

# グロースベッター

第1巻第4号

目次

1. 力学及び熱力学の方法による長い期間の予報 (II)  
岸保 勸三郎 ..... (1)
2. 力学的長期予報の可能性について  
村上 多喜雄 ..... (23)
3. オメガーについて  
栗原 宜夫 ..... (46)
4. 北大西洋における海と大気の相互作用に関する綜観的調査  
J. BJERKNES ..... (59)
5. 熱帯の成層圏風の変動  
R.G. VERYARD, R.A. EBDON ..... (70)

1962年12月

L. F. グループ

# 力学及び熱力学の方法による長い期間の予報(II)

岸保 勘三郎

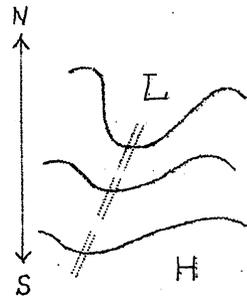
このよみものは長期予報の方法を述べようとしているものでないことをあらかじめ断っておきます。相対的に長い期間——人によっていくらにとるかは違うであろう——の予報と現象にFAXで流している短期予報との精度を可能な限り考えてみたいという主旨で書くつもりです。

先日気象研究所の荒川先生が「統計的方法による長期予法」という題で電子計算室でお話しをされた。一ヶ月、三ヶ月予報による台風の発生数、さらに本土に上陸する個数、つづけて各地の気温予想の話があった。かなりの精度があるのに感心もし、電子計算機の違った利用法のひとつでもあると感じた。原因を考えなければ、それでよいのであろう。

## 3. 渦による運動量の南北輸送

### (A) 運動量の南北輸送

俗に  $\overline{uv}$  の flux の問題です。前回の(D)項で書いたように、 $u$ 、 $v$  はそれぞれ東西及び南北方向の風速で「バー」は緯度周に沿って平均したものです。南北のトラフが北から南にのびているとき南ほど西に傾いていれば  $\overline{uv} > 0$ 、南北にまっすぐのときは  $\overline{uv} = 0$ 。現実の大気(たとえば500mb)でJetの南側ではいつも南ほどトラフがいつも西に傾いており  $\overline{uv} > 0$  すなわち運動量は北向きになっています。すなわち中緯度より南では南から北へと向って一方的な輸送が行なわれているわけです。(第8図)



第8図  $uv > 0$

ここで前回到書いた渦輸送のない「単純な大循環」と上述のような「渦による運動量の輸送」を考えた場合との差を考えてみます。今摩擦のない場合を考えてみると、東西方向の速度  $\bar{u}$  については  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + u \frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + v \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f\bar{v} = 0$  より

(a) 単純な大循環の場合

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = f\bar{v} \quad (3.1)$$

(b) 渦による運動量の輸送を考えた場合

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) = f\bar{v} \quad (3.2)$$

前者 (a) については前回の報告 ((1.13) 式) のように

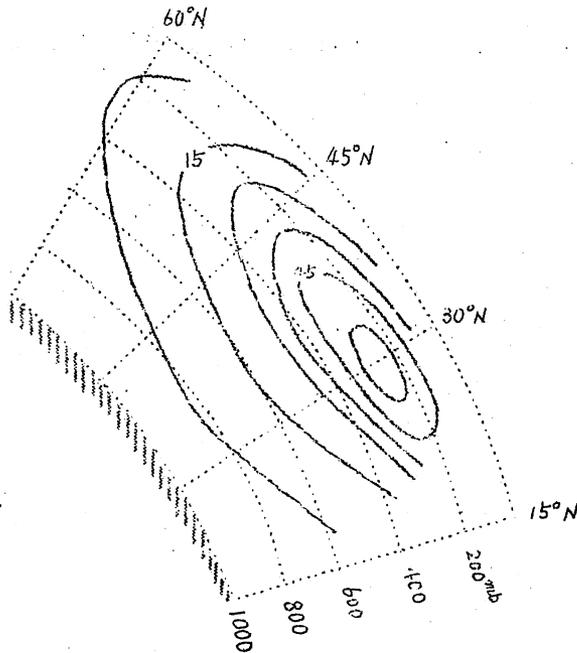
$$\bar{v} \sim 1 \text{ cm/sec.}$$

または  $f \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$  として

$$f\bar{v} \sim 10^{-6} \text{ m/sec}^2 \sim 0.1 \text{ m/sec day}$$

ところが (b) の場合には、年平均の  $\overline{uv}$  の値 (第9図) を用いると (1949年冬の例)

$$\frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) \sim \frac{20}{15^\circ} \text{ m}^2/\text{sec} \sim 1.3 \times 10^{-5} \text{ m/sec}^2 \sim 1.3 \text{ m/sec day}$$



第9図  $\overline{uv}$  (1949年冬) の分布 単位  $\text{m}^2/\text{sec}^2$

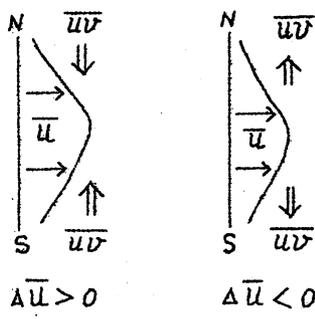
これに釣り合う  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial t}$  または  $f\bar{v}$  を考えると (a) の場合にくらべて「一桁」値が大きくなります。すなわち、(a) のような直接循環では数十日ぐらいの単位で生ずる偏西風は、(b) のような「渦による輸送」を考えると数日の単位で生成されます。このように考えると、「渦による輸送」が本質的なものとなってくるわけです。

### (B) $\overline{uv}$ の時間変化

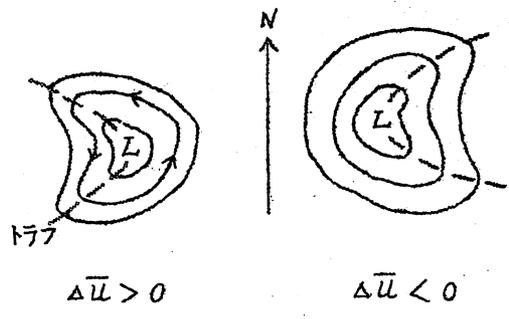
今簡単のためにバロトロピック大気を考えてみます。  $\bar{v} = 0$  なので

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) \quad (3.3)$$

従って  $\Delta \bar{u} \geq 0$  は  $\overline{uv}$  が南北方向に収斂あるいは発散するかによってきまります。たとえば第10図のように Jet を中心に  $\overline{uv}$  の輸送方向が正負である場合を考えてみます。普通トラフの傾きに対して  $\overline{uv}$  の正負はきまる



第10図  $\bar{u}$  と  $\overline{uv}$



第11図 擾乱の型

ので、第10図の  $\Delta\bar{u}$  に対する擾乱 ( $Z$  の分布) の型は第11図のようになります。

$\Delta\bar{u} > 0$  のときは Jet の南側でトラフは歪に傾いています。従って、もし Jet がバロトロピック大気中で時間に関して周期的な性質をもつものだと考えれば、擾乱の形は第11図の左、右の型を交互にくりかえすべきです。このような Model Research は最初 Lorentz (1959)\*\* によって行なわれ、以後 Baer\*\* (1961)、相原\*\*\* (1962) 等によって行なわれてきました。

以上のことをエネルギー論で考えると、次のようになります。(3.3) に  $\bar{u}$  をかけると

$$\int \frac{\partial \bar{K}}{\partial t} dy = - \int \bar{u} \frac{\partial}{\partial y} (\overline{uv}) dy = \int \overline{uv} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy \equiv \{K', \bar{K}\}^* \quad (3.4)$$

ただし、 $\bar{K} = \frac{\bar{u}^2}{2}$ 、 $y$  方向の境界で  $\overline{uv} = 0$  とします。

すなわち  $\overline{uv}$  の移流が境界から全くないものとして閉じた系を考えてみます。一方  $u = \bar{u} + u'$ 、 $v = v'$  として擾乱の運動方程式を考えると、

$$\frac{\partial u'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} - f v' = 0 \quad (3.5)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + f u' = 0 \quad (3.6)$$

(3.5) ×  $u'$  + (3.6) ×  $v'$  より

$$\int \frac{\partial K'}{\partial t} dy = - \int \overline{uv} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy = - \{K', \bar{K}\} \quad (3.7)$$

\*  $\{K', \bar{K}\}$  は前面と同じように Blackadar の記号に従い、 $K'$  から  $\bar{K}$  への変換量を示しています。

\*\* 両者ともグロスベッター第1巻第1号に紹介がのっています。

\*\*\* 予研ノート (1962年)

ただし  $K' = \frac{1}{2} (u'^2 + v'^2)$   
すなわち

$$\frac{\partial}{\partial t} \int (\bar{K} + K') dy = 0 \quad (3.8)$$

エネルギーのやりとりは

$$\int \bar{K} dy \longleftrightarrow \int K' dy \quad (3.9)$$

すなわち zonal 方向の運動エネルギーと擾乱の運動エネルギーは交互のやりとりを行なっています。これが上述のひとつの周期的な運動に対応します。結論から先にいうと (3.9) の周期は数日 (5日 ~ 10日) のものとなり、これはバロトロピック大気のもっているひとつの大切な性質です。

第12図は相原の計算した  $\{K', \bar{K}\}$  の時間変化が示してあります。この例ではバロトロピック大気の流れ線  $\psi$  として

$$\psi = A\bar{\psi} + \sum_{i=1}^6 B_i \psi_i$$

ただし、 $A, B$  は常数で  $\bar{\psi}$  は zonal なもの、すなわち

$$\bar{\psi} = -\sin ly$$

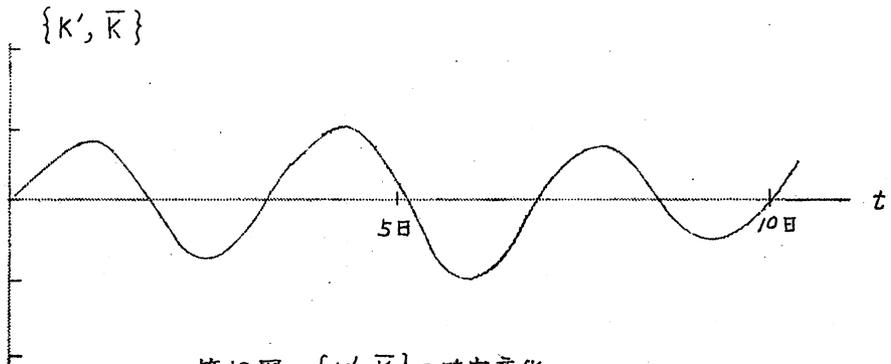
また

$$\psi_1, \psi_2 \sim \cos ly \begin{pmatrix} \cos kx \\ \sin kx \end{pmatrix}$$

$$\psi_3, \psi_4 \sim \cos 2ly \begin{pmatrix} \cos kx \\ \sin kx \end{pmatrix}$$

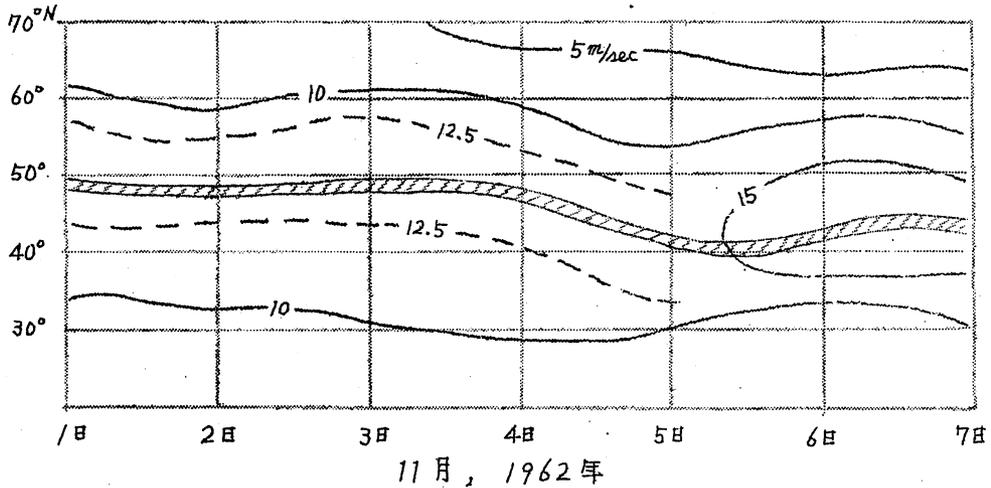
$$\psi_5, \psi_6 \sim \begin{pmatrix} \cos kx \\ \sin kx \end{pmatrix}$$

$$l = \frac{\pi}{D}, \quad k = \frac{2\pi}{L}, \quad D = 6000 \text{ km}, \quad L = 4000 \text{ km}$$

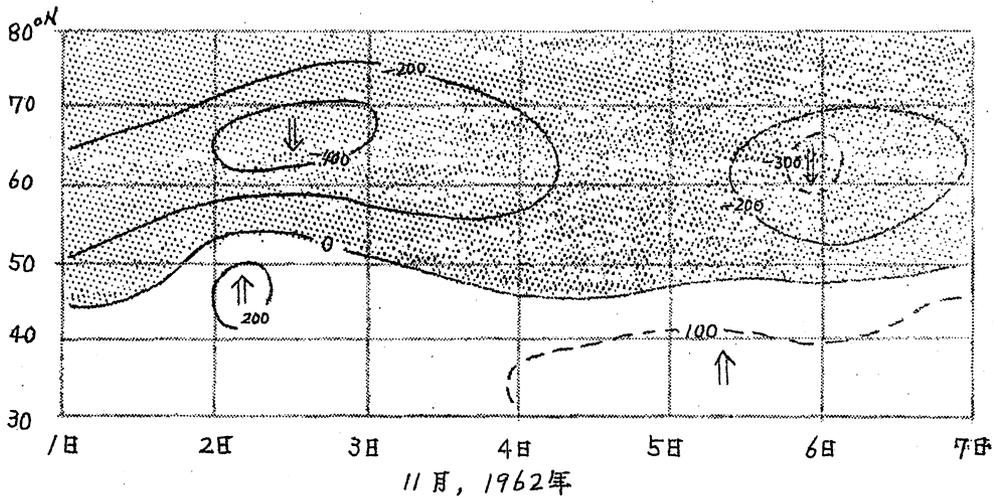


第12図  $\{K', \bar{K}\}$  の時間変化

この周期の大体の求め方に興味のある方は附録(3)を参照して下さい。ところがこのような理想的な運動は実際の大気ではあまりよく観測されません。実例としてこの原稿を書いている頃の手元の資料(1962年11月)を第13図に示しておきます。第13図は北半球の領域における $\overline{uv}$ 及び $\overline{u}$ の時間変化を緯度に対して示したものです。



第13図(a)  $\overline{u}$  (m/sec)の緯度分布(1962年11月)

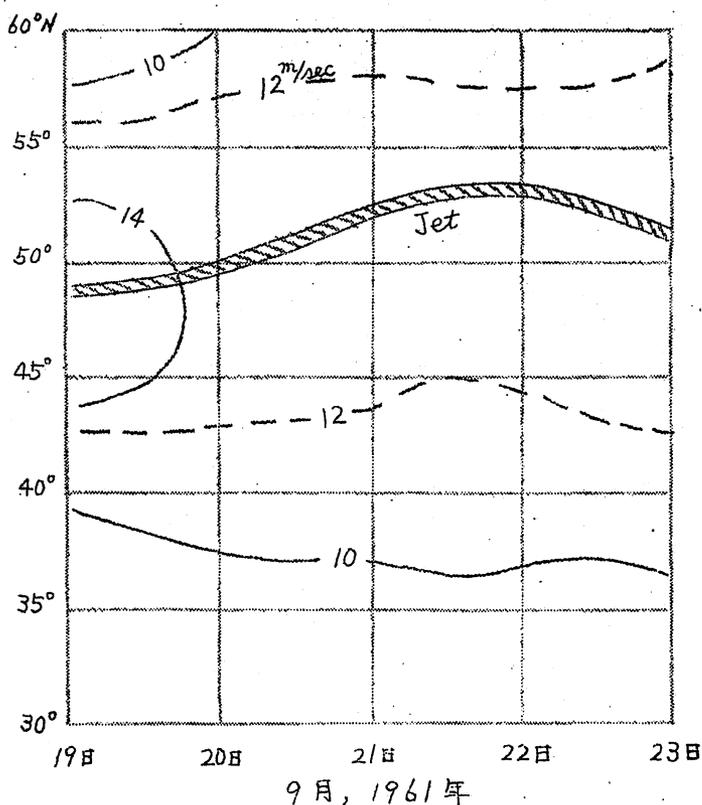


第13図(b)  $\overline{uv}$  (m²/sec²)の緯度分布(1962年11月)

●●●● 域  $\overline{uv} < 0$

$\overline{uv}$ の分布は50°Nを境にして北側では $\overline{uv} < 0$ , 南側ではいつも $\overline{uv} > 0$ , すなわちJetを中心にして $\overline{uv}$ の収斂がかなり長い期間みられます。上述のような数日の周期はみられません。このことは、実際の大気はバロトロピック

大気といった簡単なものでなく、もっと複雑な形をしていることを示しています。

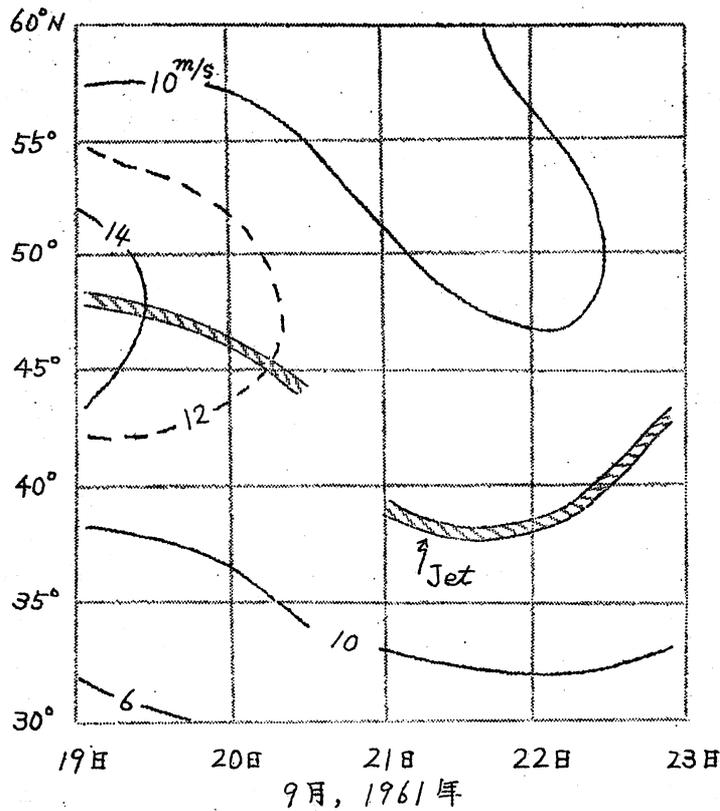


第14図(a)  $\bar{u}$  (m/sec) の4日予報

(c)  $\bar{u}$  の時間変化

次に立場をかえて  $\bar{u}$  の時間変化を考えてみます。  $\bar{u}$  の時間変化はバロトロピック予報では  $\overline{u'v'}$  の収斂，発散によってきまりますが，電計室の北半球バロトロピック予報では  $\bar{u}$  はどのようになっているのでしょうか。第14図にはその例を示してあります。1961年9月19日12Zを初期値として4日予報を行なった例が第14図(a)です\*。第14図(b)で示してあるように観測では50°N付近のJetは3日以後は40°N以南になります。そして  $T=0$  で  $\bar{u} \geq 14$  m/sec といったJetも  $\bar{u} \approx 10$  m/sec ぐらいのJetになっています。しかしバロトロピック予報では，たえずJetは50°N付近にとまり，  $\bar{u}$  の強さは  $T=0$  にくらべあまり変化していません。すなわち予報では第11図に示したいつも  $\overline{u'v'} > 0$  の型，すなわち最初にトラフの軸がJetの南側で西に傾いてい

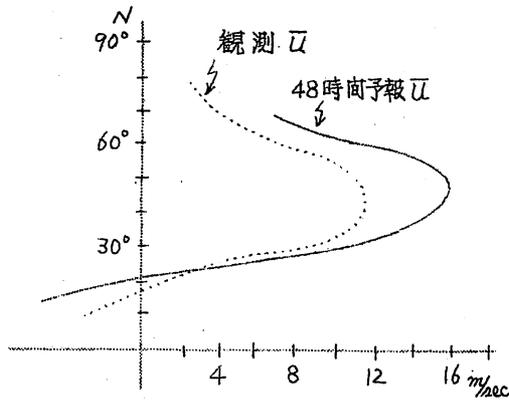
\* 図には4日予報しかのせてありませんが，6日ぐらい先になると同じ緯度に強いJetが生じています。この図では割愛してあります。



第14図(b) 観測値  $\bar{u}$  (m/sec)

ると ( $\bar{u}v > 0$ )，時間とともにトラフの軸は益々面に傾いていくわけです。そのために Jet は益々強化されていく「傾向」——いつもではありませんが、数例の予報例ではそうなっています——になります。FAX で流しているバロトロピック予報の名のパターンが flat になりすぎる——zonal type または jet の強化——という批判をよくききます。前に述べたエネルギー論だと  $K' \Rightarrow \bar{K}$  といった形です。この問題は現行のバロトロピック予報の計算方式のためにさげがたいものか、あるいは前に述べた  $\bar{K} \Leftrightarrow K'$  の変換が計算方式を改良すれば期待されるものか、それともバロトロピック大気の仮定からさげがたいものか、筆者自身まだはっきりした結論をもっていません。

米国気象局 (JNWP) でも同じような結論 (flat になりすぎる) を得ていますが、Thompson はちがった解釈をしています。第15図は JNWP の統計例です。予報の  $\bar{u}$  は強めに、すなわち、Jet を強く予報しています。これに対して、Thompson は次のように原因を考えています。



第15図 48時間予報(JNWP)の $\bar{U}$ (実線)  
(点線: 観測値)

x方向の運動方程式で水平方向だけでなく、上下方向の運動も考え、運動量の垂直輸送も考えると

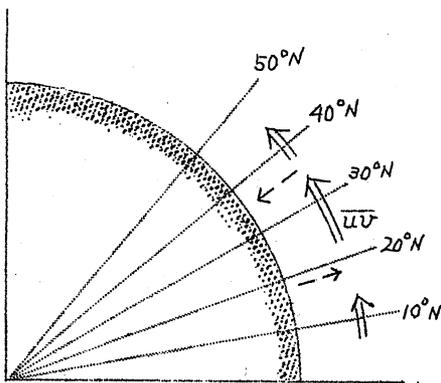
$$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + v \frac{\partial u}{\partial y} + \omega \frac{\partial u}{\partial p} - f v = 0 \quad (3.10)$$

これに「バー」(緯度圏平均)の操作をほどこすと

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{v}) + \frac{\partial}{\partial p} (\bar{\omega} \bar{u}) = f \bar{v} \quad (3.11)$$

ここで(3.11)をp方向に積分し、それを $(\sim) = \frac{1}{p_0} \int_0^{p_0} (\ ) dp$  ( $p_0 = 1000$  mb)で表わすと

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{v}) + (\bar{\omega} \bar{u})_{p_0} = 0 \quad (3.12)$$



第16図  $\bar{\omega} \bar{u}$  (点線)と $\bar{u} \bar{v}$

従って定常状態では $\bar{u} \bar{v}$ の南北収斂は海面または地上近くでの東向き運動量が上層に運ばれる量に対応することになります。第16図にそれを定性的に示してあります。第9図の $\bar{u} \bar{v}$ からわかるように $\bar{u} \bar{v}$ のmax.は $30^\circ N$ 付近にあり、従って地面近くの $\bar{\omega} \bar{u}$ の分布は点線の矢印のように考えられます。これはたしかに観測に近い事実(Buch)ですが、この考えには(3.11)につ

いていません。その点で問題があります。ともかくこのような $\bar{\omega} \bar{u}$ のことを考えると、(3.11)より考えて——右辺の $f \bar{v}$ を無視すると——

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u} \bar{v}) = 0$$

という予報式(バロトロピック大気)では $\frac{\partial}{\partial p} (\bar{\omega} \bar{u})$ の項がないために $\Delta \bar{u}$ の変化を $30^\circ N$ 付近より北では過大に見積り、それより南では過小に見積る

ことになるというわけです。北半球バロトロピック予報で中緯度の jet を強く予報しすぎること（第15回参照）は上述の物理的背景があると考えます。

これに対し筆者は短期的な予報では(3.11)での釣合いは次のように考えます。

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) = f\bar{v} \quad (3.13)$$

すなわちスケールの大きい立場から考えて日々の large scale の擾乱を対象にするときには

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) \sim \frac{\bar{u}\bar{v}}{L} \sim \frac{U^2}{L} \quad (L: \text{代表的な波長で } 10^6 \text{ m})$$

(U: 代表的な速度で 10 m/sec)

$$\frac{\partial}{\partial p} (\bar{w}\bar{u}) \sim \frac{\bar{w}\bar{u}}{P} \sim \frac{WU}{P} \quad (P: \text{代表的な上下の波長で } 10^3 \text{ mb})$$

(W: 代表的な  $\omega$  で 1 mb/hr)

ここで W の大きさは長波では  $\frac{\partial \bar{w}}{\partial p} = -\text{div } \mathbf{V} \sim 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$  より

$$W \sim 10^{-6} \text{ sec}^{-1} \times P \sim 3.6 \text{ mb/hr}$$

という関係式から求められたものです。

従って

$$\left| \frac{\partial}{\partial p} (\bar{w}\bar{u}) \right| / \left| \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) \right| \sim \frac{WU/P}{U^2/L} = \frac{W}{P} / \frac{U}{L}$$

ここで渦度らおよび  $\text{div } \mathbf{V}$  の大きさを長波についてそれぞれ  $10^{-5} \text{ sec}^{-1}$ ,  $10^{-6} \text{ sec}^{-1}$  と考えれば

$$\frac{W}{P} \sim \text{div } \mathbf{V} \sim 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$$

$$\frac{U}{L} \sim \zeta \sim 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$$

すなわち、 $\frac{\partial}{\partial p} (\bar{w}\bar{u})$  は  $\frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v})$  より「一桁小さい」と考えられます。

これに対して  $f\bar{v}$  の大きさは  $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{w}}{\partial p} = 0$  より

$$\frac{\bar{v}}{L} \sim \text{div } \mathbf{V}$$

従って

$$f\bar{v} \sim \text{div } \mathbf{V} \cdot fL \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

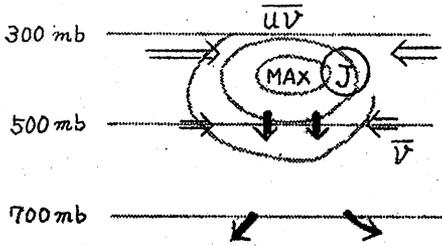
(9)

これに対し

$$\frac{\partial}{\partial y}(\overline{uv}) \sim \frac{1}{L} \cdot U^2 \sim 10^{-4} \text{ sec}^{-1}$$

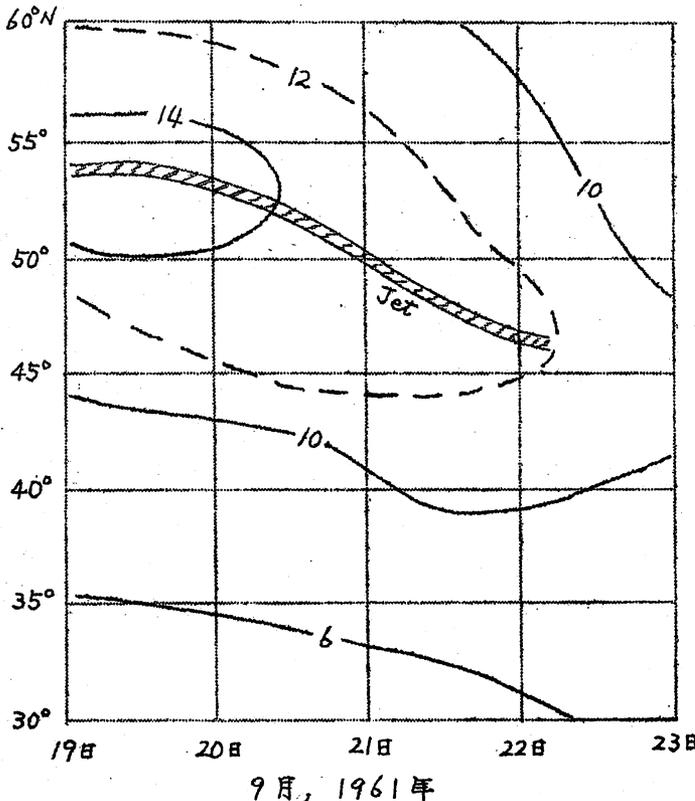
となり、 $f\bar{v}$  と  $\frac{\partial}{\partial y}(\overline{uv})$  は同じ大いさのものとなります。

従って予報式 (3.13) を考えてみますと、 $\overline{uv}$  の分布と  $\bar{v}$  の分布を第17図のように考えると、 $\Delta\bar{u}$  の過大な見積りはさけられると思います。第17図で



第17図  $\overline{uv}$  と  $\bar{v}$  (←印)

$\overline{uv}$  の max. より北では 500 mb では  $\bar{v}$  は負(南向き)、逆に南では  $\bar{v}$  は正(北向き)の成分を考えればよいと思います。①は Jet の位置を示します。しかしこれも第14図および第15図の尙懸念を説明するための「ひとつの考え」を示したもので、これが全部の説明だとは思いません。前に述べた格子点による計算誤差の尙懸念もあることを



第18図  $\bar{u}$  (m/sec) の4日予報

(10)

つけ加えておきます。この後者の例として、Gambo & Arakawa の  $\bar{u}$  予報式 (荒川: 予研ノート、最近の大循環論) の改良したもの (未発表) を用いて第14図の例を予報したら第18図のようになります。第14図 (a) のように 50°N 付近の Jet がそのまま残ってはいません。この計算では

