

~~~~~  
長期予報研究  
~~~~~

グロースベッター

第 25 卷 第 2 号

数値長期予報への夢	片 山 昭	1
長期予報：統計的予報法の現状 — イギリス気象局モデルについて —	田 中 康 夫	15
気候ノイズについて	山 岸 米二郎	33
長期予報と確率予報及び境界条件	山 岸 米二郎	38
AIC (Akaike Information Criteria) とは何か?	山 田 真 吾	41

1987 年 6 月

L. F. グ ル ー プ

数 値 長 期 予 報 へ の 夢

—長期予報月例会（1987年2月23日）での片山 昭氏（気象大学校）の講演—

（文責：グロスベッター編集部）

数値予報の黎明期：昭和25年

私がこれまでやって来たことをお話したいと思います。

私が中央气象台に入りましたのが昭和25年、ちょうどアメリカのプリンストン大学の高級研究所での数値天気予報グループが数値予報に成功した年です。その5年後、IBM704が完成した事によって、アメリカは数値予報のルーチン化に踏切ります。このころ、日本ではNPグループが非常に活躍していました。私はまだ入っていませんでしたが非常に活発で、昭和34年日本でも数値予報がスタートしたという状況の時でした。

そのころ、私が一番感銘を受けた本とか論文は、先ず昭和29年に出た山本義一先生の「大気輻射学」で、そのイントロダクションのところに、「一番大切だと思われる気象物理学と大気輻射との結び付きが一切未だ研究されていない事は残念であり、今後その方面が活発になる事を望む」という事が書かれておりました。それがかなり頭の中に入りました。

その次に昭和31年Norman Phillipsが「大気大循環の数値実験」という論文をQuarterly Journalに出しました。これは第1回のナビアショウ賞の授賞論文です。

その次に荒川昭夫さんが「最近の大気大循環論」を書きました。

計算機を使ってでかい事をやろう：昭和33年

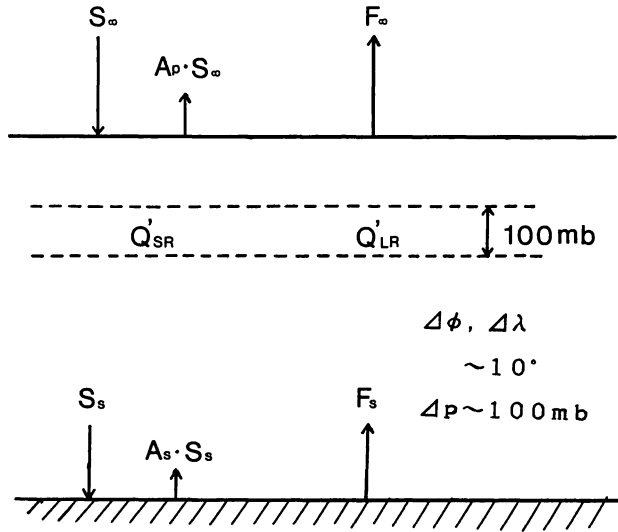
それで何となく私は放射と力学、すなわち大気大循環との関係みたいのをやったら面白いだろうなあと考えていました。たまたま昭和33年の9月に気象研究所の予報研究部の竹平分室に入る事が出来まして計算機をいじる事が出来るようになった訳です。

先ずラジエーションについて非常に興味を持っていましたし、そういったものの北半球分布は殆どありませんでした。だから計算機を使ってでかい事をやろう、これは非常にでかい仕事だからこれをやってやろうという事を思った訳です。後から思うと「盲 蛇に怖じず」といった感もしない訳でもありません。

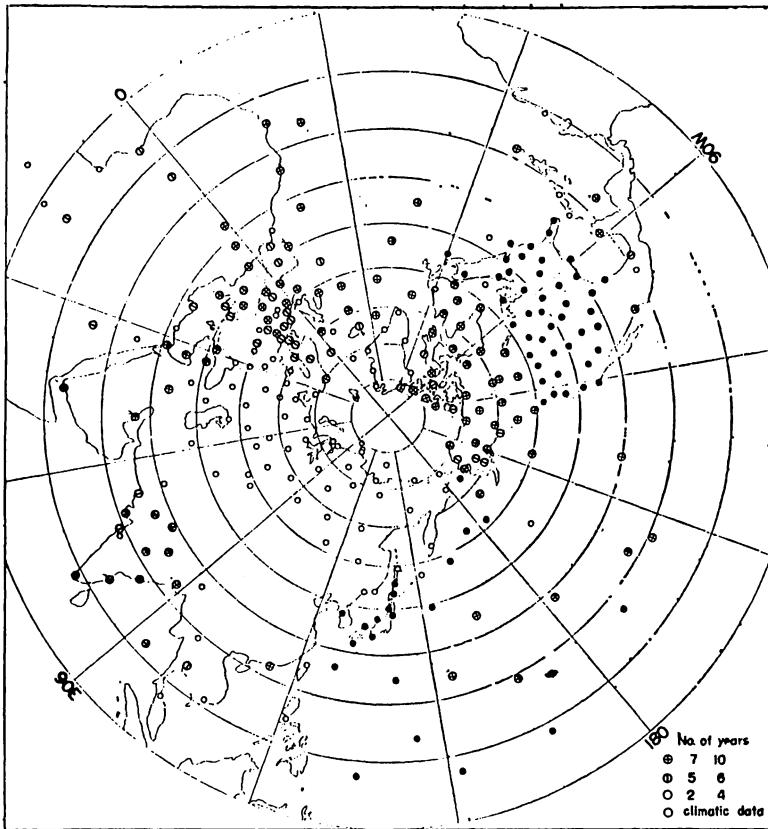
その次にUCLAに行くことになりまして、物理過程のパラメタリゼーションに取り組むようになりました。そこでバックグラウンドジョブとして季節変化の数値実験を行いました。そういった事毎について話してみたいと思います。

大気・地球系の放射計算

ラジエーションの計算は第1図に示すような、赤外放射フラックスと太陽放射のフラックスを



第1図 放射計算の模式図。Sは太陽放射，Fは赤外放射，Qは加熱率。



第2図 気温と露点の計算に用いた観測点。用いたデータの期間は
 ⊕, ⊙, ⊖ は各々 7~10年, 5~6年, 2~4年を示す。
 ●の地点は既に出版されているものを用いた。

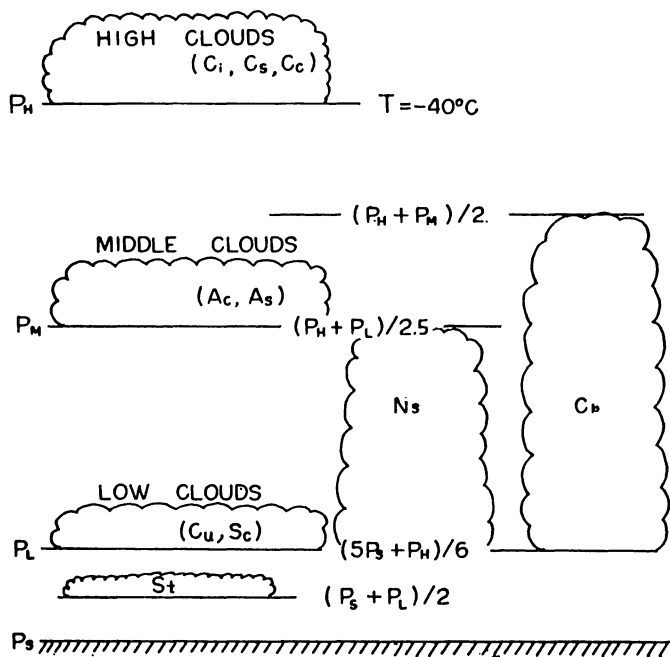
100mb毎に計算して、いろいろな量を出す訳で、北半球の緯度経度10度毎、気柱は100mb毎、1月と7月、これはちょっとおおげさ過ぎたのですが、これを計算する事に決めました。決めたことはいいのですが、そのためにかなり色々な資料を必要としました。

まず気温と水蒸気の鉛直分布がいます。こんな事簡単じゃないと言われるかもしれませんが、そうでは無い訳でして、私が計算を始める時代はそういうノルマルはありませんでした。そのために自分でノルマルを作りました。10年間のMonthly Climatic Dataから読んでもらって作りました。

その次に大変なのが雲の情報、雲型別の雲の情報です。雲量、雲高、雲の厚さ、雲型別の日射の反射率と吸収率、これが一番大変でしたし、この辺が実を言う一番いいかげんでございます。それから地表面のアルベドは植生によって決めました。

この図(第2図)の地点でさっきの気温と露点温度の計算をやった訳です。但し年数が10年間だけですし、ソ連など白丸は2~4年の平均だけです。ソ連は殆どそうになっているから非常に不満足ですがいたし方が無かった訳です。

雲はこれだけ種類を入れる(第3図)、だから6種類の雲型です。この高さですが、時間が無いので詳しい説明はしませんが、先ず上層雲の雲底がマイナス40度Cのところであると決めて、順に決めて行く訳です。勿論ある程度の観測事実も入っています、(第3図中の気圧レベルの分母の)6を入れたり2を入れたりしたことに。

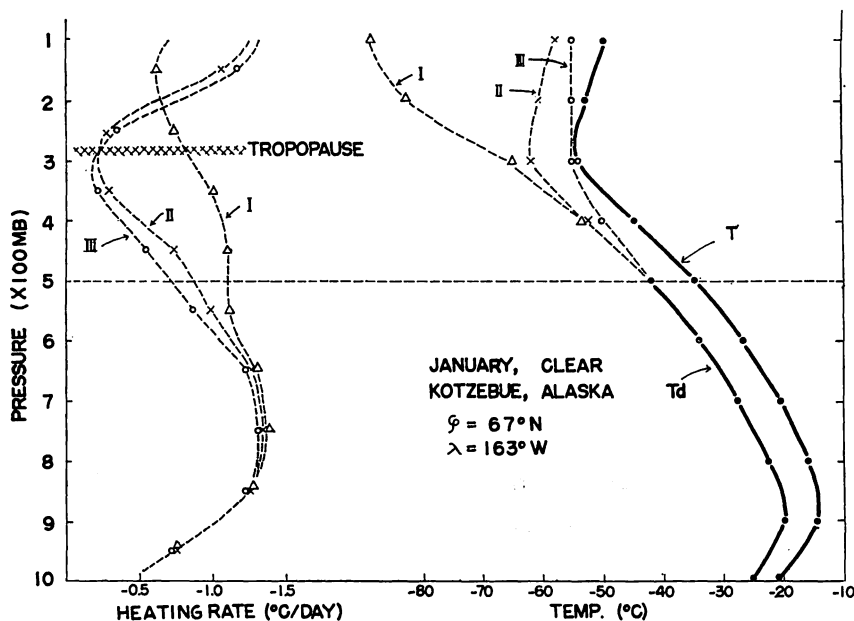


第3図 6種類の雲型の模式図。Psは地表面気圧、PHはhigh cloudの底面の気圧。

一番困った事は雲型別の雲量でした。そんなものは、ありっご無いのです。初めは自分で計算しようと思ったのですが、そんなものを陸上で計算しても何にもならない訳です、ローカリティが大き過ぎて。海上には雲型別の観測頻度というものがありました。これは雲量ではありませんので、その観測頻度が雲量に比例するものとして全雲量を配分しました。

それからまだそのころは湿度のルーチ的な観測は500mbより上はありませんでした。その時は色々な事が言われていました。例えば成層圏に行くくと非常に乾燥していて露点温度は150度Kに近付くんだと、こちらのケース（第4図右のI）ですが、また、そうでは無く湿っているんだと、こちらのケース（第4図右のIII）です。それで困りまして、両方ともまだその頃は有力でして、観測が殆ど有りませんでしたので言っぱなしだった訳です。そこでこの2つと、両者の中間的なもの（第4図右のII）の3種類を計算すると、このように（第4図右の）I, II, IIIと与える事によってかなり上層の方のラジエーション・クーリングが変わって来ます、（第4図左の）このようにI, II, IIIと。あまり分かりませんでしたので、中間的にこのようにIIを仮定してやりました。しかし、ちょっと残念な事で、現在はこちら（I）が正しいという事になっています。だから私は上層のほうはディスカッションする事は止めにしました。

さて、計算しましても観測事実と比べなければ正しいかどうかさっぱり分からない訳です。一つの例としてラジエーション関係で北半球的に観測のあるものというならば、地上に到達する日



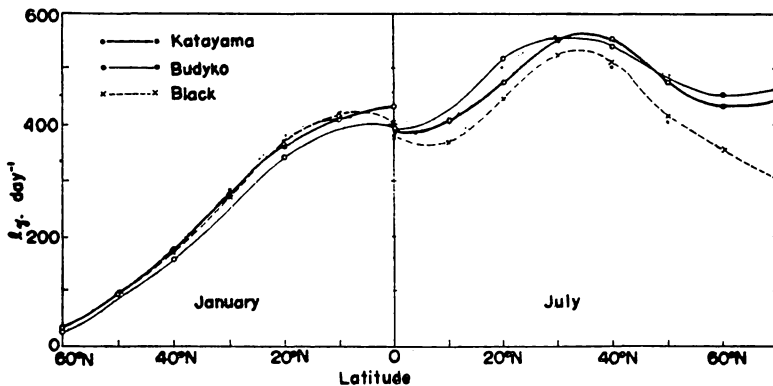
第4図 長波放射による大気加熱率の鉛直分布。I, II, IIIは対流圏上部と下部成層圏の露点分布を各々変えた場合である。詳細は本文参照。

