異常高温の1961年は12月半ばまで続き、東京では年平均 15.9°C で遂に気象庁開設以来の最高▼所で12月も半ばすぎ、広い北半球のmapをみると高示数から低示数型へ。そしてインド軍がゴア作戦を開始した18日朝からニューデリーは異常な寒波が襲来。一方気圧の峰の発達したモスクーからの外電は雪どけで“春のような暖かさ”▼暮から今年の始めにかけては益々偏西風のうねりが激しく、27日、明けて2日と三陸沖で発達した低気圧は日本の各地に吹雪をもたらし、漁船や冬山の遭難続出。警察庁は“冬山白書”を出す騒ぎ▼3波長の卓越した天気図を眺めながら外電のニュースに注意しているとこの寒波、ヨーロッパやインド、トルコをも襲った。ベルリンでは -22.7°C 、“今世紀の最低”でドナウ川は凍結。インドでは“史上初めて”気温が氷点に下がり、250人以上が凍死。大雪のトルコは食糧輸送が止まり飢餓状態▼各地からのニュースは更に続き、元日早々英国を襲った寒波は北部で -32°C （英国の最低記録）で“100年末の寒波”，保健省は遂に感冒や肺炎で2579人が死亡と発表。スウェーデンからは大雪。スペインでは寒さと大雨で洪水騒ぎ▼米国でも中南部の諸州まで猛雪で、7日まで降り続き、各地で工場や学校が閉鎖、水道管の破裂が続出した▼所でこの寒波、東京や大阪では一昨年とよく似ている。“大自然は生きている”とひとしお感じられる昨今の寒波のたよりである。(久保木)

気温偏差		11 月			12 月		
		上旬	中旬	下旬	上旬	中旬	下旬
東京	1960	1.5	0.8	2.0	0.5	2.3	0.5
	1961	2.4	0.3	2.9	1.0	2.5	0.8
大阪	1960	1.7	1.0	2.5	0.4	1.1	-0.5
	1961	0.8	1.9	3.0	1.0	2.3	-1.0

大気中におけるいろいろな *scale* の 擾乱の間のエネルギー・サイクル

菊 池 幸 雄

1. はしがき

大気大循環の機構を調べる際、取扱う量を帯状平均の場合と擾乱の場合に分けるのが便利である。そしてこれらの場合が大循環に対してはたす役割は多くの研究により明らかになってきた。しかしより詳細に大循環の機構を知るためには、擾乱の場合それぞれを更に *scale* によって分けそれぞれの擾乱がはたす役割を調べる必要がある。

擾乱の場合 *scale* によって分ける簡単な方法はフーリエ解析をして、その波数を *scale* の目安にすることである。そのようにして分けられた擾乱（平均場は波数零の擾乱と考えることにする）の間のエネルギー・サイクルに関する数値解析はすでに多くの人々によって始められているが、ここでは Saltzman と Fleisher による一連の研究を要約して紹介する。

2. エネルギー方程式

エネルギー・サイクルを支配する方程式を導くことにする。基礎になるのは運動方程式、静力学の式、熱力学方程式、連続の式である。すなわち

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial u}{\partial \varphi} + w \frac{\partial u}{\partial p} - \left(f + \frac{u \tan \varphi}{a}\right) v + \frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial \phi}{\partial \lambda} + x = 0 \quad (1)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial v}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} + w \frac{\partial v}{\partial p} + \left(f + \frac{u \tan \varphi}{a}\right) u + \frac{1}{a} \frac{\partial \phi}{\partial \varphi} + y = 0 \quad (2)$$

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} + \frac{RT}{p} = 0 \quad (3)$$

$$\frac{\partial T}{\partial t} + \frac{u}{a \cos \varphi} \frac{\partial T}{\partial \lambda} + \frac{v}{a} \frac{\partial T}{\partial \varphi} + w \frac{\partial T}{\partial p} - \frac{R}{C_p p} w T - \frac{1}{C_p} h = 0 \quad (4)$$

$$\frac{1}{a \cos \varphi} \frac{\partial u}{\partial \lambda} + \frac{1}{a} \frac{\partial v}{\partial \varphi} - \frac{\tan \varphi}{a} v + \frac{\partial w}{\partial p} = 0 \quad (5)$$

或る量 $f(\lambda, \varphi, p, t)$ をフーリエ展開すると

$$f(\lambda, \varphi, p, t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} F_n(\varphi, p, t) e^{in\lambda}$$

となる。 F_n はフーリエの複素数係数で、いわゆるフーリエの逆変換

$$F_n(\varphi, p, t) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} f(\lambda, \varphi, p, t) e^{-in\lambda} d\lambda$$

によって $f(\lambda, \varphi, p, t)$ から求めることができる。

(1)式から(5)式までは出てくる量に対応するフーリエ複素数係数を次表のように定義する。

第 1 表

f	u	v	w	ϕ	T	ρ	ϵ	η
F	U	V	Ω	A	B	H	X	Y

(1)式から(5)式までの各々にそれぞれフーリエの逆変換を施すと、それらに対応してフーリエ複素数係数に関する方程式が得られる。これらの式を使って詳しくは Saltzman / 1957 を見よ

各波数に対応する運動エネルギーと有効ポテンシャルエネルギーの変化を支配する方程式が導かれる。すなわち

$$\frac{\partial K(n)}{\partial t} = -M(n) + L(n) + C(n) - D(n) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (6)$$

$$\frac{\partial K(0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} M(n) + C(0) - D(0) \quad (7)$$

$$\frac{\partial P(n)}{\partial t} = -R(n) + S(n) - C(n) + G(n) \quad (n=1, 2, \dots) \quad (8)$$

$$\frac{\partial P(0)}{\partial t} = \sum_{n=1}^{\infty} R(n) - C(0) + G(0) \quad (9)$$

上式の各項の説明に入る前に、次のように operator および記号を定義する。

$$\bar{q} = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} q d\lambda : \text{帯状平均}$$

$$\tilde{q} = (\sin \varphi_2 - \sin \varphi_1)^{-1} \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} q \cos \varphi d\varphi : \text{南北方向の平均}$$

$$q'' = q - \tilde{q}, \quad q' = q - \bar{q}$$

$\frac{1}{M} \int q \, d\tau$: 地球の全質量についての q の平均

$$\Phi_{fg}(n) = F_n G_{-n} + F_{-n} G_n$$

$$\Psi_{fg}(m, n) = F_{n-m} G_{-n} + F_{-n-m} G_n$$

K. E. = 運動エネルギー

A. P. E. = 有効ポテンシャルエネルギー

さて、(6) 式から (9) 式までの各項は次のような量である。

$$K(n) = \frac{1}{M} \int (|U_n|^2 + |V_n|^2) \, d\tau : \text{波数 } n \text{ の擾乱の K. E.}$$

$$K(0) = \frac{1}{M} \int \frac{\bar{u}^2 + \bar{v}^2}{2} \, d\tau : \text{帯状平均流の K. E.}$$

$$P(n) = \frac{1}{M} \int C_p \gamma |B_n|^2 \, d\tau : \text{波数 } n \text{ の擾乱の A. P. E.}$$

$$P(0) = \frac{1}{M} \int \frac{C_p \gamma}{2} (\bar{T})^2 \, d\tau : \text{帯状平均温度場の A. P. E.}$$

$$\gamma = \left(\bar{T} - \frac{C_p p}{R} \frac{\partial \bar{T}}{\partial p} \right)^{-1}$$

$$M(n) = M_1(n) + M_2(n) + M_3(n) : \text{帯状平均流が波数 } n \text{ の擾乱から K. E. を受ける割合}$$

$$M_1(n) = \frac{1}{M} \int \Phi_{uv}(n) \frac{\cos \varphi}{a} \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\bar{u}}{\cos \varphi} \right) \, d\tau$$

$$M_2(n) = \frac{1}{M} \int \Phi_{uw}(n) \frac{\partial \bar{u}}{\partial p} \, d\tau$$

$$M_3(n) = \frac{1}{M} \int \left[\Phi_{vv}(n) \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{v}}{\partial \varphi} + \Phi_{vw}(n) \frac{\partial \bar{v}}{\partial p} - \Phi_{uu}(n) \frac{\tan \varphi}{a} \bar{v} \right] \, d\tau$$

$$L(n) = L_1(n) + L_2(n) : \text{波数 } n \text{ の擾乱が他のすべての波数の擾乱から K. E. を受ける割合}$$

$$L_1(n) = \frac{1}{M} \int \sum_{\substack{m=-\infty \\ m \neq 0}}^{\infty} \left\{ \frac{1}{a \cos \varphi} [U_m \Psi_{u \frac{\partial u}{\partial \lambda}}(m, n) + V_m \Psi_{u \frac{\partial v}{\partial \lambda}}(m, n)] + \frac{1}{a} [U_m \Psi_{u \frac{\partial u}{\partial \varphi}}(m, n) + V_m \Psi_{v \frac{\partial v}{\partial \varphi}}(m, n)] - \frac{\tan \varphi}{a} [U_m \Psi_{uv}(m, n) + V_m \Psi_{uu}(m, n)] \right\} \, d\tau$$

(99)

$$L_z(n) = \frac{1}{M} \int \sum_{\substack{m=-\infty \\ \neq 0}}^{\infty} \left\{ U_m \Psi_{\omega} \frac{\partial u}{\partial p}(m, n) + V_m \Psi_{\omega} \frac{\partial v}{\partial p}(m, n) \right\} d\tau$$

$$C(n) = -\frac{1}{M} \int \frac{R}{p} \Phi_{\omega_T}(n) d\tau : \text{波数 } n \text{ の擾乱の A.P.E. が波数 } n \text{ の擾乱の K.E. へ転換する割合}$$

$$C(0) = -\frac{1}{M} \int \frac{R}{p} \overline{\overline{\tau}}'' \overline{\overline{w}}'' d\tau : \text{帯状平均の A.P.E. が帯状平均の K.E. へ転換する割合}$$

$$D(n) = -\frac{1}{M} \int \left\{ \Phi_{ux}(n) + \Phi_{vy}(n) \right\} d\tau : \text{波数 } n \text{ の擾乱の K.E. が摩擦により消滅する割合}$$

$$D(0) = -\frac{1}{M} \int \left\{ \bar{u} \bar{x} + \bar{v} \bar{y} \right\} d\tau : \text{帯状平均の K.E. が摩擦により消滅する割合}$$

$$R(n) = R_1(n) + R_2(n) : \text{波数 } n \text{ の擾乱の A.P.E. が帯状平均 A.P.E. へ移る割合}$$

$$R_1(n) = \frac{1}{M} \int C_p \gamma \Phi_{v_T}(n) \frac{1}{a} \frac{\partial \bar{\tau}}{\partial \varphi} d\tau$$

$$R_2(n) = \frac{1}{M} \int C_p \gamma \frac{p^k}{R} \Phi_{\omega_T}''(n) \frac{\partial \bar{\theta}}{\partial p} d\tau$$

$$\theta \text{ は 湿位, } \kappa = \frac{R}{C_p}$$

$$S(n) = S_1(n) + S_2(n) : \text{波数 } n \text{ の擾乱が他のすべての波数の擾乱から A.P.E. を貰う割合}$$

$$S_1(n) = \frac{1}{M} \int C_p \gamma \sum_{\substack{m=-\infty \\ \neq 0}}^{\infty} \left\{ B_m \left[\frac{1}{a \cos \varphi} \Psi_u \frac{\partial T}{\partial \lambda}(m, n) + \frac{1}{a} \Psi_v \frac{\partial T}{\partial \varphi}(m, n) \right] \right\} d\tau$$

$$S_2(n) = \frac{1}{M} \int C_p \gamma \sum_{\substack{m=-\infty \\ \neq 0}}^{\infty} \left\{ B_m \left[\Psi_{\omega} \frac{\partial T}{\partial p}(m, n) + \frac{R}{C_p p} \Psi_{\omega_T}(m, n) \right] \right\} d\tau$$

$$G(n) = \frac{1}{M} \int \gamma \Phi_{T\bar{\theta}}(n) d\tau : \text{波数 } n \text{ の擾乱の A.P.E. が非断熱効果によって発生する割合}$$

$$G(0) = \frac{1}{M} \int \gamma \overline{\overline{\tau}}'' \overline{\overline{\theta}}'' d\tau : \text{帯状平均 A.P.E. が非断熱効果によって発生する割合}$$