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial x} + \frac{\partial}{\partial y}(\overline{uv}) = 0$$

としてあります。計

算方式（現行ルーチンのような格子点による  $\frac{\partial Z}{\partial t}$ ,  $\frac{\partial \bar{Z}}{\partial t}$  を求める方法とはちがって直接  $\bar{u}$ ,  $\bar{u}\bar{v}$ ,  $\bar{v}^2$  の予報式を用いる方式）によって第14図(a)のような結果の代りに第18図のような全くちがった結果をえることは、筆者自身まだよく原因がわかっていません。

話をもとにかえして、第17図の例あるいは予報式(3.13)を用いることを考えてみます。これは具体的な予報では、バロクリニク大気を考えることになります。事実ルーチンのFAXで流される500mbのZをみても、バロクリニク予報(四層モデル)にくらべ、バロトロピック予報のZ-パターンは一般的に flat に予報されている事実(経験)があります。このように  $\bar{u}$  の時間変化を考へても、短期予報それ自体の中にもいくつかの問題が未解決のまま残っています。これが長期間の予報となると(3.13)に対応して

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) = f\bar{v} + \bar{F} \quad (3.14)$$

すなわち摩擦力  $\bar{F}$  を考える必要があります。しかし  $\bar{F}$  のことについては次回にコメントを加えたいと思います。

#### 4. 渦による顕熱の南北輸送

##### (A) 直接循環と間接循環

今まではバロトロピック大気中での

$$\bar{K} \longleftrightarrow \bar{K}' \quad (\text{数日の周期})$$

といったことを中心に話をのべてきましたが、大気中にはもっとながい周期(10日~20日ぐらい)があります。このような周期を理解するためには、どうしても三次元的な大気を考える必要があります。三次元大気すなわちバロクリニク大気で大切なことは顕熱(sensible heat)の南北輸送です。

二層モデル( $Z_1$  (250mb) および  $Z_2$  (750mb) の二層, 中間(500mb)の上昇流  $\omega$ 。前回の第2回参照)を考へてみます。二層間の平均気温  $T$  に比例する  $h$  を次のように定義します。

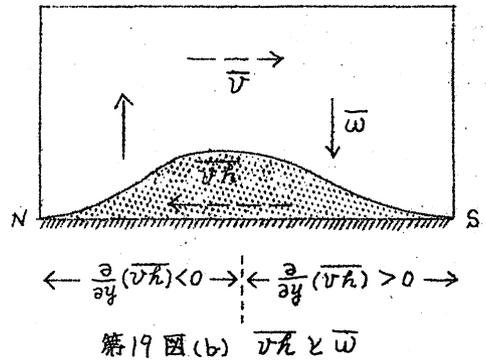
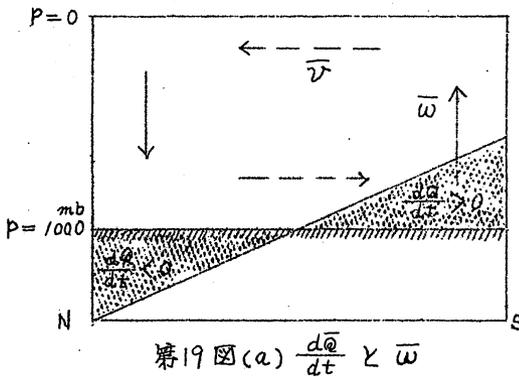
$$h = g(Z_1 - Z_2) \propto T \quad (T: 500\text{mbの温度})$$

そうすると(1.3)または(1.18)で  $\frac{\partial \bar{h}}{\partial t}$  の予報式が与えられます。すなわち

$$\frac{\partial \bar{h}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{h}) = S \Delta p \bar{\omega} + \frac{R}{c_p} \frac{d\bar{Q}}{dt} \quad (4.1)$$

前回は  $\bar{v}\bar{h} = 0$  すなわち渦による顕熱輸送のない「直接循環」の話を述べましたが、 $\bar{v}\bar{h}$  のことを考へることにより、循環の形も変化してきます。

(4.1) の右辺の第二項は外部から 250mb と 750mb との間に加えられる熱源を示したものです。(4.1) の定性的性質を考へてみるために定常状態を考へてみます。いま第19図(a)(b)のような  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  および  $\overline{v\bar{\kappa}}$  分布を考へ、(4.1) より期待される  $\bar{\omega}$  を考へてみます。図で N, S は北極および赤道のことを意味し、第19図(a) は赤道地方が熱源、北極地方が冷源であることを表わし、それに対応する  $\bar{\omega}$  は矢印で示してあります。 $\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0$  より期待される  $\bar{v}$  を点線で示してあります。すなわち前図の第4図で示したような直接循環です。これに対して第19図(b)には中緯度に  $\overline{v\bar{\kappa}}$  ( $\overline{v\bar{\kappa}}$  に比例したもの) の max.



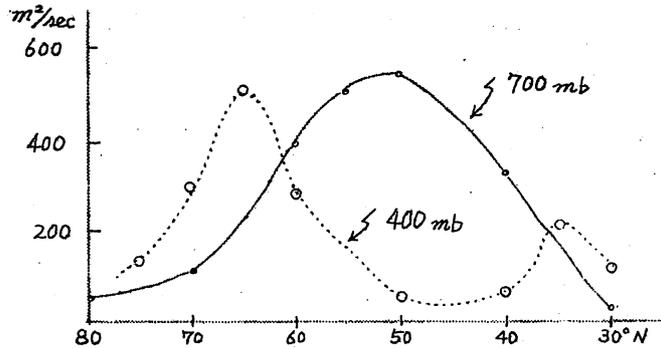
があります。前回の(E)項にも書いたように、 $\overline{v\bar{\kappa}}$  はトラフの「上下の軸の傾き」\* によってきまり、下層のトラフが上層トラフより前面(流れに対し)にあれば  $\overline{v\bar{\kappa}} > 0$ 、垂直であれば  $\overline{v\bar{\kappa}} = 0$ 。実際の大気では中緯度で一番トラフによる  $\overline{v\bar{\kappa}}$  の輸送が強く ( $\frac{\bar{\kappa}v}{\bar{q}}$  の緯度分布を示した第20図\*\* の例参照) それをモデル的に示したのが第19図(b)です。 $\bar{\omega}$  は(4.1) より定性的に与えられます。すなわち  $\overline{v\bar{\kappa}}$  の収斂があれば——北の方で顕熱のたまりがおこり、そこで定常状態を保つために——上昇運動 ( $\bar{\omega} < 0$ ) ——上昇による冷却——がおこります。南では  $\overline{v\bar{\kappa}}$  の発散による下降流が矢印のように求められ、それに付随しておこる  $\bar{v}$  は第19図(a)とは逆方向になります。第19図(a)の直接循環 (direct circulation) に対し、第19図(b)を間接循環 (indirect circulation) とよんでいます。人によっては前者を Hadley 型循環、後者を Rossby 型循環ともよびます。第19図(a)の循環は普通の

\* トラフの水平面での傾きは  $\overline{uv}$  の正負に対応。

\*\* 現在 電算室では北半球の ADP が試験的に行なわれています。その資料を磯野さんが整理されたものを転載。

熱対流で、古くから議論されたものです。

後者は近代気象学が確立された以後（1940年以後）向題にされはじめたもので、大循環のことを考える上で本質的に大切な概念になっています。



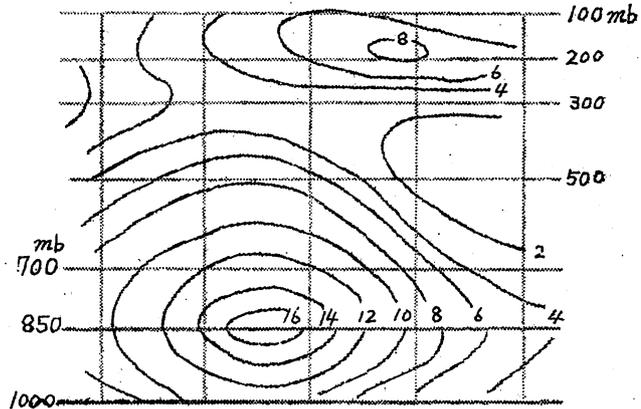
第20図  $\frac{\overline{v_z}}{\overline{v_g}}$  の分布 (1961年12月10日12Z)

(B)  $\overline{v_z}$  の大いさ

(4.1) 式を考えてみると、 $\overline{v_z}$  (または  $\overline{v_T}$ ) と  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  は共存の関係にあります。ここで  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  の大いさと  $\overline{v_z}$  の大いさを時間スケールについて考えてみたいと思います。

(a) 年平均的な値

$\overline{v_z}$  の年平均的なものとして Starr & White の求めた実測より求めた  $\overline{v_T}$  の緯度分布を第21図にのせておきます。実測からのみでなく地衡風  $\overline{v_g}$  より  $\overline{v_z}$  を求めた Minty 例 (冬と夏) もありますが大体同じものなので前者をのせておきます。



第21図  $\overline{v_T}$  (1950年平均) 単位  $^{\circ}\text{C m/sec}$

また村上の求めた月平均値もありますが、大体同じ傾向にでています。これと、Daily のスケールで求められた第20図を比較してみたいと思います。第20図は1961年12月10日12Zのもので、その日の前後数日の観測値 (紙面の都合でここには掲載してありません) と比べてみると、max. の緯度およびその強度はかなり変化しています。しかし  $\overline{v_z}/\overline{v_g}$  の max. は緯度は日によって違いますが、その大いさは大体  $400 \sim 600 \text{ m}^2 \text{ sec}^{-1}$  ぐらいです。これと第21図を比較するために単位の換算を行なってみます。

第20図の例は  $\Delta p = 300 \text{ mb}$  (たとえば  $700 \text{ mb}$  の  $\bar{h} = g(z_1 - z_2)$  は  $z_1$  として  $550 \text{ mb}$ ,  $z_2$  として  $850 \text{ mb}$  を用いています。)\* なので

$$-\frac{\partial \phi}{\partial p} = \frac{\bar{h}}{\Delta p} = \frac{R}{P} T \quad (R = 2.87 \times 10^2 \text{ m}^2/\text{sec}^2 \text{ day})$$

$$(\bar{h} = g(z_1 - z_2))$$

$$\therefore \frac{\bar{h}\bar{v}}{g} = \left(\frac{\Delta p}{P}\right) \frac{R}{g} T \bar{v} \doteq \left(\frac{\Delta p}{P}\right) \times 28.7 \times \bar{v} T$$

ただし、 $\bar{v} T$  の単位は  $\text{deg m/sec}$ ,  $\frac{\bar{h}\bar{v}}{g}$  の単位は  $\text{m}^2/\text{sec}$ .

すなわち第21図の  $\bar{v} T$  に  $700 \text{ mb}$  で大体10倍,  $400 \text{ mb}$  で20倍すれば第20図の  $\frac{\bar{h}\bar{v}}{g}$  に対応します。第21図で  $400 \text{ mb}$  の  $\bar{v} T$  の max. は  $4 \text{ deg m/sec}$  ぐらいなので  $\frac{\bar{h}\bar{v}}{g}$  に換算すると  $80 \text{ m}^2/\text{sec}$  の大きさになります。第20図の daily value に比べ「一桁小さく」なっています。同じように  $700 \text{ mb}$  でも数分の一の大きさです。

#### (b) 短期間の $\bar{v}\bar{h}$ の変動

このことから逆に考えると、非常に長い期間と一日ぐらいの単位では  $\bar{v}\bar{h}$  の役割がちがってきます。次回で一日といった期間の単位での  $\bar{v}\bar{h}$  の役割をもう少し詳しくのべる予定ですが、その要点のみを述べますと、短い期間のスケールでは  $\bar{v}\bar{h}$  の存在は俗にいうバロクリニック大気の不安定性が一番主な原因になっています。バロクリニック大気の不安定性というのは、数千  $\text{km}$  の長波では上下の一般流のシアー ( $\frac{\partial \bar{v}}{\partial p}$ ) がある量をごすと時間とともにその振幅をましてきます。現象的には今かりに小さい振幅をもった擾乱がおこると、その振幅は増し、上下のトラフははじめに垂直であっても次第に下層のトラフが上層のトラフより前に進みます。すなわち  $\bar{v}\bar{h} > 0$ .

予報上の言葉でいえば寒気が谷の後方にはいつてくることに対応します。その段階では下層のトラフは発達しつづけますが、ある時期(数日ぐらい)では今度は逆に上層トラフが下層トラフに追いついてきます。上下のトラフがまっすぐになったときが  $\bar{v}\bar{h} = 0$ . 下層トラフはさらに上層トラフよりおくれ  $\bar{v}\bar{h} < 0$ . こんな運動のくりかえしがバロクリニック大気の大切な性質になっています。第22図には二層モデル(第2図参照)で上下二層の一般流の風速差を  $10 \text{ m/sec}$  とし、そこに上下に同じ波長 ( $6000 \text{ km}$ ) をもった擾乱(ただし  $\phi = 0$  で上層のトラフは下層トラフより  $400 \text{ km}$  おくれている)

\* 磯野さんは、北半球のADPによって求められた  $850 \text{ mb}$ ,  $700 \text{ mb}$ ,  $500 \text{ mb}$ , および  $300 \text{ mb}$  の  $z$  から  $850 \text{ mb}$ ,  $700 \text{ mb}$ ,  $550 \text{ mb}$ ,  $400 \text{ mb}$ ,  $250 \text{ mb}$  の  $z$  へと換算を行なって種々の量を求められた。

る)をおいたときの  $\overline{v\bar{\kappa}}$  の時間変化の一例が示してあります。

大体橋周期的な運動をするわけですが、その周期は  $\frac{\partial \bar{u}}{\partial p}$  の大いさでまゝります。  $|\frac{\partial \bar{u}}{\partial p}|$  が大きければ、その周期ものびてきます。

このような例をあげたのは、短期予報では熱源  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  は二次的な意味し

がなく、第一近似的には (4.1) の  $\bar{\kappa}$  の関係式は

$$\frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{\kappa}) - S \Delta p \bar{\omega} \approx 0 \quad (4.2)$$

これに対して非常に長い期間の釣合いは

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{\kappa}) - S \Delta p \bar{\omega} \approx \frac{R}{C_p} \frac{d\bar{Q}}{dt} \quad (4.3)$$

といった関係式になります。従って熱源  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  が  $\delta(\frac{d\bar{Q}}{dt})$  だけ変化すると、(4.3) からわかるように、それは  $\delta(\bar{v}\bar{\kappa})$  および  $\delta\bar{\omega}$  の微小変動をおこします。すなわち熱源のある部分は  $\bar{v}\bar{\kappa}$  の変化に、他のものは  $\bar{\omega}$  の変動になります。  $\bar{v}\bar{\kappa}$  および  $\bar{\omega}$  の変動は第19図(b)からもわかるように、商接循環の変動となってきます。

(c) 熱源と商接循環(長い期間のスケール)

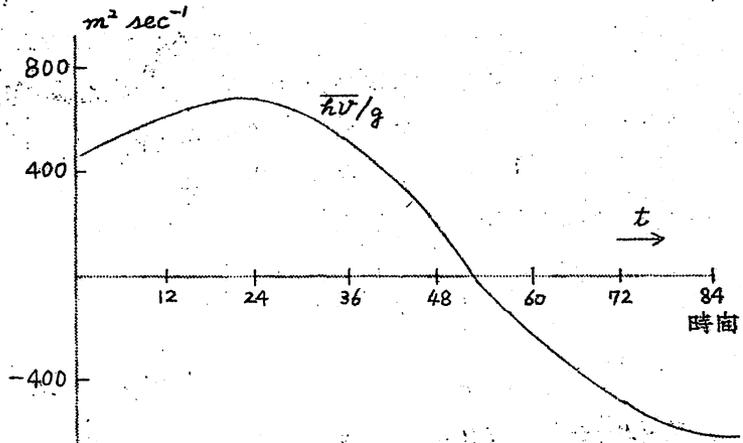
前にも述べたように、長期間のスケールでの  $\bar{\omega}$  の変動は連続の式で  $\bar{v}$  の変動すなわち循環に関係します。すなわち

$$\frac{\partial \bar{v}}{\partial y} + \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} = 0 \quad (4.4)$$

このようにしておこる  $\bar{v}$  の変動の釣合いは、運動量の「渦による南北輸送」に変動をおよぼしてきます。すなわち (3.14) で定常状態を考えると

$$\frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}\bar{v}) = f\bar{v} + \bar{F} \quad (4.5)$$

ここで  $\bar{F}$  は摩擦力。今この摩擦力  $\bar{F}$  に適当な仮定たとえば



第22図  $\overline{v\bar{\kappa}}$  の時間変動

$$\bar{F} = \tau \bar{u} \quad \text{または} \quad = g \frac{\partial \tau}{\partial p} \quad \left[ \begin{array}{l} \tau: \text{比例常数} \\ \tau: \text{ストレス} \end{array} \right]$$

(3.14), (4.4), (4.5) の三式より,  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  は  $\bar{u}\bar{v}$ ,  $\bar{v}\bar{\omega}$ ,  $\bar{u}$  の函数となります. 逆にいえば観測値  $\bar{u}\bar{v}$ ,  $\bar{v}\bar{\omega}$ ,  $\bar{u}$  を用いれば  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  を逆算できるわけです. そこで第9図の  $\bar{u}\bar{v}$ , さらに第20図に対応する1949年冬の  $\bar{v}\bar{\omega}$  の値, さらにそのときの  $\bar{u}$  (未掲載) を用いて  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  を逆算した値を第23図にかかげてあります.  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  の形は

$$\frac{R}{C_p} \frac{d\bar{Q}}{dt} = \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}\bar{\omega}) + \frac{S\Delta p}{f} \int_0^p \frac{\partial^2}{\partial y^2} (\bar{u}\bar{v}) dp - S\Delta p \int_0^p \frac{\partial \bar{F}}{\partial y} dp \quad (4.6)$$

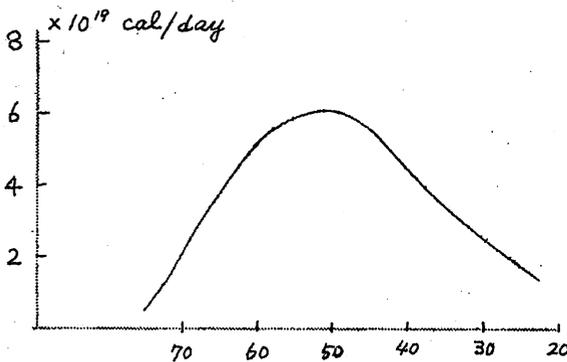
ここで  $\bar{F} = g \frac{\partial \tau}{\partial p}$  とし,  $S = 2 \times 10^{-2} \text{ m}^2 \text{ mb}^{-2} \text{ sec}^{-2}$ ,  $\Delta p = 100 \text{ mb}$ .

$\tau = \mu \frac{\partial \bar{u}}{\partial z}$  ( $\mu = 200 \text{ g}^2/\text{cm}$ ) を用いてあります.  
を用いてあります.

第23図の縦軸としては横例に従い, ある緯度圏の単位壁を通して南から北へ流れる熱量の形, すなわち

$$\int_0^{1000 \text{ mb}} dp \int_0^y \frac{d\bar{Q}}{dt} dy \cdot \frac{2\pi a \cos \varphi}{g}$$

の形にしてあります. ここで  $y=0$  は赤道にえらんであり,  $a$  は地球の半径.



第23図  $\int dp \int \frac{d\bar{Q}}{dt} dy \times \frac{2\pi a \cos \varphi}{g}$

この図の  $\frac{d\bar{Q}}{dt}$  には外部から加えられる熱という一括した形で示してあります. 図で  $\varphi = 50^\circ \text{ N}$  付近に大体  $6 \times 10^{19} \text{ cal/day}$  の max. がありますが, 前回の第6図\*と同じ性質のものであります. このくらいの熱量 Flux が大循環の model research の値と用いられているのは

(前回の例参照), あくまでも (3.14), (4.4), (4.5) といった「渦輸送の釣合い」が背景になっているわけです. ここで放射の方から期待される熱量 Flux の max. は  $40^\circ \text{ N}$  付近にあり, 上述の計算では max. の位置が

\* 第6図は  $\bar{v}\bar{\omega}$  のみから求められており,  $\bar{\omega}$  の補正がはいていません.

少し北に出ているということをつけ加えておきます。その小さな差異の原因について、現在筆着自身その理由をよく理解していません。

(C) 間接循環とエネルギー変換

ここでは上述の  $\overline{uv}$  のことを前回の直接循環のエネルギー変換論 (F 項参照) と併行して述べてみたいと思います。

東西および南北方向の風速  $u, v$  をそれぞれ  $u = \bar{u} + u', v = \bar{v} + v'$  として運動方程式をつくると  $\bar{u}$  は (3.14) で与えられます。すなわち

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = -\frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}\bar{v}) + f\bar{v} + \bar{F} \quad (4.7)$$

これに対して、 $u', v'$  については

$$\frac{\partial u'}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial u'}{\partial x} - \bar{v} \frac{\partial u'}{\partial y} - f v' - \frac{\partial \phi'}{\partial x} + F'_x \quad (4.8)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} = -\bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + f u' - \frac{\partial \phi'}{\partial y} + F'_y \quad (4.9)$$

$F'_x, F'_y$  は摩擦力の  $x, y$  成分。ここで  $u' \frac{\partial u'}{\partial x}, v' \frac{\partial u'}{\partial y}$  といった擾乱の二次の項は省略してあります。\* (4.7)  $\times \bar{u}$  より

$$\frac{\partial \bar{K}}{\partial t} = \{K', \bar{K}\} + \{\bar{P}, \bar{K}\} - \{\bar{K}, A\} \quad (4.10)$$

ただし

$$\left. \begin{aligned} \bar{K} &= \iint \frac{\bar{u}^2}{2} dy dp \\ \{K', \bar{K}\} &= -\iint \bar{u} \frac{\partial}{\partial y}(\bar{u}\bar{v}) dy dp \\ \{\bar{P}, \bar{K}\} &= f \iint \bar{v} \bar{u} dy dp \\ \{\bar{K}, A\} &= -\iint \bar{u} \bar{F} dy dp \end{aligned} \right\} \quad (4.11)$$

ここで新しく出てきた記号  $\{K', \bar{K}\}$  は  $K' \rightarrow \bar{K}$  への変換率を示しています。さらに (4.8)  $\times u' + (4.9) \times v'$  より

$$\frac{\partial K'}{\partial t} = -\{K', \bar{K}\} + \{P', K'\} - \{K', A\} \quad (4.12)$$

\* エネルギーの式をつくるとき、(4.8), (4.9) にさらに  $u', v'$  をかけることにより、三次の項となります。三次の項は小さいとして省略するので、原式から省略しておくわけです。

ただし

$$\begin{aligned}
 K' &= \frac{1}{2} \iint (u'^2 + v'^2) dy dp \\
 \{K', \bar{K}\} &= \iint \bar{u}v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} dy dp = - \iint \bar{u} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}v') dy dp \\
 \{P', K'\} &= - \iint (u' \frac{\partial \phi'}{\partial x} + v' \frac{\partial \phi'}{\partial y}) dy dp \\
 &= \iint \phi' (\frac{\partial u'}{\partial x} + \frac{\partial v'}{\partial y}) dy dp \\
 &= - \iint \phi' \frac{\partial \omega}{\partial p} dy dp \\
 &= \iint \omega \frac{\partial \phi}{\partial p} dy dp * \\
 \{K', A\} &= - \iint (\bar{u}' F_x' + \bar{v}' F_y') dy dp
 \end{aligned} \tag{4.13}$$

ここで  $\{P', K'\}$  は有効ポテンシャル・エネルギー  $P'$  の  $K'$  への変換率を示します。直接循環に比べちがっている点は、(4.10) で  $\{K', \bar{K}\}$  が加わり、新しく (4.12) といった  $K'$  の時間変化、さらにその中に  $\{P', K'\}$  といった  $P' \rightarrow K'$  の変換がおこります。

次に熱力学の方程式について次のような「バー」のものと擾乱とにわけて考えてみます。「バー」については (4.1) より

$$\frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v}' \bar{\kappa}) + S \Delta p \bar{\omega} + \frac{R}{C_p} \frac{d\bar{Q}}{dt} \tag{4.14}$$

ここで簡単のために熱の拡散による消滅は考えていません。擾乱については擾乱の二次の項を無視して\*\*

$$\frac{\partial \bar{\kappa}'}{\partial t} = - \bar{u} \frac{\partial \bar{\kappa}'}{\partial x} - v' \frac{\partial \bar{\kappa}}{\partial y} + (S \Delta p) \omega' \tag{4.15}$$

$\bar{\kappa} \times (4.14)$  より

$$\boxed{\frac{\partial \bar{P}}{\partial t} = - \{\bar{P}, P'\} - \{\bar{P}, \bar{K}\} + \{\bar{Q}, \bar{P}\}} \tag{4.16}$$

\* この物理像は  $(-\frac{\partial \phi}{\partial p}) \sim \bar{\kappa}$  (または  $T$ ) なので、暖域に上昇 ( $\omega < 0$ ) があれば  $\{P', K'\} > 0$ , すなわち  $P' \rightarrow K'$ 。逆に寒気の上昇であれば  $\{P', K'\} < 0$  すなわち  $P' \leftarrow K'$ 。

\*\* 擾乱の熱源も今考えないことにする。

ただし

$$\begin{aligned} \bar{P} &= \frac{1}{S\Delta p^2} \iint \frac{1}{2} \bar{h}^2 dy dp \quad * \\ \{\bar{P}, P'\} &= \frac{1}{S\Delta p^2} \iint \bar{h} \frac{\partial}{\partial y} (\bar{v} \bar{h}) dy dp = -\frac{1}{S\Delta p^2} \iint \bar{v} \bar{h} \frac{\partial \bar{h}}{\partial y} dy dp \\ \{\bar{P}, \bar{K}\} &= \iint \bar{\omega} \frac{\bar{h}}{\Delta p} dy dp = -\iint \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial p} dy dp = \iint \bar{\Phi} \frac{\partial \bar{\omega}}{\partial p} dy dp \\ &= -\iint \bar{\Phi} \frac{\partial \bar{v}}{\partial y} dy dp = \iint \bar{v} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial y} dy dp \\ &= -f \int \bar{v} \bar{u} dy dp \\ \{\bar{Q}, \bar{P}\} &= \frac{1}{S\Delta p^2} \iint \frac{R}{Cp} \bar{h} \frac{d\bar{Q}}{dt} dy dp \end{aligned} \quad (4.17)$$

さらに (4.15) ×  $\bar{h}'$  より

$$\boxed{\frac{\partial P'}{\partial t} = \{\bar{P}, P'\} - \{P', K'\}} \quad (4.17)$$

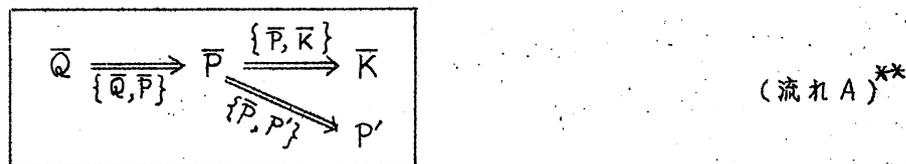
ただし

$$\{P', K'\} = \iint \bar{\omega}' \frac{\bar{h}'}{\Delta p} dy dp = -\iint \bar{\omega} \frac{\partial \bar{\Phi}}{\partial p} dy dp \quad (4.18)$$

これら四つの関係式すなわち (4.10), (4.12), (4.16), (4.17) よりエネルギー変換のことを考えてみます。それには定常状態を考えると便利です。まず (4.16) より

$$\{\bar{Q}, \bar{P}\} = \{\bar{P}, \bar{K}\} + \{P', P'\}$$

直接循環と間接循環との大きな差は  $P \rightarrow P'$  ということです。従って外部から与えられた熱  $\bar{Q}$  は  $\bar{P}$  となって



さらに二つの道にエネルギーの流れがかわります。  $\bar{P} \Rightarrow \bar{K}$  が直接循環,  $\bar{P} \Rightarrow P'$  が間接循環に対応します。Daily のスケールでは前にも述べたよう

\* 前回は  $\bar{P}$  の定義として  $\bar{P} \equiv \frac{1}{S} \iint \frac{1}{2} \bar{h} dy dp$  を用いています。

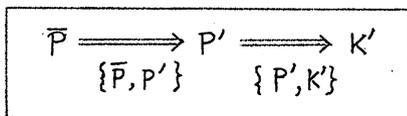
\*\*  $\Rightarrow$  はエネルギーの流れを示し、その下の  $\{ \}$  はエネルギーの変換率を示しています。

に間接循環が卓越していますので、 $\bar{Q} \rightarrow \bar{P}$  と流れるエネルギーは大半  $P'$  の形になっていきます。

次に (4.17) より定常状態では

$$\{\bar{P}, P'\} = \{P', K'\}$$

すなわちエネルギーの流れは

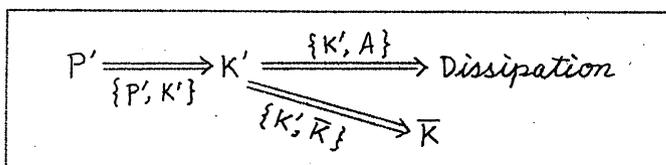


(流れ B)

$\bar{P}$  から  $P'$  へ変換したものはそのまま  $K'$  に変換します。これを  $\Sigma$  のパターンでみると、下層トラフが上層トラフより流れに対し前方にあることに対応します。さらに (4.12) の定常状態から

$$\{P', K'\} = \{K', \bar{K}\} + \{K', A\}$$

すなわち  $P' \rightarrow K'$  といったエネルギーはさらに二つに分かれます。

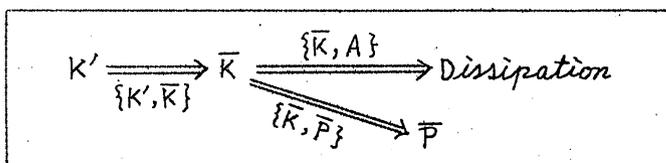


(流れ C)