射量くらいしかありません。(第5図) この細実線はブディコが観測に基づいて出した地上に到達する日射量のゾーナルミーンの南北分布です。まあ大体合うから良いだろうと言う事にした訳です。東西方向についても(第6図) 大体似たようなものです。大体ブディコの結果に合いました。細線がブディコでこれ(太実線)が私の計算したものです。雲量によりころころ変わるので非常に難しい問題です。ただ、赤外のほうはまだあの頃は赤外放射計は非常に精度が悪くて、気象衛星が飛ぶ様になってから赤外放射計が良くなった訳で、我々がこれをやっていた頃は赤外放射計と言うものは非常に不安定なもので、信頼して良いのか悪いのか分からないような状態でした。だからあまりチェックのしようが無い訳です。

これはプラントの式 $R = r \sigma (T_s)^4$ として、 R が天空放射、 $\sigma (T_s)^4$ が黒体放射、 r が $r = a + b\sqrt{e_s}$ と表現出来るという事です。 e_s がスクリーンレベルの飽和水蒸気圧です。(第7図) こちらに e_s 、こちらに r がとってある訳で、これは非常にバラついていまして、本当にこういう関係が成り立つのかどうか分からないような状態です。でまあ、山本先生はこういうのをモデル大気に対する計算から出されています ($r = 0.51 + 0.066\sqrt{e_s}$)。私は私の計算をこういう風に(プラントの式に)当てはめたらどうなるかと出したのがこの太線です ($r = 0.63 + 0.033\sqrt{e_s}$)。山本先生とかなり違いますが、この中に入っているから良いだろうと言う事なんです、それ以外チェックのしようが無かった訳です。

そして色々な結果があるのですが、このような私が計算した放射分布図が色々ある訳ですが、あまり時間が有りませんので1つだけ示します。

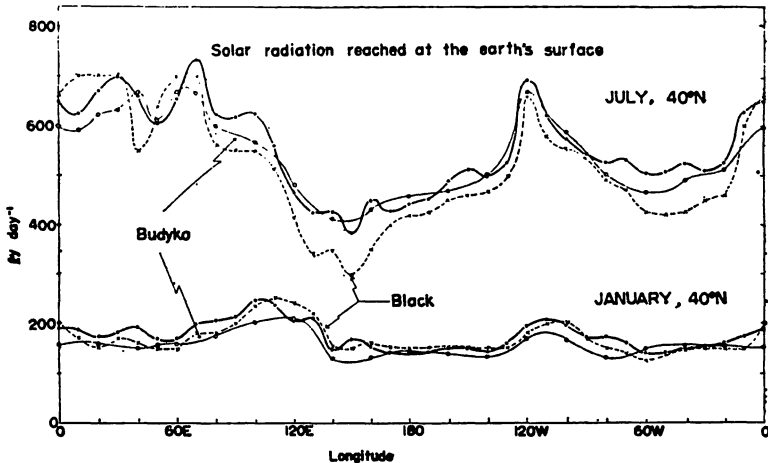
$(1 - A_p) \cdot S_0$ は、大気地球系によって吸収される日射量です。これ (F_{200}) が大気のトップから出て行く赤外放射量です。その差の Q_R は大気地球系の放射収支量です。第8図は1月と7



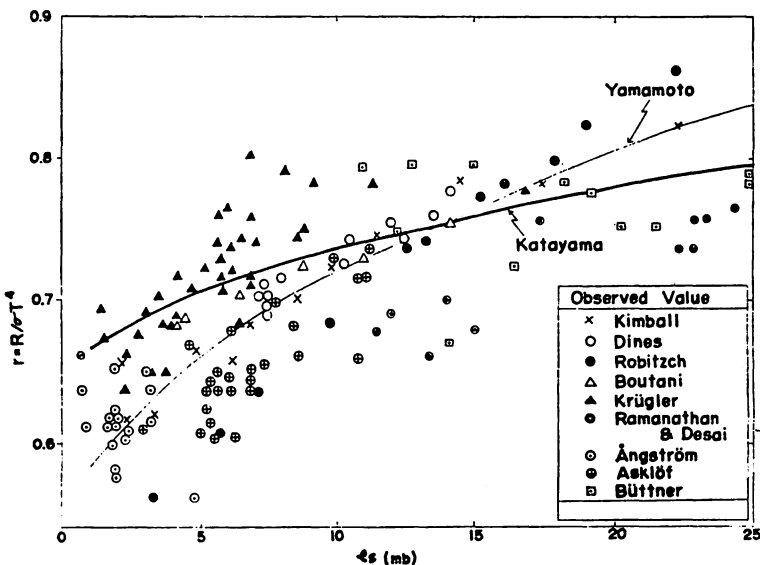
第5図 地表面に到達するノルマルの全太陽放射(ゾーナルミーン)の南北分布。
Budykoは12月と6月の平均、他は1月と7月の平均。

月を平均したものです。ここで1つ面白い事があります。アフリカのサハラ砂漠の上がマイナスになっています。だから、大気地球系の放射収支量はサハラ砂漠の上ではマイナスであると言う事です。

地中海の上ではプラスになっています。考えてみればこれは当然の事でございます。まず、サハラ砂漠は雲がございませぬし、水蒸気も少ないですから、多くの日射量が地面に到達する。砂漠地帯は他の陸地と比べてアルベド (A_p) が大きい。だから $(1 - A_p) S_o$ はミニマムになります。それからこっち (F_{200}) のほうはやはり気温に比例しますから、このへんはサハラ砂漠で下層の

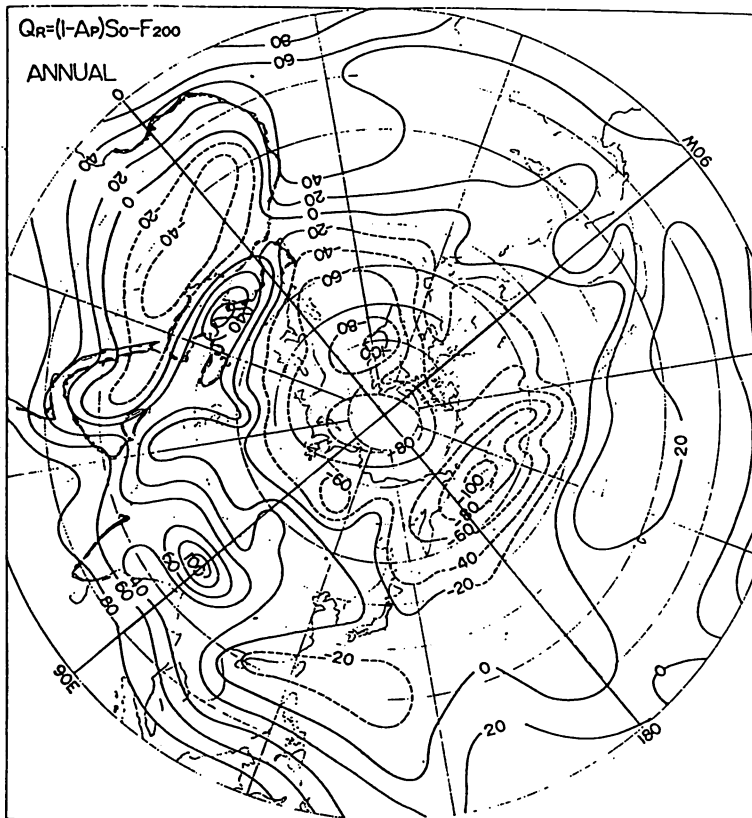


第6図 40°Nの地表面に到達するノルマルの全太陽放射の経度分布。
上は7月、下は1月(ただし、Budykoは12月と6月)。
太実線は片山の計算値。



第7図 $r (= R / \sigma T^4)$: 縦軸) と e_s (スクリーンレベルの飽和水蒸気圧: 横軸) の関係。

方では気温が非常に高いから、しかも雲がありませんのでこれ（F 200）が非常に大きくなる。といったことで Q_R はマイナスになる。だからなんらかの方法でここに熱が本当は運ばれて来なければならん訳です。どういふ方法で運ばれて来るか知りませんが、地中海から運ばれるか知りませんがバランスするためには。海がないから海では運ばれません。大気の水蒸気が熱で運ばれることになるでしょう。当時、この放射の計算に1地点2分かかりました。300地点あります。それで2カ月ですから1,200分いるわけです。当時、気象研究所に割り当てられた計算機使用時間は週に2時間から3時間、そして使う人は10人位いましたから、いくら頑張っても20分位しかとれないんです。これで割っていただければどのくらいかかるかということです。いくら計算機が速くたって1年以上かかるわけです。IBM704であっても。今の計算機だとどうなるかというと、今はこの2,000倍位ですから30秒で出来てしまう訳です。それで20分しかとれなかった頃に非常に苦労したのは、ゾーナルミーンがいったんにとれなかったことです。まだテープの使い方とかが非常に面倒くさい頃でありまして、だからおかしなことで1地点1地点は計算機にやらしているんですがゾーナルミーンは手で一生懸命計算しました。



第8図 大気・地球系の放射収支（1月と7月の平均）， Q_R 。
単位は ly/day 。

UCLAモデルの開発：昭和41年

そうこうしているうちに5、6年たってしまいました。

当時気象大循環の数値実験を行っていたのはGFDL。Smagorinskyをチーフとして、真鍋、都田さんがやっていました。栗原さんもいましたけれど、栗原さんは台風のほうをおもにやっていました。

それからNCAR。NCARは初めは笠原さんがチーフとなってWashingtonとやっていました。それからUCLA。UCLAはMintzがボスでありまして、荒川さんが主としてプログラムの方はやっていました。

これが3大拠点であった訳でございまして、各々のモデルはそれぞれ趣向が変わっていました。

昭和41年、UCLAへ来ないかという荒川さんからのおさそいで、喜んで行くことにいたしました。それからUCLAモデルの開発を手伝うことになりました。荒川さんは私と一緒に気象庁に入った人でございまして、初めのうちは定点に乗っており、次に気象研究所に入り気象庁の数値予報ルーチン化に伴って電計室に移り、そこから4、5年してUCLAへ行かれた方でございます。ここへ入りましてプログラムの開発をやったのは、荒川さんと私の二人でございます。荒川さんは力学部門、私は物理過程の方を、でMintzは金を取って来る人ということでございまして、Mintzは殆どモデルをいじっておりません。二人のほうがやっぱりやりやすいわけですね、相談してパッと決まりますし。私はそこで色々なことを何でもやらざるをえなくて放射計算を非常に簡単化する問題、それから境界層の輸送係数をどういうふうに与えるか、こういうものがあるわけです。

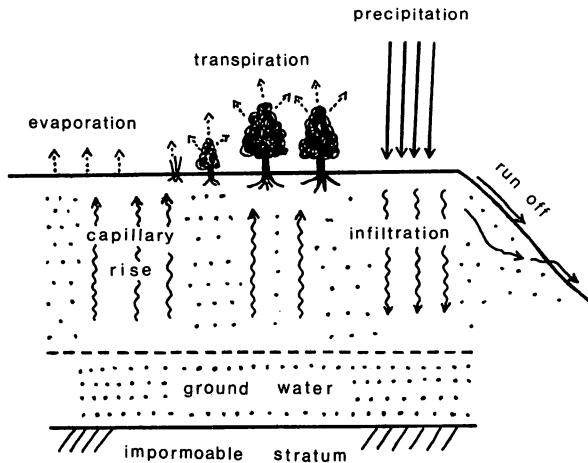
境界層での熱輸送

例えばヒートフラックスを $H_o = \rho C_p C_h (T_o - T_a) V_a$ とこういう方式で与えますと風が無くなってしまうと非常に変なことになってくるわけです。例えば、特に我々が一番感じたことはオーストラリアの砂漠の上で100度とか150度とかいう地温が出て来てしまうわけです。それはこれ(V_a)が0になった時に、これ(H_o)が0になってしまうので、地表面に熱が閉じこめられ、そうならざるをえないということだったわけです。初めのうちはこの係数にある定数などをくっつけておったんですが(V_a の代わりに $V_a + a$ とした)、こうすればまず V_a が0になってもいいんだが、この根拠が分からない。そういったことで私はKEYPSの式からこの a を求めました($a = 1.1 \sqrt{T_o - T_a}$ となった)。ここでは時間がないのでしゃべっている暇はありません。