$L(n)$, $M(n)$, $R(n)$, $S(n)$ は *suffix* をつけていくつかに分けたが、*suffix 1* をもつものは等圧面上の風や速度等から容易に求めることができる。*suffix 2* をもつものは ω を求めるところからはじめて計算することができるもので、 ω の充分正確な計算がとれない現在では精度の高いものを得ることはむずかしい。*suffix 3* をもつものは $\bar{v}$ を含んでいるが、 $\bar{v}$ はその符号をすら評価することが困難である。

3. 結 果

現在なされている大循環の解析は主として平衡状態（長期間にわたる平均状態）に関するものである。先ずこの平衡状態における大循環の様相を知ることには更に進んで大循環の変動の機構を説明するための基本的な手がかりとなるであろう。ここで紹介するのはこの平衡状態におけるエネルギー、サイクルの解析であるが、この解析には長期間にわたるデータが必要である。特に *Saltzman* と *Fleisher* の一連の研究を取り上げた理由は、その扱ったデータの期間がこの種の研究では他のいずれのものよりも長いからである。

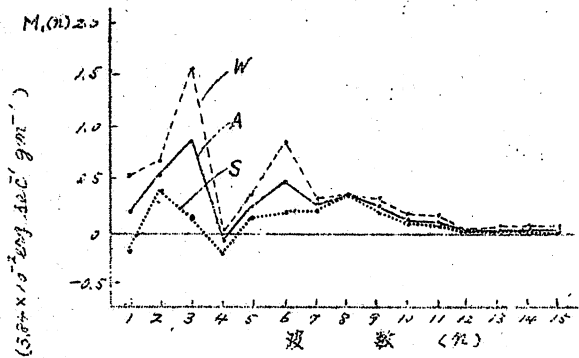
長期間のデータを処理するには非常な労力を受け、また前節で既に述べたようにエネルギー方程式の中には現状ではまだ充分な精度で計算のできない項も含まれている。したがって現在エネルギー方程式のすべての項が計算されているわけではなく、これから述べるのも M_1 , L_1 , P , C についての解析結果である。最初はその計算に使われたデータの期間、範囲等と第2表に示す。

第 2 表

年	計算量	期 間	緯度範囲	高度	波 数	格子点の取り方
1960	M_1	1951, 1月～12月	15°～90°N	500 ^{mb}	$n \leq 15$	緯度5° 毎 経度10° 毎
1960	L_1	1951, 1月～12月	15°～90°	500	1	1
1961	P, C	1959, 1月～3月 1960, 10月～12月	20°～90°	300	1	1

M_1 の計算の際、風速は500 mb等圧面高度から地衡風近似によって求められた。また低緯度と高緯度のデータの無い部分は次のように補正した。すなわち、22.5°N から10°N までは、22.5°N から極までは一次式を外挿した。第1図がその結果である。これより波数3の擾乱が帯状平均流

第 3 表

 $(3.84 \times 10^{-2} \text{ erg sec}^{-1} \text{ gm}^{-1})$ 

第 1 図

	$\sum_{n=1}^{15} M_1(n)$
W	5.8
S	1.8
A	3.8

の維持に大きな寄与をしていることが判る。これは中、低緯度で波数3の擾乱による北向きの運動量輸送が卓越していることの反映である。帯状平均流が波数4.5までの擾乱から貰う合計のK.E.が第3表に示されている。(Wは1月から3月までと10月から12月までの平均、Sは4月から9月までの平均、Aは1月から12月までの平均を意味す)

L_1 も M_1 と同様に地衡風近似を用いて計算された。 $L_1(n)$ に対して、取り扱った波数範囲 ($n \leq 15$) 内の擾乱による相互作用のみを考えると、 $L_1(\text{合計}) = \sum_{n=1}^{15} L_1(n) = 0$ となるはずであるが、実際には積分範囲が全地球に及んでいないので境界の影響が入ってくるため $L_1(\text{合計})$ は零とはならない。しかしその値は充分小で、標準偏差をみても系統的な類差は認められないのでこれを計算上の noise とみなすことにする。この noise を平滑化するため L_1 を次の三つのグループに分けた。

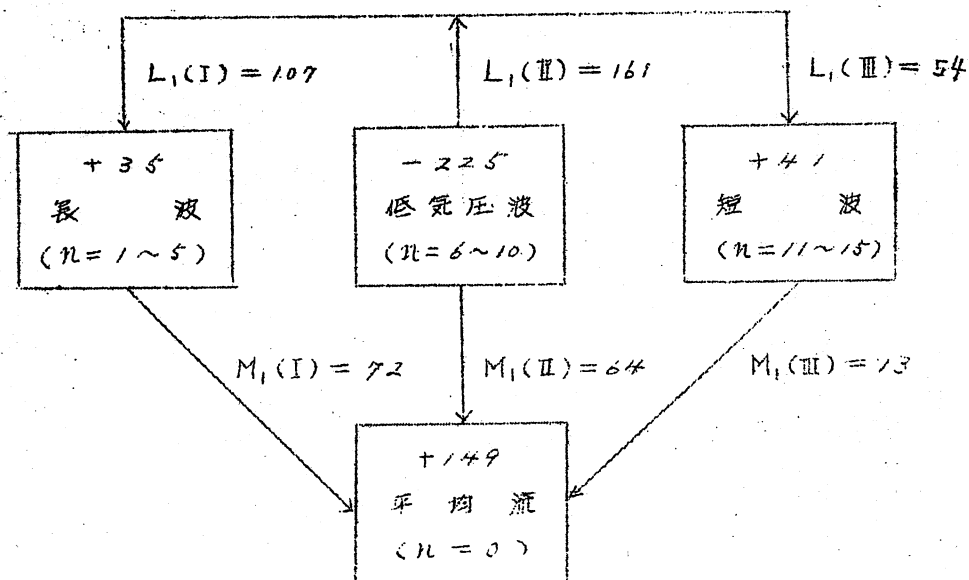
$$L_1(\text{I}) = \sum_{n=1}^5 L_1(n)$$

$$L_1(\text{II}) = \sum_{n=6}^{10} L_1(n)$$

$$L_1(\text{III}) = \sum_{n=11}^{15} L_1(n)$$

更に $L_1(\text{合計})$ を零にするため、noise は三つのグループに関し影響を与えるものとして $L_1(\text{合計})/3$ を各々のグループから差し引いた。

前述の M_1 も同じように三つのグループに分け、 L_1 と共に第2図に示す。 L_1 については F_j かつ toft や Saltzman によって示唆されたように低気圧波が K.E. の源となっていて、ここから出て行く K.E. の中、大部分は長波へ運ばれ、残りの僅かな量が短波へ運ばれていることが判る。



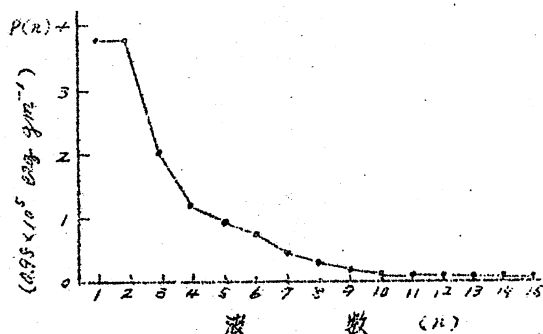
第2図 ($0.98 \times 10^{-3} \text{ erg sec}^{-1} \text{ gm}^{-1}$)

PとCの計算は1959年の冬期間(W)についてなされた。気温Tは650 mbと500 mbの層厚 ΔZ (cm)から

$$T = 0.64 \times 10^{-3} \Delta Z$$

によって求められた。Wとしては、JNWPを準地衡風スーパーパラメーターモデル(断熱、摩擦なし)から計算した600 mbの値を用いた。

Pの計算結果は第3図と第4表に示されている。帯状平均K.E.と擾乱のK.E.とは同じオーダーであるのに反し、帯状平均A.P.E.は擾乱のそれに



第3図

比べて、はるかに大きいことが第4表より判る。A.P.E.の総計は同じ期間のK.E.の総計の約5倍であった。第3図より、中、高緯度の温帯域から主として大きな寄与を受けている擾乱のA.P.E.は、その大部分が波数1と2の擾乱に集中していることが明らかである。

第 4 表

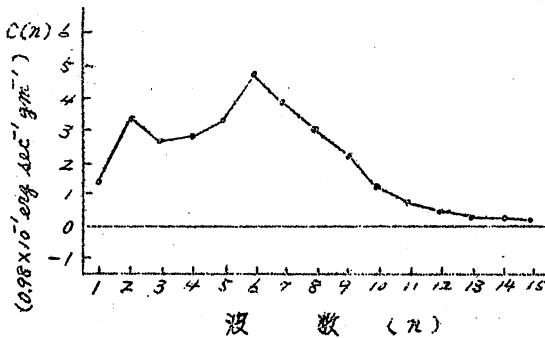
$(0.98 \times 10^3 \text{ erg sec}^{-1} \text{ gm}^{-1})$	$(0.98 \times 10^3 \text{ erg sec}^{-1} \text{ gm}^{-1})$
$P_Z = P(0) = 5296$	$C_Z = C(0) = -344 \quad C_Z (\text{外挿}) = +352$
$P_E = \sum_{n=1}^{15} P(n) = 1391$	$C_E = \sum_{n=1}^{15} C(n) = 3016$
$P_t = P_Z + P_E = 6687$	$C_t = C_Z + C_E = 2671$

単位の気圧差及び断面積をもつ気層内で A.P.E. から K.E. への平均の転換の割合は

$$-\frac{R}{Pg} \frac{\overline{wT}}{\overline{wT}} = -\frac{R}{Pg} \left[\overline{\overline{wT}} + \overline{\overline{wT}} + \overline{\overline{wT}} \right]$$

右辺第1項、第2項を単位質量についての平均に直したものが表4中の C_Z , C_E である。もし積分範囲(平均範囲)が全地球に及びならば $\overline{\overline{wT}} = 0$ となるが上式の第3項は零となるが、実際には積分範囲が限定されるため残ってくる。しかし本来は零となるべき量であるからこの項は無視することにする。

Cの結果は第4図と第4表に示されている。 C_Z は C_E より1桁小さく、

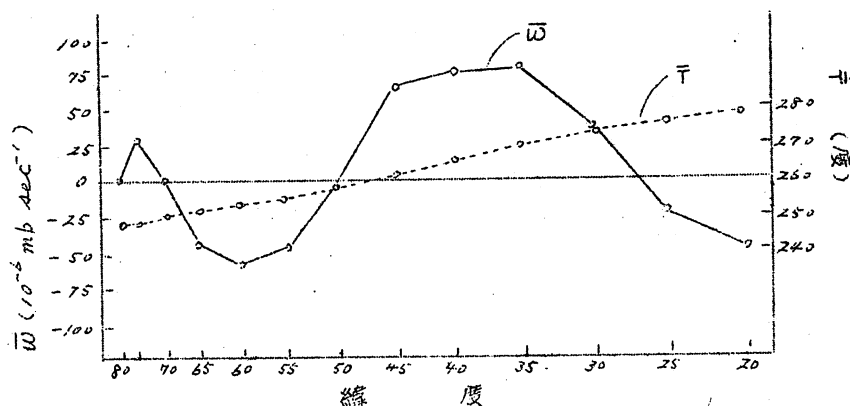


第 4 図

負の符号である。すなわち直接循環が卓越していて、帯状平均 K.E. が帯状平均 A.P.E. へ転換していることを表している。これは第5図に示された $\overline{w}$ と $\overline{T}$ の緯度分布から容易に理解される。しかしこの解析の範囲外である低緯度では直接循環が卓越しているから、この影響を取り入れるため $20^\circ N$ 以南で $\overline{w} = -12.7$

$(10^{-6} \text{ mb sec}^{-1})$ と仮定し、 $\overline{T}$ は一次式で外挿して C_Z の計算をやり直したのが表4中の C_Z (外挿) である。大きさは同じオーダーであるが、直接循環の影響によって正の符号になっていることは注すべきことである。