ここでは  $K' \rightarrow \bar{K}$  といったエネルギーの流れがあります。これを  $\Sigma$  のパターンでみると、南北に走るトラフの軸が南ほど西に傾いていることに対応します。次に  $\bar{K}$  といったエネルギーは (4.10) で定常状態とすれば

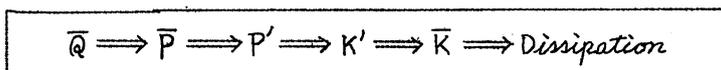
$$\{K', \bar{K}\} = \{\bar{K}, A\} - \{\bar{P}, \bar{K}\}$$

すなわち



(流れ D)

前にも述べたように  $\{\bar{K}, \bar{P}\}$  は小さい量なので、大半は  $\bar{K}$  の *dissipation* すなわち一般流の摩擦による *dissipation* に使われることとなります。上述の流れ A, B, C, D をひとつにまとめてみると、エネルギーの大半は

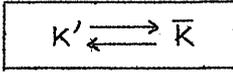


(流れ E)

といった形をとっています。  $P' \Rightarrow K' \Rightarrow \bar{K}$  の *process* が間接循環の物理像を与えるものです。上述の流れを物理的にいえば、定常状態では外部から加え

られた熱は一般流  $\bar{u}$  が摩擦によって消滅しないようにエネルギーの補給を絶えず補足して定常状態を保ち、その大半は閉接循環の形をとっていることを表現しています。

バロトロピック大気では摩擦がなければ、

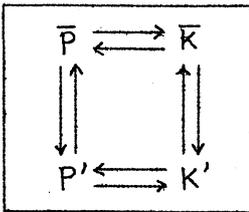


(流れ F)

しかし摩擦があると

$$Dissipation \leftarrow K' \rightleftarrows K \rightarrow Dissipation$$

という形になり、最終的には  $K'$  も  $K$  もなくなってしまいます。これに対し熱も摩擦もないバロケリニック大気では



(流れ G)

といった process をとります。短期予報では (流れ G) の型を主に考え、長い期間の予報では (流れ E) の型を考える必要のあることは自明のことになります。俗にいう *model research* というのは、非定常のときの (流れ E) または (流れ G) の基本的性質をさぐることであり、それはいわゆる予報ではありません。次回にはこれらの流れを少し具体的にかいてみて、両者の量的な差を定性的に議論してみたいと思います。

(気象庁 予報部)

附録 (3)

$\bar{u}$  の時間変化は

$$\frac{\partial \bar{u}}{\partial t} = - \frac{\partial}{\partial y} (\bar{u}v) \quad (A.1)$$

次に  $\bar{u}v$  の時間変化を求めてみると  $f = \text{const.}$  として

$$\frac{\partial \bar{u}v}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} + v' \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \frac{\partial}{\partial x} (f\psi' - \phi') \quad (A.2)$$

$$\frac{\partial v'}{\partial t} + \bar{u} \frac{\partial v'}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} (f\psi' - \phi') \quad (A.3)$$

ただし

$$\frac{\partial \psi'}{\partial x} = v', \quad \frac{\partial \psi'}{\partial y} = -u'$$

(A.2) × v' + (A.3) × u' より

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{u'v'}) + \overline{v'^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = \overline{v' \frac{\partial}{\partial x} (f\psi' - \phi')} + \overline{u' \frac{\partial}{\partial y} (f\psi' - \phi')} \quad (\text{A.4})$$

ここで、釣り合いの式 (balance equation) を用いると

$$2J(u, v) = \nabla^2 (\phi' - f\psi') \quad (\nabla^2 \psi' = \beta')$$

より

$$\phi' - f\psi' = 2 \int J(u, v) G \quad \text{ただし } G: \text{Green の 函数}$$

(A.4) に代入

$$\frac{\partial}{\partial t} (\overline{uv}) + \overline{v^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y} = 2v \int \frac{\partial}{\partial x} J(\bar{u}, v) G + 2u \int \frac{\partial}{\partial y} J(\bar{u}, v) G \quad (\text{A.5})$$

$$\equiv F(\bar{u}, \overline{v^2}, \overline{uv})$$

(A.1) および (A.5) より

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial y} (\overline{v^2} \frac{\partial \bar{u}}{\partial y}) - \frac{\partial F}{\partial y} \quad (\text{A.6})$$

(A.6) の  $F(\bar{u}, \overline{uv}, \overline{v^2})$  の形をくわしく求めると、 $\bar{u}$  についての微分方程式が求まるが、(A.6) には右辺第一項より次のような基本周期があります。

$$\frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial t^2} \sim \overline{v^2} \frac{\partial^2 \bar{u}}{\partial y^2} \quad (\text{A.7})$$

これより  $\bar{u}$  の時間変動の周期  $T$  は  $\bar{u} \sim \sin(\frac{\pi}{D} y) \sin \frac{2\pi}{T} t$  として

$$T = 2 \sqrt{\frac{D}{\overline{v^2}}}$$

ただし  $D$  は  $\bar{u}$  の南北の波長で、偏西風帯を  $\varphi = 30^\circ N \sim 70^\circ N$  とすれば、大体  $D \approx 40^\circ \text{ long.} = 4.4 \times 10^6 \text{ m}$ . また  $\sqrt{\overline{v^2}} \approx 10 \text{ m/sec}$  として

$$T = 8.8 \times 10^6 \text{ sec} \approx 9 \text{ 日}$$

# 力学的長期予報の可能性について

村上 多喜雄

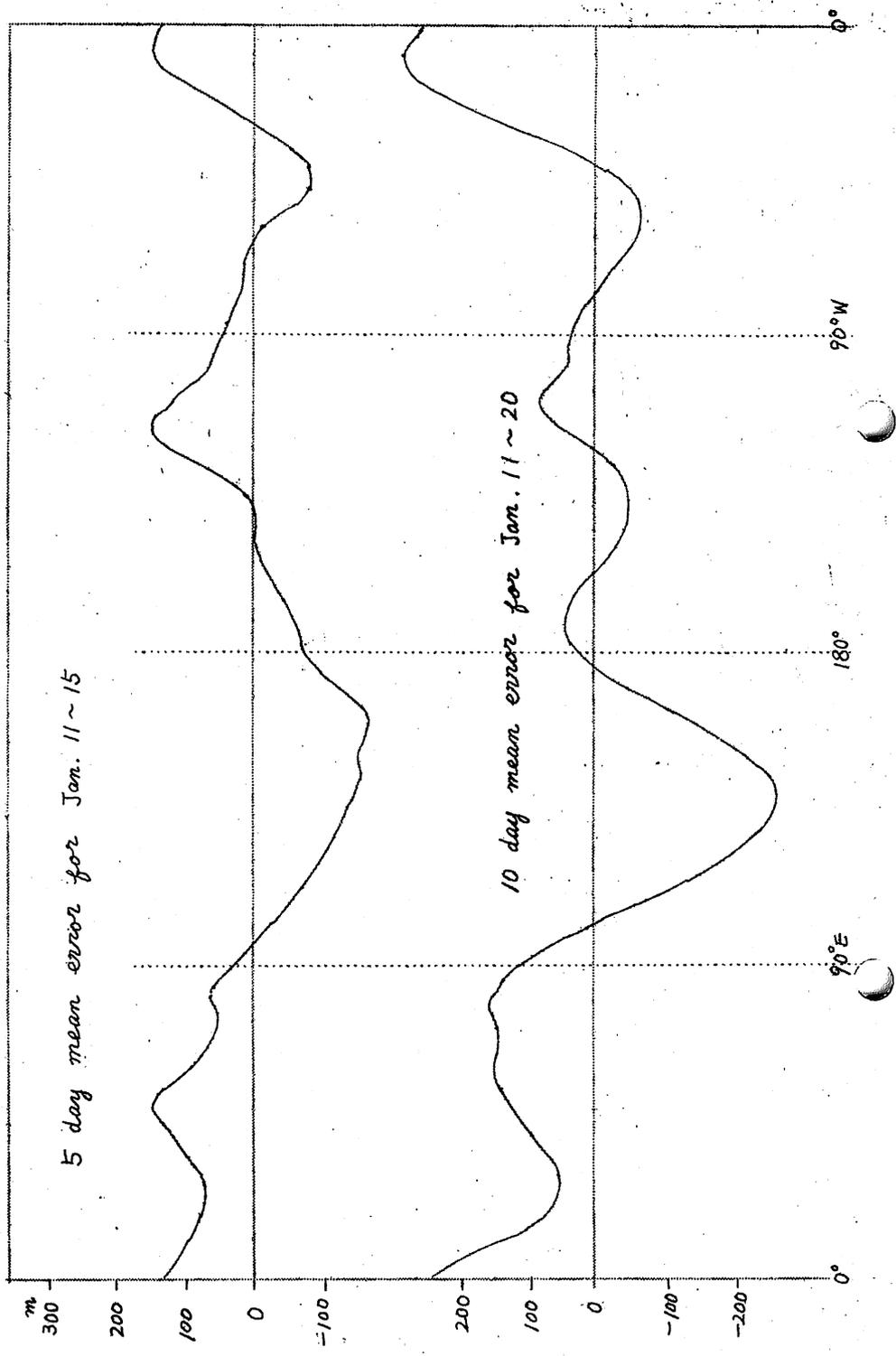
長期予報では旬日ていどから、月、季節、あるいはもっと長期の年による差の予報までも対象としている。元來時間の長さが違う現象については違った予報法則（運動法則）があり得るはずである。現在の長期予報（統計的にしろ、その他の方法にしろ）ではこの点についての検討がどの程度行なわれているか疑問である。われわれがここで論じようとするのは一ヶ月平均天気図による一ヶ月程度の予報についてである。なぜ一ヶ月平均をとり扱うかについては後述する。われわれの結論は力学的一ヶ月予報が手が出ないほどの問題ではなとそうであるということである。

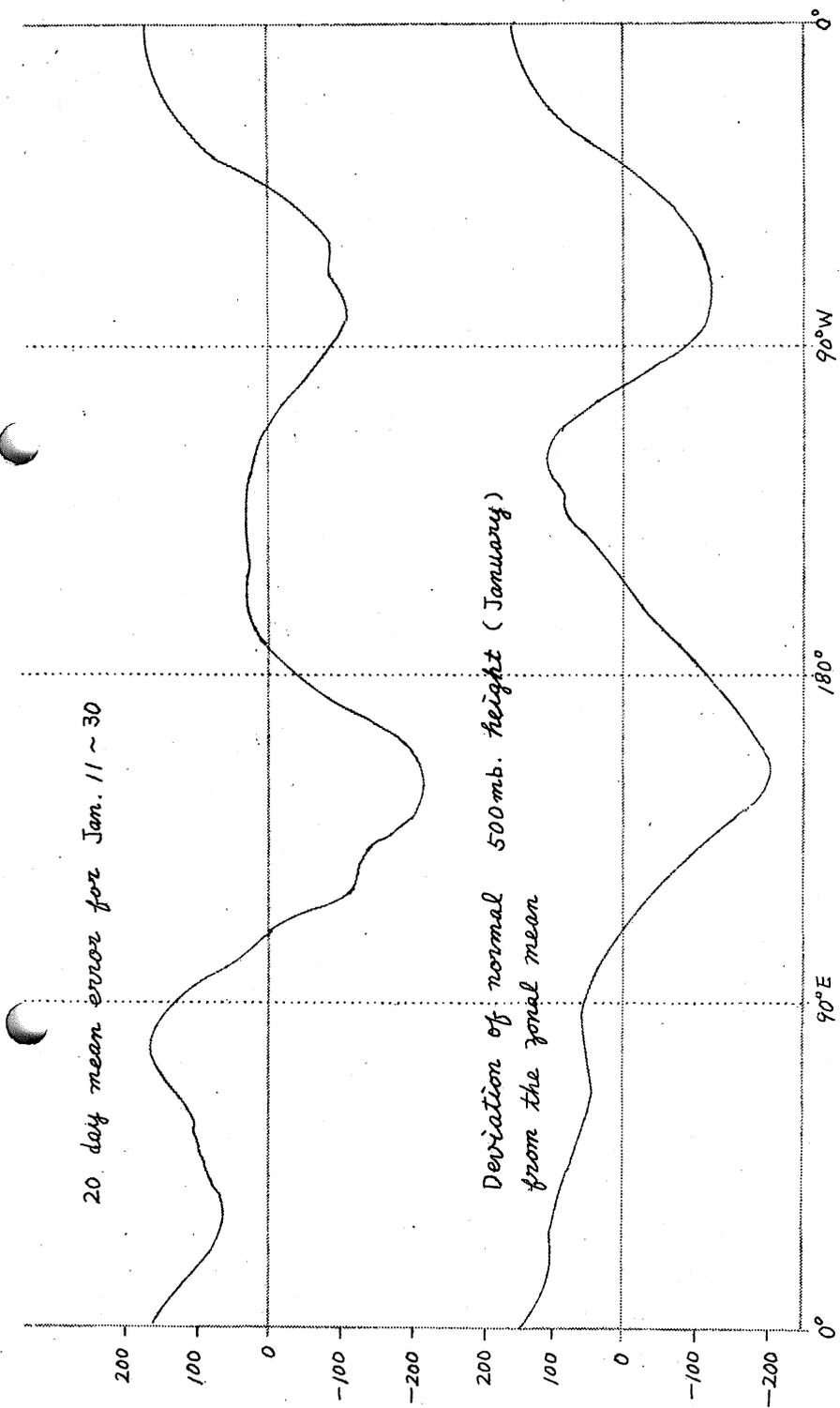
まず現在の数値予報方式で日をおって予報を延長する場合どんなことが起り得るかを調べておこう。計算誤差についてはふれず、物理的な問題だけを追求する。話を簡単にするためバロトロピックモデルについて考える（これでも長期予報上の本質的問題は十分に検討し得る）。

$$\frac{\partial \Delta \phi}{\partial t} = J(\psi, \phi) \quad (1)$$

絶対渦度 $\zeta$ が地衡風によって流されることにより場の変化が起る。(1)式の非線型効果がそれほど重要とも思われないので、種々の波長の擾乱は一様流と波長によってきまるロスビー速度で東に、あるいは西に進む。一ヶ月も積分すればたいがいの波は地球を一周してしまうだろう。すなわちトラフやウエッジが地域的に停滞しやすいた所はなく、500 mb の高度場はある意味で平均化されてしまう。曲田は1951年1月11日の実測値を初期条件として(1)式をフーリエ級数（計算誤差の点でフーリエ級数、球函数を用いる方法がもっともすぐれていよう）によって20日間予報した。第1図は予報の誤差分布（実測-予報値）である。上段は初めの5日間の平均誤差、第二段目は10日間の平均誤差、第三段目は20日間の平均誤差である。5日もたつと誤差分布は地域による特徴を示すようになる。140°E, 70°W付近では予報値が実測値よりも大きすぎ、120°W, 0°E付近では逆に予報値が実測値より小さすぎる。前に述べたように(1)式は高度を平均化するような性質があるので、このような誤差分布は容易に了解されよう。誤差の大きい所はノルマルなトラフやウエッジのある所である。第1図の下段に500 mb のノルマルな高度分布を示す。ノルマルなトラフ、リッジと誤差分布がきれいに対応

Mean error of barotropic forecast from Jan. 11. 1951.





第 1 図 バロトロピック予報の誤差分布 (曲田)

している。誤差を小さくするためにいろいろの争が考えられる。

(イ) (1) 式のバロトロピック温度方程式の代りに二層あるいは三層のバロクリニックモデルを用いる。しかし単に傾圧効果を入れても本質的にはロスビー速度で進行する波に発達、衰弱がつけ加わるだけである。地域による特徴は出ない。地域的に固定した傾圧効果を入れたモデルでないといけない。

(ロ) 地形による強制上昇、局所的非断熱効果をくみ入れる。これらは主として地域に固定したものである。第1図の誤差分布から考えてもこの方法がよさそうである。有名な Phillips の数値実験では熱として南北分布だけを与えているから定常性擾乱は起らなかった。

要するに (ロ) の方法では実在するノルマルの場をいかにしてつくり出すか (いかにしていつまでも残るようにするか) という点をねらっている。これだけのことならなにも苦勞して地形による上昇気流をどう与えるか、非断熱効果をどのようにして求めるかといった難問ととりくむ必要はないのである。このことについては後に述べよう。

本論にうつる前にエネルギー論的にみた (1) 式の性質をみておく。予報を延長していくとき帯状流と擾乱とのエネルギーのやりとりがどうなるか。相原は (グロースベッター / 巻2号参照) 帯状流および擾乱をそれぞれ次のように与えて帯状流のエネルギー  $\bar{K}$  と擾乱のエネルギー  $K'$  とのやりとりを計算した。

$$U = A \cos \frac{2\pi}{D} y ,$$

$$\phi' = B \cos \frac{\pi}{D} y \cos \frac{2\pi}{L} x + C \cos \frac{\pi}{D} y \sin \frac{2\pi}{L} x ,$$

ここで  $D = 12000 \text{ Km}$ ,  $L = 4000 \text{ km}$  で初期には  $C = 0$  とおく。実際の数値計算は二層モデルでやったのであるが  $\bar{K} \leftrightarrow K'$  のやりとりに関する限り (1) 式を積分した結果とほぼ同じであると考えられる。結果を第2図に示す。正符号は  $K'$  から  $\bar{K}$  への流れ、つまり擾乱から帯状流へエネルギーが流れて帯状流が強くなる傾向を表わし、負符号は逆である。このエネルギーのやりとりはトラフやウェッジの軸の南北の傾きに関係し、トラフ (ウェッジ) の軸が北東から南西に傾いているときには大雑把にいてエネルギーは擾乱から帯状流へ、北西から南東に傾いていれば  $\bar{K} \rightarrow K'$  となる。図から明らかなように正負の符号がきれいに周期的に変っている。周期はおよそ5日である。従って長い間の平均をとれば零、すなわち帯状流と擾乱の間にエネルギー

一のやりとりはないことになる。これがエネルギー的にみた(1)式の特徴である。実際の大气中で月平均ていどの時間間隔において $\bar{K}$ と $K'$ のやりとりはどうなっているかについて村上は毎月のインタラクションを8ヶ年の資料から計算した。第3図がそれである。まず風の場を月平均値とそれからのずれに分ける。たとえば

$$u = \langle u \rangle + u^*$$

$\langle \rangle$ は一ヶ月平均、 $*$ はそれからのずれを表わす。 $\langle u \rangle$ をさらに帯状平均とそれからの偏差に分けると

$$u = \langle \bar{u} \rangle + \langle u' \rangle + u^* \quad (2)$$

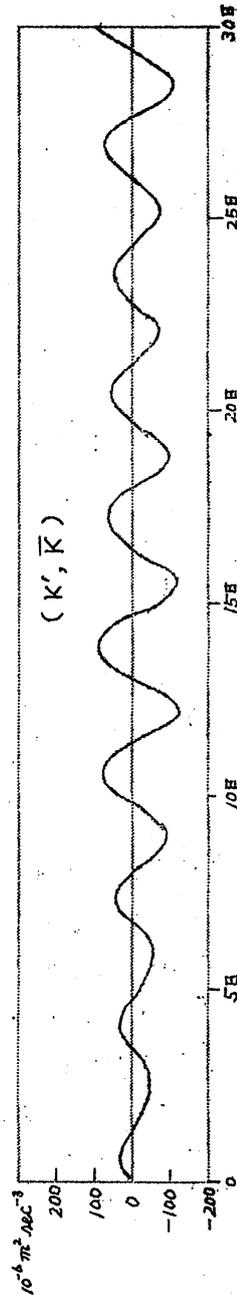
$\langle u' \rangle$ は月平均天気図上に現われる定常擾乱に対応し、 $u^*$ は移動性擾乱に關係する。帯状平均流 $\langle \bar{u} \rangle$ と二つの擾乱との間のエネルギー交換はそれぞれ次のように書ける。

$$\langle \bar{K} \rangle, \langle K' \rangle = - \int_M \langle \bar{u} \rangle \frac{\partial \langle u' v' \rangle}{\partial y} dM \quad (3)$$

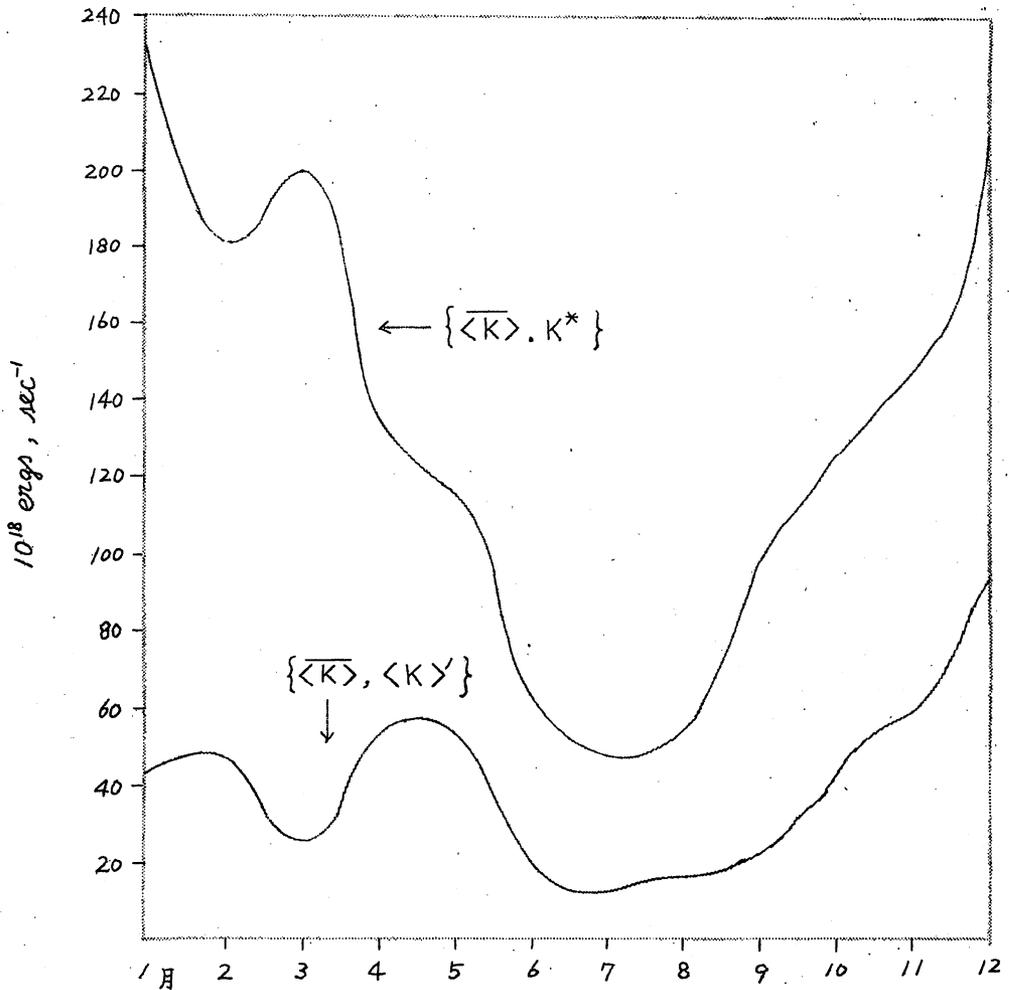
$$\langle \bar{K} \rangle, \langle K^* \rangle = - \int_M \langle \bar{u} \rangle \frac{\partial \langle u^* v^* \rangle}{\partial y} dM \quad (4)$$

$M$ は考える空間全域を表わす。資料が300 mbしかなかったので $M$ としては300 mbを中心にした北半球全域にひろがる層厚100 mbの層を考える。第3図をみると各月とも二つのインタラクション項は正である。インタラクションが正であることは $\langle \bar{u} \rangle$ の最大値(zet stream)の南で運動量輸送 $\langle u^* v^* \rangle$ 、 $\langle u' v' \rangle$ がともに北向きの最大値をもつためである。(3)、(4)から容易に了解される)。要するに実際の大气では平均的にみて定常波や移動性擾乱の軸が北西から南東へ傾くことがないことになる。われわれが長期予報に使うモデルはこの条件をみたすものでなければならない。

さて話を元に戻して、どのようにして定常場が残るような予報式をつくるかという問題を考えよう。(1)式を積分する場合初期に与える高度場は種々



第2図 バロトロピック予報のエネルギーサイクル(相系)



第 3 図

の運動成分に關係する。(1)式ではすべての運動成分がバロトロピックの法則に従うと仮定している。はたしてどうか。たとえば運動場を月平均とそれからのずれの二つの成分に分けて考える。

$$\phi = \langle \phi \rangle + \phi^* \quad (5)$$

$\phi^*$  の変動は(1)式の法則に従うかもしれないが、 $\langle \phi \rangle$  の変動は違った法則に従うのではなからうか。 $\phi^*$  は早く変動するが $\langle \phi \rangle$  はゆっくり変る。変動の時間スケールが違うのであるから運動法則も違い得ると考えるのが自然である。まず(1)式を時間平均した式が平均場の運動を記述できるかどうか検討してみよう。

$$\frac{\partial \Delta \langle \phi \rangle}{\partial t} = J(\langle \eta \rangle, \langle \phi \rangle) + \langle J(\eta^*, \phi^*) \rangle \quad (6)$$

右辺の第一項は平均場の地衡風速で平均場の温度を流す項である。第二項は移動性擾乱による項である。第一項により  $\langle \phi \rangle$  は 1 日に約 10 度、すなわち 1 ヶ月間で地球を一周してしまふだろう。Clapp や 数人の日本人の人々が移動速度を小さくしようとして、1 より小さいある係数を第一項にかけることを考えた。しかしこのようなことは物理的にはなほだすっきりしないやり方である。まして後述するようにな  $\langle \phi \rangle$  の場は単純に東進するものではない。あるときは西に、あるときは南に、あるときは北へ動く。Clapp 等のとり扱いは第二項が第一項と逆符号をもつと仮定したことに相当する。実際の大小ではこの仮定は成り立っていない。いずれにしても  $\langle \phi \rangle$  の予報は (6) 式ではできそうにない。(6) 式は (1) 式を時間平均しただけであるから (5) 式のように分けた成分のうち  $\langle \phi \rangle$  の運動法則は (1) 式では表わせないわけである。

月平均場の運動法則をいわゆるスケールアナリシスによって求めるわけであるが、スケールアナリシスそのものの話はここでの本論ではないので本質を失わない程度に省略した形で話を進める。スケールアナリシスをする前に考慮すべき争柄は

(1). 時間平均としてどれくらいの長さをとるか。ここでは一ヶ月平均をとろう。その理由を次に述べる。

運動方程式を時間で移動平均する場合二つの量の積の平均

$$\langle xy \rangle = \langle x \rangle \langle y \rangle + \langle \langle x \rangle y^* \rangle + \langle x^* \langle y \rangle \rangle + \langle x^* y^* \rangle \quad (7)$$

が現われる。x, y としては u, v, w,  $\phi$ , あるいは T のうち何でもよい。第二項, 第三項が消えてくれないことには議論がはなはだ厄介になる。5 日程度の移動平均では第二, 三項の大きさは第一, 四項の大きさと同じ程度であることを村上, 増田が実測から指摘した。平均時間間隔のちがいでよって各項の相対的大きさがどう違ってくるかをしらべる必要がある。現在戸松, 村上によつて計画中である。ここでは簡単な考察によつてこの問題をあたってみる。x, y として  $x=y=u$  の場合を考える。 $\langle u \rangle$  をテーラー級数で展開してみる。

$$\langle u \rangle = \langle u \rangle_0 + \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} \right)_0 t + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial t^2} \right)_0 t^2 + \dots \quad (8)$$

ここで suffix "0" は  $t=0$  における値をあらわす。すると

$$\begin{aligned} \langle u^* \rangle_0 &= \frac{1}{2\tau} \int_{-\tau}^{\tau} (u - \langle u \rangle) dt \\ &= \frac{1}{6} \left( \frac{\partial^2 \langle u \rangle}{\partial t^2} \right)_0 \tau^2 + \dots \end{aligned} \quad (9)$$

もし  $\partial^2 \langle u \rangle / \partial t^2$  が零ならば、すなわち平均場の風速が時間に対し直線的に変化するならば  $\langle u^* \rangle$  はほぼ零となる。実際には直線的ではないので  $\langle u^* \rangle$  はある値をもつ。その大きさは  $\tau = 15$  日 (1ヶ月平均) として

$$|\langle u^* \rangle| \approx \frac{1}{6} \frac{10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}}{(\text{1月})^2} \left( \frac{1}{2} \text{月} \right)^2 \approx 0.5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$$

この推定では  $\partial^2 \langle u \rangle / \partial t^2$  としてかなり大きな値がとってある。それでも月平均をとれば  $\langle u^* \rangle$  は  $1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  以下のオーダーである。一方  $\langle u \rangle$  は  $10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  のオーダーであるから  $\langle u^* \rangle$  はそれより一桁小さい。ところで (8) を用いると

$$\langle \langle u \rangle u^* \rangle_0 = \frac{1}{2\tau} \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} \right)_0 \int_{-\tau}^{\tau} u^* t dt + \dots \quad (10)$$

$u^*$  の変動が主として移動性高・低気圧によるものとする。と約5日の周期が卓越する。  $2\tau = 1$  ヶ月の間には5~6個の高・低気圧が含まれるから (10) の積分は小さい値となる。いま  $u^*$  として

$$u^* = A \cos \frac{2\pi}{T_1} t$$

を仮定しよう。ただし  $A \approx 5 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$ ,  $T_1 = 5$  日とする。この  $u^*$  を (10) に代入し、  $\partial \langle u \rangle / \partial t$  のオーダーを  $10 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1} (\text{1月})^{-1}$  ととると (きわめて大きな値と思われる)  $\langle \langle u \rangle u^* \rangle$  の大ききのオーダーは

$$\begin{aligned} \langle \langle u \rangle u^* \rangle &\approx \frac{1}{2\tau} \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} \right)_0 \frac{AT_1}{2\pi} \left[ t \sin \frac{2\pi}{T_1} t \right]_{-\tau}^{\tau} \\ &\leq \left( \frac{\partial \langle u \rangle}{\partial t} \right)_0 \frac{AT_1}{2\pi} \approx 1.4 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-2} \end{aligned}$$