土 壌 水 分

それから土壌水分のことも取り扱いました。これから非常に重要なこととなると思われまのでちょっとふれたいと思います。

まず雨が降ってきて浸透してゆきグラウンドウォーター、地下水になる(第9図)。地中では地表か



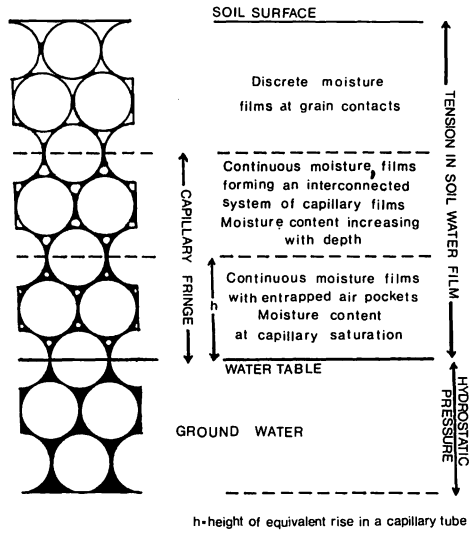
第9図 土壌水分の模式図。

ら蒸発していきますと、キャピラリイといって毛細管現象でずうっとしみとおってくるわけです。

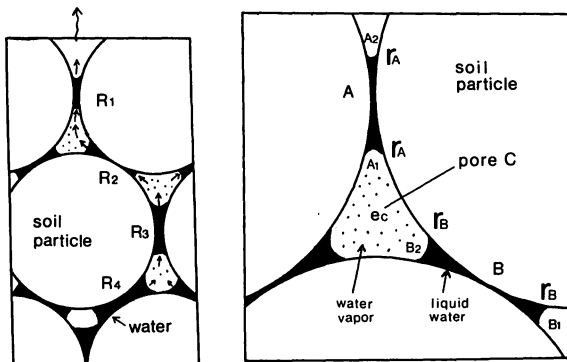
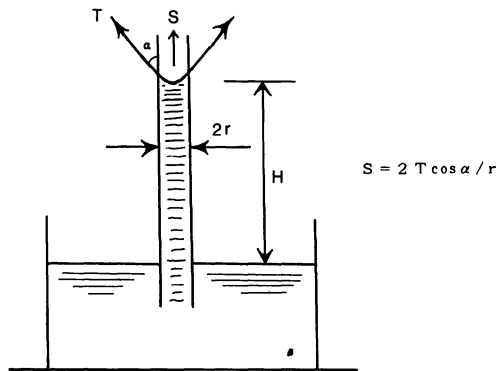
土壌の中の水分をスキマテックに書きますと第10図aのようになります。まず一番下にグラウンドウォーター、グラウンドウォーターのところは砂の間の透き間が水で全部詰まっています。雨が降らずに、蒸発散が進む乾燥の段階では、砂粒の間にある水分の量は上程少なくなる。そうなれば曲率半径は小さくなり、それに逆比例して引っ張る力が増えるので水分は上へ上へと移って行くわけなんです。しかし、段々と乾いてゆき第10図aの上層部のように水のフィルムがお互いに繋がってない状態になるとそういう訳にはいきません。この時は水蒸気を介して移動するようになります。そのような時を拡大して示したのが第10図bなのです。

砂粒の接触部AとBを見てみる。上の方にあるAの水分は下のBにある水分よりも少ないから、Aの方の水面の曲率半径 r_A はBの方の r_B より小さくなるんです。サクシヨンの力 (S) は曲率半径 r に逆比例しますので、サクシヨンはこちら (A_1) の方が大きい ($S_A > S_B$)。 e_{so} は平らな水面に対する飽和蒸気圧です。これからサクシヨンを引いてやったのが曲面に対する飽和水蒸気圧でございます。ですからBの曲面に対する飽和水蒸気圧 $e_{sB} (= e_{so} - S_B)$ よりAに対する $e_{sA} (= e_{so} - S_A)$ の方が小さい。穴 (空気) の中の水蒸気量 e_c はこの中間にある筈なので ($e_{sA} < e_c < e_{sB}$)、 B_2 から蒸発してゆき A_1 で凝結することになります。そして A_1 から A_2 に吸い上げられてゆく。このようにして水は上の方に移動してゆくことになります。だからこういった土壌の中の水分を取り扱う時は非常に複雑になってきます。液相の場合と蒸気相の二つの式を立ててやらざるをえなくなってくるわけです。

土壌水分を予報する時どういものが非常に重要になるかと言いますと、field capacity (圃場容量 W_f) がまず重要でございます。これはどういものかと言いますと、土壌が含み得る最大の水分というのは土壌の間の穴に全部水が詰まっちゃった時です。そんな状態は不安定でございます。すぐ重力によってずうっと下に入っていってしまいます。だから下に向かう重力とサクシヨ



第10図 a 土壌中の水分の分布の模式図。丸は砂粒を示す。



第10図 b 土壌中の水分が上昇する時の砂中の模式図。

ン、いわゆる表面張力によって保持される力とが釣り合った状態に2, 3日ですぐなります。それを field capacity といいます。

それともうひとつ wilting point (Ww) というものがあります。これはシオレ点とも、シオレ含水量ともいいます。それはこの値に達しますと土壤中の水分が活用出来なくなって植物がしおれるということです。これは日本語のしおれです。だから我々が利用し得る最大の水分は

$$W_{max} = \rho_w (W_f - W_w) h$$

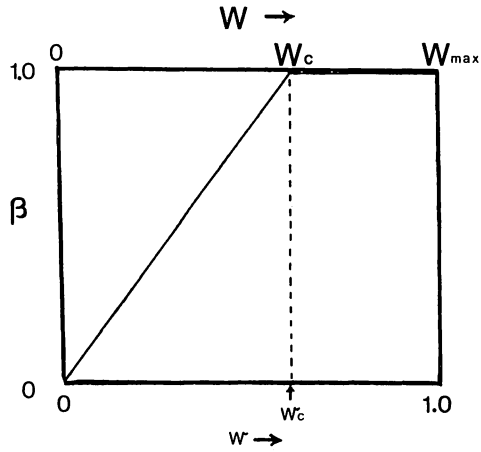
と現わされ、field capacity から wilting point を引いてそれに表面からの蒸発散にアクティブな層の厚さ h をかけて出す (ρ_w は水の密度)。

今の数値実験、大循環モデルではこれ (W_{max}) をポンと与えているわけです。これをどういうふうに与えるか非常に難しい問題です。今は GFDL では $15\text{g}/\text{cm}^2$ を与えておりますし、UCLA では初め20を使っていました。これはその有効土壌層の厚さをどうとるか、それは植生によっても違うでしょうし、土壌の質によっても違うでしょう。

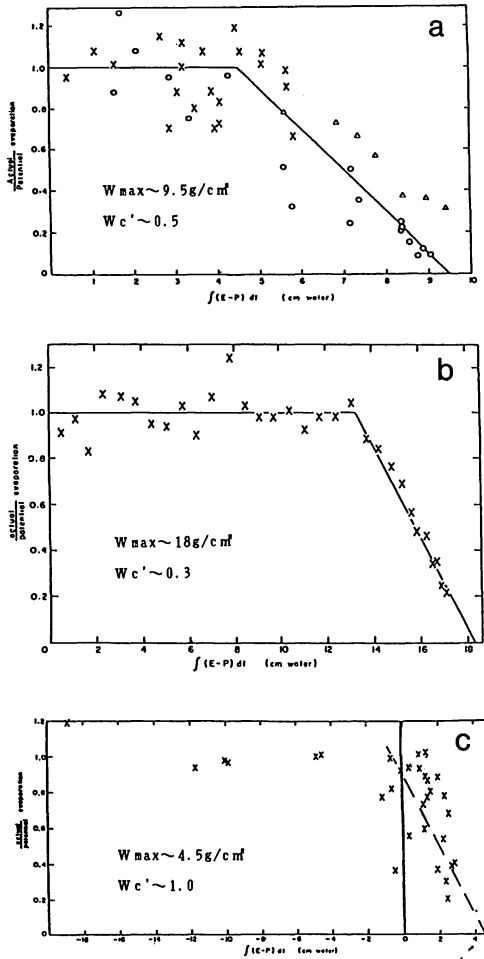
それからこういったもの (W_f , W_w) も全部ちがうでしょう。それを一定にするのは本当はいけないことではありますが、現在そういった研究はございませんのでいたしかたございません。私はここでは W_f に26%, W_w に11%と平均的なものをとっています。それから蒸発に関しましても、これ ($E_p = \rho_a C_q V_a (q^*(T_g) - q_a)$) が水面上での蒸発に対応するものです。土壌からの蒸発の時はこれにある係数を掛けて $E = \beta E_p$ というふうに表示するほうがよいとされているわけで、 β は (第11図) こういうふう非常に湿っているうちは1できまして、あるところからリニアに減るといのが大体いいらしい。といった場合この値 (W_c) を何にするかまた難しい問題になってきます。色々な例をおみせしますが、ものによって非常に違っています。

(第12図の最上段) この場合はさっきの W_{max} はここは0でここで1の状態、このへんからずーっと下がるということになっています。この場合は $9.5\text{g}/\text{cm}^2$ ぐらいです。 W_c' は0.5ぐらい、ちょうど半分ぐらいのところですね。こっち (第12図の中段) になるとまたちょっとちがいで、スーっと行ってこの辺から1でなくなってスーっと行く、これは $18\text{g}/\text{cm}^2$ であるわけです。そして W_c' は0.3。それからこんな極端な (第12図最下段) もございます。これはどうしようもないですね。この場合は W_{max} は $4\text{g}/\text{cm}^2$ ぐらいになってしまいます。非常にものによって違うものを大循環モデルでは一定だとしてやっているところかなり問題があります。

土壌水分はまだルーチン的には観測されていないもので、非常にむずかしいものですが、陸上の蒸発散を正確に出すためには土壌水分の予報というものをこれから大循環モデルに入れていかなるをえないと思います。まだ私のやったことは初歩的なこととございます。2層モデルで3年間の季節実験をやったときも実はこれが入っているわけです。その結果は今日は時間の関係で言いません、まとめのほうにもっていきます。



第11図 土壤からの蒸発の計算の時の係数 β と W の関係。



第12図 浸漏計で計った drying phase。縦軸は (Actual/Potential) evaporation, 横軸は $\int (E-P) dt$ 。a ~ c は測定場所の違いを示す。

長期予報技術の改善計画：昭和53年

さっき現長期予報課さんから紹介されましたが、私が長期予報課長のとき、窪田予報部長から“長期予報は成績がよろしくない、長期予報技術の改善を検討して答申しろ”という命令を受けました。

そのとき作ったのが、技術改善への道として出したのが、まず最初は数値1カ月予報モデルの開発。

それから総観・統計的手法の改善・開発に対しては「1カ月予報指針」の作成、これは昭和56年3月に出来ています。

それから低緯度解析の充実、それから立体解析とか、境界条件とかございます。

この当時まだまだ低緯度解析を充実すると言いましても、全然エルニーニョが日本の天候にきくとは知りもせず、したがって漠然と低緯度の解析の充実と言っていたわけでございます。それから立体解析。ブロッキングなんかの異常気象に対して立体的に物を見ることをする。それから境界条件。SSTや雪氷分布に注目しようということ、それから全球解析ということございました。

この数値予報開発グループは54年に実はスタートしたわけです。長期予報課、予報研究部、それから昔の電計室。このときこの「1カ月予報指針」に私が前書きを書きましたが、そこにタイムスケジュールを書いておきまして、「これは昭和58年にルーチン化する」。今、そういうことを書いたので怒られていますが、まだ10年ぐらいかかるようございまして。実は私ずっと前から10年後、10年後と思ってまして、気象庁を卒業するまでには完成するんだろうとは楽観的に思っていました。やはりそれは楽観的すぎたようございまして。そう簡単にうまくいくわけがないんですね。

それでもうそろそろ57年頃になるとグループが意気消沈しました。たまたまその昭和57年11月にWMO/CASが主催した長期予報のインフォーマルスタディミーティングがプリンストン大学のGFDLでありまして、突然出席することになりました。そこで一番驚いたことは、ちょうどこの年もうすでにエルニーニョが起こっていました。もうしゃべる人しゃべる人全部エルニーニョのことばかりなんですね。それからPNA。初め、聞くのが恥ずかしかったが横にいた栗原さんにPNAってなんだと聞いて聞いたら、Pacific North Americanパターンと言われたわけでございます。こういったことで皆わっさわっさやっていたわけです。ナマイアスがおれが一番の御本尊だといばっているわけです。ナマイアスはたしかにこのパターンをみつけてますがこれとエルニーニョとは結びつけていませんでした。そのとき長期予報の可能性も論じられまして、数値1カ月予報は可能であるという結論、それと総観的な手法であってもエルニーニョといった現象が起こるときは予報可能であるとそういう結論でございました。それを持ち帰ったら、また長期予報の開発グループが少し活気づいたように思いましたし、エルニーニョにもものすごく注目するようになったと思います。それまでは全然注目はしてなかったわけです。

これから長期予報をやられるかたは一生懸命頑張ってくださいようお願いしますと同時に、10

年後に数値1か月予報のルーチン化が実現することを望んでいます。どうもありがとうございました。

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者への対応」(合同会社「株式会社ウェザーニューズ」)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

http://www.w-n-z.com/press/20151029/01.html

【参考】「第1回 気象庁長官記者会見」(2015年10月29日)の「民間気象予報事業者」

1. はじめに

現在、世界の30以上の国で、長期予報をルーチン的に行っている。またWMOの調査では予報を予定している国も多い。1983年の第9回WMO総会で長期予報研究計画（Programme on Long-range Forecasting Research）が、天気予報研究計画（Weather Prediction Research Programme）の中に独立した。この様なWMOの動きは、長期予報の精度が現在よりもほんの少し上昇するだけでもその経済効果が非常に大きい事、実際に長期予報を行っている国の間で予報精度の向上のために真剣な努力が払われていることによるものであろう。また数値予報モデルを用いた1カ月予報の研究が活発に行われ、モデルの解像度の上昇などによってその可能性が見えつつある事もその大きな要因の一つであろう。