主として中、高緯度の垂直方向の熱輸送から寄与を受けているエネルギー転換の割合 C_E は第4図より明かなように波数6の模式で最も汚染である。



第 5 図

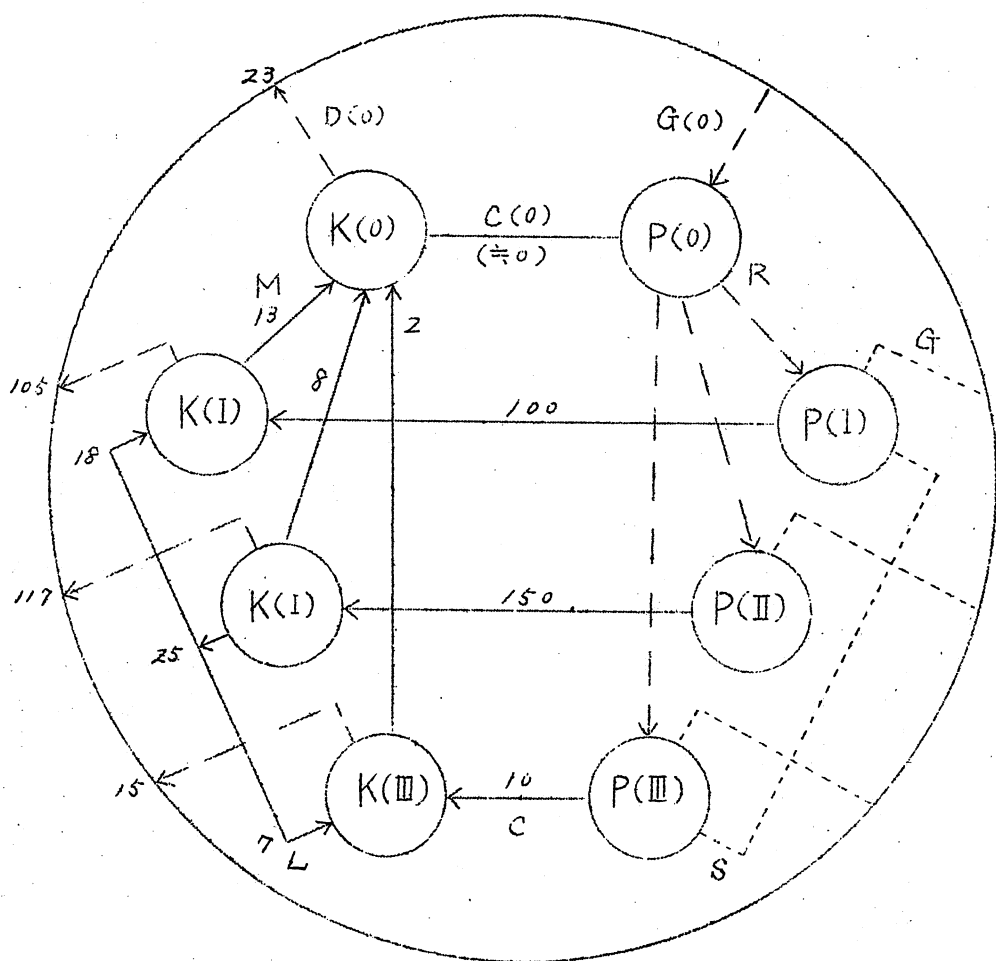
これは *baroclinic instability* の理論とよく一致している。また波数 n の擾乱もエネルギー転換に大きな役割をはたしている。これについては *W. Nielsen* が W の計算に非断熱効果と考えるとこの波数付近におけるエネルギー転換が小さくなり、場合によってはその符号さえも変わってしまうということを指摘した。もしそれが本当ならば波数 n の擾乱を維持するためには A. P. E. を K. E. の源とする他の擾乱からこの擾乱へ K. E. の輸送がなければならないであろう。

4. おまけ

以上の解析ではただ一層が用いられているにすぎない。この一層の解析が大気全体の状態を代表するものと考えて、冬期間 (IV) におけるエネルギー・サイクルのダイアグラムを作った。第 6 図がそれである。摩擦による消散は定常状態 ($\frac{\partial K}{\partial t} = 0$) として計算された。

非断熱効果によって発生した帯状平均 A. P. E. は擾乱の A. P. E. へと移り、それが主として低気圧波擾乱によって K. E. に転換される。一方帯状平均流は A. P. E. の転換によるのではなく、擾乱からの K. E. の輸送によって維持されている。その際長波擾乱による輸送が特に大きい。この長波擾乱の K. E. は A. P. E. の転換と、低気圧波擾乱からの K. E. の輸送とによって供給されている。

帯状平均流は全 K. E. のほぼ半分を占めているにも拘らず摩擦による消散は擾乱のそれよりも 1 桁小さく、わずかに加速或は減速を受ける自由回転の様相を呈している。



第6圖 ($10^{-2} \text{ erg sec}^{-1} \text{ gm}^{-1}$)

{	—————	實測
	- - - - -	推定
	· · · · ·	不明

このエネルギー・サイクルの解析をより完全なものにするには、まだ計算されていない量を計算することは勿論、斜杆の範囲、期間、層の数を広げ、更に実測風を用いるようにして行かなければならないであろう。

文 献

- (1) Saltzman, B., 1957: Equations governing the energetics of the large scales of atmospheric turbulence in the domain of wave number. *J. Meteor.*, 14, 513-523.
- (2) Saltzman, B., and A. Fleisher, 1960: Spectrum of kinetic energy transfer due to large scale horizontal Reynolds stresses. *Tellus*, 12, 110-111.
- (3) Saltzman, B., and A. Fleisher, 1960: The exchange of kinetic energy between larger scales of atmospheric motion. *Tellus*, 12, 374-377.
- (4) Saltzman, B., and A. Fleisher, 1961: Further statistics on the mode of release of available potential energy. *J. Geophys. Research*, 66, 2271-2273.
- (5) Saltzman, B., 1961: The zonal harmonic representation of atmospheric energy cycle. published by the Travelers Research Center.

(気象研究所 森 池 幸 雄)

〔事務局だより〕

ここにグロース ベッター 第2号をお送りすることができました。本号はすでにお知らせしておきましたように、日頃長期予報に興味をもっている方々が折にふれ疑問をもつ、大気の周期的変動について、幾らかでも物理的に説明して行こうとするときに考えられる基礎的問題として、気象研究所の方々にこれに關する主要な論文と、さらに独自の考え方等について紹介して頂きました。札幌管区の柏原氏並びに仙台の八重樫氏には、長期予報にたずさわる方々には余り目に触れないような刊行物に掲載された論説を紹介して頂きました。従って本号ははじめに予定していた頁数よりかなり増加したきらいがあります。しかし、この雑誌は年4回であること、また、会員の方々に重点的に速く紹介する主旨で頁数には余りこだわらないようにしました。今回の内容が豊富なものになりましたが、予報技術検討会を控えて資料を作る上にも大いに参考になるものと思われまふ。

長期予報の研究は範囲がひろい上に、短期予報に比べると歴史も浅く、会員諸氏もおわかりのように、社会の要求が大きいのにもかかわらずこれにこたえる技術がまだいばらの路をさまよっている状態でしょう。飛躍的な発展をすることはむずかしいでしょうが、内外の新しいものをとり入れてさらに躍進するよう協力しあいたいと思います。

グロース ベッターはその意味でむずかしい立場にあります。が、實際的な技術上の問題や目新しい解析事実、理論的な内容と硬軟おきまぜて、レベルを上げたり、下げたりしながらも標準偏差としてあまり大きくしないで、会員諸氏に親しまれるような長期予報研究にふさわしい雑誌にしようと心がける方針でおります。つきましては、本誌の内容についての御意見や今後こういう方向がよろしいとか、その他質疑、批判などの御投稿をお願い致します。第3号から自由討議の欄を設けて以上の御投稿をのせて紙上で活発に意見交換ができますように企画しております。

会員数は1月20日現在237名になりました。大別すると上掲のとおりです。会計の係より：まだ会費未納の方はなるべく早目に御送金下さるようお願いいたします。

	会員数
気象庁	26
気象研究所	13
気象研修所	3
札幌	35
仙台	30
大阪	74
福岡	17
海洋気象台	6
沖縄関係	13
その他	2
合 計	237

傾圧モデルによる長期数値積分

F. Baer: The Extended Numerical Integration
of Simple Barotropic Model, J.M., 18, 319-339, 1961

紹介者まえがき-----数値積分形式による長期予報の研究のやり方にも幾通りがある。今迄は適当なモデルを与えて、数値実験を行い、どの程度実際の定常的な大循環の場を説明し得るかという研究が主流を占めてきた。すなわち妥当な予報モデルの探索を主目的としており、始めから可成り複雑なモデルを数定したので、実際に1ヶ月程度の積分に成功したのは数人にすぎず、完全なモデルを得るには程遠い状態にある。ところが、この2、3年来かかる近道をとることをやめて、最も簡単な傾圧モデルを充分吟味し、これでどの程度の事が説明できるかをしらべてから、次の傾圧モデル、熱と摩擦の導入、水蒸気の導入、あるいはまたプリミティブの式の採用へと進んで行こうという考えが主流になって来たように思う。現在まだ、最初の傾圧モデルの段階にあるが、この段階での焦点は、予報を当てるという事でなく、計算不安定を越すことと1ヶ月程度の積分を行うための計算技術の解決と、非線型項の物理的性質の研究の2つである。Baerの研究もこの線によって行はれたものである。以下の紹介では説明に支障のない限り、数式は省略しているので、詳しくは原論文を見られたい。

1. 要 旨

かんたんに傾圧モデルを用い、地球の94%におよぶ区域で、37日間の予報を試みた。流函数に適当な平滑操作を施すと、時間切断誤差の増大が阻止せられ、系の運動エネルギーも初期値の2%以内の変動に止める事ができた。初期の場として、平均流と波数1と3の擾乱を与えて積分を行った所、エネルギーの交換に顕著な週期性が現れ、特に平均流と波数3の擾乱との間の6日週期のエネルギー交換は最も規則正しい。また高い波数領域のエネルギー分布は、等方性乱流理論から求められた一乗規則を充たしている。

2. まえがき

この論文の本来の目的は流体力学の式に含まれる非線型項の性質をしらべる事であったので、初期の場として複雑な実際のDataは用いず、簡単な初期条件を設定する事にした。ここでのべる主なる対称は次の3つである。

1) *Fjortoft* のスペクトル理論の適合性

2) 非線型項から生ずる週期性の問題

3) 数値予報モデルの時間積分延長に制約を加える切断誤差の問題

1) という *Fjortoft* の理論 (1953) とは 2 次元の非粘性流体の場合、波数 n 以上の波の持つ総エネルギーはこの系の初期の状態と n により決まるある値以上にはなり得ないという事である。この理論がこゝでも成立するかどうかをしらべてみたい。

2) の問題を最初に試したのは *Princeton* の気象グループであり、1951 年に ENIAC を用いて行われたが、計算機の能力の關係で 2 日以上に延ばし得なかった。その後再び IAS 計算機を用いて試みられ、15 日間の積分に成功し、平均流に 5~6 日の週期が現れることを知った。ここでの研究でも、この週期性を再現し、これが初期の状態や流体力学の式にどのように依存するかを調べる事を企てた。(この週期性は實際大気の *index cycle* に対応するものと考え得る。)

3) の問題で、我々が問題にしている切断誤差は、渦度方程式の移流項から生ずるものである。例えば流函数 ψ が p までの波数のみから出来ていても、 ψ の微分の 2 次的結合である移流項は波相互の干渉により、波数 $2p$ までの波を含み得る。一方ある連続函数を有限個の格子点で表現する時、その格子間隔の 2 倍以下の波長のものは示し得ない。もし干渉効果による生ずる波の波長が、この格子の分解能より小さいものがある場合、切断誤差の問題がおこり、長時間の積分の後には解の物理性が失はれるようになる。これをさけるにはどうするか。

上述のような問題を以下順次のべてゆこう。

3. 予報モデル

非圧縮、非発散の順正 2 次元の渦度方程式は

$$\frac{\partial \xi}{\partial t} = \frac{\partial (f + H^{-1}\xi, \psi)}{\partial (x, y)} \quad (1)$$

$$\xi \equiv \nabla^2 \psi$$

$H^{-1/2}$ は天気図の形式により決まる縮率で、メルカトル投影を用いる時は (長さの単位を地球の半径 a にとる)

$$H = \cos^2 \psi$$

$$x = \lambda$$

$$y = \ln (\sec \psi + \tan \psi)$$

問題を解く境界条件としては

1) 流れは赤道 ($\varphi = 0$) に対して対称である。

2) 南北の境界 ($\varphi = \pm \bar{\varphi}$) には固体壁をおく。

1) の条件から流函数 ψ は φ に関する奇函数となる。故に $\varphi = 0$ では $\psi = 0$ となる。2) の条件は境界を通して流れがないことを示しているから、 $\psi = \partial\psi/\partial X = 0$ 故に ψ は $\varphi = \pm \bar{\varphi}$ の上では時間のみの函数となる。これを $\psi = \pm \Psi(t)$ とする。