となる。すなわち1ヶ月平均については  $\langle \langle u \rangle u^* \rangle$  は大きくみつもっても  $1 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-2}$  のオーダーである。一方  $\langle u \rangle^2$  や  $\langle u^{*2} \rangle$  のオーダーは  $100 \text{ m}^2 \cdot \text{sec}^{-2}$  である。充分の近似で  $\langle \langle u \rangle u^* \rangle$  を無視し得る。以上のように1ヶ月平均では (7) 式の第二、三項を第一、四項に比し省略し得る。

(四) 月平均場に現われる擾乱の代表的水平スケールをどうとるか。平均場は非常にスムーズで波数2~3が卓越していると思われるので水平スケール  $10^7 \text{ m}$  と取るのもよかろう。一方 Nielsen は平均場のスケールは ほぼ

5000kmであるといった。また磁野，岸保は平均場には  $10^6 m$  程度の擾乱も含まれていることを渦度方程式の各項の大きさの月平均を計算することにより推論した。そこで月平均場のスケールとして  $10^6 m$  の場合，  $10^7 m$  の場合に分けてそれぞれの運動法則をしらべた。ここでは  $10^6 m$  の場合についてだけ述べる。実際問題としては  $10^6 m$  の場合と  $10^7 m$  の場合の中頃ぐらいが適当なところであろう。

ii). 月平均場の変動の時間スケールはどうとるか。運動方程式の水平移流に關した項  $u \frac{\partial u}{\partial x}$  の大きさは  $U^2/L$  のオーダーである ( $U = 10 m \cdot sec^{-1}$ ,  $L = 10^6 m$ )。局所変化  $\partial \langle u \rangle / \partial t$  のオーダーは時間スケールを  $T$  とすると  $U/T$  である。水平移流と局所変化の大きさの比は

$$\gamma = \frac{L}{U} \frac{1}{T} \quad (11)$$

$\gamma$  を  $10^{-1}$  のオーダーと仮定すれば  $\langle u \rangle$  の局所変化が移流項よりも一桁小さいことになる。以後  $\gamma$  は  $10^{-1}$  であるとする。  $L/U$  は  $L = 10^6 m$  の場合には約 1 日であるから  $T$  として 10 日ととったことになる。参考のために述べておくと移動性高・低気圧の場合には突発部分の移動速度と波の移動速度は同じオーダーで  $\gamma \approx 1$  であり，海の波のような場合には  $\gamma > 10$ ，すなわち水の動きよりも波の移動速度がはるかに大きい。現象に応じて  $L$ ，  $U$  と  $T$  の關係が違い，  $\gamma$  は運動の性質を定める重要なパラメーターの一つである。一ヶ月以上の長期の予報の場合には  $\gamma$  は  $10^{-1}$  以下の小さい値をとろう。

以上の考察にもとづきスケールアナリシスを行なうわけである。まず完全な時間平均渦度方程式と拡散方程式とを書き下しておく。熱の式と擾乱の式については必要に応じて書くことにする。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle}{\partial t} &= - \left\langle u \frac{\partial \Delta \psi}{\partial x} + v \left( \frac{\partial \Delta \psi}{\partial y} + \beta \right) \right\rangle \\ &+ \left\langle \Delta \psi \frac{\partial \omega}{\partial p} - \bar{\omega} \frac{\partial \Delta \psi}{\partial p} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial e}{\partial x} \frac{\partial e}{\partial y} - \frac{\partial e}{\partial x} \frac{\partial e}{\partial y} \right\rangle \\ &+ f \frac{\partial \langle \omega \rangle}{\partial p} + \text{IK} \cdot \nabla \chi \langle F \rangle \end{aligned} \quad (12)$$

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \langle \chi \rangle}{\partial t} &= - \left\langle u \frac{\partial \chi}{\partial x} + v \frac{\partial \chi}{\partial y} \right\rangle + \left\langle \Delta \chi^2 + \omega \frac{\partial \chi}{\partial p} \right\rangle \\
&\quad \otimes \qquad \qquad \qquad \otimes \\
&\quad - \left\langle \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial \psi}{\partial y} + \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial \psi}{\partial x} \right\rangle \\
&\quad \otimes \\
&\quad - 2 \left\langle \frac{\partial v}{\partial x} \frac{\partial u}{\partial y} - \frac{\partial v}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} \right\rangle - \beta \langle u \rangle + \nabla \langle F \rangle \\
&\quad \quad \quad \times \qquad \qquad \quad \times \qquad \quad \times \\
&\quad + f \Delta \langle \psi \rangle - \Delta \langle \phi \rangle \qquad \qquad \qquad (13) \\
&\quad \quad \quad \circ \qquad \qquad \quad \circ
\end{aligned}$$

スケールアナリシスの代りに逐次近似法により語をすすめる。

上の二つの式から順次大きな項をとっていき、逐次近似的に小さい項を近似していくわけである。もちろんこのやり方は厳密さは欠けるがわかりやすいと思うので、ここではこの方法によって時間平均場の予報方程式を導いてみる。  $L=10^6 m$  とした場合の各項の大きさの順序は“○”印をつけたものが最も大きく、次の“×”印は一桁小さく、“⊗”印のものはさらに一桁小さい。渦度方程式(12)で発散項  $f \frac{\partial \langle \omega \rangle}{\partial p}$  をもっとも大きくなり得ると考えたことを不思議に思う方もあるだろうが、そのわけは後に了解されよう。また局所変化  $\frac{\partial \langle \psi \rangle}{\partial t}$  が渦度の水平移流項より一桁小さいと考えたのは(11)で  $\tau$  を  $10^{-1}$  としたためである。平均場の局所変化が小さいであることは容易に想像される。発散方程式(13)で  $\frac{\partial \langle \chi \rangle}{\partial t}$  は非常に小さく現在の議論には無視できよう。

さて(12), (13)でもっとも大きな項だけをとると

$$\frac{\partial \langle \omega \rangle_0}{\partial p} \equiv \Delta \langle \chi \rangle_0 = 0 \qquad (14)$$

$$f \Delta \langle \psi \rangle_0 = \Delta \langle \phi \rangle \qquad (15)$$

ここで指標“0”は第一近似であることを示す。(14), (15)式から容易に地衡風が導ける。(14)式は  $\langle \omega \rangle_0 = 0$  または  $\langle \chi \rangle_0 = 0$  とみなせるので

$$\langle u \rangle_0 = - \frac{\partial \langle \psi \rangle_0}{\partial y} + \frac{\partial \langle \chi \rangle_0}{\partial x} = - \frac{1}{f} \frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial y} \qquad (16)$$

$$\langle v \rangle_0 = \frac{\partial \langle \psi \rangle_0}{\partial x} + \frac{\partial \langle \chi \rangle_0}{\partial y} = \frac{1}{f} \frac{\partial \langle \phi \rangle}{\partial x} \qquad (17)$$

すなわち平均高度場  $\langle \phi \rangle$  がわかると地衡風  $\langle u \rangle_0$ ,  $\langle v \rangle_0$  が求まる。もちろん  $\langle u \rangle_0$ ,  $\langle v \rangle_0$  は非発散で(14)式を満足する。同様に移動性擾乱につい

ての渦度方程式，発散方程式（もとの渦度，発散方程式から(12)，(13)を差し引いた式）から大きな項をひろい出すと擾乱についての地衡風が得られる。

$$u_0^* = -\frac{1}{f} \frac{\partial \phi^*}{\partial y} \quad (18)$$

$$v_0^* = \frac{1}{f} \frac{\partial \phi^*}{\partial x} \quad (19)$$

つぎに第二近似の式へ進むわけであるが，(12)，(13)式で“x”印の項は一桁小さいので充分の近似で(16)–(19)の第一近似の風で表わせる。すなわち

$$\begin{aligned} 0 = & - \left[ \langle u \rangle_0 \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial x} + \langle v \rangle_0 \left( \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial y} + \beta \right) \right] \\ & - \left\langle u_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} \right\rangle \\ & + f \frac{\partial \langle \omega \rangle_1}{\partial p} + \mathbf{K} \cdot \nabla \times \langle \mathbf{F} \rangle_0. \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} 0 = & -2 \left[ \frac{\partial \langle v \rangle_0}{\partial x} \frac{\partial \langle u \rangle_0}{\partial y} - \frac{\partial \langle v \rangle_0}{\partial y} \frac{\partial \langle u \rangle_0}{\partial x} \right] \\ & -2 \left\langle \frac{\partial v_0^*}{\partial x} \frac{\partial u_0^*}{\partial y} - \frac{\partial v_0^*}{\partial y} \frac{\partial u_0^*}{\partial x} \right\rangle \\ & - \beta \langle u \rangle_0 + \nabla \cdot \langle \mathbf{F} \rangle_0 + f \Delta \langle \psi \rangle_1, \end{aligned} \quad (21)$$

ここで指標“1”はより高い精度の量であることを表わす。地衡風はすでに計算されているから(20)の式から $\langle \omega \rangle_1$ がわかり，(21)式から $\langle \psi \rangle_1$ が求まる。すなわち(20)，(21)は診断方程式である。平均場の予報はまだできない。 $\langle \omega \rangle_1$ がわかれば $\langle \chi \rangle_1$ が(22)の式から求まる。

$$\langle \chi \rangle_1 = \Delta^{-1} \frac{\partial \langle \omega \rangle_1}{\partial p} \quad (22)$$

発散  $\partial \langle \omega \rangle_1 / \partial p$  をリラクゼーションすればよい。かくて $\langle \chi \rangle_1$ ， $\langle \psi \rangle_1$ が求められたので地衡風よりももう一桁精度の高い平均場の風は

$$\langle u \rangle_1 = -\frac{\partial \langle \psi \rangle_1}{\partial y} + \frac{\partial \langle \chi \rangle_1}{\partial x}, \quad \langle v \rangle_1 = \frac{\partial \langle \psi \rangle_1}{\partial x} + \frac{\partial \langle \chi \rangle_1}{\partial y} \quad (23)$$

によって計算できる。

移動性擾乱についての第一近似の方程式系は(18)，(19)であったが，第二近似の方程式系のうち渦度方程式と発散方程式だけを書いておこう。

$$\begin{aligned}
\frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial t} = & - \left( u_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} \right)^* \\
& - \left( \langle u \rangle_0 \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + \langle v \rangle_0 \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} + \beta v_0^* \right) \\
& - \left( u_0^* \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial y} \right) \\
& + f \frac{\partial \omega_0^*}{\partial p} + \mathbf{K} \cdot \nabla \times \mathbf{F}_0^* \tag{24}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
0 = & - 2 \left( \frac{\partial v_0^*}{\partial x} \frac{\partial u_0^*}{\partial y} - \frac{\partial v_0^*}{\partial y} \frac{\partial u_0^*}{\partial x} \right)^* \\
& - 2 \left( \frac{\partial \langle v \rangle_0}{\partial x} \frac{\partial u_0^*}{\partial y} + \frac{\partial v_0^*}{\partial x} \frac{\partial \langle u \rangle_0}{\partial y} - \frac{\partial \langle v \rangle_0}{\partial y} \frac{\partial u_0^*}{\partial x} - \frac{\partial v_0^*}{\partial y} \frac{\partial \langle u \rangle_0}{\partial x} \right) \\
& - \beta u_0^* + \nabla \cdot \mathbf{F}_0^* + f \Delta \psi_0^* \tag{25}
\end{aligned}$$

(24)の渦度方程式は Charney がはじめて導入したいわゆる準地衡風渦度方程式である。左辺の局所変化の項，および右辺第一項，第二項，第三項はすべて地衡風で表わされ，第四項の発散だけがより高い近似で表現されている。また立ち上りや渦度の垂直輸送に關する項がないことも特徴である。熱の式（ここでは書かなかつた）と渦度方程式(24)を組み合わせることにより，よく知られている $\omega$ -方程式が得られる。 $\omega$ -方程式を解けば $\omega_0^*$ がわかり，ひいては $\chi_0^*$ がわかる。(25)式はいわゆるバランス方程式で $\psi_0^*$ が求められる。かくて擾乱の場についての精度の高い風は

$$u_0^* = -\frac{\partial \psi_0^*}{\partial y} + \frac{\partial \chi_0^*}{\partial x}, \quad v_0^* = \frac{\partial \psi_0^*}{\partial x} + \frac{\partial \chi_0^*}{\partial y} \tag{26}$$

により求められる。

ここで注意しなければならない点は(24)の渦度方程式には $\langle u \rangle_0$ ， $\langle v \rangle_0$ ， $\langle \psi \rangle_0$ が含まれていることである。(20)，(21)で述べたように第二近似の方程式系では平均場の予報はできない。だから次の *time step* のこれらの値がわからないから，(24)式の擾乱の予報も時間をおって延長するわけにはいかない。しかしながら数日程度（5日ぐらい）の予報ならば $\langle u \rangle_0$ ， $\langle v \rangle_0$ ， $\langle \psi \rangle_0$ として初期の値をそのまま使っても擾乱の予報の誤差はさほど大きくないと思われる（スケールアナリシスによると10日以上になると誤差のオーダーが1になり得る）。そこで数日程度の予報をする場合の(24)式の性質をしらべておこう。(1)式による予報と比較するためと語を簡単にするた

めにバロトロピックとしよう。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial t} &= - \left( u_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} \right)^* \\ &\quad - \left( \langle u \rangle_0 \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + \langle v \rangle_0 \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} \right) \\ &\quad - \left( u_0^* \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial y} \right) \end{aligned} \quad (27)$$

右辺の第一項は移動性擾乱のみに関係し、第二項は平均場の地衡風によって擾乱の渦度を流す効果を表わし、第三項は擾乱の風で平均場の渦度を流す効果がある。第一項が重要とは思われないく擾乱が円形なら零になってしまう。

よとして平均流によって擾乱が流される第二項の効果が卓越しよう。たとえ擾乱が流れていっても平均場は初期値のままにしておくのであるから第1図のところで述べたような地域的な予報誤差は生じないであろう。しかし  $\langle u \rangle_0$ 、 $\langle v \rangle_0$  の時間変化を無視しているから (27) による予報を10日以上も延長することは無理である。このことはエネルギーの観点からいえる。(27)の両辺に  $(-\psi_0^*)$  を乗じて時間および面積積分すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \int \frac{1}{2} \langle u_0^{*2} + v_0^{*2} \rangle dS &= \int \left[ \langle u \rangle_0 \left( \frac{\partial \langle u_0^{*2} \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial y} \right) + \langle v \rangle_0 \left( \frac{\partial \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v_0^{*2} \rangle}{\partial y} \right) \right] dS \\ &= \int \langle \bar{u} \rangle_0 \frac{\partial \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial y} dS \\ &\quad + \int \left[ \langle u \rangle_0' \left( \frac{\partial \langle u_0^{*2} \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial y} \right) + \langle v \rangle_0' \left( \frac{\partial \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial x} + \frac{\partial \langle v_0^{*2} \rangle}{\partial y} \right) \right] dS \end{aligned} \quad (28)$$

右辺の第一項は平均帯状流と移動性擾乱のエネルギー交換、第二項は定常擾乱と移動性擾乱とのエネルギーのやりとりを表わす。村上の算測によると第一項のインタラクションは  $-500 \times 10^{23} \text{ ergs} \cdot \text{sec}^{-1}$ 、第二項は  $+100 \times 10^{23} \text{ ergs} \cdot \text{sec}^{-1}$  である。だから (27) で予報をすると擾乱のエネルギーは一日に約  $400 \times 10^{23} \text{ ergs} \cdot \text{sec}^{-1}$  ずつ減っていくこともあり得る。一方大気全体の運動エネルギーはほぼ  $1550 \times 10^{24} \text{ ergs}$  である。故に10日もたつと擾乱のエネルギーは初めの  $1/3$  程度になってしまうことも起り得る。

以上のように (27) のバロトロピックモデルでは地域的予報誤差はさげられたが、エネルギー的には保存しない可能性がある。擾乱のエネルギーを補給するのはバロクリニック効果  $\langle \omega, \frac{\partial \phi_0^*}{\partial p} \rangle$  であろう。この効果はバロクリニック予報方程式 (24) および熱の式 (書いてない) からエネルギー方程式を導くと得られる。第二近似の完全な運動方程式系 (20) ~ (21) および (24) ~ (25)

のエネルギー方程式は大変興味深い問題を含んでいるがここでは省略する。要するに結論としていえることは第二近似の方程式系では、(イ)時間平均場の予報はできない、(ロ)移動性擾乱の予報はバロクリニックモデルによることのがのぞましい。次に述べるように三層以上のバロクリニックモデルがのぞまれる。

時間平均場の予報式を導くために第三近似へ進んでみよう。厳密な式(12)、(13)で“×”や“⊗”印のついた項を第一近似および第二近似の方程式で得られた知識を用いて近似すればよい。

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial t} = & - \left[ \langle u \rangle, \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial x} + \langle v \rangle, \left( \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial y} + \beta \right) \right] \\
 & - \left[ \langle u \rangle_0, \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_1}{\partial x} + \langle v \rangle_0, \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_1}{\partial y} \right] \\
 & + \left[ \Delta \langle \psi \rangle_0, \frac{\partial \langle \omega \rangle_1}{\partial p} - \langle \omega \rangle_1, \frac{\partial \Delta \langle \psi \rangle_0}{\partial p} \right] + \left[ \frac{\partial \langle \omega \rangle_1}{\partial y}, \frac{\partial \langle u \rangle_0}{\partial p} - \frac{\partial \langle \omega \rangle_1}{\partial x}, \frac{\partial \langle v \rangle_0}{\partial p} \right] \\
 & - \left\langle u_1^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial x} + v_1^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial y} \right\rangle \\
 & - \left\langle u_0^* \frac{\partial \Delta \psi_1^*}{\partial x} + v_0^* \frac{\partial \Delta \psi_1^*}{\partial y} \right\rangle \\
 & + \left\langle \Delta \psi_0^* \frac{\partial \omega_1^*}{\partial p} - \omega_1^* \frac{\partial \Delta \psi_0^*}{\partial p} \right\rangle + \left\langle \frac{\partial \omega_1^*}{\partial y} \frac{\partial u_0^*}{\partial p} - \frac{\partial \omega_1^*}{\partial x} \frac{\partial v_0^*}{\partial p} \right\rangle \\
 & + f \frac{\partial \langle \omega \rangle_2}{\partial p} + \mathbf{K} \cdot \nabla \times \langle \mathbf{F} \rangle, \tag{29}
 \end{aligned}$$

第三次近似の発散方程式は予報のため必要ないので省略する。すぐわかるように左辺には $\langle \psi \rangle_0$ 。(16)、(17)により $\langle \phi \rangle$ の時間変化の項がある。すなわち(29)は予報方程式である。また(29)式の各項は非地衡風により表現されている。すなわち時間平均場の予報は必然的に非地衡風モデルでないといけない。また第三項や第四項、第七項や第八項は $\langle \omega \rangle_1$ 、 $\omega_1^*$ の垂直微分に関係する。これらの項は他の項と同程度に重要であると考えられるので出来るだけ正確に推定しなければならない。そのためには $\langle \omega \rangle_1$ や $\omega_1^*$ が少なくとも二層以上で与えられていないといけない——すなわち三層以上の多層モデルでないと1ヶ月予報はできない。(29)の予報式の性質についてしらべる前に擾乱の第三近似方程式系について一言しておこう。

擾乱の第三近似の式は読者自らみちびいていただきたい。(24)の準地衡風渦度方程式よりどの程度複雑になるかしらべておくことは興味があろう。要

するに第三近似の式によって  $\psi^*$  や  $\chi^*$  の予報ができる。平均場の予報式として(29)式を用いる限り擾乱の予報は第三近似まで考慮に入れた非地衡風モデルでなされなければならない。さもないと全エネルギーが保存しないことが容易に証明される。だから平均場の予報を(29)式でやり、擾乱の毎日の予報を地衡風モデル(24)でやるのはよくない。

ここでわれわれの得た争柄を一応まとめておく。

(イ). 時間平均場の予報式(29)は非地衡風モデルである。平均場の地衡風速度  $\Delta\langle\psi\rangle$  を流す風は(6)式のように平均場の地衡風ではなく、それより一桁小さい平均場の非地衡風である。従って(6)式のところで述べた問題は解決された。

(ロ). 時間平均場の予報に非断熱効果が重要であろうことは誰でも想像するところである。与える熱の精度はどの程度の精度でなければならないかという、熱の第三近似の式に現われる  $\langle q \rangle$  は  $10^{-1}$  のオーダーである。  $10^{-1}$  のオーダーは  $0.3^\circ\text{C}/\text{day}$  である。現実に熱を  $0.3^\circ\text{C}$  の精度で測定することは現在のところ不可能であろう。このことは長期予報のむずかしさの程度を物語っていよう。

(ハ). 平均場の予報と並行して行なう擾乱の予報は非地衡風モデルでなければならない。これらの非地衡風はいわゆるバランス方程式の解  $\langle\psi\rangle$ ,  $\psi^*$ , および  $\omega$ -方程式の解  $\langle\chi\rangle$ ,  $\chi^*$  により表現される。また三層以上の多層バロクリニックモデルであることがのぞまれる。

時間平均場の予報をするのに擾乱の予報を毎日やらなければならないというのは面倒である。これをさけるためには(29)の第五～八項等の擾乱に關する量が平均場の  $\langle\phi\rangle$  で表わせると仮定すればよい。しかしこのようなことは実際には不可能であろうし、またそんな仮定を用いることは少なくとも当面やるべきでない。基礎的な検討を充分すべきである。のちに擾乱の毎日予報をやらずに初期における擾乱に關する諸平均量を与えただけで(29)を積分する場合、どの程度平均場が予報し得るかという問題について検討してみよう。次に第二の難点は非断熱効果をきわめて良い精度で与えねばならぬということである。この難点は(29)式をアノーマリーについての予報式に書き直したのち、その予報式に現われる非断熱効果を無視することによりある程度とせられると考えている。アノーマリーの予報式はやや複雑になるのでここでは掲げない。長期予報の現業ではしばしばアノーマリーを使っているのだから、アノーマリーの力学的予報を行なってみることはきわめて興味深い。近い将来やってみたいと思っている。

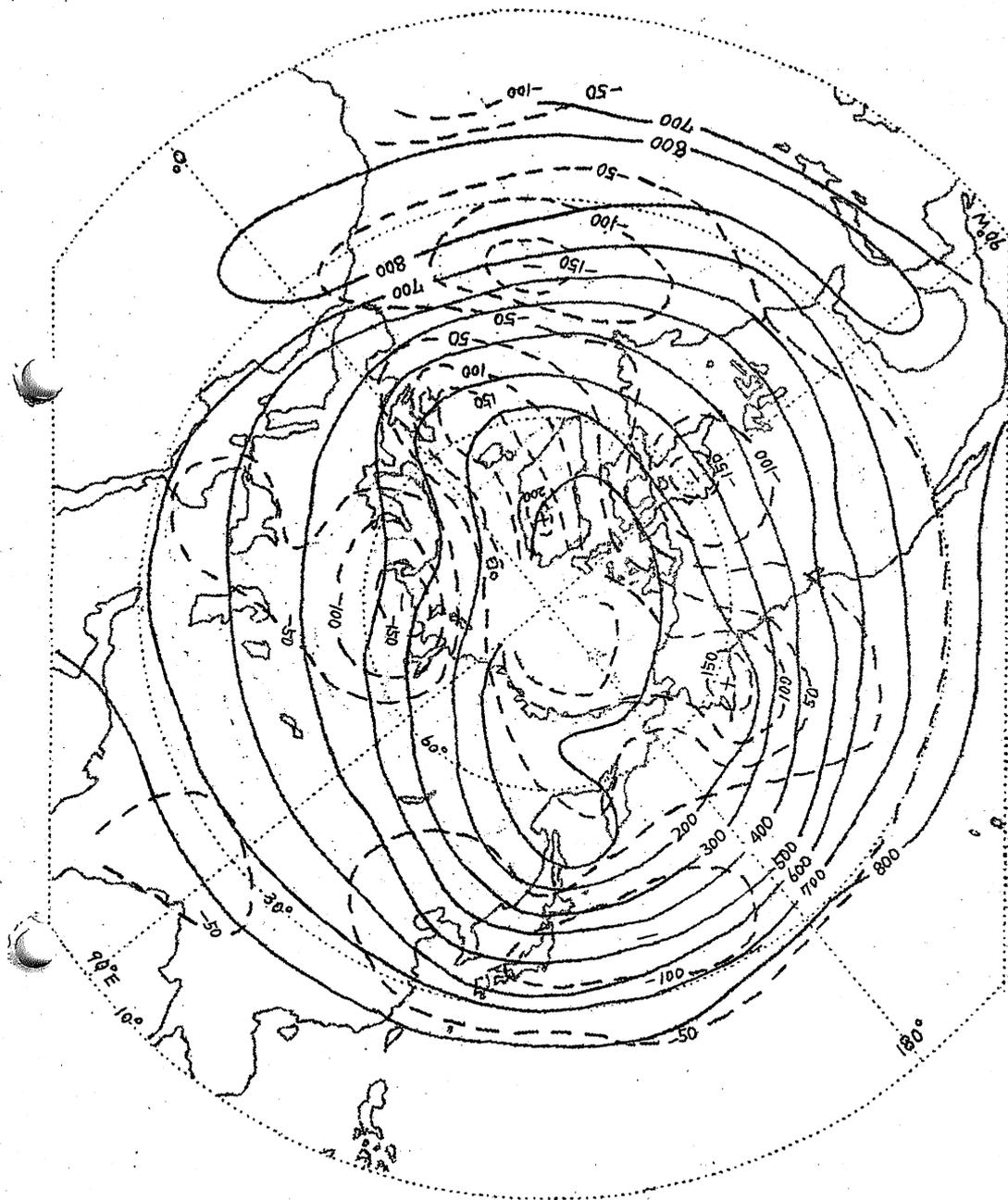
さて平均場の予報方程式(29)の各項の物理的意味をしらべ、さらにどの程度予報の可能性があるのか検討しなければならない。その前に時間平均場の高度変化がどのような形で起るのかをみておく必要がある。第4図には1959年12月の月平均500mb等圧面高度(実線)と一ヶ月間の高度変化(1月の月平均-12月の月平均)が示してある。資料はL.F.グループが計算したものである。まず高度変化のオーダーが100mで日々の変化と同じオーダーであることに気付く。高緯度ではウェッジの東で高度がさがり、トラフの東で高度が上っている。すなわち平均場は1ヶ月間に約10度ぐらい西へ移る傾向があったわけである(日々のトラフの移動距離と同じオーダー)。一方中緯度ではトラフの前方で高度がさがり、いいかえればトラフが東進する傾向があった。以上のような高度変化が(29)式の各項により説明できるかどうか。すなわち1ヶ月平均天気図の1ヶ月予報がどの程度可能かをあためてみよう。

さて(29)式の右辺第一項は平均場の渦度を非地衡風で流す項である。この非地衡風は(23)で与えられる。一つの成分 $\langle \psi \rangle$ はバランス方程式(21)より求まる。(21)式の第一項は平均場の地衡風から容易に計算できる。大雑把にみてこの項による効果はトラフで $\Delta \langle \psi \rangle$ を負、ウェッジで $\Delta \langle \psi \rangle$ を正にする。したがって第一項だけをリラクセスすると $\langle \psi \rangle$ はトラフで正、ウェッジで負となる。(23)をみればわかるように $\langle \psi \rangle$ による非地衡風は $\langle \psi \rangle$ の正ののところを右手にみて吹き、そのオーダーは $1 m \cdot sec^{-1}$ である。すなわちトラフの東側では北寄り、西側では南寄りの非地衡風となる。(21)式の第二項は月平均の $\langle u_0^{*2} \rangle$ 、 $\langle u_0^* v_0^* \rangle$ 、 $\langle v_0^{*2} \rangle$ の分布がわかっているれば計算できる。L.F.グループでは各月の地衡風による運動量輸送 $\langle u_0^* v_0^* \rangle$ は計算しているが $\langle u_0^{*2} \rangle$ や $\langle v_0^{*2} \rangle$ は計算していない。残念ながら現在のところ第二項を推定するデータがない。