この長期予報研究計画の目的は以下の3つである。

- (1) 長期予報の方法や開発状況を紹介し、研究を促進する。
- (2) 力学的、統計的方法に基づいた、長期予報に関する知識、Operationalな予報モデルや予報法についての情報をメンバー国間で交換する。
- (3) 長期予報に関するあらゆる面での最新の情報を提供する。

調査研究計画（Research and Development Programme）のこの先10年間の方向を決める第2次長期計画（Second WMO Long-term Plan：1988-1997）の長期予報研究計画の項には、月毎の予報（Monthly Forecast）の実際面（Practical Aspects）に関する国際会議または地域会議を数年毎に行う事が計画されている。この会議はC A S（大気科学委員会）がSteering Committeeであり、第1回の会議が1986年秋にブルガリアで開かれ、Operationalな長期予報の担当者が参加して各国の予報法の現状が紹介された。次回は1989年に開かれる予定である。

また、これとは別にはぼ2年に1回、全球大気と世界の天候についてのワークショップが同じくWMOの主催で行われることとなっている。この会議の目的も長期予報と関連のある大気や海洋の顕著な現象や、統計的予報法や力学的予報法についての知識の交換を行う事であり、第1回の会議が1985年にアメリカのメリーランドで行われ、第2回が1987年6月にフランスのトゥールーズで開かれる。

これらの会議の報告や現在出されている論文によると、現在行われている予報法は大きく分けると統計的方法と力学的方法の2つに分けられる。現在は主に統計的方法が用いられており、力学的方法が一部使われているというのが実状である。1カ月予報を数値予報モデルを用いて行うための調査研究がWMOの長期計画のこの先10年間の最重点目標であり、1カ月予報はいずれ数値予報モデルによる予報が主流となるであろう。

数値予報モデルによる長期予報については別に紹介されるので、ここでは統計的方法の現状の簡

単なまとめと今後の見通しを紹介しよう。本文は、幾つかの論文の結果をとりまとめたものだが、著者の主観がかなり入っている。本文の最後に参考文献を挙げておいたので、興味のある読者は原論文に当たって頂きたい。

2. 何が予報できるのか

長期予報の始まりを考えてみると、先ずその必要性が叫ばれて、その要求を満たす形で予報が行われてきたと言えよう。従って、到底不可能な事でも要求されて行わざるを得ないという側面がある。このような実際面を少し離れて考えると、予報を行う上で重要なのは「何が予報できるのか」と言う事である。この問題に答えるには、いわゆる「信号(シグナル)と雑音(ノイズ)」の議論が不可欠である。実際の天気現象は多くの周期の現象が重なって起こっている。この実際の現象から長期予報で対象とする現象を選び出す事に関しては「信号と雑音」の話をしなければならず、これだけでもかなりまとまったものとなるので、ここでは次の論文を紹介するにとどめる。

この種の仕事では、例えば Jones (1975) や Leith (1973) の S N 比の議論に基づいて、Madden (1976) は地上気圧をノイズと信号に分けている。Madden (1981) はまた北米の気温の変動を信号と雑音に分けて、実際の長期予報は信号の大きい地域で行いやすいという結果を得ている。

長期予報を行う場合には、このような調査に基づいて予報対象を選択し、そこから調査を進めるのがオーソドックスな方法であろう。

3. 現在の予報法

世界各国で色々の統計的予報法が Operational に使われている。先にも述べたように、長期予報モデルには理論的裏付けは殆ど無い。従って、予報はデータに基づいた統計手法に頼らざるを得ない。手法としては、主に判別関数を用いた予報、回帰を用いた予報(時系列解析を含む)に大きく分けられる。例えば判別関数を主とした予報法でも、その中に一部回帰を用いたりしているものも勿論あるが、ここでは大きく上の2つに分け、判別関数を用いた方法について見てみよう。

回帰を用いる方法は現在、どこの国でも同じようなもので、多変量回帰式を用いて気温・降水量・気圧場などを予想するものである。また、時系列解析による方法は余り活発に行われておらず、熱帯の地方での降水量予報に簡単な自己回帰モデルが用いられている。

4. 判別関数を用いた予報法

ここでは、論文が公にされておりその内容が明らかであるイギリス気象局の長期予報について見てみよう。方法等は、Folland and Woodcock (1986 I, II), Folland and Colman (1985), Gilchrist (1986), Maryon and Storey (1985) に紹介されており、ここではこれらを集約して説明する。

イギリス気象局では1963年以降、1カ月予報を月に2回公表していた。当時の予報法は類似による予報法が主であった（例えばMurray 1970, Ratcliffe and Murray 1970）。この方法では1カ月平均海面水温（北西大西洋）や500 mbの月平均図などを用いて計算機で類似を選び出して気温と降水量を予想していた。また予め予報に適用可能な現象を調査しておき、ベイズ確率的に予報を行う方法も一部用いられていた。しかしこれらの方法による予報成績がおもわしくなく、1980年末で一般向けの発表を中止した。また特定の企業向けに出していた3カ月予報も同時に中止した。

イギリス気象局では、それまでの類似法を全て御破算にして、全く新しい予報法の開発に着手し、実験的に1カ月予報を月に2回行ってきた。現在の予報成績は以前よりも良いようだが、1986年秋にブルガリアで行われた会議の席上では担当者は、一般向けに公表を再開するのはまだ少し先になりそうだと答えていた。

このイギリス気象局の予報法は参考になる点が多いので、少し詳しく解説しよう。

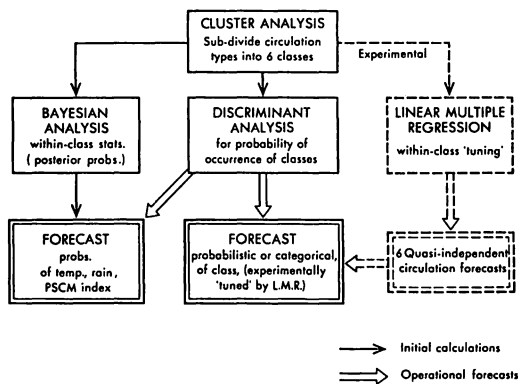
4.1 イギリスの長期予報システムの概要

予報法の詳細に入る前に、予報システムを概観しておこう。第1図に示したのがその概要である。

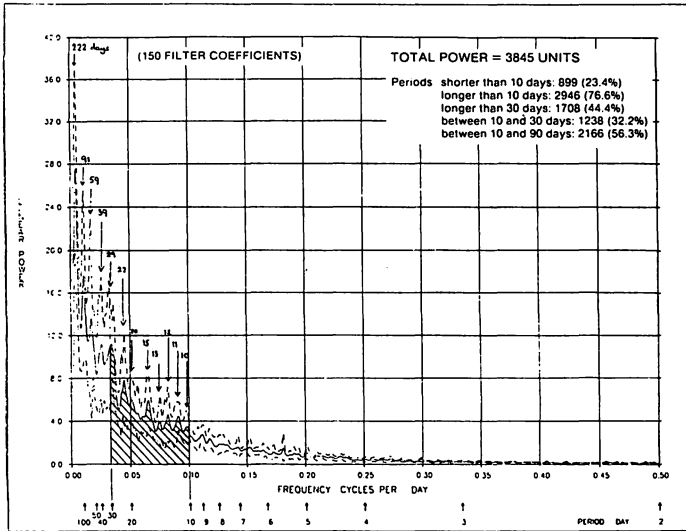
最上段のクラスター分析、中段のベイズ確率の事後確率を決める、判別解析のための適切な判別関数を決める、最適な重回帰式を求める等の各ステップは、実際の予報作業を行う為に事前に行っておかなければならない。予報モデルの作成とはこの事前の作業に外ならない。同じ説明変数や目的変数を使う限りは、その後はこれらの判別式などは変える必要は無い。

従って毎回の予報で作業を行う部分は白抜き矢印でつながれた部分であり、クラスター分析で分類された海面気圧の6つのグループ毎の出現確率を判別関数に基づいて予想し、その予想されたパターンから気温や降水量の階級毎の出現確率をベイズの式を用いて間接的に予想する。

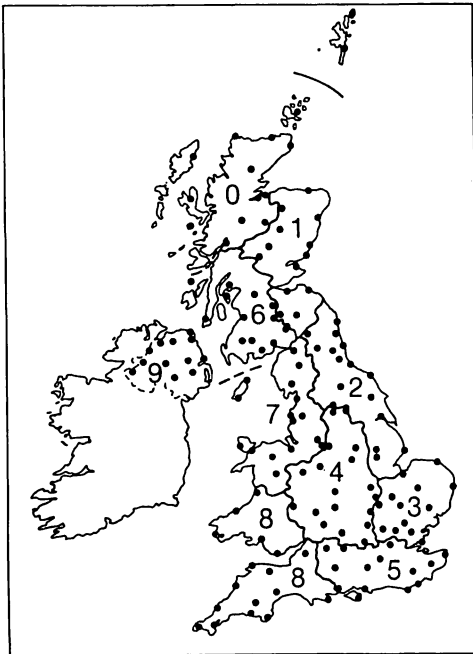
予報モデルが（良くも悪しくも）客観的に出来ている限りは、予報の発表までの作業時間は非常



第1図 イギリス気象局の長期予報システムの概要。
(Maryon and Storey, 1985)



第2図 イギリス中部でのdailyの気温偏差のスペクトル。
 横軸は周期(1/日), 縦軸はパワー。1936~85年の50
 年間を, 5年毎の10の期間に分け, 各期間毎に求めた
 パワーを平均したもの。図中の破線は1シグマの値を
 示す。(Folland and Woodcock, 1986 I)



第3図 イギリスの10の予報区。黒丸は観測所。
 (Folland and Woodcock, 1986 I)

FORECAST FOR THE PERIOD COMMENCING 11/1/86 ENDING 31/1/86
 PART 1 BEST ESTIMATE FORECASTS:

TEMPERATURE DEGREES C AS A DIFFERENCE FROM NORMAL AND
 RAINFALL AS A PERCENTAGE OF NORMAL FOR EACH DISTRICT

(1) FIRST 15 DAYS

DISTRICT	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TEMP.	-1	-1.5	-2	-2.5	-2.5	-2.5	-2	-2.5	-2.5	-1.5
RAINFALL	50	45	45	45	45	50	45	45	55	60

CONFIDENCE: E

(2) REMAINDER OF PERIOD

DISTRICT	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
TEMP.	-0.5	-1	-2	-2	-2	-1.5	-1	-1	0	-0.5
RAINFALL	90	100	100	120	140	130	100	110	140	130

CONFIDENCE: E

PART 2 PROBABILITY FORECASTS FOR THE WHOLE PERIOD (TEMP. AND RAINFALL)

TEMPERATURE PERCENTAGE PROBABILITY:

DISTRICTS:	BELOW AVERAGE	BELOW AVERAGE	AVERAGE	ABOVE AVERAGE	MUCH ABOVE AVERAGE
0,1,9	20	30	25	15	10
2,3,4,5,6,7,8	35	25	20	15	5

RAINFALL PERCENTAGE PROBABILITY:

DISTRICTS:	BELOW AVERAGE	AVERAGE	ABOVE AVERAGE
0,1,2,6,7	40	35	25
3,4,5,8,9	30	40	30

STRONG WIND EXPECTATION:
 Average

DESCRIPTION OF WEATHER EXPECTED DURING THE PERIOD.
 Much of the month will be cold or very cold and rather dry.
 It is expected to become much wetter and milder in the last week.

OVERALL CONFIDENCE: E CROWN COPYRIGHT

ORIGIN: MET O 13 BRACKNELL DATE/TIME
 EXT: 2685 TELE 849801
 THIS FORECAST IS NOT TO BE QUOTED WITHOUT REFERENCE TO THE ORIGINATORS.