上述のままでも、時間積分を行う事ができるが、ここでは ψ に対しやや質った取扱いをする。すなわち、 ψ を φ の一次式で表現できる部分と、南北の境界上で 0 となるような部分の 2 つに分ける。(この理由の一つは $\zeta = \nabla^2 \psi$ を二重テリエで解く時の便宜による。後述)

$$\psi(X, \varphi, t) = \chi(X, \varphi, t) - U(t) \varphi \quad (2)$$

$$U(t) \equiv -\Psi(t) / \bar{\varphi}$$

$$\chi(X, 0, t) = 0 = \chi(X, \pm \bar{\varphi}, t)$$

$$\zeta = \nabla^2 \chi$$

もしある時刻の ζ がわかると χ が求められる。 ψ を知るためには $U(t)$ の手数式が必要となるが、これは全角運動量の保存関係から求められる。

$$M = -\frac{1}{A_s} \int \frac{\partial \psi}{\partial \varphi} H \delta A \quad *)$$

ここでは A_s は球面上の実際の積分領域の全面積 ($4\pi \sin \theta$) を示し、 δA は Map 上での面積を示す ($A = 4\pi \bar{\varphi}$)、これを (2) に入れ、時間で微分すると

$$\frac{\partial U(t)}{\partial t} = \frac{1}{A_s} \int \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t} \right) H dA \quad (3)$$

以上の式をまとめると次の前記た予報系が得られる。

$$\frac{\partial \bar{\zeta}}{\partial t} = J(\bar{z}, \bar{\chi} - \bar{U} \varphi) \quad (4)$$

$$\bar{\zeta} = \nabla^2 \bar{\chi} \quad (5)$$

$$\bar{z} = f + H^{-1} \bar{\zeta} \quad (6)$$

$$\frac{\partial \bar{U}}{\partial t} = \frac{1}{A_s} \int \frac{\partial}{\partial \varphi} \left(\frac{\partial \chi}{\partial t} \right) H dA \quad (3)'$$

上の式で“ $-$ ”の施してあるのは、平滑操作を示し、この論文での一つの key point である。 $J(Z, \psi)$ から生ずる切断誤差をへらすために、 ζ や

*) H ではなく $\sqrt{H}$ ではないかと思う。

ψ に含れる $4\Delta S$ 以下の波長の波をすべて cut する平滑操作を各時間ステップ毎に施すのである。(ΔS は格子間隔を示す)

積分領域は $0 \leq x \leq 2\pi$, $-\bar{y} \leq y \leq \bar{y}$ の矩形で、 $\bar{y}$ は 1.745 にとった。これに対応する θ は 70.19° (三至) となる。次に格子間隔 ΔS は $\Delta S = 2\pi / 4P = \bar{y} / 2g$, $P = 18$, $g = 10$ の如くきめた。 $45^\circ N$ では 395 Km 位となる。

Jacobian や Laplacian は通常の微分形式で表現し、(3)' の積分は梯形法則を用いて Σ に置きかえる。時間微分の方は中央差分形式を用い計算を進めた。さてここで一般のやり方とやや違うのは (5) のポアソン式をとくのに relax 法を用いず、二重フーリエ法を使った事である。この理由は、この方が解が正確に求まる事、ここでの議論にエネルギーのスペクトルが必要な事、また平滑操作のためにのみフーリエ分解する手間がはぶかれる事である。

ところで、 ψ を直接フーリエで表現しようとする、 y 方向の境界で $2\bar{y}$ の jump があるのであるが、フーリエ級数による表現の性質上、ここではその jump の算術平均の値 (この場合は 0) とならざるを得ない。この困難性をさけるために両端で 0 となるような χ を取り出す事を考え、これのみをフーリエで表現したのである。 $\bar{v}_y$ の部分も含めて展開しようとする、この端での jump を表現する必要からのみ高次の波が重要になってくる。こんなものに上述の平滑操作を施すと、 ψ の $\bar{v}_y$ 部分は境界近くで着るしい変化をこうむることとなり好ましくないのだ。

4. 初期条件

一般に ψ は次の如く表現し得る。

$$\psi(x, y, t) = -U_g + \sum_l \chi_l(y) e^{ilx} \quad (7)$$

初期の $\chi_l(y)$ は

$$\chi_l(y) = g_l (\sin \theta)^{Y_l}, \quad \theta \equiv \pi y / \pi \quad (8)$$

の形をもつと仮定する。この形は南北端及び赤道で 0 という条件を單獨で充たす最も簡単な表現である。 g_l は一龍の振幅であり、 Y_l は擾乱の南北 scale の index を示す。 χ が奇函数であるという条件を充たすために Y_l は奇整数とする。計算を簡単にするため初期の擾乱は波数 (l) / と 3 の波からなるとし、それに対応する g_l , Y_l は

$$l = 1 \quad g_1 = 0.014 \quad Y_1 = 1$$

$$l = 3 \quad g_3 = 0.01 \quad Y_3 = 3$$

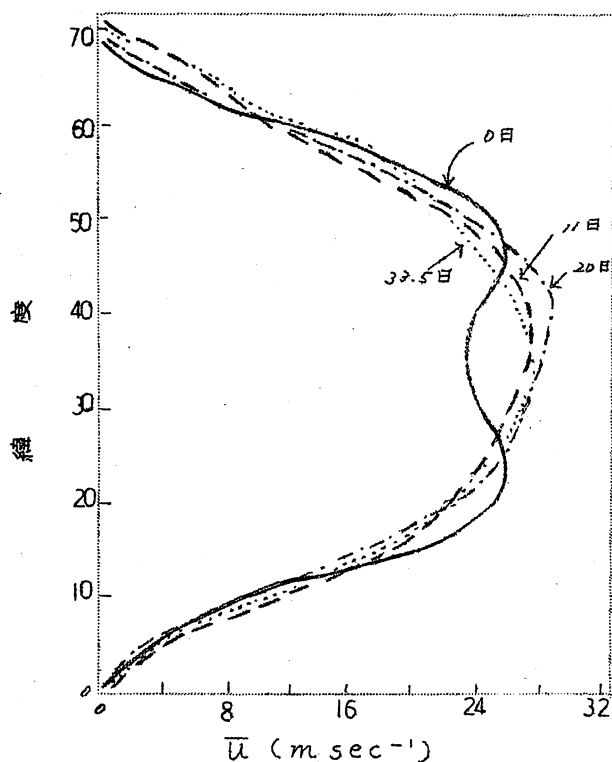
とした。 g_3 は任意にえらんだが、 g_1 は $l = 1$ の波が $l = 3$ の波と同

じ量の運動エネルギーをもつようにきめた。 γ_2 のえらび方も任意であるが、一応 $l=3$ の波の方が南北 $scale$ が小さくなるようにした。

次に平均流は $\chi_0 - \bar{v}_y$ の部分の帯状風速が次の形になるように選んだ。^{*}

$$-\frac{\partial(\chi_0 - \bar{v}_y)}{\partial y_s} = u_0 \left\{ \frac{3}{2} (\sin \theta)^2 - (\sin \theta)^4 \right\} \quad (9)$$

u_0 は最大風速を示す。上式を y で積分すれば、 χ_0 と $\bar{v}$ の初期値が得られる。(9) で表される帯状流は $\theta = \frac{\pi}{3}, \frac{2\pi}{3}$ に極大をもつ二重 jet 構造を示す。(第5図を見よ)。



第5図 帯状風速の分布の時間変化

*) どういう根拠でこのような形を選んだかははっきりしない。Baer は始め $u_0 (\sin \theta)^4$ をつかう予定だったらしいが、何かの誤りでこのようにやや複雑な形になってしまったらしい。

5 切断誤差 (truncation error) のテスト

非線型の微分方程式は、ごく特殊な場合を除き、解析的に解を求める事は出来ない。それ故、我々は計算結果の誤差を直接評価するわけにはいかない。もしこの微分系にある種の保存量が存在する時には、微差形式で時間積分を進めて行った時、この量の保存性がどの程度満たされるかをみて、切断誤差の大小、計算方式の良否を推定するのが普通である。

渦圧モデルで考えられる保存量は、系のもつ全運動エネルギーである。(ここで *Baer* は有効運動エネルギーの概念を導入しているが省略する) もう一つは渦度の自乗平均

$$F \equiv A^{-1} \int \omega^2 H^{-1} dA$$

が連続系では保存することをつかう。^{*} 但し渦度方程式を微差形式で表現した場合には、この関係は厳密には果たされないので、これによるテストは完全とは云いがたいことを注意されたい。

F と全運動エネルギー K を初期値の % で示したのが第 1 図である。F は 4 日頃から 17 日頃までどんどん増しているが、その後はあまり増加していない。この期間中 F は 133 % を越えることがないので、切断誤差はあまり増大されていないと思はれる。一方 K の方は、初期値の 2 % 以内に止まっている。これ等の事から、Jacobi 法に施した平滑操作は、他の所定者が促された切断誤差の障害を取り除くに充分な効果があったと結論してよからう。

K の時間的変動は勿論切断誤差によるものだが、2 hr (= 2 Δt)、44.6 hr 及び 5.6 日の 3 個の顕著な週期が見られる。2 hr 週期は時間積分に中央微差を用いた事に原因がある (図に示されていない)。5.6 日週期は平均流と擾乱との間のエネルギー交換に現れる週期と全く同じで、明らかに非線型の *interaction* に依り生じたものである。44.6 hr の週期の原因はわかっていない。

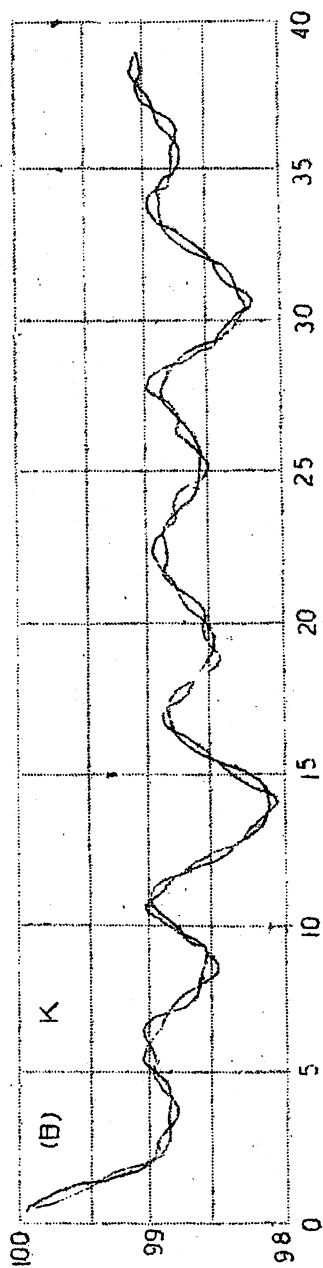
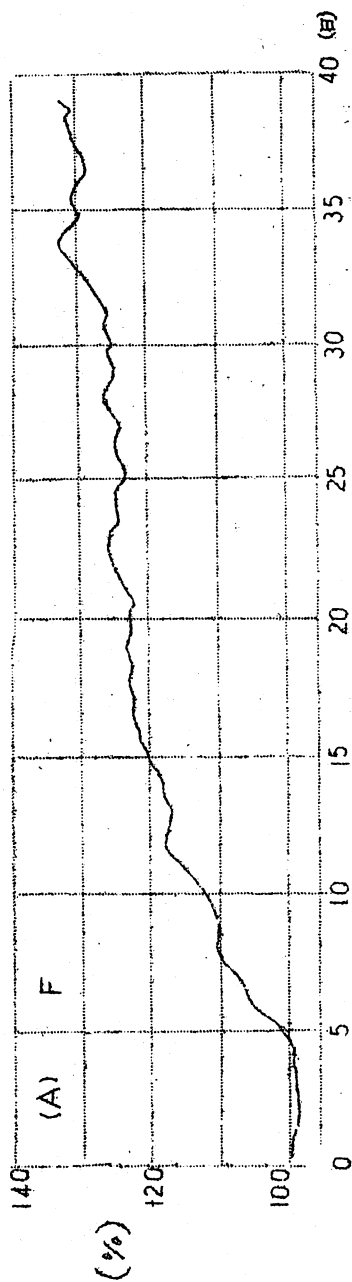
6 Fjørtoft の理論との比較