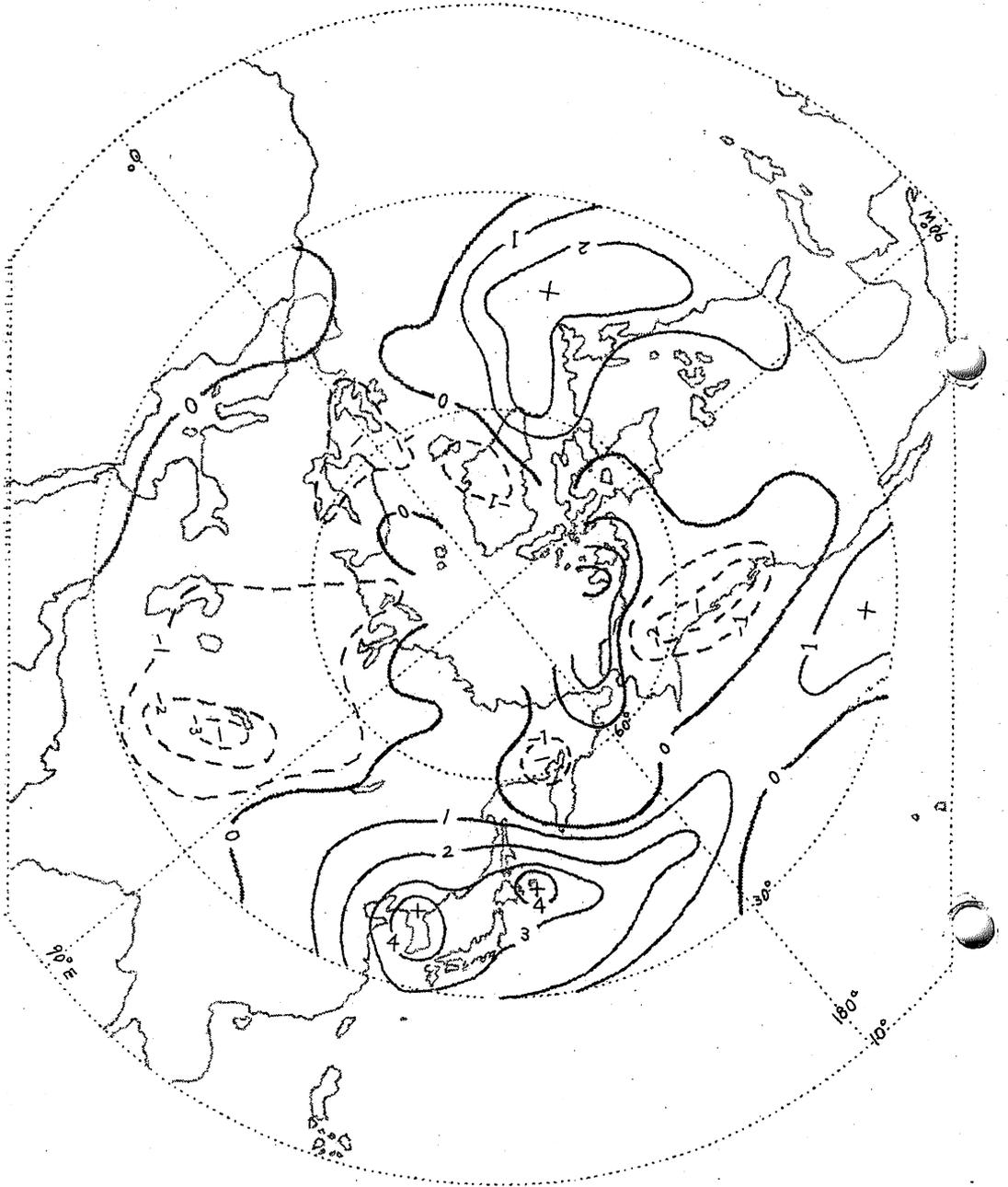
(23)式の非地衡風のうち $\langle \chi \rangle$ による成分は $\alpha \langle \omega \rangle / \alpha p$ をリラクゼーションすることにより求められる。第5図はL.F.グループが二層モデルで計算した500mbにおける上昇速度 $\langle \omega \rangle$ である。期間は1959年12月と1960年1月の平均である。太平洋と大西洋の西部に下降気流( $10^{-4} mb \cdot sec^{-1}$ のオーダー)、アジア大陸内部と太平洋東部には上昇気流がある。第6図はリラクゼーション

$$\langle \chi \rangle = \frac{1}{500 mb} \Delta^{-1} \langle \omega \rangle_{500} \quad (30)$$

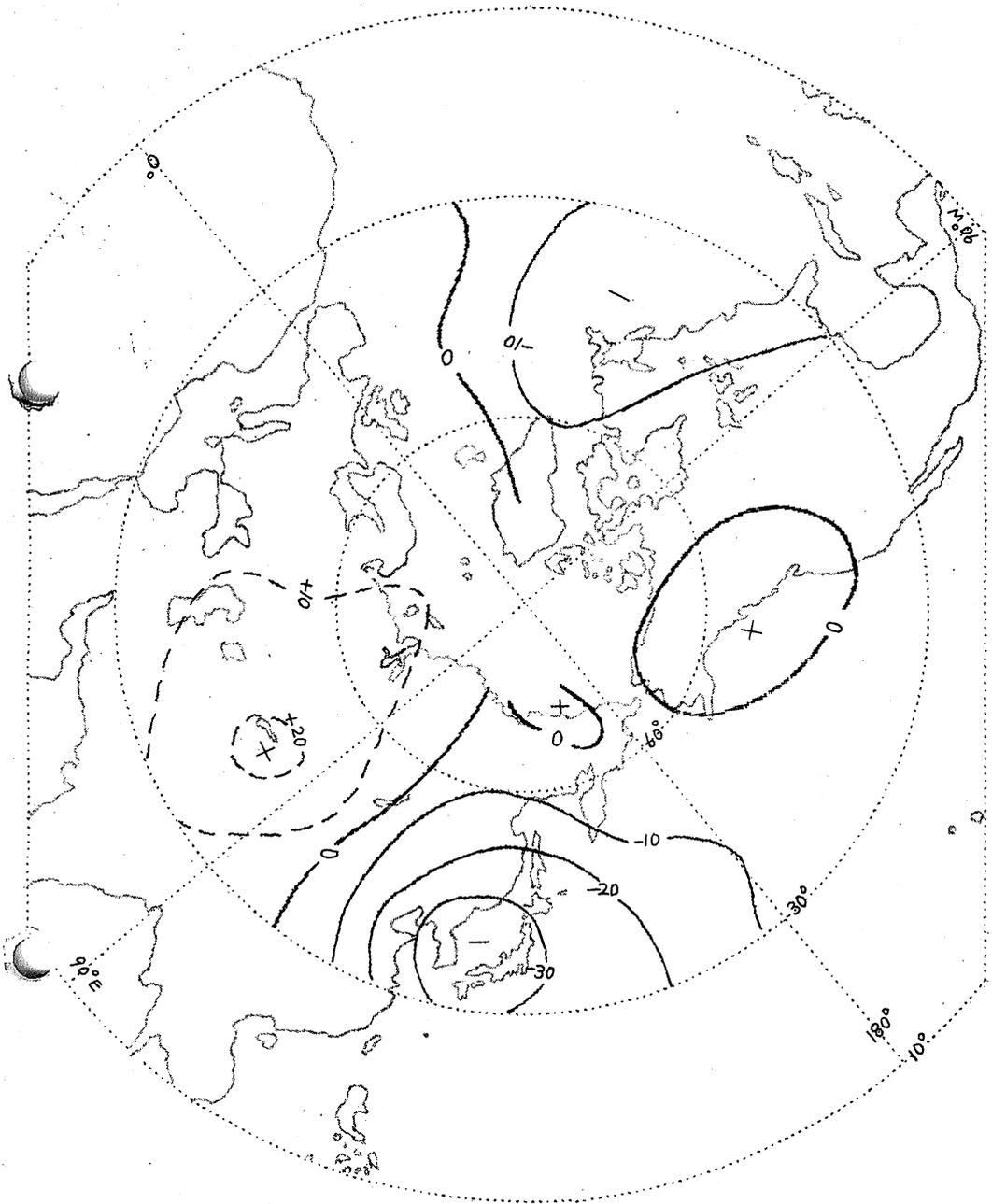
により求めた $\langle \chi \rangle$ の分布図である。 $\langle \chi \rangle$ による非地衡風は $\langle \chi \rangle$ の負のところから正のところへ向って吹く。たとえば日本上空(トラフの中心)では



第4図 1959年12月の月平均500mb天気図(実線)  
 および1月の月平均と12月の月平均の差(点線 in m)



第5図 1959年12 - 1960年1月の二ヶ月間における平均上昇速度。  
 +は下降気流，単位は $10^{-4} \text{ mb} \cdot \text{sec}^{-1}$

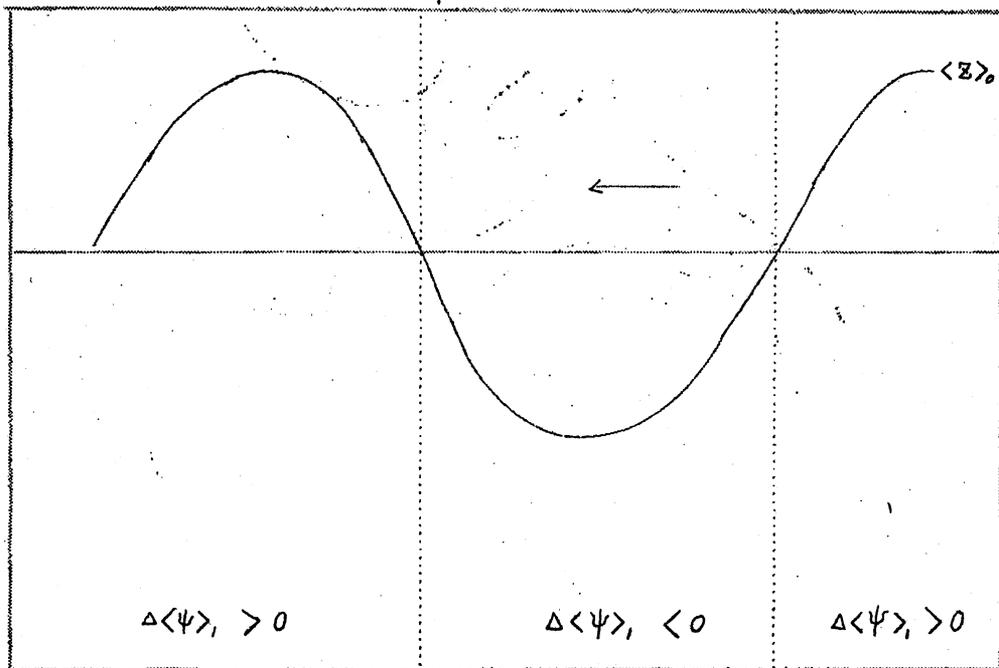


第 6 図  $\langle \chi \rangle$  の分布. 期間は第 5 図に同じ.  
 単位は  $10^5 m^2 \cdot sec^{-1}$ .

$\langle \chi \rangle$  は負だから、 $\langle \chi \rangle$  による非地衡風は日本上空から東および西に向う。そのオーダーは図からもわかるように大きくとも  $1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  である。日本上空から  $1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  のオーダーで正渦度か太平洋および大陸内部へ運ばれる。この渦度輸送による高度変化は1ヶ月に  $-100 \text{ m}$  のオーダーである。もっとも  $500 \text{ mb}$  は非発散高度であるから  $\langle \chi \rangle$  による高度変化は他の層におけるよりも小さいであろう。

以上のようにわれわれのモデル(29)では平均場の地衡風渦度は  $1 \text{ m} \cdot \text{sec}^{-1}$  のオーダーの非地衡風によって流されるので(6)式のところで述べたような難点は除かれた。また平均場の渦度の流される方向は平均場の地衡風と大いに違い東西南北いずれも同等に可能である。どの方向が卓越するかはその時の月平均量の分布による。

次に(29)式の第二項は平均場の地衡風で(21)に示した渦度  $\Delta \langle \psi \rangle$  を流す項である。第7図に模型的に示したようにトラフのところではおそらく  $\Delta \langle \psi \rangle$  は負、ウェッジでは正であろう。従って第二項によりトラフの前面で渦度が減り、トラフの後面で渦度が増加する。いかえれば平均高度場  $\langle z \rangle$  は西へ進むことになる。そのオーダーを見積ってみると1ヶ月間に約10度ぐらいで、第4図の高緯度で見られる平均場の西進をよく説明していよう。



$$\Delta \langle \psi \rangle, > 0$$

$$\Delta \langle \psi \rangle, < 0$$

$$\Delta \langle \psi \rangle, > 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle z \rangle_0 < 0$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \langle z \rangle_0 > 0$$

第7図

(29)式の第三項は渦度の垂直輸送と拡散に關係した項を加え合わせたものである。第4図と第5図をみると中緯度のトラフの中心から前方にかけて下降気流がある。従って $\langle \omega \rangle$ ,  $\Delta \langle \psi \rangle$ は正でその大きさは $5 \times 10^{-7} \text{ mb} \cdot \text{sec}^{-2}$ ぐらいである。この値から $\langle z \rangle$ の高度変化を推定してみると1ヶ月間に100mの高度の減少となる。第4図における中緯度のトラフ付近の質の高度変化はこの項により説明されよう。

(29)式の第四項は立ち上りの項である。平均高度場 $\langle z \rangle$ と $\langle \omega \rangle$ がわかっているならば容易に計算し得る。この項は500mb付近で最も大きく、ジェットの高高度(250mb)付近では小さいであろう。興味のある方は第4図と第5図から立ち上り項の分布を求め、この項による $\langle z \rangle$ の変化についてしらべていただきたい。

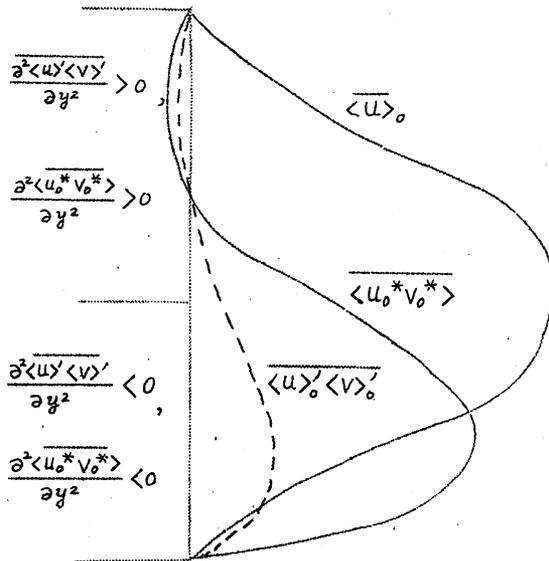
以上述べたように(29)式の初めの四つの項だけからでもある程度月平均天気図の高度変化が予報できそうな気がする。これら四つの項の計算に必要なデータは $\langle z \rangle$ ,  $\langle \omega \rangle$ ,  $\langle u_0^{*2} \rangle$ ,  $\langle u_0^* v_0^* \rangle$ および $\langle v_0^{*2} \rangle$ と欲をいえば摩擦 $\langle F \rangle$ , 熱 $\langle q \rangle$ である。あまりにいい過ぎであるかも知れないが三層以上の $\langle z \rangle$ ,  $\langle \omega \rangle$ ,  $\langle u_0^{*2} \rangle$ ,  $\langle u_0^* v_0^* \rangle$ ,  $\langle v_0^{*2} \rangle$ の初期の値を与えただけでも(time stepをふむことなく)1ヶ月予報についてのわれわれのモデルのチェックはできよう。現在のところデータがないので出来ないが近い将来やってみたいものである。よくいわれるように平均場の諸量は持続性がよいのでtime stepについてはさほど神経質になる必要がないのではなかろうか。

毎日バランス方程式をとり $\psi_1$ を求め、また上昇気流 $\omega_1$ ( $\chi_1$ )を計算していれば(29)式の第五項から第七項までが求まる。これらの項の物理的意味は容易に了解されよう。またこれらの項による $\langle z \rangle$ の高度変化は1ヶ月内に100mのオーダーになることが期待される。無視できない。さらに(29)式の第八項は $\langle \omega \rangle_2$ に關係する精度の高い拡散効果を表わす。

第4図の高度変化の分布をみてすぐ気付くことは中・低緯度では高度変化が負の所が多く、高緯度では逆に正の域が多い。帯状平均で考えれば高緯度と低緯度で逆の高度変化をしている。当然平均帯状流は弱くなるであろう。よく知られているzonal index cycleはもっと短い周期のものであって、ここで述べているのは月平均にも現われる長周期のものである。このような高緯度と低緯度の高度変化の逆相関は安藤正次、広瀬等によって指摘されており、統計的にも相関係数 $-0.8$ をこえる顕著な現象である。従ってこの現象が(29)式で説明し得る可能性があるかどうかは重要な問題である。(29)式について考える前に(6)式を帯状平均してみよう。地衝風であることを示す

ため指標“0”をつけると

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \langle \bar{\psi} \rangle_0}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 \langle u'_0 \rangle \langle v'_0 \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial y^2} \quad (31)$$



第 8 図

村上の解析によると月平均運動量輸送の南北分布は月を向わずきわめて似ている。第 8 図に模式的に示すようにジェット以南で北向き輸送が最大になり、高緯度では小さい南向き輸送が現われる。また  $\langle u'_0 \rangle \langle v'_0 \rangle$  は  $\langle u_0^* v_0^* \rangle$  の三分の一以下である。かくてジェットの変曲点の南側では(31)の二項とも負、それより北では正となる。高度変化についていえば中緯度で高度が増加し、高緯度で高度が減少する。

実際の大気中では以上のように右辺の各項の分布がいつでも似ているから、(31)式を時間について1ヶ月も積分すると  $\langle \bar{\phi} \rangle$  の変化は1000m のオーダーにも達する。このような大きな値ができることは(31)式が月平均  $\langle \bar{\phi} \rangle$  の予報に不向きであることになる。もちろん(31)式を使ってモデルリサーチをすれば話は別でモデルに応じた高度変化が現われるであろう。それは観測するものとおよそかけ離れたものとなる。第2図と同じに5日程度の短周期の変動が現われよう。このことは(6)式で平均場  $\langle \bar{\phi} \rangle$  の予報ができなかったことと内容は全く同様である。

ところがわれわれの理論では(20)式を帯状平均すればわかるように

$$0 = \frac{\partial^2 \langle u'_0 \rangle \langle v'_0 \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle u_0^* v_0^* \rangle}{\partial y^2} - f \frac{\partial^2 \langle \bar{\chi} \rangle}{\partial y^2} - \frac{\partial \langle F \rangle}{\partial y} \quad (32)$$

でなければならない。地衡風による運動量輸送に關する項は発散項や摩擦と釣り合っている。すなわち地衡風による運動量輸送は帯状平均高度の変化には直接的に關与しない。これをエネルギー的にいえば  $\{ \langle \bar{K} \rangle, \langle K \rangle' \}$  も  $\{ \langle \bar{K} \rangle, K^* \}$  も常に負であって、一般流へ運ばれる運動エネルギーは一般流の強化(高緯度で高度がさがり低緯度で高度が上る)には使われず主として摩擦による消費と釣り合っている。第2図のような短周期の、しかも大きい

エネルギーサイクルは月平均では起らない。

帯状平均高度の変化、ひいてはエネルギーサイクルが起るのは第二近似の式によってである。トラフやウェッジの軸の傾きについていえば平均的な軸の傾きのまわりで小さく振動するだけである。第二近似の式(29)を帯状平均すると

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial^2 \langle \bar{\psi} \rangle_0}{\partial y^2} = & \sum_{i=0}^1 \left( \frac{\partial^2 \langle u_i' \rangle \langle v_i' \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle \omega_i' \rangle \langle u_i' \rangle}{\partial y \partial p} \right) \\ & + \sum_{i=0}^1 \left( \frac{\partial^2 \langle u_i^* \rangle \langle v_i^* \rangle}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 \langle \omega_i^* \rangle \langle u_i^* \rangle}{\partial y \partial p} \right) \\ & + f \frac{\partial \langle \bar{\omega} \rangle_2}{\partial p} - \beta \langle \bar{v} \rangle - \frac{\partial \langle \bar{F} \rangle}{\partial y} \end{aligned} \quad (33)$$

右辺の各項によりどのような高度変化が起るかは現在のところ明らかでない。主として非地衡風に關係した運動量輸送が重要な因子であるうが、資料を得た上でないと何ともいえない。ただはっきりしていることは起り得る  $\langle \bar{\phi} \rangle$  の変化は一ヶ月間で  $100m$  のオーダーであるということである。もちろんこのオーダーは第4圖で観測されるオーダーと一致する。(33)式に従うエネルギーサイクルに応じて月平均帯状流  $\langle \bar{u} \rangle_0$  の強さが変り、同時に高緯度と低緯度で逆の高度変化が起るう。エネルギーサイクルの周期は *index cycle* よりも長周期であるうと想像する。なお(33)において垂直微分に關係した項が水平微分に關した項と同程度に重要であることも見のがせない。

以上が筆者の1ヶ月予報についての研究のあらましである。これまでは平均場及び移動性擾乱の代表的スケールをともに  $10^6m$  とした場合について述べた。平均場、擾乱ともに  $10^7m$  の場合、平均場は  $10^7m$  であるが擾乱は  $10^6m$  の場合についても調べてあるがあまり長くなるのでここではとり上げない。

南くところによると1ヶ月予報の今までの成績は相関係数0.5ぐらいであるという。欲目であるかも知れないがここで提出した力学的方法でもこの程度の成績はおさめられそうに思う。もちろん予報について云々する前に多くの力学的解析が必要である。筆者は長期予報に關しては殆んど経験がないので今までの解析事實について多くを知らない。このことが小文を作るに當って“盲蛇におじず”におちいったことをおせれる。観測事實や予報法則について知識をふやすことは欠くべからざることであるので、面白い事柄があったら是非教えて頂きたい。またここで提出した力学的法則を基にして種々の平均天気図の解釈について検討して頂ければ幸である。

(気象研究所)

# オメガについて

栗原 宣夫

## 1. まえがき

大気の垂直運動について記述するには、少なくとも次のことにかれなければ十分とはいえないだろう。すなわち

大気の垂直運動は何によって起きているか。いろいろな気象現象について、特にどういう原因の垂直運動に注目しなければならないか。

対流圏および成層圏内の運動量、運動エネルギー、熱エネルギー、水蒸気量などの分布、変動について、垂直運動はどのような働きをしているか。

垂直運動の大きさ、分布はどうなっているか。また着目するスケールに応じて、垂直運動というものをどのように捉えたらよいか。

垂直運動は時間的にどんな変動をしているか

垂直運動を直接観測できないとすれば、どうやってそれを推定すればよいだろうか。

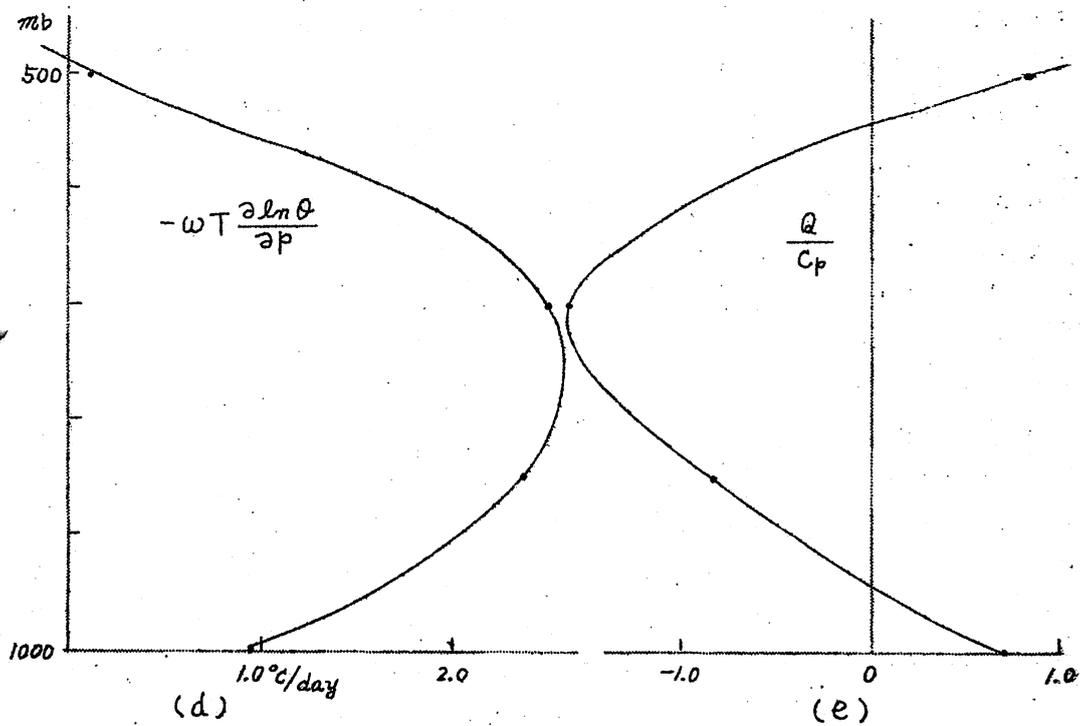
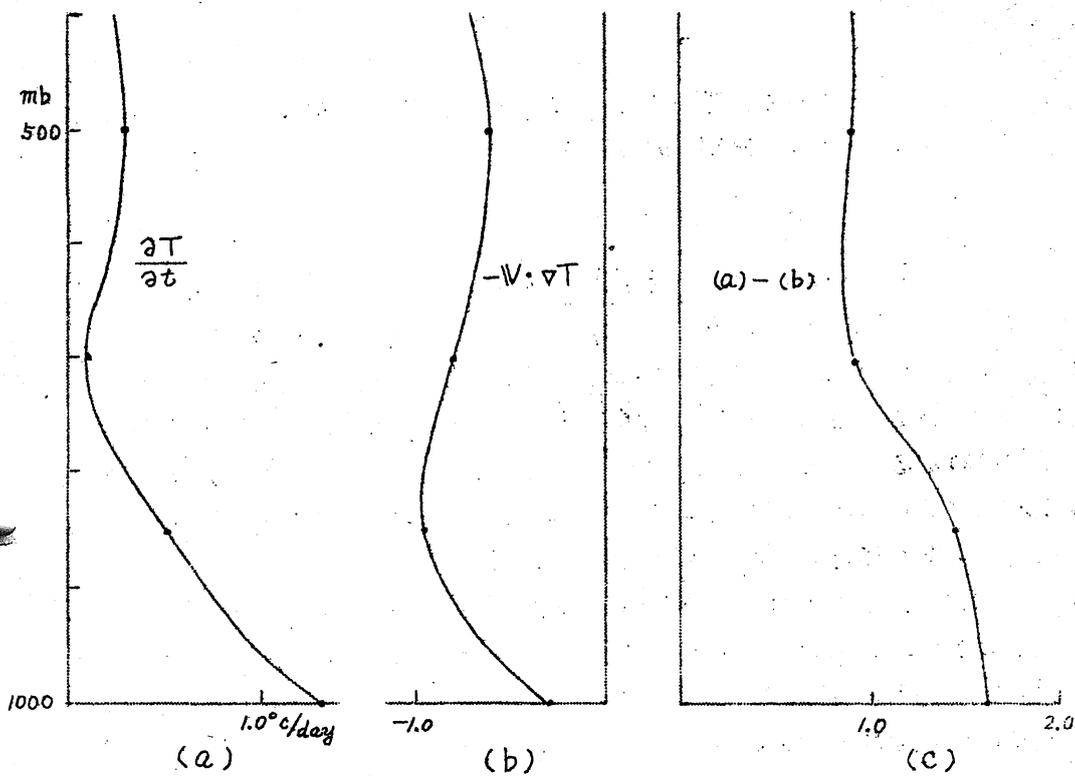
さて、いろいろな項目を書きつらねたが、このどれについても定量的に十分な説明をすることは現在では不可能なように思われる。まして、長期予報研究と銘打った本誌にふさわしい内容を盛ることは到底出来ない。

筆者の考えでは、まず毎日の $\omega$ の値をいかに正確に知るかということが当面の課題であると思う。そこで、結局のところは、連続方程式なり $\omega$ 方程式について若干の注意を述べることに終りそうであるが、この点御了解いただきたい。

## 2. 二つの例

まず、多少なりとも長期予報に関連しているかと考えられる $\omega$ の例を示すことにする。

第一の例は、季節変化に關係した $\omega$ の仕きを表わしたものである。これは1959年4月16日から25日にわたる10日間について気温の変化を解析したものである。場所は輪島、仙台、館野、八丈島、潮岬、輪島で囲まれた範囲内で、6時間間隔の高層観測資料を用いて調べた。第1図(a)は、この間の地上から500 mbに至る間の通常の場合の気温変化を表わしている。通常の場合というのは、垂直運動がある基準を越えて異常に大きくなった場合を除外してあるということで、順調に季節変化が進行した場合の意味である。当然



第 1 圖 (説明は本文参照)

のことながら、春になって、下層では1日に1°C前後、中層では0.2°C前後ずつ気温が上昇している。同図(b)は、次式右辺第一項、

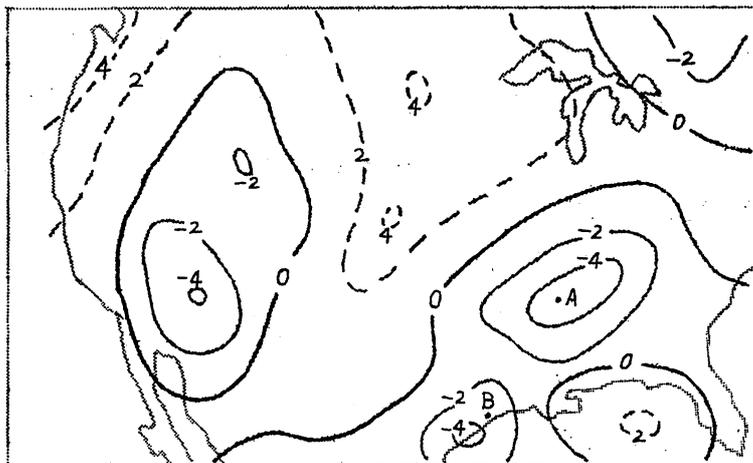
$$\frac{\partial T}{\partial t} = -V \cdot \nabla T - \omega T \frac{\partial \ln \theta}{\partial p} + \frac{Q}{c_p} \quad (1)$$

すなわち水平移流の効果を表わしている。まだ西風によって大陸の相対的に冷めたい空気が流れてきているので、これによっては気温の下降しか期待できない。同図(c)は(a)から(b)を減じたもので、実際には何らかの原因でこれだけの昇温をさせなければ、(a)に示されているような温暖化は起り得ないことがわかる。もしも垂直運動がなければ、(c)と同じ量の $Q/c_p$ 、すなわち熱源があればよいことになるし、断熱であるならば、空気の沈降によって(c)と同量の昇温がもたらされなければならないわけである。