第4図 イギリスの予報文例 (1986年2月の予報)。
 (Folland and Woodcock, 1986 I)

に短期間で済むこととなる。その分だけ新しいデータを組み入れることも可能になる。

(1) 何を予報すべきか

イギリス気象局では、気温を予想する時にどの程度の期間を最小単位に採れば良いのかを決めるための基礎調査として、先ず気温のスペクトル解析をおこなっている。基礎データは1936～1985年の50年間のイギリス中部の官署での毎日の気温時系列データである。この50年間の5年毎の10個の期間に分けて、各期間毎に5年間毎日の時系列データのスペクトルを計算し、そのスペクトルを周期毎に10個の期間全てについて平均したものが第2図である。この図によると、全体のVarianceのおよそ23%が10日以下の短周期の波によっており、Varianceの殆どが10日以上長周期の波によってもたらされている。従って気温に関する限り、10日以下の短周期の波は長期予報の対象としなくても、余り情報を損なわないだろうと判断をしている。その結果、15日を予報の最小時間単位に選んでいる。

(2) 予報対象期間

このような結果に基づいて、イギリスの1カ月予報は、予報対象期間を次の、

Medium-range (1～5日), Mid-range (6～15日), Long-range (16～30日)

の3つに分けている。しかし実際に発表されているのは、前半と後半の15日間平均や1カ月平均した気温や降水量の予報である。

(3) 予報対象地域

イギリスを10の地域に分けている(第3図)。この区分は、気候区分によるというよりも、行政区分によっているようである。発表回数は月に2回のようなようである。

4.2 予報文の実際

以前の予報文はA3判位の用紙裏表に多色刷りで、前月の天候経過や予報対象月の平均的な天候の記述等、解説も含んだものであったが、現在は第4図に示すように内容が大きく変わった。この予報はテレックスで利用者に送られる。情報の伝達の方法も考えるべき点が多い。

現在の予報文はBest-estimate forecast, Probability forecast, 予想される天候の記述の3つの部分から成っている。

(1) Best-estimate forecast

予想された海面気圧(偏差)パターンのクラスターのなかで、さらに最も出現確率の大きい海面気圧パターンを予想し(後述)、その類似を探して1カ月の前半と後半各々の15日平均した予想値を、各地域について、気温は平年偏差を°Cで、降水量を%で表現してある。

この予報には、予報担当者の自信度または心証とも言うべきもの(Confidence)を、A(Highest Confidence)～E(Little Confidence)の5階級で付加しているのが興味深い。5階級と言っても実際にはC(Most Confident)～Eの3階級が使われている。Cは色々な予報資料の結果が

揃っている場合、Eは各予報資料の結果がばらばらでシノプティックな状況などの主観的判断によって予報をまとめざるを得なかった場合のようである。

(2) Probability forecast

1 カ月平均した予想値を、気温は5階級の各階級の出現確率、降水量は3階級の各階級の出現確率を%で表現している。これは予想された海面気圧のクラスターの出現確率を用いて気温・降水量の出現確率を予想したものである。

階級区分は気温は5分位 (Quintile)、降水量は3分位で現わしており、各階級の長期間の出現確率は気温は20%、降水量は33%としている。

この予報にも心証のランクが付いている。予想ランクによって、各階級の出現確率が異なるように予めランクと出現確率との関係のある程度は決めているようだ。予想階級が同じでも心証が異なるとその階級の出現確率の大きさが異なるようなシステムになっている。例えばある階級を予想した場合に、心証ランクCの場合にはランクEの場合と比べるとその階級の出現確率は大きくなるようになっている。

(3) 天候の記述

第4図に見られる通り、予想される天候の記述は全国的な特徴を2行程度で済ませている。以前のイギリスの予報文や日本のそれと比べると非常に対照的である。

4.3 予報モデル：概略

予報 (予測) というものは、本質的に確率的なものであろう。長期予報などはその最たるものと思われる。従って、長期予報の予報法はその結果を確率的に表現出来るものが望ましい。その道具として何等かの「予報モデル」が必要となる。イギリス気象局の場合は主要なモデルは「判別解析モデル」ということになる。このモデルはベイズ (Bayes) の確率を用いており、いわゆる経験則といわれる、Aの条件の下でBならばその結果はXである、という考え方を拡張したモデルとなっている。

予報モデルの考え方は次の通りである (第1図も参照)。

(1) 予報対象 (目的変数)

15日平均したイギリス付近の海面気圧偏差パターン (過去データ) を、予めクラスター分析によって6つのグループに分類する (クラスター分析のステップ)。次に分類されたグループ毎に気温や降水量の各階級の出現確率を計算しておく (気温・降水量階級出現のベイズ確率の計算ステップ)。これで6つに分類された各グループのどれかのグループが予想されたら、気温や降水量の予想が出来ることになる。

(2) 説明変数

北半球の海面気圧と層厚 (1000~500mb) を主成分分析した各主成分のスコアと、特定の領域

平均海面水温を用いる。これらの過去データの中の幾つかの変数（ n 変数）を用いて各グループ毎に、それらの変数が、分散・共分散行列が等しく平均値のみが異なる n 次元正規分布に従うという仮定の下で、各グループの分離が最も良く（誤判別の確率が最も小さく）なるように、説明変数の自由度を考慮しながら最適な変数の組合せ（線形判別関数）を決める（判別解析のステップ：この変数選択は重回帰式と殆ど同じ）。

(3) 予報

上の線形判別関数が決定されたならば、そこで使われている変数の値を、最新のデータについて計算して、予め仮定したそれらの変数の確率密度関数に最新の値を入れて、ベイズの式を用いて各クラスタの出現確率を計算する。最も確率の大きいクラスタの海面気圧パターンが予想気圧パターンとなる。このクラスタの出現確率から気温や降水量をベイズの式を使って推定することとなる（予報のステップ：実際には更に手が加えられている：後述）。

次に各ステップ毎に詳しく見てみよう。

4.4 予報モデル：クラスタ分析

このステップでは15日平均した海面気圧を6つのクラスタに分類する。その内容は以下のとおり。

- (1) 基礎資料は1899～1978年の80年間の毎日の海面気圧である。
- (2) 上の基礎資料を用いて各月の前半と後半の各15日平均値を、大西洋北部～ヨーロッパ領域（35～65 N, 80W～40 Eの経度10度，緯度5度毎の91グリッド：第5図参照）について作る。
- (3) 1年を暦日で1～2月，3～4月，……，11～12月と2カ月毎の6つの「季節」に分ける。
- (4) 各季節は80年間で320個の15日平均値を含むこととなる。
- (5) この320個のデータをクラスタ分析で6つのクラスタに分類する。

クラスタ分析の手法は次のとおり。

- ① 上の(2)の領域のデータの分散・共分散行列を用いて主成分分析を行い、初めの8つの成分を採用する。この8つの成分で全体の分散の約90%が説明できる。
- ② 2つのデータ（A，B）間の類似の基準は、各主成分スコア（ e_k ， $k=1, 8$ ）のユークリッドの距離

$$D(A, B) = \left[\sum_{k=1}^8 (e_{Ak} - e_{Bk})^2 \right]^{\frac{1}{2}}$$

を用い、この距離が小さいデータ同士をまとめて6つのクラスタに分類する。

何故この基準を用いたかという、最終的な結果として、この基準で分類した結果が最も気象学的に意味のあるものだったという（意味のあるとはどのようなことかは不明だが、多分目視の結果と対応が良かったのかも知れない）。

この基準で分類した各クラスタに属するデータの平均を冬について第5図に示す。これらの

6つのパターンが冬に現れる代表的なものを見なすわけである。

このステップでの問題点は次の点であろう。

・クラスター分析を行う領域として何処を選べば良いか。

この問題はこの種の手法では常に付きまとう問題点である。例えば、夏と冬とでは卓越する現象の水平スケールも異なるであろう。

イギリスの結果では、夏には他の季節ほどはクラスターの分離が明瞭にならないようで、夏には気圧傾度が弱いためかもしれないとしている。また主成分分析に相関行列を用いる必要は無いとも書いてある。しかし、分離が思わしくないのはそれだけでは無いのかもしれない。

・分類すべきクラスターの数は幾つが適当か。

これも季節によって変わるであろう。イギリスの場合には分類すべきクラスターの数を予め6つと決めてかかっている（いわゆる外的基準のある場合）。この6つという数の根拠はあまり明確では無いが、統計手法で予測を行う場合には1つのクラスターに属するデータの数をできるだけ多くしたいという、そちらからの要請によるものようだ。

分類すべきクラスターの数が予め分からない（外的基準の無い）場合には、採用した類似の基準に従って各データを各クラスター内の分散（Within Variance：群内分散）が最小で、かつクラスター間の分散（Between Variance：群間分散）を最大になるように分類し、クラスターの数を決める。このようにして決められたクラスターの数は一応客観的なものであり、予め幾つのクラスターに分けるべきかが、気象学的に不明な場合にはこの方法の方が望ましい。それにしてもこの結果はその基準を用いた場合の話である。従って決められたクラスターの数も、類似としてどの基準を使うかによって異なることとなる。さらに一般的な方法は、幾つかの類似の基準を用いて同じように分類し、各々の結果に共通する一番最もらしいものを使うという方法もある（この方法は日本の統計数理研究所で既に開発されたものがある）。

どの方法を用いるにしても、分類された各クラスターが実際の現象を適切に表現しているかどうかの最終判断は主観的なものとなるであろう。そのためには、1つの類似の基準だけでは無く、幾つかの基準を用いて分類し、試行錯誤的に適切なものを探さなければならない。

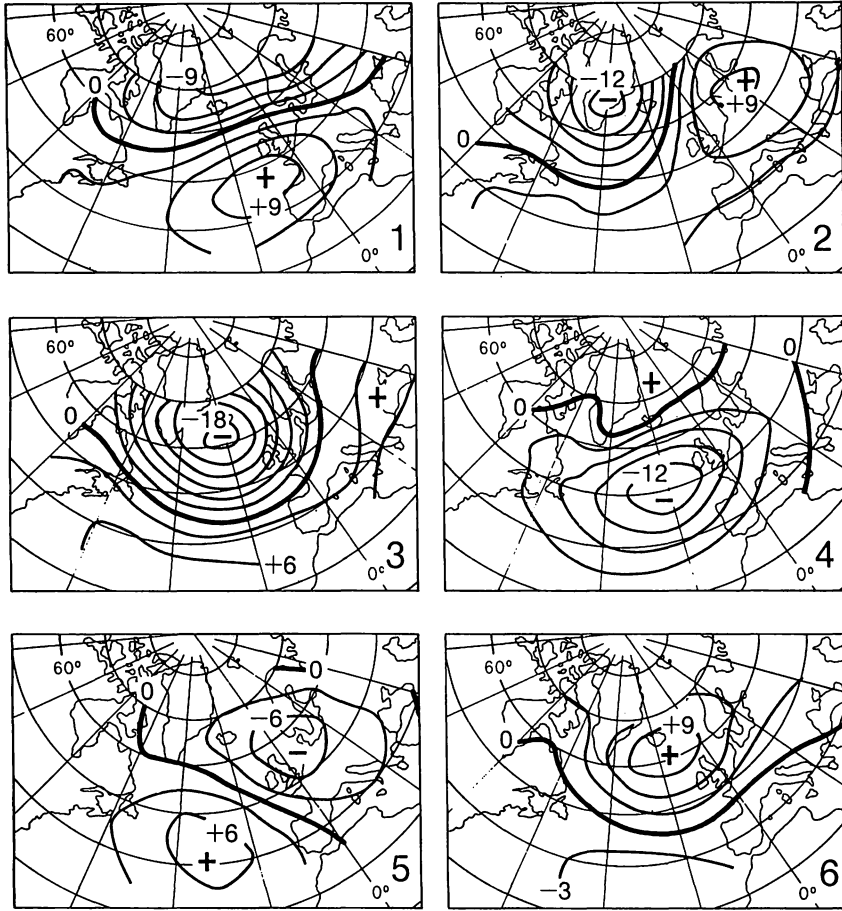
4.5 予報モデル：気温・降水量階級出現のベイズ確率の決定

気温や降水量の階級（階級 n を Q_n と書く）を予報するためには、実際の予報では先ず各クラスターの出現する確率（クラスター m を C_m と書く） $P(C_m)$ を予想する。この場合に気温・降水量の各階級の出現（予想）確率は、

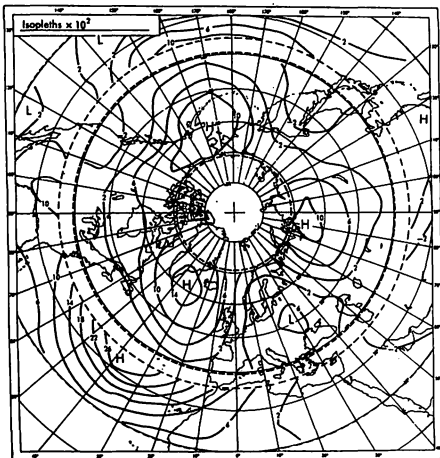
$$P(Q_n \text{ and } C_m) = P(Q_n / C_m) \cdot P(C_m)$$

となる。

ここで $P(Q_n / C_m)$ はベイズの確率



第5図 冬(1~2月)の海面気圧の6つのクラスター。
(Folland and Woodcock, 1986 I)



第6図 15日平均海面気圧の主成分分析した第2主成分の固有ベクトル(11~12月の例)。中・高緯度(40°N以北)と低緯度(20~35°N)の各々のベクトルは特に物理的な関係は無い。(Maryon and Storey, 1985)

$$P(Q_n / C_m) = P(Q_n) \cdot P(C_m / Q_n) / [\sum P(Q_i) \cdot P(C_m / Q_i)]$$

である。これはクラスターmが現われた時に気温または降水量階級がnとなる確率である。これらを予め過去のデータに基づいて計算しておくのがこのステップである。

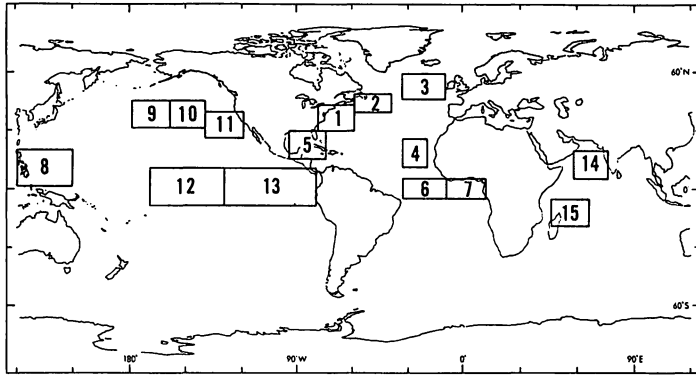
4.6 予報モデル：判別関数の決定

予報モデルのメインパートで、ステップワイズ法を用いて、先に分類したクラスターを最も良く判別出来るような変数を選択する。

(1) 説明変数の種類

15日平均した海面気圧、層厚（1000～500mb）および月平均海面水温を用いる。

- ① 海面気圧：北半球の緯度5度、経度10度のグリッドを、中・高緯度（40～70N）と低緯度（20～35N）の2つの領域に分ける。この各領域毎に15日平均値を主成分分析して、各主成分のスコアを説明変数として用いる。固有ベクトルの分布の例を第6図に示す。この主成分分析は、先の目的変数の項で述べたのと同様に、2カ月単位の各「季節」毎にデータをまとめて行う。分析期間は1900～1915, 1922～1937, 1949～1978年の約60年間である。データの無い期間は他の資料から補充して、1899年以降の主成分スコアを求めている。