Fjørtoft (1953) は既に述べた如く、2次元の非粘性流体では、高次の波に行く事の出来るエネルギー量は初期条件で決まることを示した。これは次のようにして簡単に求められる。今流函数 ψ を固有函数の和で表せば、

$$\psi = \sum_{n=1}^{\infty} \psi_n, \quad \nabla^2 \psi_n = -a_n \psi_n$$

ここで a_n は ψ_n に対する固有値である。この系でも運動エネルギーと自乗

^{*}) 渦度の式にもをかけ全空間で積分し、境界からの出入がないとすると求められる。



第 1 図 平均自乗漏度 F と全運動エネルギー K の時間変化

温度が保存されるが、それは次のように表現し得る。

$$\sum_{n=1}^{\infty} W_n = W \quad \text{運動エネルギー保存式}$$

$$\sum_{n=1}^{\infty} a_n W_n = a W \quad \text{自乗温度の保存}^{*)}$$

但し

$$W_n \equiv a_n \int \psi_n^2 dA, \quad W \equiv \sum W_n (t=0), \quad a \equiv \sum a_n W_n (t=0) / W$$

であり、 a, W は時間によらない常数である。さて a_n, W_n は正数である故に

$$\sum_{n=N+1}^{\infty} a_n W_n \leq \sum_{n=1}^{\infty} a_n W_n = a W \quad (N \geq 0)$$

また a_n は n と共に単調に増加する数であるから

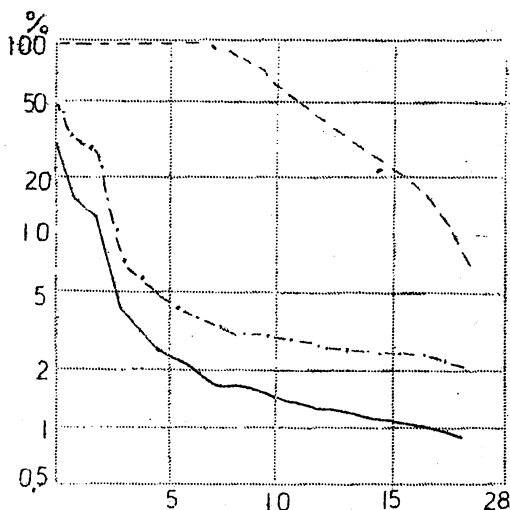
$$\sum_{n=N+1}^{\infty} W_n \leq \sum_{n=N+1}^{\infty} \frac{a_n}{a_{N+1}} W_n \leq \frac{a}{a_{N+1}} W$$

となり、 $F_{j\phi rtoft}$ の結論がえられる。

我々のモデルの微差式にこれを適用し a, a_n を計算してみると、 a_n が時間に *depend* するため、 $F_{j\phi rtoft}$ の方法と矛盾してくる。それが可成り大胆な仮定を置いて、時間によらない a_n を算出し、波数 n の函数として、 a/a_{N+1} すなわち $\sum_{n=N+1}^{\infty} W_n / W$ を求めて示したのが第2図の波線である。

第2図

波数 n より大きい
波に含まれるエネ
ルギーの割合

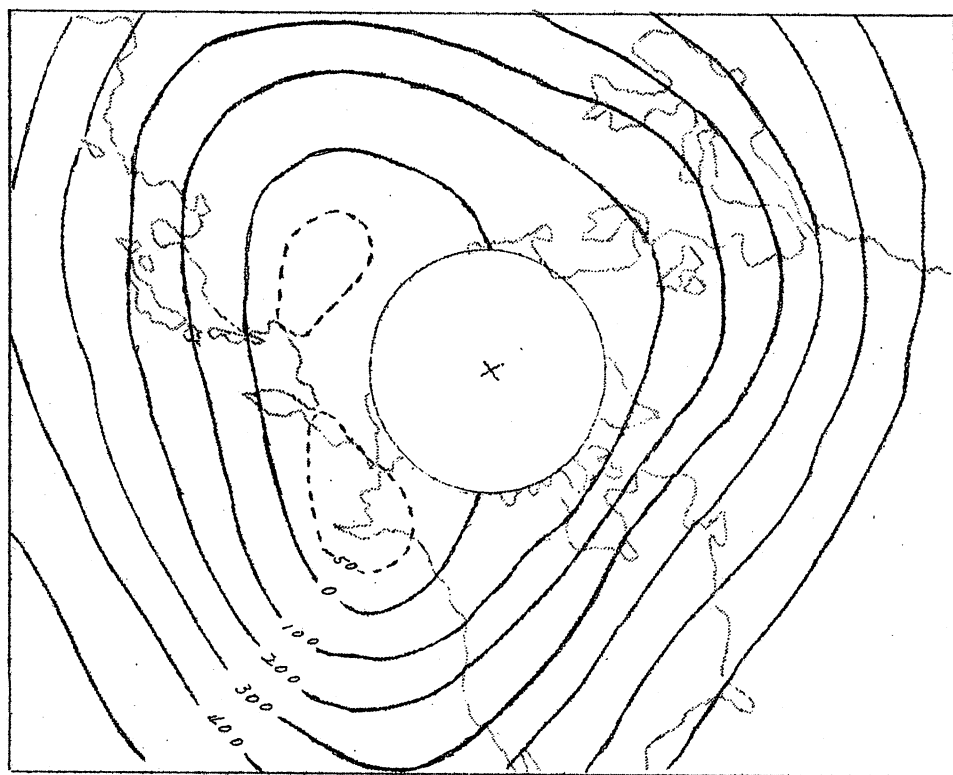


*) $\int \psi_n^2 dA = \int (\nabla^2 \psi_n)^2 dA = \int a_n^2 \psi_n^2 dA = a_n W_n$

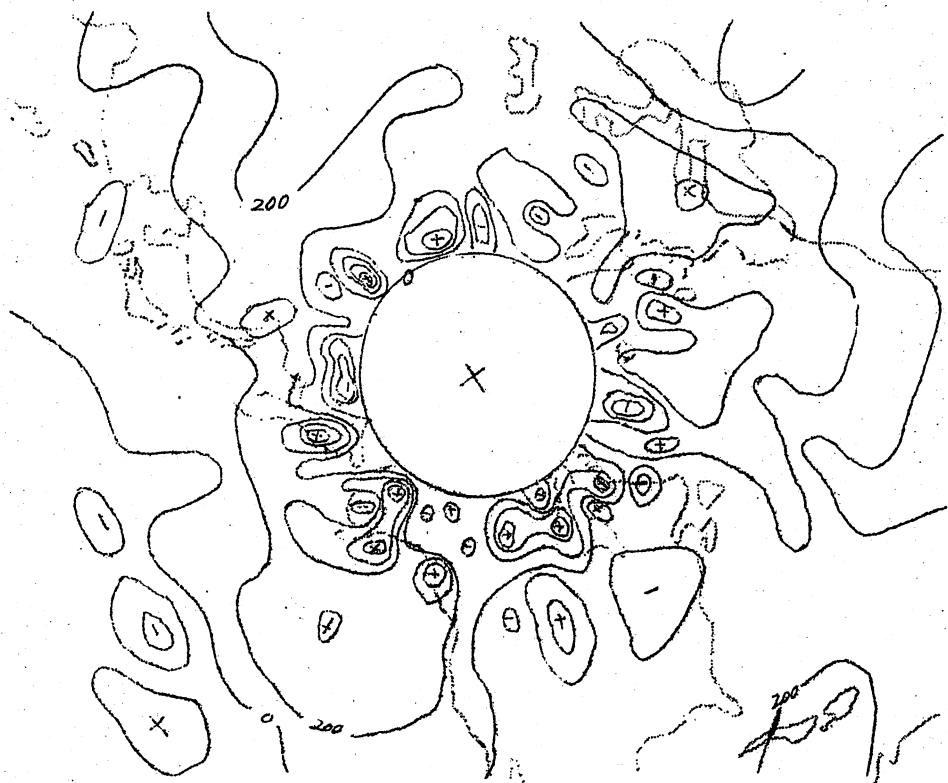
一方39日目の計算結果から波数 k 以上の波のもつ総エネルギーと全エネルギーとの比率を実線で示した。更に、全積分期間の毎日につき、このような曲線をつくり、その最大値を結んだのが真中の鎖線である。この図を見るとある波数 k を實際に通過したエネルギー量は $F_{j\dot{p}ntoft}$ の制限よりずっと小さい事がわかる。ここでの計算は $F_{j\dot{p}ntoft}$ の方法に忠実に従い得ないため、非常に大きな近似をしている事から、寧ろ弱すぎる制限値を得た可能性があるが、とにかくこんなに違ふと云う事から、この積分モデルは $F_{j\dot{p}ntoft}$ の制限を充たしていると考えてよからう。

7 計算結果の解析

第3、第4図に夫々39日目の ψ と ω の場を示した。 ψ の場は39日後でも規則性が保たれ、切断誤差の障害があまりない事を示している。しかし相対渦度 ω の場は、可成り不規則になっており、特に境界の近くでは、強くて



第 3 図 39日目の流函数の場 (単位 $0.20332 \times 10^6 \text{ m}^2 \text{ sec}^{-1}$)



第 4 図 39 日目の相対温度の場 (単位 $0.71212 \times 10^{-7} \text{ sec}^{-1}$)

細かい渦が異常に発達している。(この一図は境界に固体壁をおき運動に制限を加えたためである。) それにも拘らず、大規模な分布の特徴は ψ の場とよく対応しているから、物理性は一応保たれていると考えてよい。

平均流と運動量の南北輸送

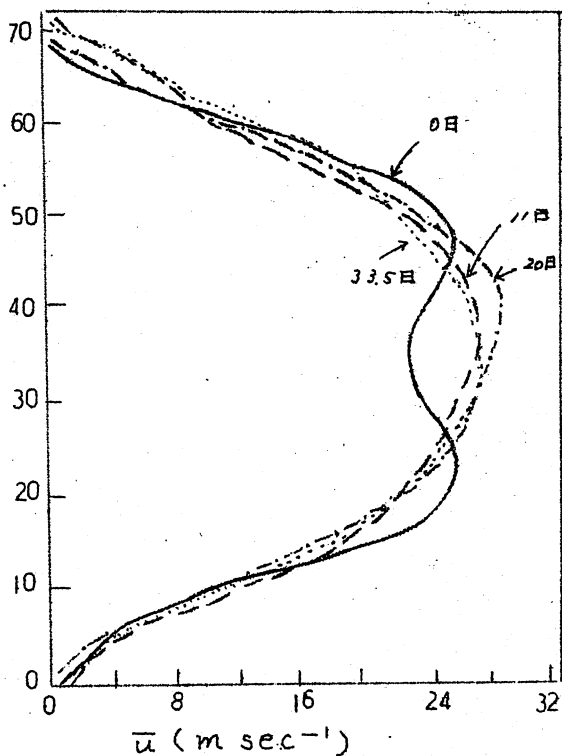
第5図は帯状流 ($\bar{u}$) の緯度分布の時間変化の概略を示すために描いた。詳しい解析の結果わかった事は

- a) 初期の二重 jet の場合は1日以内に単独 jet に変る。
- b) jet の強さは最大 10% の変化を示し、平均は 28.5 m/sec であった。
- c) jet の緯度の変化は 10° 以内で、平均位置は 38°N であった。