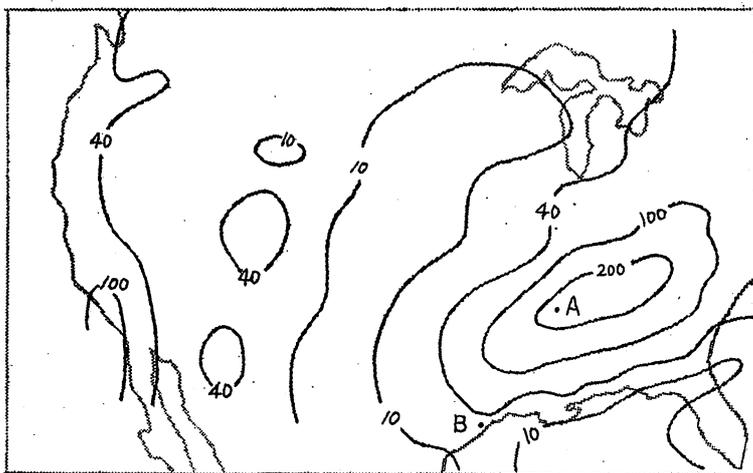
第1図(d)には(1)式の右辺第二項の大きさを計算した結果を図示してある。この場合、 $\omega$ は実測の水平風を使って連続方程式から求めた値を使った。この(d)と(c)図を比べてみると、地表に近い浅い層を除いては500 mb以下では大気の下降運動による昇温が(c)に要請されている値よりもかなり大きいことがわかるのである。従って、その過剰な値を打ち消すような冷源が同図(e)のように存在すると考えて、はじめて(1)式で表わせるようなバランスを成り立たせることができる。ただし地表に近い層に対しては熱が供給されていると考えなければつじつまが合わなくなってしまう。

実際にはこのようにして求めた冷熱源の存在が別の方向から確認されなければ、垂直運動の働きについては明確な結論は下せないであろう。しかし、季節変化に示されるような大気の状態のゆるやかな変化が、いろいろな要因の不均衡の結果生じ、その中で大気の垂直運動が少なからぬ働きをしていることは、ここに記した一例からも想像に難くない。

次にあげる例は、 $\omega$ の月平均値とその月の天気状態との関係を表わしている。第2図(a)は1957年1月の北米大陸上の600 mb面における $\omega$ の分布図である。この場合、 $\omega$ は月平均の上層風資料から連続方程式を用いて計算してある。次に、同図(b)は同じ月の月降水量の分布を示している。この二つの図を比べると、概観して $\omega$ が負で大きさの大きいところで降水量が多くなっていることがわかる。しかし、図(a)の下部中央付近の上昇流に対応した多量の降水が図(b)には見あたらない。計算して求めた $\omega$ を使って水蒸気の凝結量を算定してみても、この地域では多量の凝結が起ったと推定される。それでは、この地域についてはわれわれの計算した $\omega$ の値が誤っていたのではないか。もしも $\omega$ が正しいとすれば、凝結した水蒸気のうち降水にならな



第2図 (a) 1957年1月, 600mb面の $w$   
(単位は  $mb/hr$ )



(b) 1957年1月, 月降水量 ( $mm$ )

かった分はどうなったのだろうかという問題が起る。ここではこれらの中には立ち入らないが、同月の月平均雲量や曇日数の分布を調べてみると、この地域に対するそれらの値は図(a)の米国南東部の強い上昇気流域と同じ値を示し、他のどの地域よりも大きくなっている。たとえば図(a), (b)の地点A, Bについて平均雲量はそれぞれ8.5, 8.5, 曇日数は26日, 25日, 降水日数は1/4日および7/7日である。こうしてみると、問題にしている地域の垂直流の計算が誤りであったとは一概にいえなくなる。月平均の $w$ の値と月平均雲量, あるいは曇日数の間にある程度の相関関係があるという可能性

も考えられる。

以上二例の $\omega$ は、いずれも実測された水平風から連続方程式によって導き出したもので、それが温度場の季節変化とか月平均の天気状態とかに無関係ではないことを示したわけである。ただし、より正確な定量的な議論をするには、前に述べたように毎日の $\omega$ を十分に正確に求めることが必要のように思われる。従って、まず次の節では、実測の水平風から $\omega$ を求めることをとり扱うことにする。

### 3. 連続方程式

$x-y-z$ 座標系における連続方程式は、乾燥空気に対しては(2)式、水蒸気に対しては(3)式のように書ける。

$$\frac{1}{\rho_d} \frac{d\rho_d}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (2)$$

$$\frac{1}{\rho_v} \frac{d\rho_v}{dt} + \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{m}{\rho_v} \quad (3)$$

ここで $\rho_d$ ,  $\rho_v$ はそれぞれ乾燥空気および水蒸気の密度、 $m$ は水蒸気と液相あるいは固相間の変換率で凝結の場合は $m > 0$ 、蒸発の場合は $m < 0$ である。この両式を $x-y-p$ 座標系に書きかえると

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \rho_d \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

$$\frac{d}{dt} \ln \left( \rho_v \frac{\partial \phi}{\partial p} \right) + \nabla \cdot \mathbf{V} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = -\frac{m}{\rho_v} \quad (5)$$

となる。ただし $\phi$ はジオポテンシャル、 $\nabla$ は等圧面についての水平微分を表わしている。さて(5)から(4)を減ざると、混合比 $r$  ( $r = \rho_v / \rho_d$ ) の変化を示す式(6)が得られる。

$$\frac{dr}{dt} = -\frac{m}{\rho_d} \quad (6)$$

これは静力学的釣り合いの関係が成立するかどうかにかかわらず成り立つ関係である。

大気が静力学的な釣り合いを保たなくなるのは、極めて稀なことで(一般に $dw/dt \ll g$ )、普通は釣り合いが保たれている。いま、この関係

$$\frac{\partial \phi}{\partial p} = -\frac{1}{\rho} \quad (7)$$

が成り立ち空気が水蒸気を含まない(従って $\rho = \rho_d$ )と仮定すれば、(4)

式より

$$\nabla \cdot \mathbf{W} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (8)$$

が成り立つ。すなわち、 $x-y-p$ 座標系の空間で空気をみれば、上記の仮定のもとでは形式的に非圧縮流体とみなすことができる。

空気が水蒸気を含んでいるとき ( $\rho = \rho_d + \rho_v$ ) には、(7)式を用いて(4)、(5)両式は次のように書き換えられる。

$$-\frac{1}{1+r} \frac{dr}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{W} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (9)$$

$$\frac{1}{r(1+r)} \frac{dr}{dt} + \nabla \cdot \mathbf{W} + \frac{\partial \omega}{\partial p} = -\frac{m}{\rho_v} \quad (10)$$

ところで、実際の気象現象では、水蒸気の有無にかかわらずに大気の状態量や運動の変動からは音波的な擾乱は除去して考えてよいから、(9)式も十分の近似で(8)式と同じになるはずである。従って、 $\nabla \cdot \mathbf{W}$  や  $\partial \omega / \partial p$  は少なくとも(9)式第一項よりも1桁は大きくならなければならない。たとえば  $\nabla \cdot \mathbf{W}$  が  $10^{-6} \text{ sec}^{-1}$  程度なら  $dr/dt$  はせいぜい  $10^{-7} \text{ sec}^{-1}$  で、これは  $0.36 \text{ gr/kg/hr}$  の混合比変化に相当する。仮りに気柱いたるところでこれぐらいの凝結が起ったとすると  $3.6 \text{ mm/hr}$  の降水量となる。同様に  $\nabla \cdot \mathbf{W}$  の大きさが  $10^{-5} \text{ sec}^{-1}$  の時には  $36 \text{ mm/hr}$  の雨となるが、大気の上層においては  $3.6 \text{ gr/kg/hr}$  の如き大きな混合比変化は起り得ないので、実際の降水量はこれよりずっと少ないはずである。ちなみに日最大一時間降水量が  $4 \text{ mm}$  を越えるのは、日本各地で年間に  $40 \sim 70$  日ぐらいである。

話が少し横道にそれたが、いわゆる連続の方程式(8)は常に成り立っていると考えてよい。従って、 $p$ 面の  $\omega$  (今後  $(\omega)_p$  と表わすことにする) はこれを積分して求めることができる。

$$\begin{aligned} (\omega)_p - (\omega)_{p_s} &= \int_p^{p_s} -\frac{\partial \omega}{\partial p} dp \\ &= \int_p^{p_s} \nabla \cdot \mathbf{W} dp \end{aligned} \quad (11)$$

ここで  $p_s$  は地上気圧で  $x, y, z$  の函数である。故に(11)式を書き直すと

$$(\omega)_p = \nabla \cdot \int_p^{p_s} \mathbf{W} dp - \mathbf{W}_{p_s} \cdot \nabla p_s + (\omega)_{p_s} \quad (12)$$

となる。いま、地表面における量を添字  $S$  で表わすと、 $(\omega)_{p_s}$  は次式のようになる。

$$\begin{aligned}
 (\omega)_{P_s} &= \left( \frac{dp}{dt} \right)_s \\
 &= \left( \frac{\partial p}{\partial t} \right)_s + W_s \cdot (\nabla_z p)_s + w_s \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_s
 \end{aligned}
 \tag{13}$$

上式で  $\nabla_z$  は等高高度面における演算を表わしている。さて

$$W_s = W_{P_s}, \quad (p)_s = P_s,$$

また、運動学的条件として地表面高度を  $H$  とすれば

$$w_s = W_s \cdot \nabla H \tag{14}$$

さらに

$$\nabla P_s = (\nabla_z p)_s + \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)_s \cdot \nabla H \tag{15}$$

の関係があるから、これらを用いると

$$\boxed{(\omega)_{P_s} = \frac{\partial P_s}{\partial t} + W_{P_s} \cdot \nabla P_s} \tag{16}$$

これを(12)式に代入すると

$$\boxed{(\omega)_p = \nabla \cdot \int_p^{P_s} W dp + \frac{\partial P_s}{\partial t}} \tag{17}$$

が得られる。

数値積分によって  $(\omega)_p$  を求めるときに、 $W$  を  $p$  から  $P_s$  まで積分しておいて、その発散を計算し、それに現地気圧の変化を加えればよい。(17)式は気柱底部の事情を考慮して導かれたものであるから、特別に地表面に沿う上昇流などを計算する必要はない。なお  $(\omega)_{P_s}$  では(16)式右辺第二項のなかに地形の影響が含まれている。これに対し、各等圧面で収斂発散を計算してからそれを垂直に積分するやり方は、等圧面と地表面が交わるところで等柄が非常に厄介になる欠点を持っている。

われわれが高層観測資料を利用して(17)式から  $\omega$  を計算することを考えよう。この場合実測風  $W$  は、地形の影響、地面摩擦の影響、熱の影響など、あらゆる原因による成分を含んでいるから、計算された  $\omega$  は、すべての原因の総合的な値を表わしていて、これを原因別に分離することはできない。ところで、現在、気象解析の方で問題になっていることの一つは、(17)式で計算した  $\omega$  が果してどのぐらい使えるだろうかということである。もしも正確な  $\omega$  が(17)式から得られるならば、 $p=0 \text{ mb}$  で  $\omega=0$  とならなければならない。少なくとも  $0 \text{ mb}$  近傍では  $\omega$  は零に近くならなければならない。しかしながら、実際の資料で計算してみるとなかなか零に近くはならない。そ

の原因としては、実測風  $W$  の観測精度、観測時刻、測風気球が流れる影響、数値積分（垂直方向の積分および発散の計算）の問題などが考えられる。筆者は前にこれらのことを検討したが、誤差の点からいえば、計算した  $\omega$  をそのまま使おうとすれば、個々の例では定量的議論は  $700\text{ mb}$  以下、定性的には  $500\text{ mb}$  程度、月平均ぐらいになると定量的議論は  $500\text{ mb}$  以下に限定するのが無難である。また、計算した  $\omega$  を補正して、大気上限での物理的境界条件と矛盾しないようにする方式を提案した。これは、各高度での最大可能誤差に応じて(17)式で計算した  $\omega$  を補正するという考えに基づいている。すなわち(17)式で求めた値を  $(\omega^*)_p$ 、補正した値を  $(\omega)_p$  とすれば、

$$(\omega)_p = (\omega^*)_p - \varepsilon(p)(\omega^*)_{p=0} \quad (18)$$

によって  $\omega$  を計算する。  $\varepsilon(p)$  の値は、地面が  $1000\text{ mb}$  に近い場合、次のように与えられます。

mb	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
$\varepsilon(p)$	1.00	0.81	0.63	0.44	0.29	0.19	0.12	0.070	0.028	0.0056

上の表にみられるように  $(\omega^*)_{p=0}$  は、その 81% が  $500\text{ mb}$  より上の収斂発散で補正されることになり、 $500\text{ mb}$  以下では(18)式による補正量は極めて小さい。  $(\omega^*)_{p=0}$  を一様に全気柱の収斂発散で補正するやり方もあるが、そのときには下層の  $\omega$  の補正量もかなり大きくなってしまふ。誤差の観点からいって、収斂の補正量は上層で大きくするのが妥当であろう。実際に(18)式で補正した  $\omega$  の時間的变化を東日本上空で調べたことがあるが、 $\omega$  の変化と降水量、全雲量、雲の高さなどとの間には、常識的な関係を認めることができた。筆者はさらに外国の資料についても調査し、また計算方法の吟味も行なっているが、実測風から  $\omega$  を推定することは、決して無理なことではない（もちろん十分注意して計算することが必要であるが）と考えている。

#### 4. $\omega$ 方程式

##### 渦度方程式

$$\frac{\partial \zeta}{\partial t} + W \cdot \nabla \eta - f \frac{\partial \omega}{\partial p} = \left( \zeta \frac{\partial \omega}{\partial p} - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} \right) + \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial x} - \frac{\partial \omega}{\partial x} \frac{\partial v}{\partial y} \right) + \frac{\partial k \cdot \nabla \times \tau}{\partial p} \quad (19)$$

と、熱力学方程式

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( -\frac{\partial Z}{\partial p} \right) + W \cdot \nabla \left( -\frac{\partial Z}{\partial p} \right) - \kappa \omega = \frac{R}{C_p g} \frac{g}{p} \quad (20)$$

から、いわゆる  $\omega$  方程式が導かれる。上式で  $\eta$ ,  $\tau$ ,  $Z$ ,  $\kappa$ ,  $g$  は、それぞれ相対湿度、絶対湿度、等圧面を通して仕くストレス、等圧面高度、安定度 ( $\kappa = \frac{\partial Z}{\partial p} \cdot \frac{\partial \ln \theta}{\partial p}$ )、単位時間に単位質量の空気に与えられる熱量を表わす。 $\psi$  を流線函数とすれば、 $\omega$  方程式は

$$\begin{aligned} \nabla^2 \omega + \frac{f^2}{g\kappa} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} - \kappa^{-1} \left[ \frac{f}{g} \frac{\partial}{\partial p} W \cdot \nabla \eta + \nabla^2 W \cdot \nabla \left( -\frac{\partial Z}{\partial p} \right) \right] \\ = -\frac{f}{g\kappa} \left[ \frac{\partial}{\partial p} \left( \zeta \frac{\partial \omega}{\partial p} - \omega \frac{\partial \zeta}{\partial p} \right) + \frac{\partial}{\partial p} \left( \frac{\partial \omega}{\partial y} \frac{\partial u}{\partial p} - \frac{\partial \omega}{\partial p} \frac{\partial v}{\partial p} \right) \right] \\ - \omega \nabla^2 \ln \kappa - 2 \nabla \omega \cdot \nabla \ln \kappa - \frac{f}{g\kappa} \frac{\partial^2}{\partial p^2} (\kappa \cdot \nabla \times \tau) \\ - \frac{R}{C_p g \kappa} \frac{1}{p} \nabla^2 g + \frac{f}{g\kappa} \frac{\partial^2}{\partial p \partial t} \nabla^2 \left( \psi - \frac{g}{f} Z \right) \end{aligned} \quad (21)$$

と書くことができる。

(a) 準地衡風近似

(21) 式は非常にたくさんの項を含んでいるが、もとの湿度方程式と熱力学方程式について支配的な項だけを残して  $\omega$  方程式を作ったのが準地衡風近似をした場合の  $\omega$  に關する式である。今後この解を  $\omega_g$  と添字  $g$  をつけて表わすことにする。また  $\omega_g$  に対応する速度ポテンシャルを  $\chi_g$  で表わす。すなわち

$$\frac{\partial \omega_g}{\partial p} = -\nabla^2 \chi_g \quad (22)$$

いま、水平方向の代表的スケールが  $10^6 \text{ m}$ 、垂直方向の代表的スケールが  $1000 \text{ mb}$ 、時間的スケールが1日程度の現象に着目した場合には、第一近似は水平の風が地衡風、垂直速度はなし、第一近似の湿度方程式は地衡風による地衡風湿度の水平移流と  $\omega_g$  による収斂に基づく地衡風湿度の変化、第一近似の熱力学方程式は地衡風による温度場の水平移流と  $\omega_g$  による気温の変化（ただし安定度は気圧  $p$  のみの函数）で表わせることが、スケールアナリシスの方からわかっている。式で書けば、

$$\frac{\partial}{\partial t} \nabla^2 \psi = f_1(\psi, \chi_g) \quad (23)$$

$$f_2(\psi, \phi) = 0 \quad (24)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \frac{\partial \phi}{\partial p} = f_3(\psi, \phi, \chi_g) \quad (25)$$

となり、それぞれ温度方程式 ( $\chi_g$  は収斂の項だけに用いる)、地衡風関係式、熱力学方程式 ( $\chi_g$  は垂直運動についてのみ用いる) にあたる。ここで

$$\frac{\partial^2}{\partial p \partial t} (\nabla^2 \phi - f \nabla^2 \psi) = 0 \quad (26)$$

と仮定して (23) と (25) を結びつけると  $\chi_g$  に関するダイアグノスティック (診断的) な式が得られる。この  $\omega_g$  についての微分方程式の外力的な項は  $\psi$  と  $\phi$  だけで表わされている。(26) 式は、地衡風近似を時間微分の段階までも成り立たせる条件であり、この結果予報式は (23) だけとなってロスビー波だけが表われてくる。すなわち  $\omega_g$  は横性重力波を濾過する働きを持っている。なお、外部重力波は  $\omega$  方程式を解くときに大気の下境界で  $\omega = 0$  という境界条件をおくことによって除去することができる。

準地衡風近似で求めた上昇速度  $\omega_g$  は、もとの式 (23)、(25) からわかるように、熱とかストレスの影響ははいっていない。 $\omega_g$  は大規模な擾乱に付随した力学的上昇速度といってもよさそうである。ただし、これはモデルリサ一ナなどの場合にいえることであって、実際に観測される  $\phi$  とか  $\psi$  を用いて計算したときには、 $\phi$  の実測値や  $\psi$  自体に熱とか地形とかストレスの影響ははいっているのであるから、その意味では  $\omega_g$  のうちの何%かは *implicit* にこれらの影響によっていることになる。

では、 $\omega_g$  の大きさはどのぐらいであろうか。前に述べたように、空間スケール、時間スケールが 1000 km, 1000 mb, 1 日程度で擾乱の伝播速度と風速が同程度の現象を記述するときに簡略近似では大気の垂直運動は考えなくてもよい。そして第一近似で  $\omega_g$  が表われてくる。従って、 $\omega_g$  の大きさは

$$\frac{1000 \text{ mb}}{1 \text{ day}} \times \frac{1}{10} \approx \frac{4 \text{ mb}}{\text{hour}},$$

すなわち大体 1 cm/sec 程度であることがわかる。 $\omega_g$  を利用して水蒸気凝結量を計算しても、この程度の上昇流にみあうような少量の降水量しか期待できないわけである。しかしながら、 $\omega_g$  の分布と降雨域や雪域の分布がかなり良い対応を示すことを、われわれは多くの事例から知っている。このことは、高気圧の運動が、実際に第一近似として準地衡風の的に起っていることの間接的証明であるといっても良いであろう。

(b). 準地衡風近似の精度を高める問題

今後、水平風の発散を  $D$ 、それに対応した速度ポテンシャルを  $\chi$  で表わすことにしよう。

$$D = \nabla \cdot \mathbf{V} = \nabla^2 \chi$$

水平の風として地衡風を用いるならば、明らかに非発散  $D=0$  である。しかし、 $D$  の時間変化の式、すなわち発散方程式に(24)式で表わされる地衡風の関係を代入してみるとわかるように  $D$  の時間変化  $\partial D / \partial t$  は正確には零ではない(もちろん第一近似としては零とみなすが)。そのために、 $\chi$ -成分の運動エネルギーを考えると、それは初期値としては零であるが、その変化傾向が零でないことになる。これは、たとえば噴圧大気の運動について考えるとよくわかることであるが、エネルギー保存の観点からはまずいことである。

そこで、 $\psi$  と  $\phi$  の間にもう少し高い精度で  $\partial D / \partial t = 0$  の関係を満たすような釣り合いを保たせることが考えられる。その関係を表わすのが、いわゆる釣合方程式と呼ばれるものである。スケールアナリシスによると、第一近似の釣合式が地衡風渦度の関係式、第二近似の式はそれに  $\beta u_g$  や  $2J(u_g, v_g)$  の項を加えた釣合方程式で、 $\partial D / \partial t = 0$  (ただし第二近似以上で加わる項の影響を誤差として含む) とみなすことができる。

準地衡風近似の精度を高めていくには、このように釣合方程式の精度を高めるとともに、渦度方程式で水平移流に  $\chi_g$  の働きを加えたり、 $\omega_g$  による垂直移流等の項を加えたり、熱力学方程式でも同様のことを考慮に入れたり、安定度の変化をも考えていくことによって達成される。このような場合でも、近似度の高まった  $\omega$  は、精度の高まった渦度方程式と熱力学方程式を(26)式のような関係で結びつけて、ディアゲノスティックに求めるわけで、慣性重力波とか外部重力波を除去した予報を行なうことができる。

方程式系の精度を高めるにつれて、 $\omega$  方程式には非断熱効果とかストレスの働きがはいつてくる。しかし、それも前に述べたような空間的・時間的にかなり大きなスケールで考慮されるものがあるから、 $\omega$  方程式の解は、 $\omega_g$  よりも近似度は高いが、その大きさは先に推定した  $\omega_g$  の大きさと大差はないはずである。

### (C). プリミティブ方式

準地衡風近似の精度を逐次あげていくことにより、 $\omega$  方程式は(21)式の形に次第に近くなっていく。そして近似的形式的には、ストレスに起因する  $\omega$ 、熱源にもとづく  $\omega$  というように分けて考えることも出来る。しかし一方で釣合方程式の精度を上げていくと、付加する項の大きさが  $\partial D / \partial t$  と同程度に

なったとき、もはやディアグノスティックな釣り合いの式ではなくって、プログノスティックな式、すなわち差方程式となる。こうなると、たとえ(26)式の如き関係を使って $\omega$ を求めてもロスビー波以外の波が表われてくることになる。それでは、いっそのことプリミティブな方程式系、すなわち省略しない運動方程式と熱力学方程式を用いて予報すればよいのではないかということになる。このときには、 $u$ ,  $v$ と $\omega$ は(8)式のように連続方程式で結びつけられ、音波的なものは除去されている。ただし外部重力波を除去しないためには地上気圧 $P_0$ の時間変化を表わす傾向方程式が必要であり、外部重力波を濾過しようと思えば、予報方程式系の自由度を一つ減らすことが必要になる。

プリミティブな方程式系は上記のように準地衡風近似の精度を高めた後階として考えることもできるが、一方、はじめからプリミティブな方程式系で大気の状態や運動の記述、予報をしようとする立場も考えられる。それは大気現象のなかには第零近似が地衡風の釣り合いでないようなスケールのものであるだろうし、慣性重力波などが本質的に重要な現象があれば、はじめからプリミティブな方程式系でものごとを考えた方がよいとする態度である。これらは実際の現象の解析結果を背景にして進めた方がよいことはいうまでもない。プリミティブ方式では、大まかにいって座標のメッシュの大きさと時間ステップ以下の空間・時間スケールで非断熱効果やストレスの大きさを考慮することが可能であろう。その結果として、 $\omega$ の大きさや分布がどうなるか、特に *filtered model* の場合とどのように異なってくるかは、今後の課題として非常に興味あるところである。

### 5. その他の問題

大気の垂直運動が、モーメント収支、熱収支、水蒸気収支、エネルギーの変換等で果たす役割は、式の上では運動方程式、熱力学方程式、混合比に關する方程式、エネルギー方程式において定性的に説明することができる。しかし、実際の問題としては、これらの方程式を通常考えられているような300 km程度のスケールの微差形式で考えたときに、それよりも小さいスケールの擾乱の影響がどうなるかということを検討しなくてはならない。垂直運動についていえば、小さいスケールの $\omega$ と小さいスケールの物理量との間の相関の問題、言葉を換えていえば渦動輸送の問題である。もしも、熱とか水蒸気の場合に相関が存在して(これは十分考えられることであるが)、渦動輸送の結果が大きなスケールの変動に少なからぬ影響を与えているとすれ

す。その効果が微差形式の方程式系にはいるようにしておかなければならぬ。いわゆる残差法によって熱源やストレスの数値解析を適切に行なつたとすれば、その結果には、小さいスケールの擾乱による渦動輸送の効果が含まれているはずである。数値解析においてよく経験されるように、水蒸気の凝結高度と残差として求めた熱源の高度がくいちがう問題などは、解析における時間スケールの問題、小さいスケールの $\omega$ による熱の渦動輸送の問題などと関連して考える必要があると考えている。

第2節の例で示したように、熱力学の方程式すなわち(1)式の右辺第二項と第三項の間には負の相関があることが多い。これなどは、(2)式から推定されるように熱源 $Q$ に起因する垂直速度 $\omega$ が $Q$ と逆符号になる傾向が強いことを考えればある程度は説明できそうである。従って、大まかにいえば、熱力学方程式に關する限り、熱源 $Q$ を考慮して大きな $\omega$ を用いても、断熱として $\omega_g$ 程度のものを用いても、結果的には大差がないのではないかというのが筆者の感じである。しかしモーメンタムや水蒸気の輸送には大きな $\omega$ が關与している（モーメンタムについてはそれでもなお運動方程式内の相対的大きさという点では他の項より小さい）ように思われる。

(気象研究所)

# 北大西洋における海と大気の 相互作用に関する綜観的調査

J. Bjerknes : *Synoptic Survey of the Interaction of  
Sea and Atmosphere in the North Atlantic. Memorial Vol.  
Geofysiske Pub. Vol. 24, No. 3, 1962.*

## 要 約

北大西洋の表面水温の長期傾向は、 $50^{\circ}\text{N}$ 以北では、1890年代から1920年代初期まで、アイスランド低気圧の強化と平行して冷化し、その後1940年代初期まで、アイスランド低気圧の弱化とともに暖化した。

北方冷化の期間、亜熱帯高気圧の西と北で、多分、風とメキシコ湾流の移流との増加により、海水は暖化した。北方冷化と湾流暖化は $50^{\circ}\text{N}$ に沿う傾圧度を増した。

この海の傾圧度の増加は、大気の傾圧度を増し、極前線に沿うサイクロジネシスのエネルギーを強化し、アイスランド低気圧を次第に深めたに相異なる。

上記の北方冷化の期間中、2~5年の暖冷の変動が盛になっている。この変動の最大振幅はアイスランドとアゾレスの間中であり、偏西風が強(弱)化すると海水は冷(暖)化している。

断片的争奪によると、カナリヤ海流・北赤道海流およびカリビヤ海は貿易風が強まると冷え、ある増加率で熱を吸収するらしい。このような海のフィードバック作用は大気大循環を強め、一方向の変化を長期化するものと思われる。

## 北大西洋の水路学的特性についての

### 気象関係の読者に対する若干の指針

第1図は1941年 A. Defant によって公表された北大西洋の海面の高低分布で、その主な特徴は今も正しいと見られている。この図は強い吹送流のすぐ下の地衡流の近似値を表わすために示した。

風による吹送流は、寒暖水の移流によって、海表面温度に影響する。第2図には、吹送流の推定をするため、長期平均の等圧線を示し、また移流効果

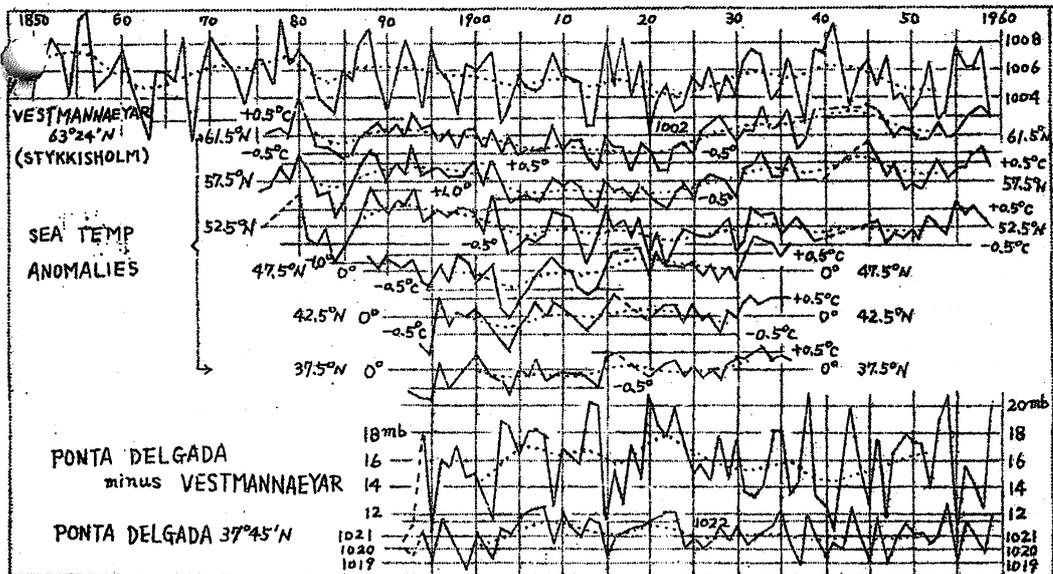


を見るために、長期平均の等温線と暖冷阿移流の境を示してある。

他の説明と第3, 4図は省略する。

A. アイスランド — アゾレス断面での海水温の時間的系列

第5図は、27.5°Wに沿って、61.5°Nから37.5°Nまでの6つの試験海域における表面水温の変動と、ベストマネヤとポンタ・デルガダの気圧およびその差の変動を、同じ時間スケールで示してある。また、長期傾向を見やすくするため、全曲線について、19年の2項式平滑を点線で記してある。