第7図 判別関数に使われる月海面水温の15の領域。
(Folland and Woodcock, 1986 I)

Half-month	Surface pressure eigenvectors 20–35°N	Surface pressure eigenvectors 40–70°N	Eigenvectors of 1000–500 mb thickness 40–70°N
$t-1$	3	6	5
$t-2$	3	6	5
$t-3$	3	6	5
$t-4$	3	6	5

第1表 判別関数に使われる各説明変数の主成分の数。
(Maryon and Storey, 1985)

② 層厚 (1000~500mb) : 40~70Nの領域について、戦後のデータを用いて主成分分析 (分散・共分散行列を用いる) を行い、主成分スコアを説明変数としている。ここでも2カ月単位の各「季節」毎にデータをまとめて主成分分析を行う。1945年以前は海面気圧や地上気温から層厚を推定し、スコアを決めている。

③ 海面水温 : 第7図に示す15領域の月平均海面水温を用いる。データの期間は明記されていないが、他の論文 (例えば Ratcliffe and Murray 1970) から推測すると、海面気圧と同じ位の期間のようである。

実際には80年間ものデータは使わないが、これらは基礎調査に使われている。

(2) 説明変数の遅れ

判別関数を決める時には、予報をする時点からどれだけ時刻を遡って説明変数を選ぶかが問題となる。第1表に説明変数として、海面気圧と層厚を用いる場合に、採用する主成分の数とその時刻を示す。海面水温は予報を行う前月の1カ月平均値を用いる。

従って、時間の単位として15日間平均を1単位とすると、 $t + 1$ の予報を行う場合には、時刻 $t - 1$, $t - 2$, $t - 3$, $t - 4$ までの、海面気圧 (20~35N) は第1~3主成分の計12個、海面気圧 (40~70N) は第1~6主成分の計24個が海面気圧の説明変数となる。同様に層厚は20個、海面水温は15個の説明変数が用いられ、合計71個となる。

$t + 2$ の予報を行う場合には、説明変数は時刻 $t - 2$, $t - 3$, $t - 4$ のデータを用いる。

(3) 判別関数の決定

上に述べた説明変数を用いて、最適な判別関数を求める。判別関数を決めるためのデータは、戦後の35年間を使っている。従って、上に述べた説明変数の中で、最大35個のデータが使われる可能性がある。

判別関数の導出の考え方は以下のとおり。

いま n 個の説明変数 $X = (X_1, X_2, \dots, X_n)$ を m 個のクラスター (母集団) からサンプリングした場合を考える。この時に (X_1, X_2, \dots, X_n) で張られる空間を互いに独立な m 個の領域 (R_1, R_2, \dots, R_m) に分割し、新しい資料が R_a に属するならば、この資料はクラスター (a) に属すると判定することとする。

クラスター (a) での X の確率密度を $f_a(X)$ と書くと、クラスター (a) からの観測値をクラスター (b) と誤判別する確率は

$$P(b | a) = \int f_a(X) dX$$

であり、全体としての誤判別する確率の期待値は

$$\sum_{a=1}^m P(a) \left[\sum_{\substack{b=1 \\ b \neq a}}^m p(b | a) \right]$$

である。この値を最小とするように (R_1, R_2, \dots, R_m) を決めれば良い。

ここで $f_i(X)$ が平均値 μ_i で、分散・共分散行列 Σ が各クラスターで同じである n 次元正規分布

である場合を考える。この時には、 a であるかまたは b であるかの判別をするための判別関数は

$$U_{ba}(X) = X \Sigma^{-1} (\mu_b - \mu_a)^T - \frac{1}{2} (\mu_b + \mu_a) \Sigma^{-1} (\mu_b - \mu_a)^T$$

となり、

$$U_{ba}(X) = \log (P(a) / P(b))$$

となるように、 R_a と R_b の境界 X をきめれば良い。全ての a 、 b の組合せについて誤判別の確率を計算し、全体としての誤判別の確率を最小になるように (R_1, R_2, \dots, R_m) を決める。この全体の誤判別の確率が最も小さくなる変数の組合せを、ステップワイズ法で決める。

このようにして、確率密度に正規分布を仮定した、最適な変数を持つ判別関数が求まったならば、新しい説明変数が与えられて予報を行う場合には、ベイズの式

$$P(a) f_a(X) / [\sum P(i) f_i(X)]$$

で、事前確率 $P(i)$ が既知であるとして(過去のデータから事前確率を推定する)、過去のデータから推定した平均値と分散・共分散行列を用いて、マハラノビスの距離を用いて書き替えたベイズの式

$$P(a) \exp\left(-\frac{D_a^2}{2}\right) / \left[\sum_{i=1}^m P(i) \exp\left(-\frac{D_i^2}{2}\right)\right]$$

で各クラスターの出現確率が予想出来る。ここでマハラノビスの距離は

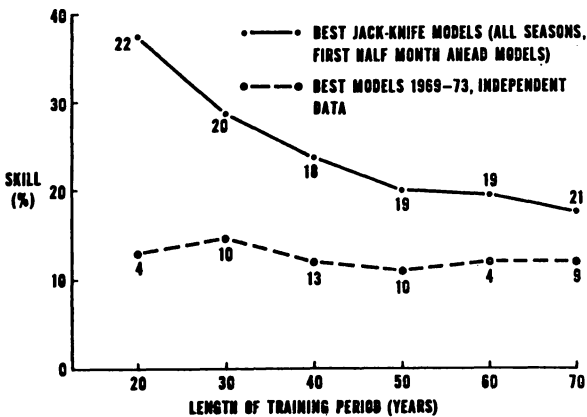
$$D_i^2 = (x_i - \mu_i) \Sigma^{-1} (x_i - \mu_i)^T$$

である。さらに詳細については、例えば河口(1973)、奥野他(1976)を参照されたい。

(4) 予報モデルの有効性

一応過去のデータを最も良く説明する判別関数が求まった訳だが、それが独立資料に対して有効かどうかを確かめなければ、実際の予報には使えない。

そこでつぎのような検証が必要となる。従属期間としてどの程度の期間をとればよいのか、事前確率としてデータから推定した値を使うべきかどうか、などである。



第8図 判別関数に用いるデータの従属期間(横軸)とスキル(S:本文参照,縦軸)。太実線はジャックナイフ法によるスキル,点線は独立期間(1969~1973年)に対するスキル。図中の数字はモデルに使われた変数の数。(Folland and Colman, 1985)

④ 従属期間の選択

判別関数を決めるための従属期間 (Training Period) として, 1968年に終るように期間を20~70年まで変えながら判別関数を決めて, 15日平均海面気圧のクラスターの予報を行ない, その検証結果を第8図に示す。第8図のS (スキル) は

$$S (\%) = 100 [\Sigma H - C] / [\Sigma (H + M) - C] = 100 [\Sigma H - C] / [T - C]$$

である。ここでHは予想出現確率が最大のクラスターが実際に現われた (予想が当たった) 場合で

第2表 事前確率を決めるためのテストに用いた2つのモデル (タイプ1, タイプ2) で使ったデータ期間。 (Folland and Colman, 1985)

Type	Training Period	Independent Testing Period	Prior Probs of clusters	No of Steps
1	1949-78	1979-84	1/2 (Sample - 1/6) + 1/6	Best 5
2	1949-78	1979-84	Sample	Best 5

第3表 事前確率の違いによる予報モデルの成績の違い。(a)はタイプ1モデル, (b)はタイプ2モデル。左列は初めの15日間予報, 右列は次の15日間予報の成績。(Folland and Colman, 1985)

(a) Prior Probabilities halfway between sample values in training period and 1/6th average of best 5 models

(TYPE 1 MODELS)

1st HALFMONTH AHEAD

		Observed		
		1	2	3-6
Forecast	1	35	31	78
	2	22	24	98
	3-6	87	89	400

S = 9% $\chi^2 = 9.9$
1% level

2nd HALFMONTH AHEAD

		Observed		
		1	2	3-6
Forecast	1	29	26	89
	2	19	30	95
	3-6	96	88	392

S = 4% $\chi^2 = 1.7$
not significant

(b) Prior Probabilities equal to sample values: average of best 5 models

(TYPE 2 MODELS)

		Observed		
		1	2	3-6
Forecast	1	38	24	86
	2	21	25	98
	3-6	85	95	396

S = 12% $\chi^2 = 10.2$
1% level

		Observed		
		1	2	3-6
Forecast	1	35	20	89
	2	14	25	105
	3-6	94	99	382

S = 9% $\chi^2 = 6.2$
5% level

値を1とする、Mは外れた場合、Cは偶然に当たる回数でクラスターが6個の場合には全予報回数 ($T = H$ とMの回数の和) の $1/6$ である。

成績の検証は2種類行われている。1つは、例えば期間を30年選んだ場合、その中から順次1年ずつ取り除き、29年間のデータで判別関数を求め、取り除いた1年の予報を行った結果 (Jack-knife Model) のS (図中の実線) である。もう1つは、従属期間の翌年から5年間 (1969~73年) の独立期間の予報を行った結果のSである (図中の点線)。グラフ中の数字は判別関数に使われた変数の数を示す。Sが正の時には、偶然の予報よりも成績が良いこととなる。

第8図では実線の方が点線よりも成績が良いが、これは予報を行った1年が Training Period とは完全に独立では無いためであるとしている。また破線で見ると、ほぼ最新の30年を従属期間として判別関数を定めれば、その後の予報成績が最も良くなるようだ。

現在は1949~1983年のデータを用いている。

これらのモデルでは、事前確率としてデータから推定したものを用いている。

② 事前確率の選択

事前確率は6つのクラスターが同じ事前確率を持つ場合をデータで修正した場合 (第2表のタイプ1) およびデータに基づいた場合 (第2表のタイプ2) の2つについて海面気圧の予報を検証している。

従属期間および予報を行った独立期間は第2表に示してある。

予報の検証を第3表に示す。上の場合と異なり分割表を用いている。

予報階級は、表で1は最も予想確率が大きかったクラスター、2は確率が2番目に大きかったクラスター、3は確率が3番目以下のものをひとまとめにしたものである。

実況も3階級に分けており、1は予想したクラスターと同じクラスターに属する海面気圧が出現した場合、2は実際に出現した海面気圧のクラスターに最も近い別のクラスター (その探し方は明記されていない) が出現した場合、3はその他のクラスターが出現した場合である。

検定は初めの15日間 (表の左側) と次の15日間 (表の右側) の各々について行っている。カイ2乗の値は表の一番上の行のデータについて、偶然の確率が表の第1~3列各々が $1/6$ 、 $1/6$ 、 $4/6$ であるとした場合の値である。自由度が2の場合のこれらの危険率も同時に示してある。

この分割表で見ると、初めの15日間では事前確率がどちらでも予報成績は大きくは変わらない。次の15日間では、データに基づいた事前確率を用いた方が成績は良さそうである。

また上で用いたSの値を予報階級が1 (Best forecast) の場合について示してある。

Sの値で見ると、初めの15日間の予報成績の方が良く、また事前確率としてデータから推定した値を用いた方が良さそうである。

(5) 問題点

ここでの問題点は、予報を行う時にいくつかの最適な予報モデルを選ぶことである。イギリスで

は Jack-knife 法などで検証して、最も予報成績が良かったモデルの変数が n であるとき、変数の数が $n-2$, $n-1$, $n+1$, $n+2$ である他の 4 つのモデルをも採用して予報を行い、合計 5 つのモデルの予想結果を平均しているようである。これも 1 つの方法であろう。

しかし、単に変数の数が隣合った他の 4 つのモデルの予報成績が良いとは言えないであろう。この点については、例えば AIC (赤池情報量基準) を用いて最適な判別関数を決め、それらの幾つかを使うという方法も考えられよう (線形判別関数の導出は重回帰式のそれと殆ど同じなので AIC の利用も可能であろう)。AIC を用いる場合には、イギリスのようにモデルを変数の数で選ぶのではなく、AIC による最適なモデルを選ぶことが出来、各モデルの予想結果に AIC による重みを付けて最終的な予想値を出すことも出来る。

AIC については、山田 (本号) の解説、または坂本他 (1985) を参照されたい。

4.7 予報モデル：予報の実際

(1) 海面気圧の予想

これまで述べてきたとおり、海面気圧のどのクラスターが予想されるかは、線形判別関数を使って行なわれる。予報モデル (判別関数) としては、1 つだけではなく現在は 5 つのモデルが用いられており、各モデルの予想結果 (Ensemble と呼んでいる) を平均したものを実際には用いている。しかし、判別関数による予報は、6 つの代表的な海面気圧パターン (クラスター) の中の 1 つだけを予想するもので、その予想されたクラスターの中に含まれているどのパターンに近くなるのかを予想はできない。

そこで、第 2 ステップとして、線形重回帰式を用いて海面気圧パターンを予測して上の判別解析の結果を修正している。目的変数は北西大西洋～ヨーロッパ域の海面気圧の主成分スコアで、説明変数は北半球の海面気圧の主成分スコアで、1 年前まで遡っている。この予報で、先に判別関数で決めたクラスターの中のどのパターンが出やすいのかを予想している。