すなわち噴圧モデルは jet の強さや緯度の変化, jet の合併等を再現する能力が一応あることがわかる。(この事は既に岸保・荒川の帯状流予報により

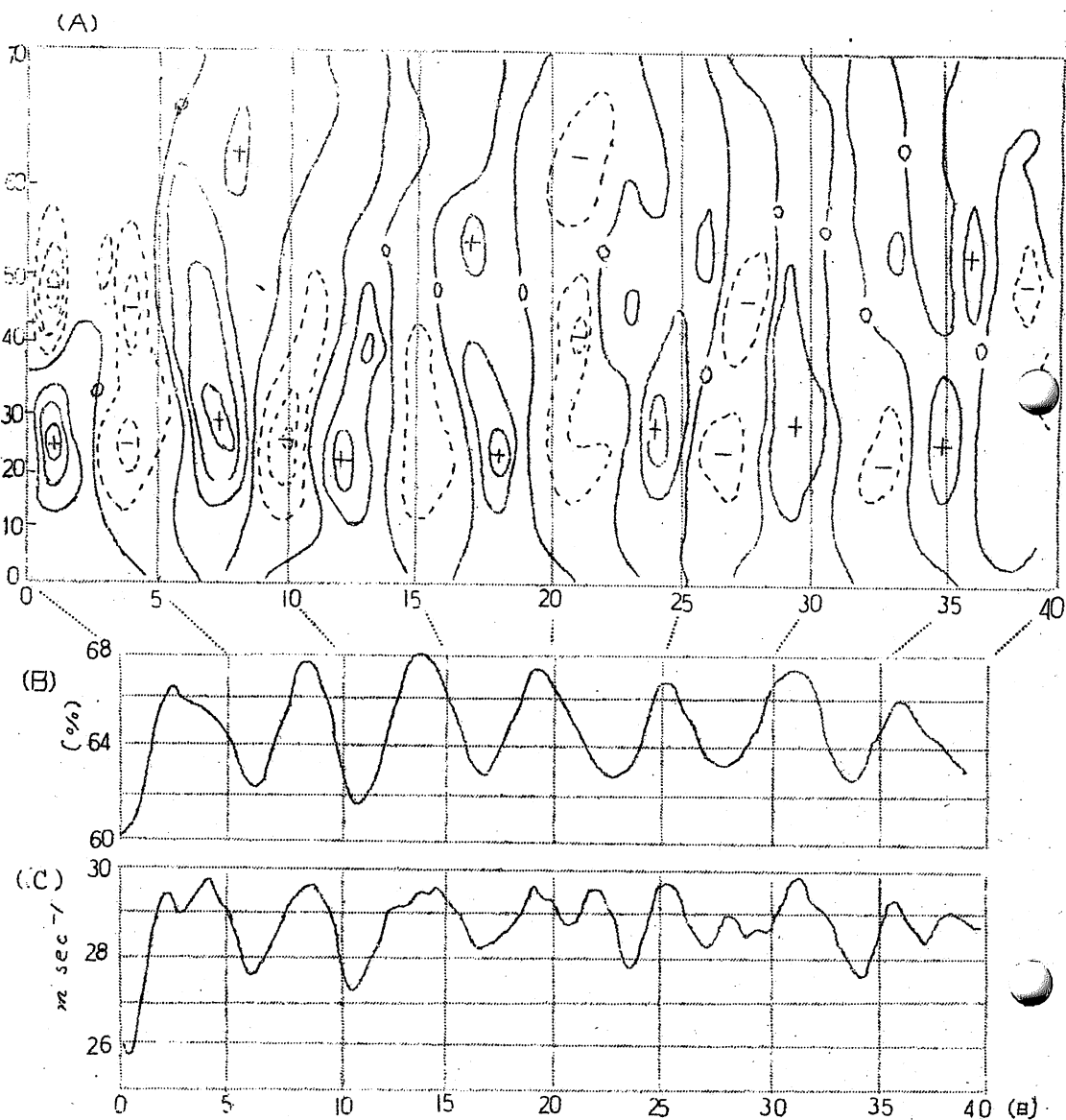
充分示されている)

第 5 図
帯状風速の分布
の時間変化



第 6 図に運動量の南北輸送 ($\overline{uv}$)、帯状流のエネルギー及び *jet* の強さの時間経過を示したが、これら三つを比べてわかることは

- a) 5.6 日の週期性がある。
- b) 運動量輸送はこの週期で南向き北向きと交互に起り、その移り変り (0 線) の時 *jet* の強さと帯状流エネルギーの極大、極小が現れる。
- c) 運動量が北向きに輸送される時、エネルギーは増大し *jet* は強くなる。南向きの時はその逆となる。

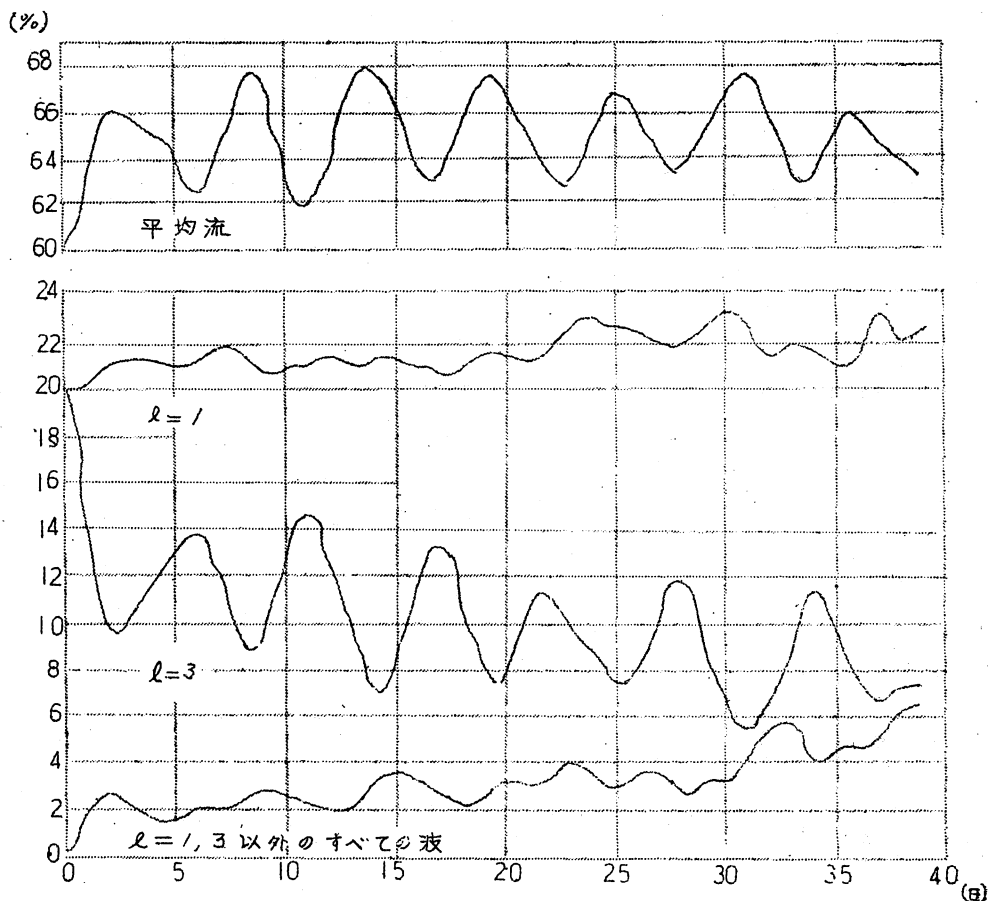


第 6 図

(A) 緯度図を通しての相対角運動量の流れの単位面積あたりの値
線は $20 m^2 sec^{-2}$ 毎に引いてある。+ は北向き。

(B) 平均流の運動エネルギー =

(C) jet の強さ ($m sec^{-1}$)



第 7 図 波数毎に示したエネルギーの時間変化

エネルギーのスペクトルの時間変化

非線項すなわち移流項の効果により、初期には波数 1、3 の擾乱しか与えなくても、どんどん多くの波数の波が造られてゆくし、また波相互間にエネルギーの受授が行はれる。エネルギーの波数分布がどのように変化するかは、最も興味ある問題である。第 7 図にその大略を示したが平均流のエネルギーと波数 3 のエネルギーは 5、6 日の週期をもち、逆位相で変化している。この事や、波数 3 以外の擾乱の時間的变化が小さい事から、最も卓越したエネルギー受授が波数 3 と平均流の間に行はれている事は明らかである。

次に長期傾向を見ると、平均流のエネルギーは平均的には一定であるが、波数 3 のエネルギーは予報期間の終りには初期の半分に減っている。一方波数 1 とその他の擾乱は平均して増大する傾向をもっている。これから考えられる交換過程は次の様である。まず波数 3 のエネルギーが減少する段階では、

そのエネルギーは平均流と3以外の擾乱に移る。次に波数3のエネルギーが増す段階では、大部分が平均流から、一部が他の擾乱からやってくる。併し他の擾乱は自分が前の段階で得ただけの量を返却しない。平均流の方は正直にむらっただけ返している。結局、波数3は他の擾乱のエネルギー源の役目を、平均流はこの交換を可能にする調媒的役割を果たしているといえよう。

もう少し詳しく調べてみると、波数1,3以外の擾乱のうち4~6の波が卓越している。この中で4と6は大体平均流のエネルギーと同位相で変化しており、平均的に増減はない。2と5は変動しつつゆっくり増してしいる。(値は2の方が数倍大きい)。この事から波数3からエネルギーを吸収しているのは波数1をのぞけば、大部分は2の波で、一部は波数5であるといえる。実際波数2のエネルギーは予報期間の終りには波数3に非常に接近している。我々の計算結果からは以上の如き結果が得られたが、今後初期条件の与え方により上述の図像が変わってくるかどうかを調べる必要がある。^{*)}

8 エネルギー交換の週期性

既に述べた如く、平均流と波数3の間には週期的なエネルギー交換が認められ、この週期に従って jet の強弱、移動がおこっており、これが実際の大気におこる *index cycle* の一つの機構と考えられる。それ故もしこれが初期の状態から解析的方法で求められるならば、実際の予報にとっても有力な手段となり得る。現在かかる週期の計算に適するものとして2種ある。一つは *Lorentz* (1960、この号に紹介されている)、もう一つは *platzman* (1952) によるものである。*Lorentz* の方法とは、何れか2つの成分の干渉によって生ずる波は常に残りの成分になるような適当な3つの成分で流函数が温度を表現し、解析的に解く方法である。ここではととして

$$\psi = A \sin \frac{\pi m y}{Y} + B \sin \frac{2\pi m y}{Y} \cos \frac{2\pi l x}{L} + 2C \sin \frac{\pi m y}{Y} \sin \frac{2\pi l x}{L} \quad (10)$$

を選んでみた。温度方程式にこれを入れると A, B, C に関する3つの式が得られ、解析的に解きうるが、特に擾乱 (C) は初期条件で決まる週期 (T) をも

*) 初期条件の与え方によりこの節の結論が異なる可能性が充分あるから、常に波数3がエネルギー源となると考えることは危険である。また実際大気では位置エネルギーから K.E 初級交換過程が重要となり、波数5~10の波が平均流や他の擾乱の K.E の補給源となっている。それゆえ、当然の事ながらこの節の結論はそのまま実際大気にあてはめ得ないのである。然し噴圧モデルでも中間的波数がその他の擾乱のエネルギー源となるという結果は興味深い。

事がわかる。我々のモデルの初期条件は(10)の様にないから、そのまま適用するわけに付かぬので、 ℓ, m 値に分離して T を計算してみたが、18 日以下の遅期は得られず成功しなかった。この方法で得られる遅期は平均流のエネルギーの平方根に逆比例するという関係がある。

第2の *platzman* の方法は、初期の平均流のエネルギー E_0 の時間についての2回微分すなわち $\ddot{E}_0$ の時間的曲率から遅期を求めようとする方法である。

$$\ddot{E}_0 \equiv \left(\frac{\partial^2 E_0}{\partial t^2} \right)_{t=0} = \frac{1}{2Y} \int \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \bar{u} dy = - \frac{1}{2Y} \int \bar{u} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy$$

これでわかるように $\ddot{E}_0$ は擾乱に関連 ($\bar{u}v$) して生ずるから $\ddot{E}_0 = \sum_{\ell} \ddot{E}_0(\ell)$ の如くかける。適当な仮定の下で我々は次の外推式を得る。

$$E_0(t) = E_0(t=0) + \left(\frac{T}{2\pi} \right)^2 \ddot{E}_0 \left(1 - \cos \frac{2\pi t}{T} \right)$$

しかしこれからでは遅期 T は求められない。だがもしある波の最大振幅 $\Delta E = E_0(t) - E_0(0) / \max$ がわかれば、これに対応する T は

$$T = \pi \left(\frac{2 \Delta E_0}{\ddot{E}_0} \right)^{\frac{1}{2}}$$

から求めうる。すなわち *platzman* の方法が適用可能かどうかという事を *check* し得る。我々の場合について、 ΔE_0 を求め、 $\ell=1, 3, 1+3$ に対し $\ddot{E}_0$ を計算し T を求めると、それぞれ 5.7 日, 5.1 日, 10.9 日となる。一つの波をとった場合は実際の値 5.6 日に非常に近い、しかし2つの波を加えた時には2倍になってしまう。我々の実際計算の場合、波数1と3を加えたところで、卓越遅期は殆んど変化しない。やはり *platzman* の方法も充分とは云えない。

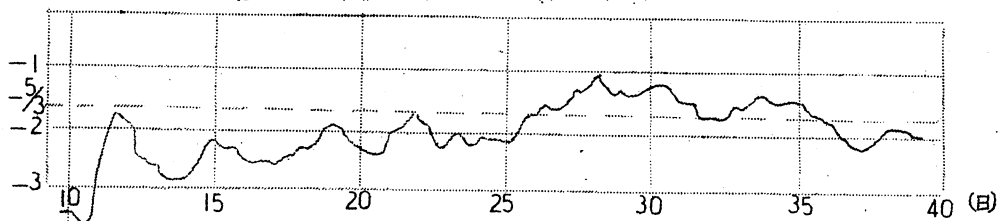
結論として、この2つの方法はごく初期の変動性については十分な精度を与えるかも知れないが、*Lorentz* の方法は、初期条件の表現に自由度がない事、*platzman* の方法は予報して始めて知り得る ΔE_0 を必要とする事から、任意の分析に対し将来の遅期を予報するためにはあまり有効でないと言えよう。それ故、現段階では数値積分をやってみる以外には手はなさそうである。