第5図 アイスランド — アゾレス面の年々の海水温の変化。最上段の曲線は Vestmannaeyar (1881年以前は Stykkisholm の値で外挿) の海面気圧の年々の変化、最下段の曲線は Ponta Delgada - Vestmannaeyar の海面気圧の変化と Ponta Delgada の海面気圧の年々の変化。

平滑曲線について、アイスランドの気圧と、各海水温との相関係数を求めると、第1表のようである。

第 1 表

期 向	1882-1939	同 左	同 左	1894-1928
海域(°N)	61.5	57.5	52.5	47.5
相関係数	+0.66	+0.79	+0.80	+0.18

60-50°Nの偏西風帯では相関大であるが、50°Nより南では相関は乏しく、61.5°Nのアイスランド低気圧の中心では、偏西風帯の値より小さい。また、これらの関係の時間差は、61.5°Nでは1年のおくれがみられるが、その南の二つでは、おくれはない。

第2表には、ポント・デルガダの気圧と各海域の水温との相関係数を示したが、相関は小さく、符号はまちまちになっている。

第 2 表

期 間	1900-1928	〃	〃	〃
海域(°N)	52.5	47.5	42.5	37.5
相関係数	-0.45	+0.08	+0.11	-0.22

第3表には、両地点の気圧差と各海域の水温との相関係数を示す。57.5°Nと52.5°Nの水温は偏西風の強さと大きな正相関を持つ。

第 3 表

期 間	1900-1928	〃	〃	〃	〃	〃
海域(°N)	61.5	57.5	52.5	47.5	42.5	37.5
相関係数	-0.34	-0.82	+0.82	+0.18	+0.33	-0.37

61.5°Nでは、相関係数が小さく、ここの水溫はアイスランド低気圧の深さには影響されている(第1表)のに、偏西風の影響は小さい(この意味はC章で記す)。

50°Nの南では偏西風の強さとも関係が弱い。

次に、長期変化を消した残りについて、両地点気圧差(偏西風の強さ)と各海域の水溫との相関を求めると、第4表のようになる。この場合には、全域とも、偏西風が強い時に、水溫が下り、52.5°Nで最も相関大。

第 4 表

期 間	1900-1928	〃	〃	〃	〃	〃
海域(°N)	61.5	57.5	52.5	47.5	42.5	37.5
相関係数	-0.48	-0.64	-0.72	-0.65	-0.45	-0.45

40-50°Nでは、長期傾向では相関は弱い正であるのに、短期傾向では明らかに負の相関となっているが、この理由はB2節で説明される。

## B. 海水温の変化のシノプティックな陳述

### 1. 2~5年の短期変化

第6-12図および説明の詳細を略す。

第13図には、海面気圧と水温とについて、低指数と高指数の二つの場合の差を示してある。低・高指数年の間での海水温の最大変化量は $1.7^{\circ}\text{C}$ であり、その場所の季節変化の殆んど $\frac{1}{3}$ である。したがって、短週期系の上昇・下降の間に、海水表層の熱収支に著しい不均衡を生ずるにちがいない。

水温  $T_w$  の年々の変化は、単位体積当りの表層水の放射余剰  $Q_r$  の積算、海から大気への顕熱と潜熱の供給  $Q_a$  の積算、海流による熱移流  $Q_v$  の積算の合計に等しい。もし、表層水を、水温年変化を持つ全層厚  $Z_0$  を意味するとせば、 $Z = Z_0$  面を通じて垂直に向う熱流  $Q_z$  も影響する。これらを式で示すと、

$$\rho C \int_0^{\text{year}} \int_0^{Z_0} \frac{\partial T_w}{\partial t} dt \cdot dz = \int_0^{\text{year}} Q_r dt - \int_0^{\text{year}} Q_a dt + \int_0^{\text{year}} \int_0^{Z_0} Q_v dt dz + \int_0^{\text{year}} Q_z dt$$

年々変化の大部分は、 $Z_0 = 300\text{m}$ としてよい。

水温変化の最大になる海域で、標準的年間の熱収についての Sverdrup-Jacobs の図を参照すると、 $50^{\circ}\text{N}$   $35^{\circ}\text{W}$  の点について、 $Q_a$  は  $Q_r$  と  $Q_v$  によって相殺されることがわかる。

さて、西風が強くと、つめたい西の海(第2図)から冷やされた空気が来、また冬には大陸からの冷気が来るので、気温  $T_a$  も水蒸気圧  $e$  も小さくなる。したがって、 $Q_a$  は次の式により増加する。

$$Q_a = kW[(e_w - e) + 0.64(T_w - T_a) \frac{P}{1000}]$$

ただし、 $W$  は風速、その他は通常の記号用法による。

また、第13図から高指数年には低指数年よりも、この海域では、空気は若干北から流ることがわかる。北からの空気は、南からの空気より多くの熱をとる。

次に  $Q_r = Q_i$  (短波入射) -  $Q_b$  (長波放射)

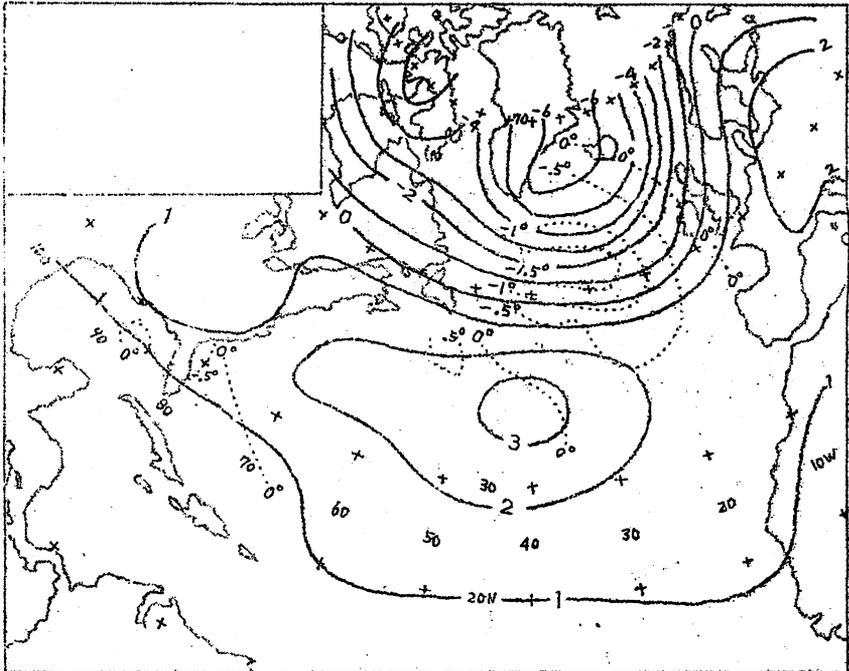
であり、Sverdrup の実験式は、雲量を  $C$  とすると、

$$Q_b = Q_0(1 - 0.083C)$$

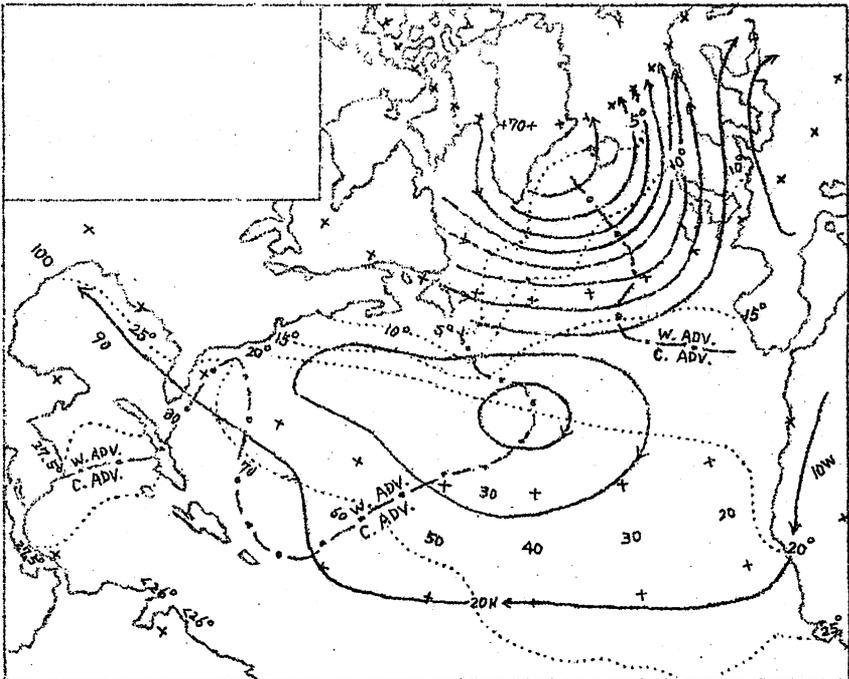
また、Masby の実験式は、太陽の平均高度を  $\bar{h}$  とし、

$$Q_i = k\bar{h}(1 - 0.071C)$$

であり、雲の影響は、百分率的には  $Q_i$  より  $Q_b$  の方が大きい、北極の冬を除き、 $Q_i$  の値は  $Q_b$  より大きい、結局、雲は  $Q_r$  を減らす。もし、



第13図 High index 1904, 13, 20年とLow index 1902, 09, 15年の間の気圧と水温の差



第14図 低示数年から高示数年の平均変化の地衡変圧風 (geostrophic isallobaric wind) : ..... は年平均等水温線, - - - - は増加する冷暖移流向の境界線を示す。

低指数年から高指数年への気象変化が、北大西洋低気圧帯の雲量を増加（蒸発量の増加によって、そうなると思われる）させるなら、 $Q_r$ が減り、水温は下る。

次に  $Q_v$  と  $Q_s$  の時間変化との相互作用を考える。

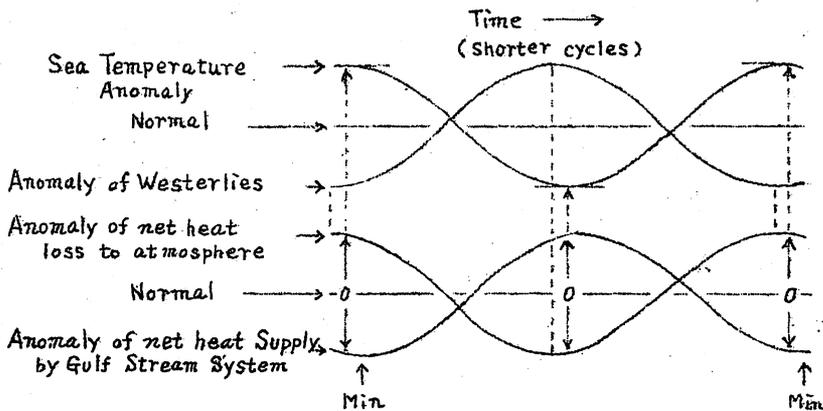
第14図は第2図と合わせて、高指数になると  $Q_v$  が寒冷移流を増す方向に働くことを示す。ただし、アメリカ東海上ではわずかながら SW の変圧風を生じ、ヨーロッパの NW 海域では SW 風が強く増加し、 $Q_v$  は暖移流を示す。

イギリスの西海上では、低指数から高指数へ変わる場合のストレスによる低気圧性高度の強い増加は、顕著な湧昇流効果  $Q_s$  を生じ、海面を冷やすことになる。

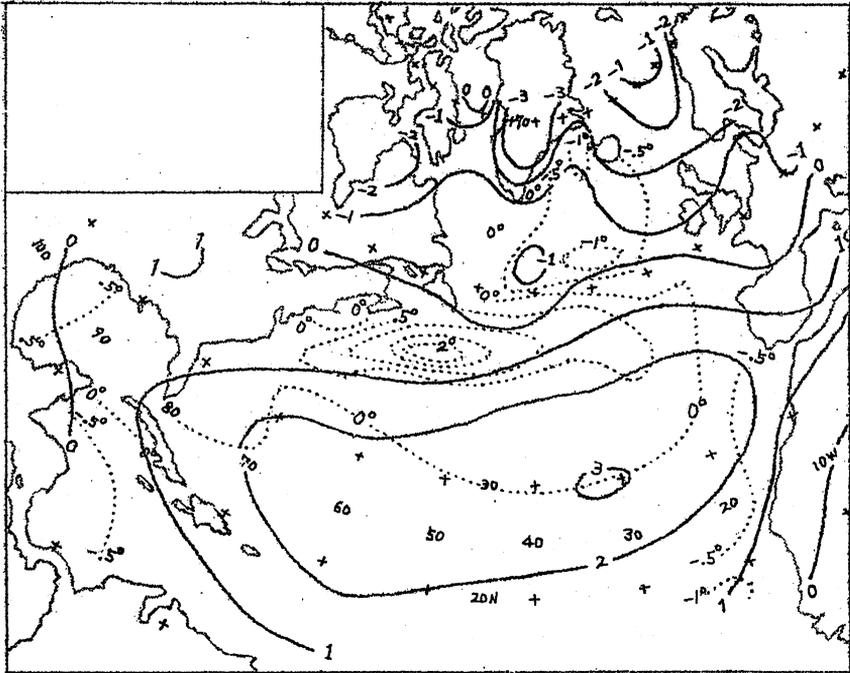
第15図には、北大西洋海流の最北分岐での水温変動の特徴を、試案として要約した。時間スケールは示していないが、2～5年変化のみを示している。上には海水温偏倚と偏西風の強さの偏倚の負相関を示し、下には  $Q_a$  の変化と  $Q_v$  の変化の仮定曲線とを示してある。

$Q_v$  の値は偏西風の強化に対応して増し、その極大は偏西風の極大より幾らか遅れる。このおくれの時間の約半分の所で、 $Q_v$  は  $Q_a$  と等しく符号が逆になり、海水温の時間微分は0になるであろう。この結果、第15図のように、海水温は非常に短いおくれで、偏西風の偏倚に従う。このおくれは、第5図ではわからない。

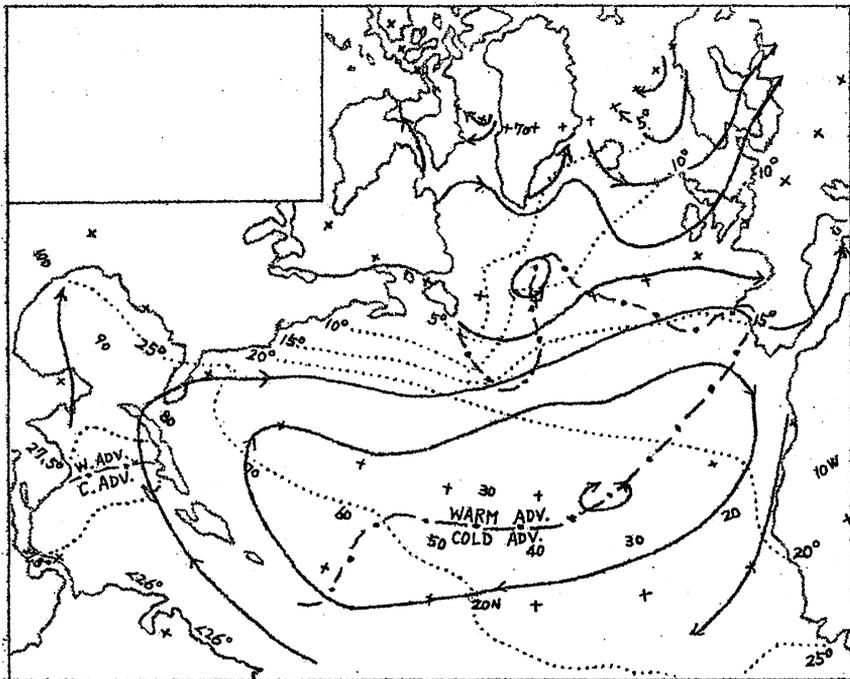
50°N 35°W 附近の偏西風の中での水面の熱平衡



第15図 35°W における北大西洋流の最北端分岐の水面の平年の年々の熱平衡の変動



第18図 1894-98年と1920-24年の間の気圧場と海水温場の変化。



第19図 1894-98年(*low index*)から1920-24年(*high index*)までの地衡変圧風(*geostrophic isallobaric wind*)の傾向と、海面の長期間の平均等温線。

2. 長期傾向. (第16, 第17図は略す.)

第18図には, 1894-1898の5年間(低指数)から1920-1924の5年間(高指数)への気圧と水温との変化を示す. 大西洋の偏西風の強化と対応する海水温の上昇がはっきり示されている.

第19図では同期間の変圧風と海水温の平均値とを示し, これら二つの図から, アゾーレス高気圧の南北とも, 長期水温変化は変圧風による海水等温線の運搬によって期待される通りに変わることがわかる. これが, 40°N-50°Nで短期変化と異なる(第1・3表)理由である.

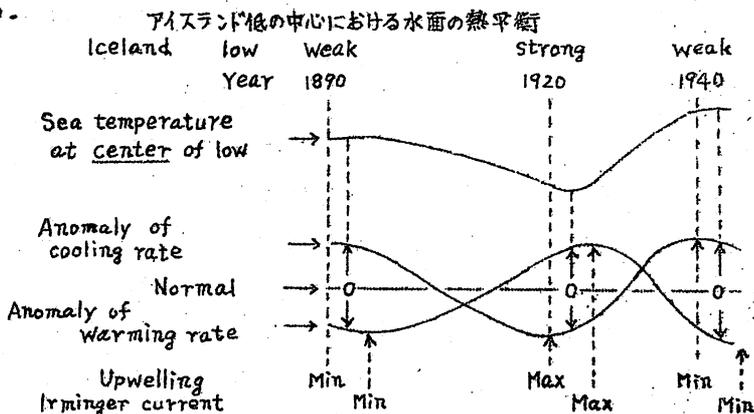
1920-1924年以後, アイスランド低気圧の弱体化はアイスランド海の水温を1890年代の暖かさにもどし, 高緯度の大気に広汎な暖化をもたらした. これについては1959年にすでに発表したので, ここで繰り返さない.

C. 海洋から大気へのフィードバック

海洋の傾圧度の増加は, 自動的に, 表面大気の傾圧度を増し, 対流によって表面と交換する全層に, それが及んで行く.

偏西風帯の傾圧度の増加は, 鉛直シャーと圏界面での西風速度の最大を増加する. それは, 上部対流圏の運動エネルギーが低気圧性擾乱の中に有効に受け取られるようにする. 傾圧機構がグランドバンクから中部大西洋へ有効にひろがるに従って, アイスランド低気圧は深まることになる. これが, 1920年代以前の傾向である.

アイスランド低気圧の深度が增加すると, エクマン流は表層水を拡散させ, つめたい深水が表面に上昇する. これが, 61.5°Nの第1表の相関の原因である. ここでは偏西風は弱いので, その影響は小さくなることは, 第3表のとおりである.



第20図 アイスランド低気圧中心付近における熱平衡としての海水温の差しい変動を示すモデル

第 20 図には、 $61.5^{\circ}N$  で代表される、アイスランド低気圧の中心の海水温の変化と、その原因となる熱収支の二つの要素（湧昇流による冷化  $Q_z$  とイルミンガ—海流による暖移流  $Q_v$ ）の変化とを示してある。

メキシコ湾流から伝わるイルミンガ—海流での  $Q_v$  の変化は、おくれが大きくなるので、その極値は大気循環の極値より 2—3 年おくらせてある。

海水温の極値は、 $Q_z$  の極値と  $Q_v$  の極値の間にあるはずで、アイスランドの気圧変化より 1—2 年おくれることは、第 5 図でも見られる。

短期変化での海洋—大気フィードバックは、 $40-50^{\circ}N$  の緯度帯での海洋傾圧度の変動を経て行なわれる。理由は長期変化と同じだが、海域の形は第 13 図と第 18 図の相異がある。

貿易風帯での海洋フィードバックについては、次のように考える。すなわち、 $Q_a$  を貿易風域の面積  $A$  で積分し、

$$\int^A Q_a dA = \int^A kW [(e_w - e) + 0.64(T_w - T_a)] \frac{P}{1000} dA$$

貿易風の最大は偏西風最大と同時に起り、 $k$  は幹数と仮定されるが、風速によって幾らか変わる。 $(e_w - e)$  と  $(T_w - T_a)$  とは、Wyman—Woodcock (1946) の探測によると、 $W$  と負相関がある。したがって、 $Q_a$  の積分の時間変化は殆んど  $0$  に保たれる。

J. Malkus (1960) は、“もし最初平衡していた熱帯海洋のエネルギー収支で、蒸発熱を 1% 増すと、200 m の海水層が、50 年の間に、 $3^{\circ}C$  冷える。熱帯海上の蒸発の測定をどこでも 1% の精度で行なうことは、望み得ない。だから、気候変化の算定も望みない。” と警告している。したがって、貿易風帯からのフィードバックについては、次のように仮定的に言えるだけである。

大気大循環の運動エネルギー増加の傾向は、貿易風帯で海から大気へ与えられる熱エネルギーの増加を示すだろう。もしそうなら、大気を得るエネルギーの増加（減少）と、大循環の強化（衰弱）とは、貿易風の増強（減少）によって起るだろう。こうして、大気循環が、それ自身の海洋熱の吸収をコントロールすることにより、自体の世界的ひろがりでのエネルギー表示における正か負かの変化を続けるか、どうか、をはっきりさせ得る。

海洋—大気フィードバックによる気候変化の、地球全体としての見地は、やがて、気候の太陽コントロールについての精査され、試験された思想によって、補正されるであろう。

## 結 論

大気循環の時間的、空間的変動と、それにより起る海面温度の変化とは、多くの明白な因果関係を持つことが示された。しかし、一つの傾向の続く期間や、その反転を決めるものが何か、の問題については手がかりもない。

状態の複雑とは主として大気によるに相異なる。何故なら、大気擾乱は速く、遠くまで動き、全半球から — たとえば、上層西風の長波の配置を変えることで — 大西洋の場に影響し得るからである。

半球的広さの線観的高層気象の資料が加えられた戦後の、海と大気の相互作用の連続した研究は、将来の可能性を期待させてくれる。

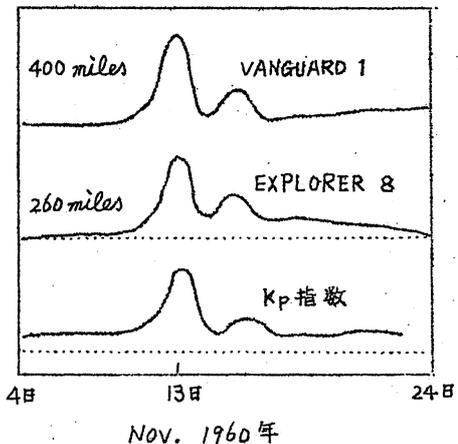
( 網走地方気象台 齊藤 博英 )

## 人工衛星観測による大気密度と太陽活動

「太陽活動度の変動が大気に影響をもたらしている」といわれているが、その資料や方法に説得力がないせいか必ずしも信用されてはいない。そこで、一例として有無をいわず(?) 信用させる結果を紹介しよう。

人工衛星は軌道に沿って地球のまわりを回転しているが、近地点では空気抵抗のために回転周期が減少する。その割合を測定すれば衛星にはたらく抵抗力がわかり、ひいては空気密度がわかる。この原理から *Sputnik 2* の軌道の変化は 100 ~ 150 miles 上空の密度変化を示している。それをみると 27 日ごとに密度が増加している。これは太陽の自転周期と同じで位相も合っている。そして、太陽爆発

があると空気密度が増加する。上図は 8 個の衛星から求めた平均密度で、微粒子放射が急増すると密度が増加している。



( 朝倉 )

# 熱帯の成層圏風の変動

R.G. VERYARD, B.Sc and R.A. EBDON: *Fluctuations in Tropical Stratospheric Winds. Met. Mag. May 1961, No. 1066, Vol. 90, pp125-143*

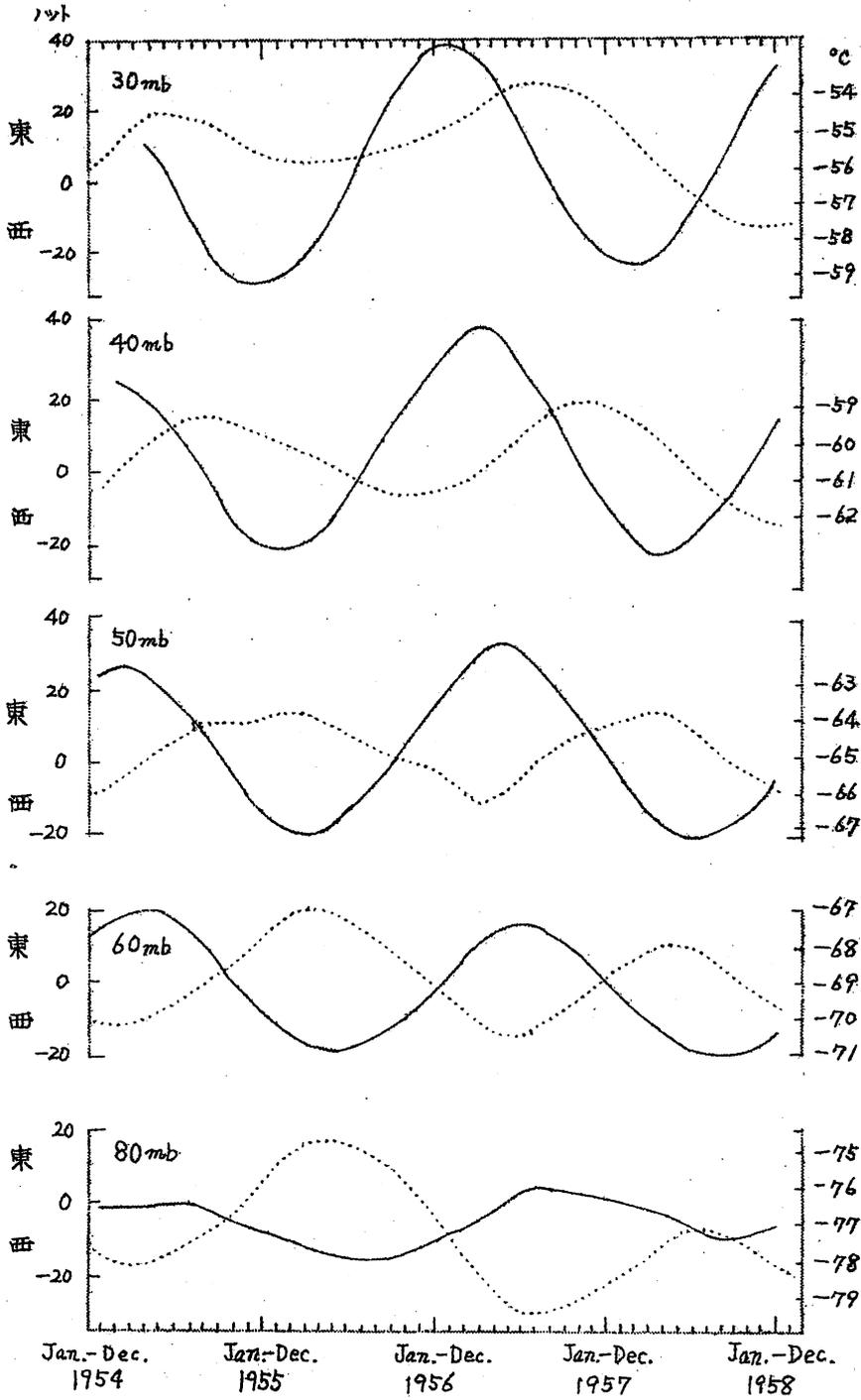
## 要 約

赤道から北緯30度ふきんまでの熱帯地域の成層圏の風の東西成分に23ないし29ヶ月の周期があることがわかった。南緯30度までにこの周期があるかどうかは南半球熱帯地域の上層観測が不十分だが、ほぼ同様な傾向を示している。このような変動は赤道ふきんの同じ高度で殆んど同時に起っているが、25mbと60mbの間で高層から低層へちないし6ヶ月の *phase lag* があるらしい。変動の幅は高さとともに増すが、極に向って減少している。たとえば12ヶ月の移動平均をとるとクリスマス島(北緯2度)では60mbで30ノット、30mbで70ノットであるが、サンジエアン(北緯18度28分)では60mbで10ノット、30mbで15ノットになっている。風速場と気温場の関係については、必要な気温のデータが不十分で不確実なため、はっきりしないが、カントン島の観測によると西風の時は東風の時よりも高温になっているらしい。このような成層圏の変動が、対流圏にのびているかどうかははっきりした結果は得られなかった。

## 赤道成層圏の風

クリスマス島(02°00'N, 157°23'W)とカントン島(02°46'N, 171°43'W)の成層圏の風の変動についての最初のレポートで、この変動は西風と東風の部分を含んでおり、風の変化は毎日の観測からは明らかで、長期間の平均をとると変化があらわれなくなるということ述べた。これは赤道近くの高層観測所でのことで、熱帯地域の大規模な変動は東風と西風の変化と同様に、強い東風と弱い東風というような成層圏の風の東西成分の振動からなりたっている。また年変化(たとえば12ヶ月の移動平均を用いて)を除かないと、その周期はみつけられないかも知れない。

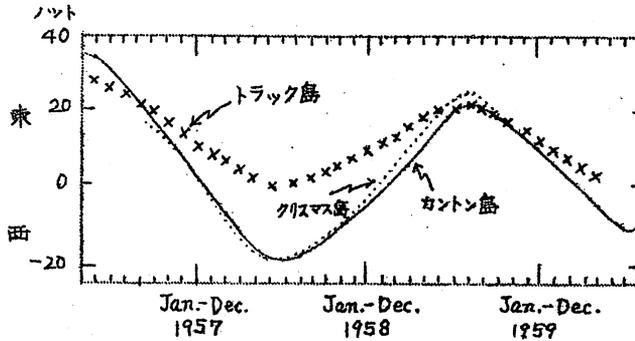
第1表に1954年から1958年までのカントン島の成層圏の風速成分(表略)を、第1図にその30, 40, 50, 60, 80mbの12ヶ月移動平均の風の東西成分の変化曲線を示した。第3図と第4図はナイロビ(01°18'S, 36°45'E)の60, 80mb, シンガポール(01°20'N, 103°53'E)の60,000フィート(約65mb)の同様な変化曲線である(図略)。一見して