(2) 降水量の予想

2 つの方法が用いられている。

① 回帰式による予想

15 日平均したイギリス付近の海面気圧と各地域の降水量との相関を求めておいて、降水量を予想している。

② 類似による予想

予想 (修正されたもの) された海面気圧パターンから、次の特徴の似ている過去の例を 1951 年以降の年から探し出す。この時、同じ時期 (t) だけでは無く、隣合った時期 ($t-1$, $t+1$) のデータをも含めて類似を探す。

類似を探す上での特徴は、イギリス付近の 4 つのグリッドでの海面気圧、イギリス付近の流れの

特徴を現わす各種の指数である。

このようにして探された類似年の降水量の地域毎の値を読み取り，上の④の結果も考慮して主観的に最終的な予報が決められる（Best estimate forecast）。

階級予想は先に述べたベイズの確率による。

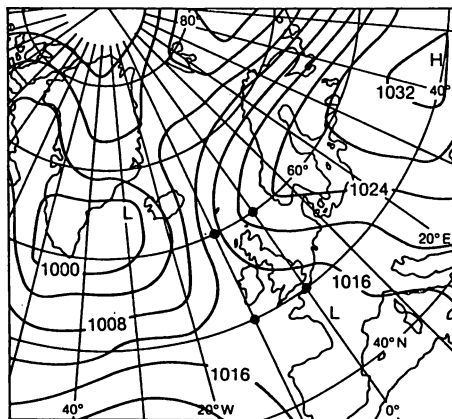
(3) 気温の予想

1～5日先までの予報は数値予報の結果を用いている。更に先の予報は上に述べた降水量予報の類似の手法が主に使われている。

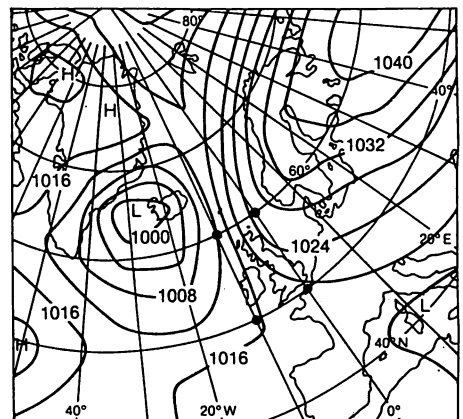
但し海面水温が気温にかなり影響するので，最も類似している過去の年の中で，海面水温が今年と似ている年の方を重視し，気温予報を主観的に決めていくようだ（Best estimate forecast）。

第9図に1986年2月前半の予報を行った時に選ばれた類似年の気圧パターンとその年の各地域平均気温（偏差）と降水量（平年比）を示す。Best-estimateの降水量予報はほぼこれらの年の値どおりの予報となったが，気温予報は1986年には海面水温がイギリスの東側で低かったことから，1981年の気温分布が主に用いられた。

階級予想は先に述べたベイズの確率による。



Second half of Feb. 1972



Second half of Feb. 1981

District	Temperature anomaly (°C)	Rainfall (% of average)	District	Temperature anomaly (°C)	Rainfall (% of average)
0	+0.2	26	0	-0.8	8
1	+0.7	56	1	-1.5	67
2	+0.7	53	2	-2.0	85
3	+0.6	53	3	-2.7	69
4	+0.6	60	4	-2.8	82
5	+0.6	65	5	-2.7	82
6	+0.7	45	6	-2.2	41
7	+0.8	43	7	-2.6	42
8	+0.4	101	8	-2.3	108
9	+0.3	36	9	-1.5	75

第9図 1986年2月6～15日の予報のために，予想海面気圧に最も類似しているとして選ばれた2つの例（1972年2月後半，1981年2月後半）。下の表は，各年の各地域の気温と降水量の実況値。（Folland and Woodcock, 1986 I）

5. おわりに

長期予報が本来持っている不確かさを表現するには確率的な表現が最も適切であろう。

ここではイギリスの予報法を主に見てきたが、この方法が必ずしもベストなものでは無く更に改良の余地がある、と参照した幾つかの論文にも明記されている。

しかし予報の確率表現のためには、イギリスの予報法の考え方は大いに参考になろう。我々が相手にしている大気・海洋現象はその予測を行うにはあまりにも複雑であり、目でみて分かるような前兆現象はほんのわずかしき無い。

短期予報では数値予報モデルにより、人間が経験だけでは予測できないような現象をも予測できるようになった。確かに短期予報モデルの発展には、ナビアストークスの方程式、熱力学の式など物理的な基盤があった訳だが、このモデルを1つの道具として計算機の発達と共に使いこなしながら、今日のようなモデルが出来上がったという側面も大きいであろう。

そのような意味で、イギリスの予報モデルも物理的な基礎は現時点では乏しいが、実用的なモデルの始まりの1つと見なし、各国でその地方に適した独自のモデルを開発する必要がある。

また統計モデルで最も大切なのは、どのようなデータをモデルに入力するかである。そのためには、特にシミュレーションなどで得られた知見を取り入れていくことも必要であろう。また先に述べた「信号と雑音」の問題も十分に調査する必要がある。

長期予報課でも、統計予報モデルの開発を進めており、いずれ確率予報の方向に向かうであろう。

参 考 文 献

- Folland, C.K. and Colman, A. 1985: A multivariate technique for use in long-range forecasting. Proceedings of the first WMO Workshop on the Diagnosis and Prediction on Monthly and Seasonal Atmospheric Variations over the Globe. Programme on long-range forecasting research, Report series No. 6, vol. II. Geneva, WMO.
- Folland, C.K. and Woodcock, A. 1986: Experimental monthly long-range forecasts for the United Kingdom. Part I. Description of the forecasting system. Meteorol Mag., 115, 301-318.
- Folland, C.K. and Woodcock, A. 1986: Experimental monthly long-range forecasts for the United Kingdom. Part III. Skill of the monthly forecasts. Meteorol Mag., 115, 377-394.
- Gilchrist, A. 1986: Long-range forecasting. Quart. J. R. Met. Soc., 112, 567-592.
- Jones, R.H. 1975: Estimating the Variance of Time Averages. J. Appl. Meteor., 14, 159-163.
- Leith, C.E. 1973: The Standard Error of Time-Average Estimates of Climatic Means.

- J. Appl. Meteor., 12, 1066–1069.
- Madden, R. A. 1976: Estimates of the Natural Variability of Time-Averaged Sea-Level Pressure. Mon. Wea. Rev., 104, 942–952.
- Madden, R. A. 1981: A Quantitative Approach to Long-Range Prediction. J. Geophys. Res., 86, 9817–9825.
- Maryon, R. H. and Storey, A. M. 1985: A multivariate statistical model for forecasting anomalies of half-monthly mean surface pressure. J. Climatol., 5, 561–578.
- Murray, R. 1970: Recent developments in long-range forecasting in the Meteorological Office. Quart. J. R. Met. Soc., 96, 329–336.
- Ratcliffe, R. A. S. and Murray, R. 1970: New lag associations between North Atlantic sea temperature and European pressure applied to long-range weather forecasting. Quart. J. R. Met. Soc., 96, 226–246.
- 奥野忠一 他, 1976: 多変量解析法, 日科技連出版社。
- 河口至商 1973: 多変量解析入門, 森北出版。
- 坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎 1985: 情報量統計学, 共立出版。
(英語版 著者は同じ 1983: Akaike Information Criterion Statistics.
KTK Scientific Publishers/Tokyo.)

1. はじめに

気候ノイズの概念は長期予報にとって極めて重要であると考えるので、この紙面を借りて、討論の素材を提供したい。

2. 天気 (Weather), 気候 (Climate)

中緯度の日々の天気の大要は移動性高・低気圧によって支配されるが、その動向をかなりの信頼度で予測できる限界はたかだか2週間程である。これを一般に予測可能性(predictability)の限界と呼んでいる。時にはdeterministic prediction(決定論的予測)の限界と呼ぶ人もある。決定論的という用語は適当ではない。しかしここでは、日別に今程度の天気予報を出してもよい程度の確実さで、大気の大規模場の振舞いを予測できる限界と解釈しておく。或いはまた、個々の高・低気圧の振舞いを、初期値問題として、かなり精度良く予測できる限界と解釈してもよい。これより先の時間については、初期値決定に不可避免的に含まれる誤差の成長のために(大気的非線形性)、いわゆる決定論的予測は意味を失う。従って決定論的予測限界より長い期間について、若し意味のある予測が可能ならば、それは必然的にある種の時間平均についてのものである。このような意味での時間平均した大気の特徴或はそれに伴う地上の特徴をclimate(気候)と呼ぶ。従って長期予報とは気候の予測である。

3. 長期予報

意味のある長期予報は可能か? 空間スケールの大きい現象は時間スケールが長い。であるから長期予報でのpredictabilityはplanetary scalesの現象のpredictabilityの問題である。若しplanetary scale flowの生成, 維持, 消滅が, 長波スケールとの相互作用だけで決まる, 云いかえれば, planetary scaleは見かけだけで実体はないのであれば, 長期予報は望みが無い。しかしplanetary scale flowが, それ自体の不安定性を持っているか, 地表面との相互作用によって強制され且つその強制力が大気よりゆっくり変動するか, 或はstrange attractor(Lorenz, 1963)のような考え方が成立すれば, 長期予報の可能性は否定されない。しかしながら, 地表面たとえば海水温異常による強制力が大きいとしても, 長波スケールの運動のレベルでは, 大気が初期条件を記憶しているのは決定論的予測限界の範囲内であること, 長波スケールと惑星波スケールの相互作用が大きいことを考慮すれば, 長期予報は短期(中期)予報よりも不確実性が大きく, 且つ確率的側面が大きいことになる。

* 本文と次の「長期予報と確率予報及び境界条件」は、筆者が長期予報課在職中に部内メモ資料としてまとめたものである。広い範囲への公表を意図していなかったので、推敲が不充分であると思われるが御容赦願いたい。

** 予報課長(前長期予報課長)

長期予報の可能性が否定出来ないとしても、それが可能であると主張されるためにはもう1つ条件がある。例えば海水温異常により、月平均気温が変動するとしても、その大きさが長波スケールの現象の予測不可能性から必然的に生ずる誤差（不確定性）に比してある一定の大きさを持たなければ意味ある長期予報は不可能である。ここで気候ノイズ或いは信号対雑音比という概念が必要となる。

4. 統計, 標準偏差, 気候ノイズ

簡単のため今後は長期予報として1月の月平均気温の予測の例に限定する。また1月の平均気温は31個の日平均気温から算出されるものとする。ある年の1月の平均気温は、1年前、2年前、或いは1年後、2年後……と無限に続く母集団から取り出した1つの標本である。標本についての統計量 (= statistics) には必ず抽出誤差 (sampling error) が伴う。大気の場合には、決定論的予測不可能性の故に不可避免的に抽出誤差が生ずる。この誤差を一般に気候ノイズ (climatic noise) と呼んでいる。これを長期予報との関連ではっきり論じたのは Leith (1973) である。

ここでしばらく統計の一般論に戻る。正規分布をするある母集団 (平均値 μ , 標準偏差 σ) から N 個の値 (X_i , $i = 1, N$) を取り出した時、その平均値 (\bar{X}) の期待値は μ に等しく、 μ のまわりの平均値の分散 (= 標準誤差), σ_N の期待値は、

$$\sigma_N = \sigma / \sqrt{N} \quad (1)$$

である。Leith (1973) はこの σ_N に相当する量を気候ノイズと呼んだ。我々は統計値から母集団値を推定しなければならない。すなわち μ の代わりに

$$\bar{X} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i \quad (2)$$

を用いる。この時標本の標準偏差 S は

$$S^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2 \rightarrow \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad (3)$$

となり、母集団の標準偏差 σ の推定値は

$$\sigma^2 = \frac{N}{N-1} S^2 = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (X_i - \bar{X})^2 \quad (4)$$

となる。以上は統計学の公式である。気象データの場合に上の公式がどうなるか、長期予報では σ_N をどう考慮すべきか。これが本題である。

5. 持続性

上の式(1), (4)で $N=31$ としたら気候ノイズ σ_N が推定できるか。答は否である。統計学は独立データである時の公式である。気象データは空間的にも、時間的にも相関 (or 持続性, persistency) があり、これを考慮しなければならぬ。この点を詳しく論じたのが、Jones (1975), Laumann et al. (1977), Trenberth (1984, a) である。

各データが独立でない時(1)式は

$$\sigma_N^2 = \frac{\sigma^2}{N} \sum_{\tau=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|\tau|}{N}\right) \rho_\tau(X) \quad (5)$$

となる。ここで τ はラグ, ρ_τ はラグ τ の時の自己相関係数 ($\rho_\tau = 0$, $\tau \geq 1$ とすれば(5)は(1)に

帰着する)である。式(1)との類似から

$$\sigma_T^2 = \sigma^2 / N' \quad (6)$$

なる N' を定義すれば

$$N' = N \left(\sum_{\tau=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|\tau|}{N}\right) \rho_\tau \right)^{-1} \quad (7)$$

この N' は独立と見なせるデータ数である。 N 個のデータが時間 T を占めている時、 T_0 を $N' T_0 = T$ で定義すれば、 T_0 は互いに独立とみなせる有効時間間隔である。式(7)から

$$T_0 = \frac{T}{N} \sum_{\tau=-N+1}^{N-1} \left(1 - \frac{|\tau|}{N}\right) \rho_\tau \quad (8)$$