9 スペクトルの統計的性質

第7図からわかるように、エネルギーの大部分は長波に止り、短波のちつエネルギーはごく僅かである。それでもし短波のエネルギー・スペクトルが準定常であることが云えれば、長波部分はこの短波の準定常部分との干渉により影響されることが少ないと仮定することが出来、数値積分において、非

定常な長波部分のみを取扱うように切断する事が可能となる、この様な場合、計算時間をへらす事が出来、又興味ある大規模の場の特性を分離して論じうる可能性を生ずる。

Kolmogoroff, Heisenberg, Batchelor 等は、等方性乱流場に *similarity* の仮説*) を適用した結果、粘性領域のエネルギー・スペクトルは $\ell^{-5/3}$ に比例するという結果を得た。この粘性領域とは、エネルギーの交換過程が運動方程式の粘性項の作用で主におこる領域で、エネルギー源である長波側と、摩擦によるエネルギー消費が卓越してくる短波の間に存在し得る平衡領域(エネルギーのたまりを生じない領域)である。実際の大気に対し小倉(1958)は短波長域でこの $\ell^{-5/3}$ 乗則が大体満たされることを示している。



第 8 図 α の時間変化

我々のモデルには実地的なエネルギーの源や *sink* はないが、それでも尚このような平衡領域が存在するや否やを調べてみる。その領域は $7 \leq \ell \leq 18$ とし

$$E_{\ell} = A \ell^{\alpha}$$

に適合するように、6 時間毎に最小自乗法により α を求めて見た。それを第 8 図に示したが、 α は多分に思察的な *similarity* の仮説から求められた $-5/3$ の近くに振動している事は非常に興味深く、またこの節の始めに述べた如く、この波数領域では一応準定常なスペクトル分布になっていると考えてよいようである。

文 献

Fichtoft, R., 1953 : On the changes in the spectral distribution of kinetic energy in two-dimensional, nondivergent flow

*) ある一定のエネルギー (E) が長波側から短波側へと流れてゆき最終的には摩擦により失われてゆくという準定常状態を考えるのがこの仮説でこの場合乱流場の平均特性はこの E と摩擦係数 ν により決定される。

Tellus, 5, 225-230

Lorentz, E. N., 1960: Maximum simplification of the dynamic equations. *Tellus* 12, 243-254

Ogura, Y., 1958: On the isotropy of large scale disturbance in the atmosphere, *J. Meteor.*, 15, 375-382

platzman, G. W., 1952: The increase or decrease of mean-flow energy in large scale horizontal flow in the atmosphere, *J. Meteor.*, 9, 347-358

(気象研究所 片山 昭)

気象学史は季節予報から

ギリシアの自然哲学者たちが何を考えたか、というようなことを調べようと思つて、気象学史などを二三よんでみると、そこに書いてあることはおよそ大同小異のことであり、これは断片から色々解釈してゆくのだから仕方のないことかも知れぬが、それにしても哲学的ならざる色々の面白い、考えようによっては大切な点が落されているように思われるのである。たとえばイオニアの自然哲学者として真先にあげられるターレスだが、普通、彼の“万物は水である”といったことが、アニミズムから自然自身による自然現象の解釈の第一歩として重視されていて、もちろんこれには異論はないのだが、彼は何もこんな抽象的なことばかりを言つてのん気に暮らしていたわけではないのである。彼はある年のこと、次の年のオリーブやブドウが大豊作となる兆候を発見した。そこで彼はすぐさまレスボスやブドウの搾取器の専売権を手に入れた。翌年、はたしてオリーブがうんとみのり、みんなが搾取器を買い求めたので、彼はそれを高い値段で売って大もうけをしたというのである。

彼が兆候として何を発見したのか、知りたいところだが、この話からターレスを気象学史の第1ページにもつてきても一向さしつかえはないだろう。しかもその気象学史は実用的季節予報から世袭するわけである。ターレス以前にも、おそらく天気怪談の形で色々なことが言われていたことはまちがいないだろうが、はっきりした史実はおそらくターレスあたりから始まるのである。ターレスがサロス周期(18年11日)を使ってBC 585年5月28日の日食を予言したのは有名な話だが、高橋浩一郎の周期説にもサロスが出てくるのだから面白い。

(根本 順吉)

北半球対流圏における低気圧と

高気圧の頻度 (抄)

M.I. Morozova i M.A. Petrosyants = Povtoyyaemost
tsiklonov i anti tsiklonov v troposfere nad
Severnym Polushariem, TRUDY TSIPa, vyp. 106,
Gidrometeoizdat, Moskva, 1960, pp. 148 - 167

ソ連中央気象研究所発行の毎日の500 mb北半球天気図によって上層の高気圧の頻度分布を計算した。天気図の期間は1949-1956であるが、欠けている部分があるので、使用したのは丁度6年分である。読取りは次のようにした。緯度 10° 経度 10° の範囲の四辺形にはいる低気圧及び高気圧中心の個数を $30^\circ N$ 以北の北半球全域について各月別に求めた。緯線が北方で収束していることによる影響を除くために、各四辺形内にはいる中心の個数を面積 $100,000 \text{ km}^2$ についての個数に引きなおした。こうして得られた個数を6年間の各月の全日数(170, 180, 186)でわり、得られた値を%で表わした。最後に3か月分を平均して季節平均を求め図示した。

各緯度範囲における $100,000 \text{ km}^2$ あたりの平均の高気圧中心の頻度を第1表に示す。また季節別頻度分布を図示すると第1~8図のようになる。

1. 中緯度では500 mb面上の高気圧は低気圧に比べ一般にずっと稀にしか現われない。 $30^\circ N$ 以北では低気圧中心の個数は高気圧中心の個数の約 $\frac{1}{4}$ である。

2. 北半球の平均では500 mb面上の低気圧中心の頻度極大は7月に、極小は1月に現われる。高気圧中心頻度の主極大は6月に、主極小は2月に観測される。高気圧中心の頻度の年変化は大気環流強度の年変化と並である。このことは東西示数の年変化と中心の頻度の年変化を比較してみればはっきりわかる。

3. 年平均では低気圧中心の頻度の極大は $80-70^\circ N$ の緯度範囲に、極小は $40-30^\circ N$ の範囲に認められる。高気圧中心の頻度の極大は $90-80^\circ$ の緯度範囲すなわち北極地方にあり、極小は $40-30^\circ$ にある(亜熱帯の低気圧は資料がないため度外視してある)。

4. 北半球上の高低気圧頻度分布にはあらゆる月を通じて帯状の性質が存在しない。

第1表 各日各緯度の高低気圧中心平均頻度

緯度	平均緯度	I	II	III	IV	V	VI	VII	VIII	IX	X	XI	XII	年
低 気 圧 中 心														
90—80°	85°	32.6	35.4	46.5	39.0	39.3	48.0	66.1	45.5	52.3	45.1	34.0	29.0	45.2
80—70	75	48.4	48.6	45.0	56.0	58.1	54.0	58.1	59.6	51.0	56.5	56.7	50.7	53.5
70—60	65	45.2	39.3	38.8	38.7	45.2	49.3	53.6	48.5	48.7	44.9	43.0	44.2	44.5
60—50	55	28.7	35.0	32.3	36.3	39.0	45.0	42.0	39.3	35.3	28.1	29.0	30.9	35.0
50—40	45	14.5	18.2	20.6	26.0	27.1	28.2	21.6	16.4	16.3	17.1	16.0	15.5	19.7
40—30	35	7.1	6.4	8.4	10.7	8.7	7.3	6.8	5.9	7.0	8.1	5.3	7.4	7.5
北半球平均		29.4	30.5	30.5	34.5	36.2	38.6	41.4	38.3	36.8	33.3	30.7	29.6	
高 気 圧 中 心														
90—80	85	25.2	10.0	18.4	24.0	22.6	22.0	19.7	14.9	12.3	23.9	26.3	29.4	20.7
80—70	75	10.7	12.5	10.0	12.0	15.5	16.7	14.2	10.3	10.7	6.1	11.0	8.1	11.5
70—60	65	6.1	7.9	10.0	8.3	11.9	16.3	14.5	8.9	10.3	5.8	4.3	5.5	9.1
60—50	55	3.9	6.1	9.4	9.3	9.0	12.7	8.7	5.8	4.0	4.2	3.7	3.9	6.6
50—40	45	3.6	2.1	3.6	4.7	3.9	3.7	6.4	4.5	2.7	1.9	2.0	3.2	3.5
40—30	35	0.7	0.4	0.3	0.3	0.9	5.0	9.0	9.0	3.0	2.2	1.0	0.9	2.9
北半球平均		8.4	6.5	8.3	9.9	10.6	12.7	12.1	8.9	8.2	8.3	8.0	8.5	

5. どの月にも、低気圧中心は北半球上のほとんどあらゆる部分に認められるが、これに対して高気圧中心は多くの地域において1回も認められなかった。高気圧の頻度が特に多い地域は亜欧大陸と北極地方である。北米では高気圧はほとんど発生しない。

6. 高低気圧頻度の極大と極小の領域は明瞭に区別される。この中には一年中、一季節及び一か月を通じて頻度の極大または極小が持続するような領域がある。年を通じて持続するものとしては、カナダ及びバフアーク、オホーツク海の低気圧頻度の極大及び北氷洋のデュゴート海岸及びアラスカ海岸沖の高気圧頻度の極大がある。年間の日を通じて低気圧中心の頻度が最も少ないのは大西洋である。

7. 地上低気圧中心の頻度分布図は上層の中心の頻度分布図と異なっている。上層の低気圧中心の頻度の極大は地上の中心の頻度の極大に対して北の方向にずれている。これは上層の前線帯の位置を考えれば当然のこととして説明できる。地上の低気圧中心の増大と全然無関係に上層の低気圧数が増大している場所がある。

8. 低気圧頻度の季節または月の極大は上層前線帯の支配的位置の北東方向にある。上層前線帯領域では中心の頻度は極小である。

9. 対流圏の高低気圧中心頻度図を海面気圧分布図と比較すれば、アイスランド低気圧及びアリューシヤン低気圧として知られている気候学的低圧部は、上層低気圧中心の頻度極大域とは無関係であることがわかる。

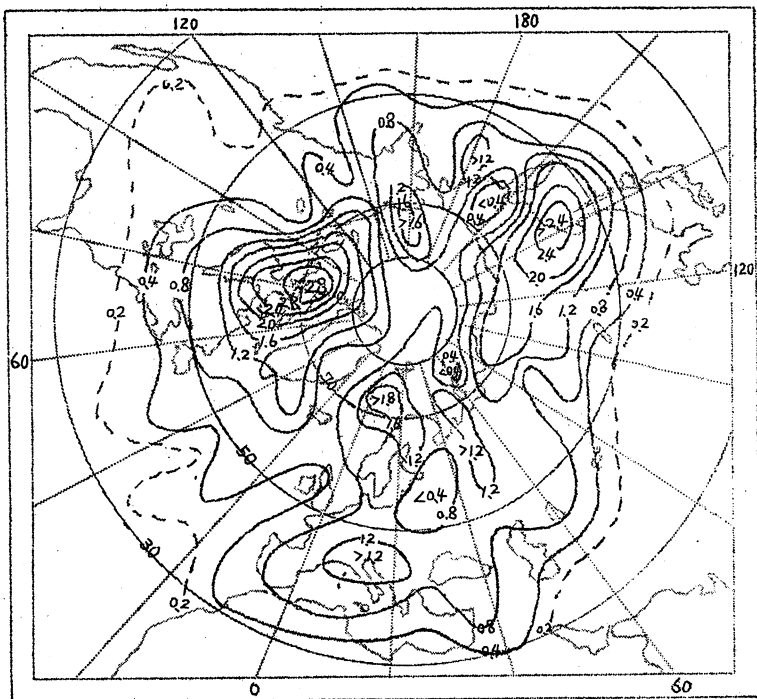
10. アゾレス高気圧は上層低気圧頻度図上では独立の極大として現われるが、シベリアの高気圧は500 mb 図上では認められない。

11. 上層の高気圧頻度の極小或は上層の前線帯及びジェット流の侵襲する地域となっている。このことは1月の中心頻度図をジェット流分布図と比較することによって確かめられる。