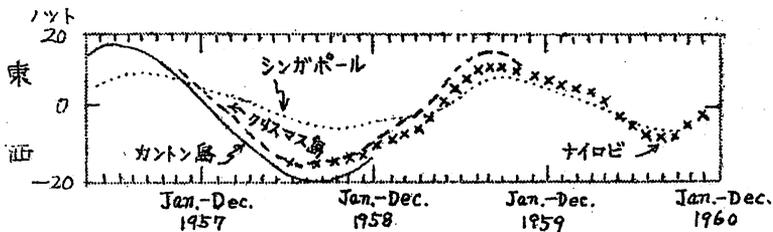
第1図 カントン島の東西風成分(実線)と気温(点線)の12ヶ月移動平均

これらの曲線はよく一致している。

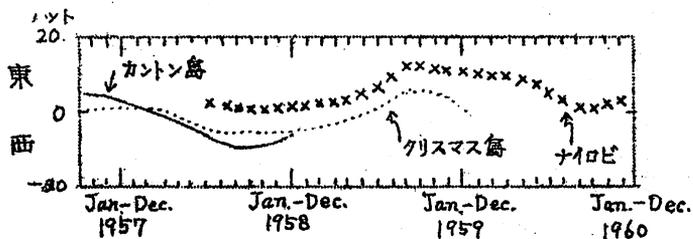
赤道に近いこれら各観測所の変動の一様性を示すと、第5図のクリスマス島とカントン島の 50 mb の曲線、第6図のクリスマス島、カントン島、ナイロビの 60 mb、シンガポールの 60,000 フィート (65 mb) の曲線は一致している。第7図にはクリスマス島、カントン島、ナイロビの 80 mb の曲線を示す。利用できる観測の数やレコードの長さが観測所により違うが、第5図から第7図の曲線はおどろくほど一致している。成層圏の風の東西成分は 23 ないし 29 ヶ月の周期で変わっており、この変動は赤道近くの同じ高さでは同時におこっている。



第5図 50 mb の東西風成分の12ヶ月移動平均



第6図 60 mb の東西風成分の12ヶ月移動平均。シンガポールは 60,000 フィート。



第7図 80 mb の東西風成分の12ヶ月移動平均。

短い期間のレコードでは、たとえば Gan ( $0^{\circ}41'S$ ,  $73^{\circ}10'E$ ), IGY データーのみが利用できる Guaguil ( $2^{\circ}11'S$ ,  $79^{\circ}52'W$ ) の資料、赤道近くの Entebbe ( $0^{\circ}03'S$ ,  $32^{\circ}27'E$ ), Ikeja ( $06^{\circ}35'N$ ,  $03^{\circ}20'E$ ), Recife ( $08^{\circ}00'S$ ,  $34^{\circ}53'W$ ), トラック島 ( $7^{\circ}27'N$ ,  $151^{\circ}50'E$ ) の資料はいずれも上記の変動を示している。

トラック島の 50 mb の曲線は第5図に示すようにクリスマス島、カントン島のものでよく一致している。(12ヶ月移動平均すると) 変動の幅は赤道から最もはなれたトラック島で 20 ないし 25 ノットで、50 mb 面では緯度1度について約3ノットの割合で減少していることは注目される。観測所ごとの月平均東西風成分の対応を調べるために相関係数を計算した。その結果は

クリスマス島とカントン島の 50 mb のデーターでは 0.97

クリスマス島とナイロビの 60 mb のデーターでは 0.94

クリスマス島の 60 mb とシンガポールの1ヶ月後の 60,000 フィートのデーターでは 0.76

ナイロビの 60 mb とシンガポールの1ヶ月後の 60,000 フィートのデーターでは 0.80

はじめのレポートでクリスマス島では成層圏の層層と低層の変動には *phase lag* があり、その振幅は層層から低層へむかって減少することを示した。これは第1, 第2, 第3図に示されているが、12ヶ月移動平均したために、各々の場合に振幅は減少している。カントン島とクリスマス島のデーターによると層層と低層の変化の山と谷の間の平均の時間差は 20 mb と 30 mb の間で2ヶ月、40 mb と 50 mb の間で1ヶ月半、50 mb と 60 mb, 60 mb と 70 mb, 70 mb と 80 mb の間で約1ヶ月、すなわち 1 km の高さについて約1ヶ月のおくれがある。ナイロビの 60 mb と 80 mb のデーターもこれと一致している。

同様に(12ヶ月移動平均した) 変動の幅は 30 mb では 70 ノット, 40 mb では 60 ノット, 50 mb では 45 ノット, 60 mb では 35 ノットに減少している。すなわち 1 km の高さにつき 10 ノットの割合で減少している。

カントン島の毎月の月平均値で示されるように、実際の振幅は 30 mb では 100 ノットかそれ以上, 40 mb では 90 ノット, 50 mb では 75 ノット, 60 mb では 65 ノットに減少している。第7図からこの変動の *phase* 幅はナイロビやクリスマス島の 80 mb では殆んど同じだが、平均して約 8 ノットの風速差がある(東風を正, 西風を負とす)。ナイロビの平均風は東風

クリスマス層では東風と西風の間を変動していることがわかる。

もっと正確に変動の周期の卓越値を決めるために、1, 2, 3, ...,  $n$ ヶ月の間おくれの自己相関係数を、カントン島の50mbの12ヶ月移動平均値を用いて計算した。この結果は0.93の *lag correlation* をもつ26ヶ月の卓越周期を示した。

### 熱帯の成層圏の風

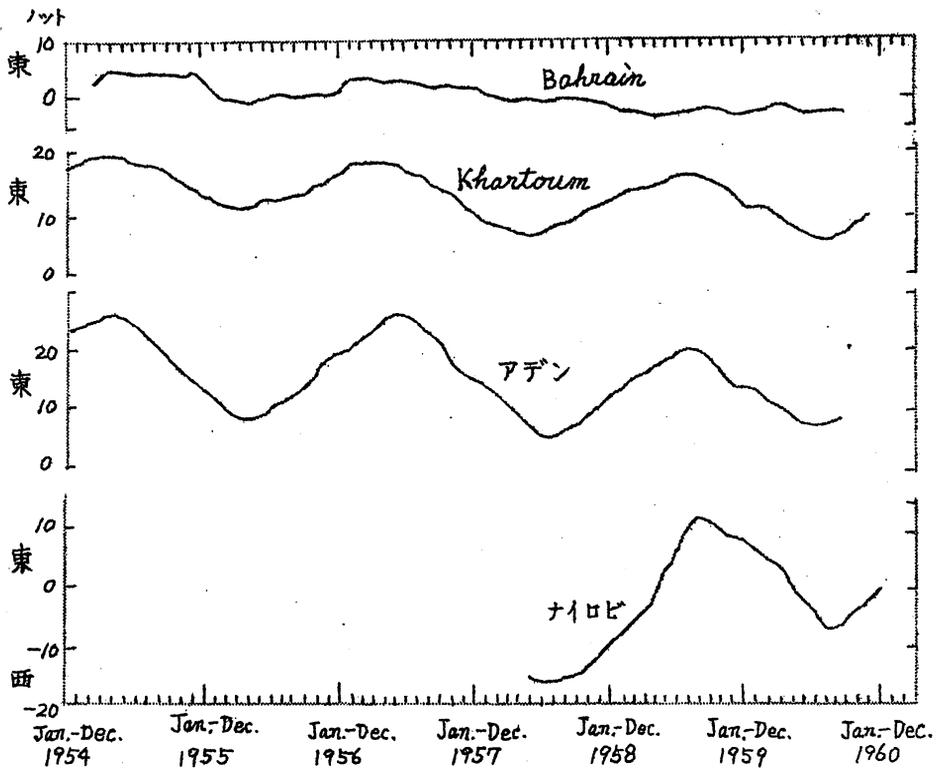
成層圏の風の変動が赤道の北と南にどの程度ひろがっているかをみるために Ebdon のはじめのレポートでは熱帯地域の2, 3の観測データが調べられた。ここでは20ヶ所のデータが調べられたが、多くの場合に特に赤道の南側では、レコードは余りに短いか、あるいは観測が少なかった。しかし2, 3の観測データは効果的であった。レコードの短い40mb以上の層を除いてプエルトリコのサンジュアン(18°28'N, 66°07'W)のデータは特に良く、1956年以前の等高度面のデータを1956年以後の等圧面のデータと結びつけることができた。ここでは上層風の着しい年変化のため12ヶ月移動平均を用いる必要があり、20, 25, 30, 40 mb/22km, 50 mb/20km, 60 mb/20km, 80 mb/18km の東西成分のデータを第9図に示す。

赤道で発見されたのと同じような周期がサンジュアンでも観測されており、振幅はやや小さい。12ヶ月移動平均では振動の幅は30mbで15ノット、60mbでは10ノットに減少している。高層から低層へおむかって *phase lag* もあるが、その山と谷が平らかなため、この曲線から正確に決めることはできないが、12ヶ月移動平均した個々の値から30から40mbまでは2ヶ月、40から60mbまでは3ヶ月、60から80mbまでは2ヶ月のおくれがある。大体1kmについて約1ヶ月のおくれがある。第9図では変動の周期は22から29ヶ月にかけて変化しており、*lag correlation* (その係数は0.93)は50mbでは23ヶ月の卓越周期を示している。

サンジュアンのようにデータは多くはないが、Aden (12°49'N, 45°02'E), Khartoum (15°36'N, 32°33'E), Bahrain (26°16'N, 50°37'E), Malta (35°50'N, 14°27'E) などの60mbの東西成分のデータがあり、ナイロビのものと一緒に第10図に示す。1954年から1957年にかけて Bahrain では変動がみられるが、その後年にははっきりしない。

他の観測所では変動は同じ高さでは大体同位相であるが、赤道から離れるほど振幅は小さくなる。すなわちナイロビでは60mbで28ノット、アデン

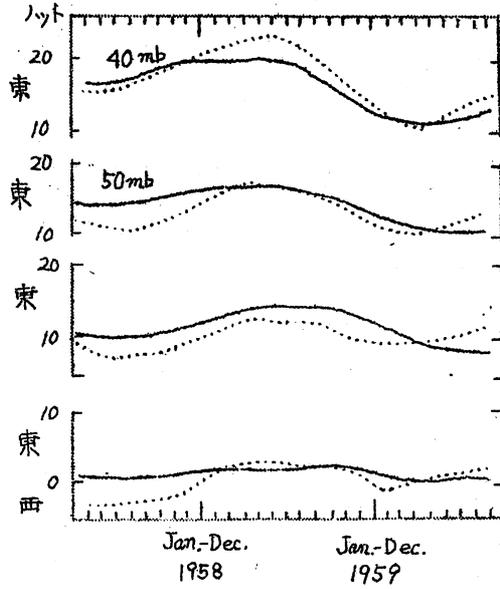




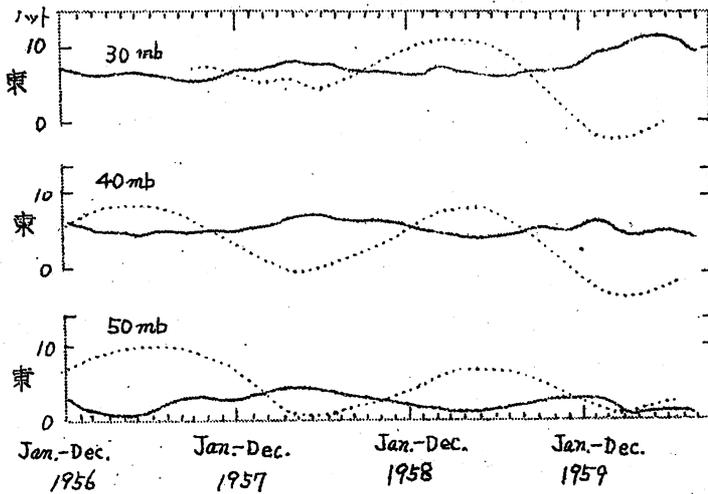
第10図 60mbの東西風成分の12ヶ月移動平均

では 20 ノット, *Khartoum* では 11 ノットである. 赤道から離れるほど風速の減少は大きく, 平均して, 緯度1度につき1ノットである. 60mbのデータのあるマルタと *Crawley* ( $51^{\circ}05'N$ ,  $00^{\circ}13'W$ ) では変動はなかった. 前に述べたように変動の大きさは高さとともに増大する. 従って北方の観測所ではより高い層で変動をみつけることができるだろうが, このデータは不十分であった.

このほかに *Hilo* ( $19^{\circ}44'N$ ,  $155^{\circ}04'W$ ) の 40, 50, 60, 80 mb の曲線を第 11 図に, *Jacksonville* ( $30^{\circ}20'N$ ,  $81^{\circ}41'W$ ) の 30, 40, 50 mb の曲線を第 12 図に示す. 第 11, 12 図にサンジェアンの同じ高さの曲線をのせてある. 大体同緯度にあるヒロとサンジェアンのカーブは一致するが, *Jacksonville* の場合は対応する変動がないことは注目される. これらの変化曲線は第 10 図に示すように同じ南北の関係を示しており, 赤道から離れると振幅は減少し, 大体北緯 30 度できえている. *Jacksonville* の 30, 40, 50 mb のカーブは熱帯の変動と逆位相の関係を示しているが, それをたしかめるには資料が少なく, チェックをするに必



第11図 ヒロ(実線)とサンジェアン(点線)の東西風成分の12ヶ月移動平均

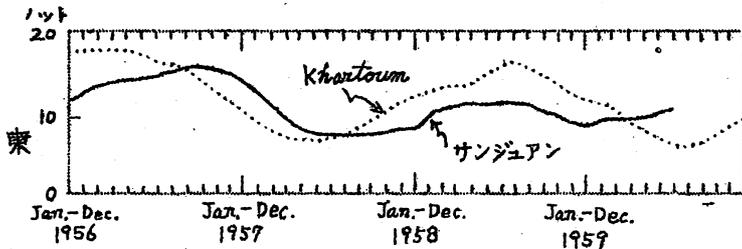


第12図 ジャクソンビル(実線)とサンジェアンの東西風成分の12ヶ月移動平均

サンジェアンの曲線を重ねるために、30mbと40mbでは15ノット、50mbでは10ノットをしいた。

要は他の中緯度，高緯度のデータもない。第14図の緯度の差5度以内のサンジェアンと Khartoum の 60 mb のカーブは一致している。これは赤道近くの観

測データで示されたように、同じ緯度圏では、変動は殆んど同時に起っているということを示している。サンジュアンと Khartoum との (12ヶ月移動平均の) データの相関係数は 0.69 である。



第 14 図 60mb の東西風成分の 12ヶ月移動平均

上に述べたことは Charleston ( $32^{\circ}54'N$ ,  $80^{\circ}02'W$ ), ジョンストン島 ( $16^{\circ}45'N$ ,  $169^{\circ}32'W$ ) の短いデータでも裏づけられている。またオーストラリアの熱帯地域の高層観測はこの変動が南緯 20 度以前で起っていることを示している。

第 1, 15, 4, 9 図からカントン島の 50 mb, シンガポールの 60,000 フット, サンジュアンの 40, 50, 60, 80 mb のデータによるとすべて最近では変動の振幅が小さくなっている。この変化は多分前に発見された他の周期のようにみかけ上のもので、それが今後続くかどうかは興味があるであろう。

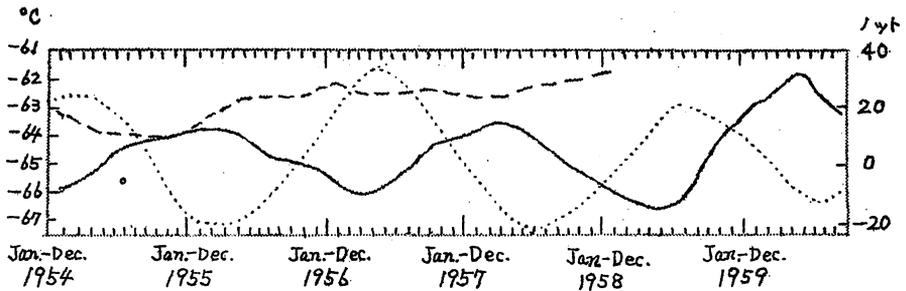
### 南北成分

成層圏の風の東西成分に発見された著しい変動と関連して、南北成分も調べた。まず第一に南北成分は一般に非常に小さいが (特に赤道付近では), 観測所によって変動が異なっている。カントン島とサンジュアンのいろいろの高度の月平均南北成分の自己相関係数を調べたが東西成分と対応した変動はなかった。

### 気温との関係

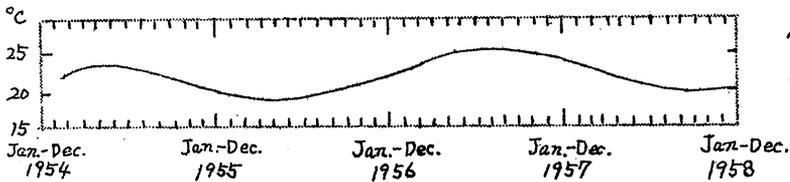
はじめのレポートで中部太平洋では 50 mb の風が東か西かで 50 mb の温度にわずかの差があることを示した。カントン島の 50 mb 気温の 12ヶ月移動平均には明らかに 24 ないし 28 ヶ月の周期がある。この気温変化の模様はサンジュアンの同じ変化曲線と、参考までにカントン島の 50 mb の東西成分の 12ヶ月移動平均とともに第 15 図に示してある。

カントン島の気温と風との変化には 1 ないし 2 ヶ月の位相差があり、サン



第15図 カントン島の50mb気温(実線), 50mb東西風成分(.....),  
サンジュアン島の50mb気温(---)の12ヶ月移動平均

ジュアンにははっきりした変動がない(カントン島と反対位相の弱い変動があるもよう)。カントン島の80, 60, 40, 30mbの他の成層圏高度の気温にも26ヶ月の周期がある。変動の振幅は12ヶ月移動平均をとると、上方に減少しており、80mbで3~4°, 30mbで1.5~2.5°, 気温変化と風速変化との時間差は上方に増加しており80mbで1~2ヶ月, 30mbで約7ヶ月となっている(第1図を見よ)。気温変化と風速変化との間に高さによって、その時間差が増加しているのので、種々の高度で12ヶ月移動平均の気温の差をとってみると(たとえば第16図のカーブで示される30mbと80mbの差のように)、垂直方向の気温傾度にも変動があることがわかった。

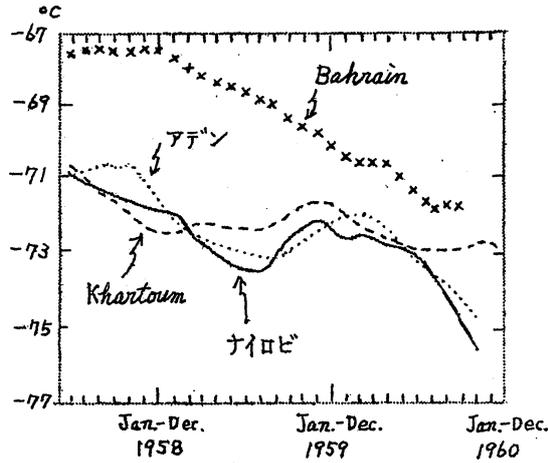


第16図 カントン島の30mbと80mb気温の12ヶ月移動平均の差

ナイロビ, アデン, Khartoum, Bahrainの1957年7月から1960年12月までの60mb気温の12ヶ月移動平均を第17図に示す。これら四点の気温曲線はよく似ているが, 60mbの東西風成分で発見された周期とは同じではないことが注目される。

カントン島と比較できる成層圏の風や気温のデータのある赤道近くの上層観測所がない。クリスマス島の気温のデータはやや疑わしいが, カントン島と一致している。しかしナイロビではそうではないので, 赤道地域の東西成分の変動と関連して, 成層圏の気温が変動するかどうかという疑問には今は答えられない。赤道や熱帯地域の50, 60mbの高度の12ヶ月移動平均を調べたが, 23ないし29ヶ月の周期性はなかった。これから熱帯成層圏

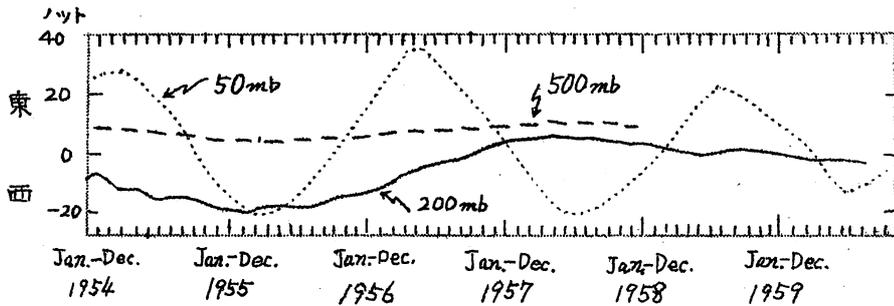
の風と気温と高度との関係を調べるにはもっと正確な、一様な、多くの長期間にわたるデータが用いられない限り効果があがらないだろう。



第17図 50mb気温の12ヶ月移動平均

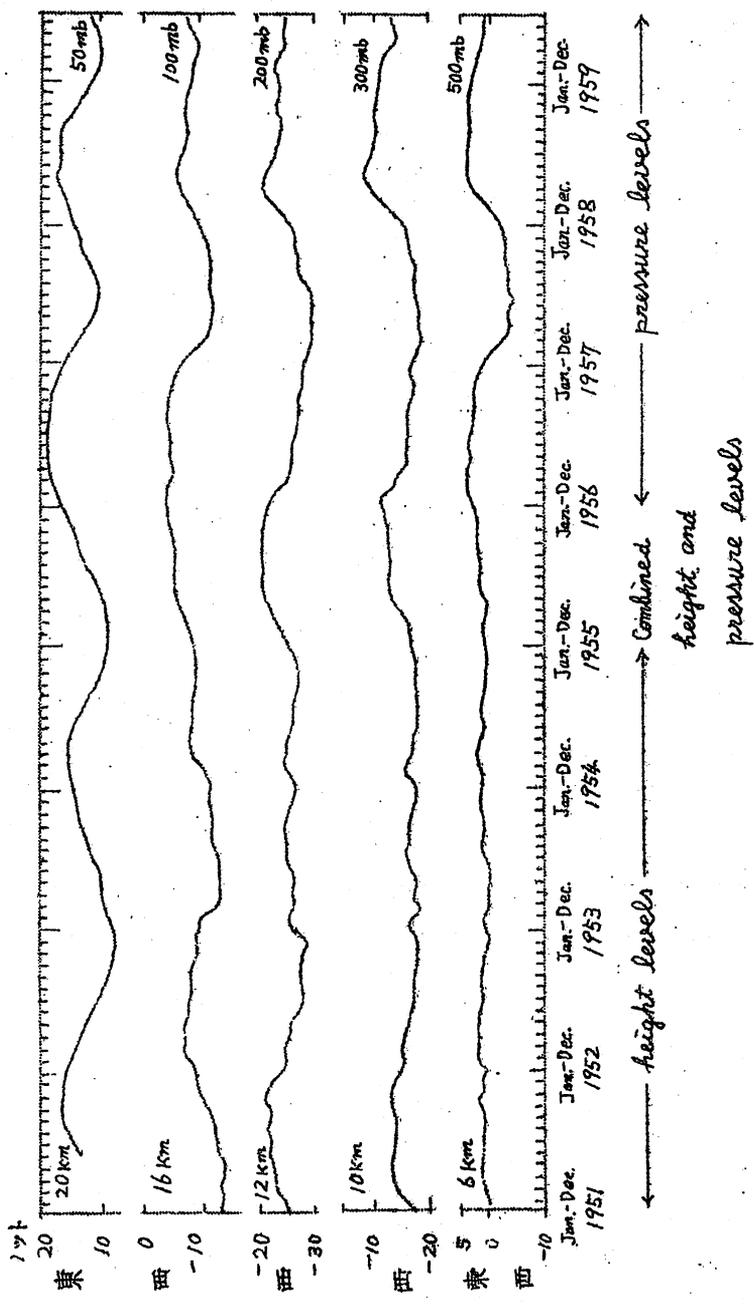
### 対流圏

熱帯成層圏の風で見つけられたような変動が対流圏の風にもあるかどうかは、Ebdon のはじめのレポートでは何の平行性もみつかっていない。例としてカントン島の 500, 200, 50 mb (平均層界面は 90 mb), サンジュアンの 500 mb/6 km, 300 mb/10 km, 200 mb/12 km, 100 mb/16 km のそれぞれの東西風成分の 12ヶ月移動平均を第18図, 第19図に示す。



第18図 カントン島の東西風成分の12ヶ月移動平均

サンジュアンの 1957年から 1959年までの対流圏と成層圏の風との間にある一致がみられるが、この前の部分にはこのようなことがない。さらに 1957年から 1958年には成層圏とは反対に対流圏では低層から高層へのフェーズ・ラグがあるように見える。事実、シンガポールとクリスマス島の対流



第19図 サンジエアンの東亜風成分の12ヶ月移動平均

圖のカーブは逆位相の關係を示している。従つてこのような対応は偶然とみられる。成層圏の風の變動と対流圏の事象(たとえば降水層と Southern Oscillation)とは關係がないということはすでに Ebdon のはじめのレポートにのべられており、ここではくり返さない。

## Discussion

熱帯地域で 23 から 29 ヶ月の変化する周期をもって成層圏の風に変動があるのも、もし何年かの平均によって月平均、季節平均、年平均の風を用いるとまちがった結果にみちびかれる(たとえば放射能研究のデータ使用者にとって)。今まで述べたこの周期の発見によって、20km (50~60mb)あたりの赤道をとりまいて幅狭い西風帯として、多くの本に参照されている“Person” westerlies を再評価する必要がある。このように赤道近くにある成層圏の西風は、この論文で示されたように、12~15ヶ月の周期によってのみ 10mb (またはそれ以上)までの高さで発見されるであろう。実際に I.G.Y のデータを用いて赤道近くの上層風観測所で西風を観測しているかどうかを調べた。しかし成層圏の高度においては観測の数は極めて少なく、望ましい結果は得られなかった。

観測の結果は、赤道近くの 25km (大体 25mb) 以上に、いわゆるクラカトア東風という準定常的な東風があることが示された。この風のベースは明らかにかなり変化している。カントン島とクリスマス島のデータによると西風帯は一時的に大体3ヶ月ぐらいにわたり、成層圏のかなりの部分、少なくとも 25mb 以上にわたり草越している。そこでもしクラカトア火山が 1883 年 8 月のかわりに 1882 年もしくは 1884 年の 8 月に噴火していたら、筆者はクラカトア西風という新しい言葉をつくりだすことができたであろう。

ここで報告されたはっきりした周期を合理的に説明することはできない。物理的、力学的考察にもとづいた同様なよく知られた周期はない。Berlage は年単位以上の周期を 50 以上手広く研究したが、その中で次のことを示した。いわゆる Southern Oscillation (これは Sir. Gilbert Walker によりマラヤの Archipelago と Easter 島との間の気圧差についてみつけられた周期) は気温と海水温 (海水温は海流により影響) の相互作用により引き起こされた  $2\frac{1}{3}$  (2~3) 年の基本周期である。今までの述べたように熱帯成層圏の東風成分と地上気圧との関係をみつける試みは契を結ばなかった。U.S.S.R の最近の研究 (たとえば Pokrowskaja) はある要素に、たとえば極気圧経路に 2 年周期があることを示したが、詳しくは研究されていない。成層圏と対流圏の空気が平均の net circulation でおきかわるには約 2 年を要すると考えられている。これは熱帯の成層圏にはいる空気が極に移動し、高緯度で成層圏から離れるという tracer element で推察した。いずれにしてもこの周期の発見によって、理論気象学者に課題を提供し、長期予報研究部ではこれを研究しつつある。

## References

1. Veriyard, R.G and Ebdon, R.A: Fluctuations in equatorial stratospheric winds. *Nature*, London, 187, 1961, p 791
2. Ebdon, R.A; Some notes on the stratospheric winds at Christmas Island and Canton Island. *Quart. J.R. med. Soc.* London 87, 1961.
3. Berlage, H.P: The southern oscillation, a 2-3 year fundamental oscillation of world-wide significance. *Sci. Proc. int. Ass. Met. I.U.G.G. Rome 1954.* London, 1956, p 336.
4. Storebo, P.B: The exchange of air between stratosphere and troposphere. *J. Met. Lancaster, Pa*, 17, 1960, p 547.
5. etc.

(琉球气象台 系数 昌夫)

## あ と が き

天高く馬肥ゆる秋が短く、寒波の来襲とともに一足とびにストーブの恋しい時節となってしまいました。

10月中に発行を予定していたのですが、学会と重なったため着者の御多忙と編集者の不慣れのためのびのびとなり遅くなって申し訳ありません。

本号は長期予報研究の基礎的な理論的課題を集めるつもりになっていたところ、それぞれ独創的な力作と明快な論文とお寄せ下さいましたので、今年度の最終号を飾るにふさわしい“まとめ号”になったものと思いますが、紙数の都合によりいささか紹介論文が少なくなったことをお詫びします。

編集者の未熟のため会員の皆様のお要望にこたえるには程遠いものとなったかも知れませんが、親しみやすい雑誌にするため努力中ですからこの様な編集に対しての御意見がございましたら御投稿下さるようお願いいたします。

また、正野教授に書いていただくよう御願っていたのですが、御多忙のため本号には間に合いませんでしたことをお知らせします。来年度には掲載出来るものと思われまます。

終りに、御多忙中にもかかわらず寄稿して下さいました岸俣、村上、栗原、斉藤、系数、朝倉の諸氏に心から御礼を申し上げます。 (片山、佐藤)