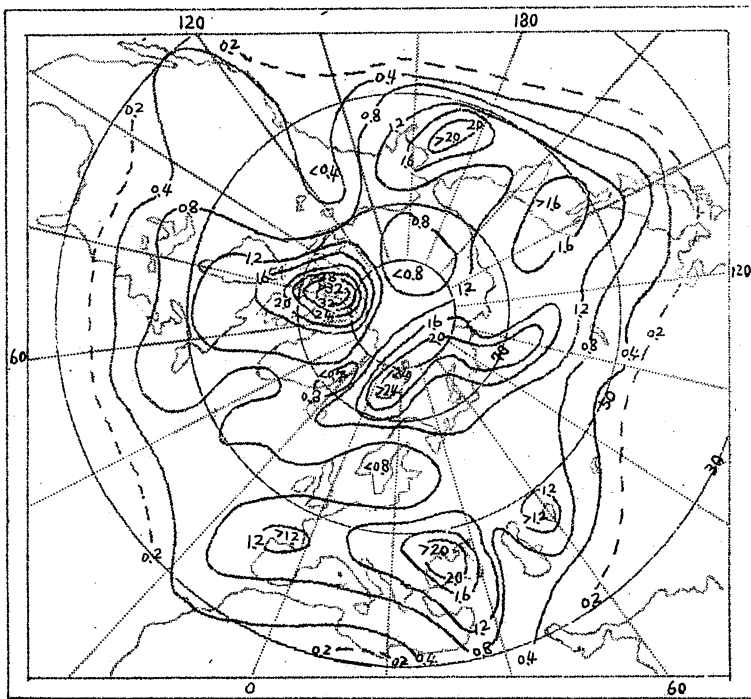
12. 頻度分布図は低気圧の形式に対する山岳の影響を表わしている。高い齋原や高い山脈は500 mb 面上では低気圧頻度が最も少ない地域にあたっている。低気圧の極大頻度は山岳の前方及び後方に観測される。

13. 南半球では面風流は東半球におけるよりも安定で、そのじょう乳は上層の緯度尾根の出現に限られることが多い。

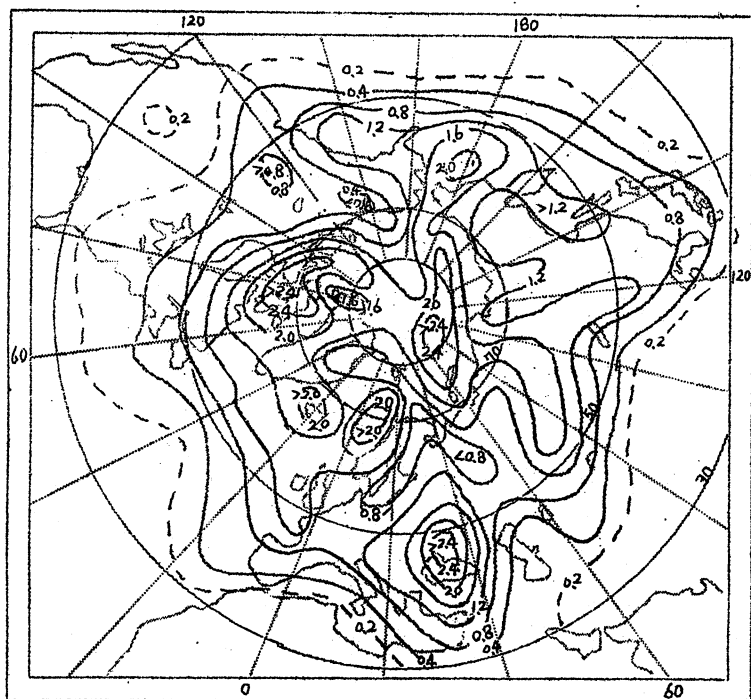
(長期予報管理官附 須田 建)



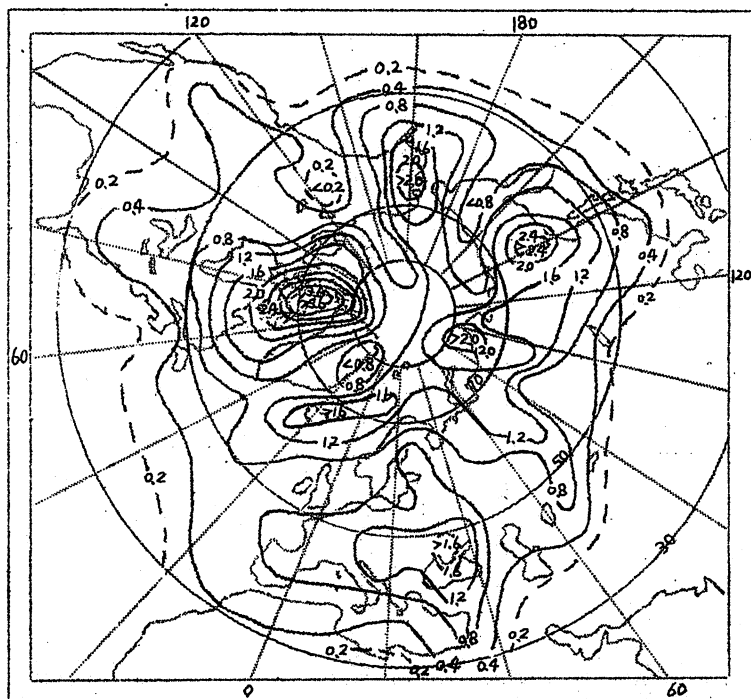
第1図 冬の低気圧中心の平均頻度分布(%)



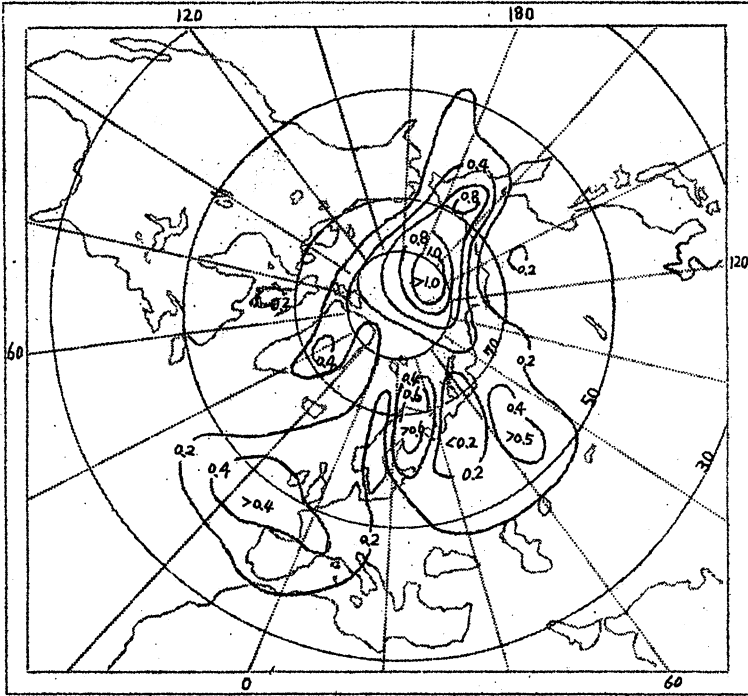
第2図 春の低気圧中心の平均頻度分布(%)



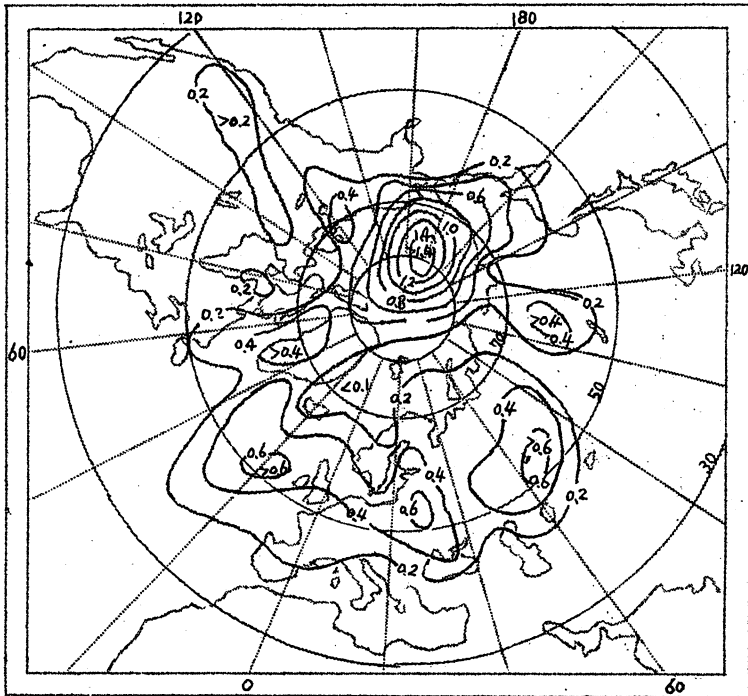
第3図 夏の低気圧中心の平均頻度分布(%)



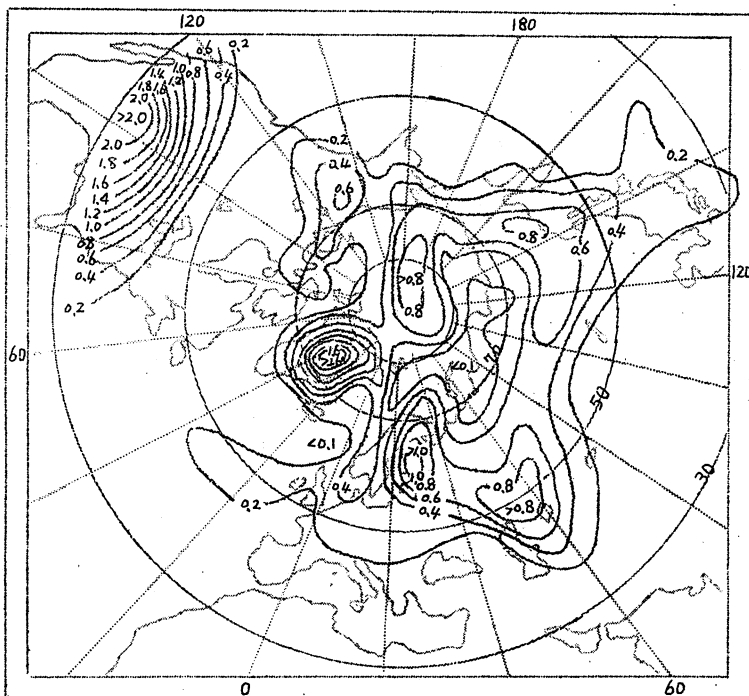
第4図 秋の低気圧中心の平均頻度分布(%)



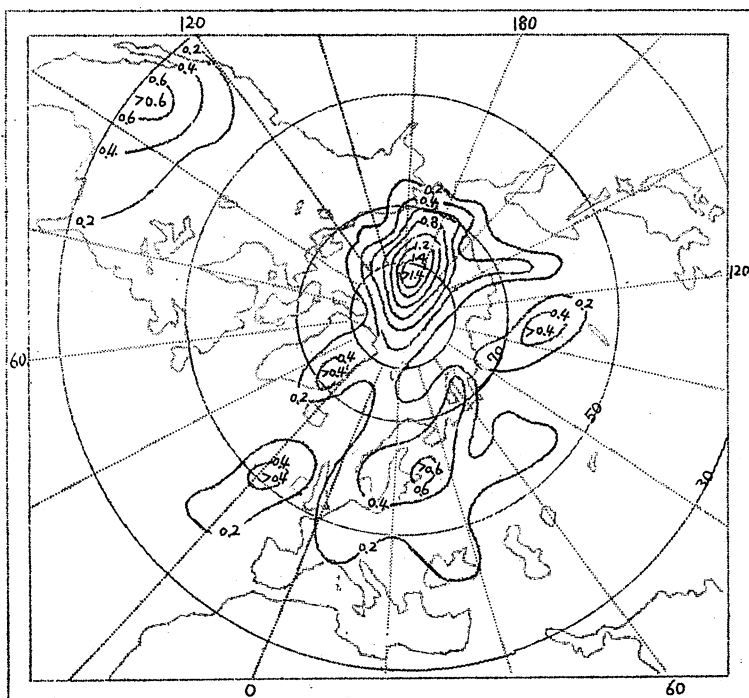
第5図 冬の高気圧中心の平均頻度分布(%)



第6図 春の高気圧中心の平均頻度分布(%)



第7図 夏の高気圧中心の平均頻度分布(%)



第8図 秋の高気圧中心の平均頻度分布(%)