普通はデータ間の時間間隔 ΔT として

$$\Delta T = T/N \equiv 1$$

としてあらわしている。この時(4)に対応して

$$\sigma_N^2 = \frac{N}{N-T_0} S^2 \quad (9)$$

式(9)から σ_N が推定できるが、そのためには自己相関係数 ρ_τ を知る必要がある。更に詳しい議論は Trenberth (1984, a) をみよ。いずれにしても各データが独立でない為に、平均値の標準偏差はなかなか小さくならない。

6. 1次マルコフ過程の近似

ここまでは $\rho_\tau \neq 0$ ($\tau \geq 1$) とした時の一般論。およその見積りをするため、気象データの時系列を1次のマルコフ過程で代用する(多くの場合、かなり良い近似である)。以後は簡単のため連続変数で考える。さて、

$$X_{i+1} = k X_i + \varepsilon(t) \quad (10)$$

k は常数、 ε は定常白色雑音。ラグ τ の自己相関係数は

$$\rho_\tau = k^\tau = e^{-\alpha t}, \quad \alpha = -1 \ln k \quad (11)$$

連続変数の時、式(5)は

$$\sigma_T^2 = \frac{2}{T} \int_{-T}^T \left(1 - \frac{|\tau|}{T}\right) \rho_\tau d\tau \quad (12)$$

これに式(11)を代入すると

$$\sigma_T^2 = \frac{2 \sigma^2}{\alpha T} \left[1 - \frac{1}{\alpha T} (1 - e^{-\alpha T})\right] \quad (13)$$

T が大きい時には式(13)は

$$\sigma_T^2 = \frac{2 \sigma^2}{\alpha T} \quad (14)$$

で近似できる。前と同じ様に T_0 を定義すると ($T' T_0 = T$, $\sigma_T^2 = \sigma^2 / T$),

$$T_0 = \frac{2}{\alpha} \quad (15)$$

Leith (1973) は 200, 500, 850 hpa の高度データを用いて、 $\alpha = 0.3 \text{ day}^{-1}$ と見積っている。この時 $T_0 = 6.67 \text{ days}$ である。

式(13)によると $\sigma_T / \sigma \sim 1/4$ となるのは $\alpha T \sim 27$ の時であり、 $\alpha = 0.3 \text{ day}^{-1}$ とすると $T = 90 \text{ days}$ である。

7. 予測可能性, 信号対雑音比

7.1 予測可能性

これまでの議論を長期予報と関連づけて考える。詳しくは Leith (1973), Trenberth (1984, b), Madden (1976), Madden (1981) を参照されたい。

1月の月平均気温を長年(例えば30年)集めて, その平均と平均値のまわりの分散 σ_A を計算出来る。この値は世界の多くの気候観測所について求められている。我々は σ_T を不可避免的に生ずるサンプリングエラーと考えるのであるから,

$$PP = \frac{\sigma_A^2 - \sigma_T^2}{\sigma_A^2} \times 100$$

で定義されるPPは, 実際の分散の内, 予測可能性を否定出来ない部分のパーセントを示す。PPをPotential Predictabilityと呼ぶ。Barnett (1981), Madden (1976, 1981)は, 北半球の地上気圧, 米国の地上気温についてPPを計算した。また, Barnett (1981)は冬期の米国の地上気温のPPの空間分布と気温の1ヶ月予報の適中率の空間分布が良く対応することを示した。前出著者の計算によればPPは場所によりかなり(20%~60%)変動する。日本の場合について計算したらどの程度なのであろうか?

一般に寒候期の σ_A が暖候期の σ_A より大きい。しかしながら東北地方や北海道(特に太平洋側)では6, 7月の σ_A が冬期間の σ_A と同じ程度の大きさである。この特徴をもつ地域は, 世界的にみても少ない。この特徴がPPの大きさにどう反映するだろうか?

7.2 信号対雑音比

気候ノイズの概念の長期予報への応用として, Leith (1973)は信号対雑音比の考え方を提案した。

境界条件等の外的条件が全く同じでも, 気候ノイズの存在により月平均気温は年により異なる。同一の境界条件の下での, 気候ノイズのみの存在による仮想集団 α (正規分布)を考える。この集団の平均値の推定は簡単ではないが, 実用的に月平均気温の平年値(M_α)に等しいと仮定する。分散は前に求めた通り σ_T である。この分布を等面積の3つの階級に等分してみる(B: Below normal, N: Normal, A: Above normal)。

境界条件, 例えば海水温が平年の状態から大きく異なり, その影響で月平均気温が M_α から $\Delta\mu$ だけずれるものとする。これは月平均気温 M_β ($\Delta\mu = M_\beta - M_\alpha$), 分散 σ_T なる正規分布集団からの出現と考えてみる。 $\Delta\mu$ が十分大きくて M_β が上に定義したA(or B)の階級に属するとしても, 気候ノイズの存在によりその出現がB(or A)或はNになる確率も否定されない。 $\Delta\mu$ と σ_T の比からその有効性を評価しようというのが信号対雑音比の考え方である。

境界条件等について何等の情報がないとすると, 月平均気温がB, N, Aとなる確率は等しく0.33である。何もわからないときは平年並みの階級を予想するのではなく, 平年並み(N), 平年より高い(A), 平年より低い(B)の出現確率が等しいという予想となることに注意。さて, $\Delta\mu$ が大き

くなり、 $|\Delta\mu| = 1/2 \times \sigma_T$ となると、月平均気温がB (or A), N, A (or B) となる確率が0.53, 0.30, 0.17となる(集合 α, β とも分散 σ_T の正規集団と考えているから上の確率は容易に計算できる)。Leith (1973)はこのことから、長期予報に有効な信号として $|\Delta\mu| = 1/2 \times \sigma_T$ を提案した。しかしどれくらいなら有効かは利用者に依存する。

8. おわりに

極めて単純化して気候ノイズの説明を行った。実用の長期予報の立場からみるとまだ考えるべき点がある。ただここで強調しなかったのは、気候ノイズの存在により長期予報は本質的に確率的であるべきだということである。この件についてはまた次の機会に詳しく述べてみたい。

星合 (1985) は日本のデータを用いて気候ノイズを論じている。

参考文献

- Barnett, T. P., 1981: Statistical prediction of north American air temperature from Pacific predictors. *Mon. Wea. Rev.*, 109, 1021–1041.
- 星合 誠, 1985: 気候変動の診断. *天気*, 32, 609–613.
- Jones, R. H., 1975: Estimating the variance of time average. *J. Appl. Meteor.*, 14, 159–163.
- Leith, C. E., 1973: The standard error of time average estimates of climatic means. *J. Appl. Meteor.*, 12, 1066–1069.
- Lorentz, E. N., 1963: Deterministic nonperiodic flow. *J. Atmos. Sci.*, 20, 130–141.
- Laurmann, J. A., and W. L. Gates., 1977: Statistical considerations in the evaluation of climatic experiments with atmospheric general circulation models. *J. Atmos. Sci.*, 34, 1187–1199.
- Madden, P. A., 1976: Estimates of the natural variability of time-averaged sea-level-pressure. *Mon. Wea. Rev.*, 104, 942–952.
- Madden, P. A., 1981: A quantitative approach to long-range prediction. *J. Geophys. Res.*, 86, 9817–9825.
- Trenberth, K. E., 1984, a: Some effects of finite sample size and persistence on meteorological statistics. Part I: Autocorrelations. *Mon. Wea. Rev.*, 112, 2359–2368.
- Trenberth, K. E., 1984, b: Some effects of finite sample size and persistence on meteorological statistics. Part II: Potential predictability. *Mon. Wea. Rev.*, 112, 2369–2378.

1. はじめに

先に気候ノイズについて、話題提供した。そこで長期予報が確率的であるべきことや長期予報と境界条件についても触れた。この2つの点について筆者の考えを述べ、討論の素材を提供するのが今回の目的である。

2. 確率予報

2.1 予測可能性

予測可能性 (Deterministic predictability) の限界があるため、長期予報は必然的に短期予報より不確実性が大きい。

観測誤差として避け得ない程度の微小な差しかない2つの初期値から出発しても、両者の差は時間と共に増大し、遂には任意に取り出した2つの場の差と同じ程の大きさになる。つまり初期値の情報が失われる (予測可能性の限界)。これは大気非線形性とそれによる不安定性の為に原理的に避け得ない。

この予測可能性の限界はどの程度か。

実際のデータを用いた Lorenz (1969) の研究、乱流論をベースに非線形性による誤差の成長から推定する研究 (Lilly, 1969. Leith, 1971. Lorenz, 1984 他)、数値シミュレーションによる研究 (Charney et al., 1966. Smagorinsky, 1969 他) はいずれも、この限界がたかだか2~3週間であることを示している。

2.2 予測可能性限界と長期予報

上に述べた予測可能性の限界は、移動性高・低気圧 (長波) を特定して行なう日々の天気予想の限界を示している。この限界より時間スケールの長い予想 (長期予想) は必然的に統計量についてのものであらざるを得ない。

特定の月或いは季節について統計量を計算した時、予測可能性の限界から生ずる不確実性の大きさを論じたのが、気候ノイズの議論であった。Barnett (1981) によれば、北アメリカの冬季 (3ヶ月) で、気候ノイズから生ずる変動の標準偏差が、過去データから計算される標準偏差の70~90%の大きさに達する。

大気運動は必ず不確実性を伴うから、大気についての予測は一般論として確率的なものである。しかし長期予報が特に確率的でなければならないということは上の説明から明らかである。つまり予測不可能性が大気中の主要なじょう乱である長波にまで及んでおり、それから生ずる誤差の大き

* 予報課長 (前長期予報課長)

さが現実に観測される変動のかなりの部分をしめるからである。長期予報は本質的に確率表現であるべきなのである。予報が効果的であるための確率表現の必要性は短期予報の場合よりはるかに高い。

我々は予測結果に確率が含まれるように方法を確立し、データ整理を常にそのような観点で行なう必要がある。この観点でみると過去データの期間はいかにも短い。イギリス気象局では地上データを用いてデータ期間を長くしている。また Ghil (1986) は数値モデルのシミュレーションをこの目的に利用することを提唱している。

力学モデルで長期予報を試みる場合でも、その結果を統計的に処理して確率表現を行なわなければ、予測の価値は低い。

3. 境界条件と長期予報

第2章で議論した予測可能性の限界（～2週間程度）を前提にした時、どうしたら noise から signal を取り出すかが長期予報の問題となる。提案されているいくつかの考えを列挙してみよう。

空間或いは時間について平均すれば signal を取り出し得る可能性がある。

流体中には特別安定な運動形態（ソリトンやモドン等）がある。大気中のブロッキングをこれらと関連づける考えもある。

大気にはいくつかのレジームがあり、そのレジーム内では長時間安定であるとの考え方がある (Intransivity)。

以上の3つは例え古典的な意味での予測可能性の限界があっても、大気特性そのものに長期予報の可能性を考えている。一方外部条件、例えば氷雪分布や海水温の異常等の境界条件の変化が大気運動に signal を生ぜしめるとの考え方がある。これは ENSO に関連して特に強く意識されているようである。勿論気候系として考えれば、海面水温や氷雪分布も、大気と相互に影響し合う内部パラメーターであるが。

低緯度の海面水温の分布が長期予報にとって重要な因子である可能性は強い。しかし予測可能性の限界を考えれば、その有効性を実用に役立てる為には注意深い検証が必要と考える。

まず第1に、初期値の情報は予測可能性の限界を越えれば失われるのであるから、海面水温異常のモニターを、2～3ヶ月先の予想に役立てるとすれば、海面水温の将来分布が予測可能であることを前提にしている。

第2に考えるべきことは、海面水温異常が大気に及ぼす効果の大きさである。大気と境界条件の相互関係として、境界条件が一義的に大気の状態を決めるとというのが一方の極で、大気は境界条件に無関係に自らの内部力学だけで将来の状態を決めるとというのが他方の極である。事実はこの中間のどこかであろう。一方が他方を圧倒的に支配するのではなく、相互的作用が強いとすると、その一方である境界条件の将来予測もまた(大気の決定論的予測の限界を越えては)、確率的にしかなら

きないことになる。山岳のように固定したもので、それに対する大気の応答は、大気の運動状態と安定度に依存するので、相互作用のカテゴリーに含めておく。

決定論的予測可能性限界を越えると、初期値の情報が失われることから、長期予報は一義的に境界条件の問題であるとの主張がある。大気の予測不可能性の限界から生ずる不確定性を明確に述べないと、この主張も誤解を受け易いことは上に述べた通りである。

境界条件のモニター或いは解析的事例研究が、上に述べた点の解明を着実に進めてくれることを期待したい。

境界条件と長期予報という最新的话题を耳にすると、決定論的予測可能性の限界の存在をどう認識するかについて時々考えさせられた。最近 Gilchrist (1986) が上に述べたことと類似の主張を展開しているのをみて大いに参考になった。

4. 統計的予測手法

テクニカル・メモランダムを何回も利用して自分の問題意識を述べた。最後にもう一度整理したい。

予測は自然を科学的に究明、把握することの延長線上にある。これがまず第一の原点である。現象を監視し、興味ある点を調査し研究成果としてまとめてゆく必要がある。

もう一つ決定論的予測可能性の限界が、長波スケールにまで及んでくるため、長期予報は不確定性が大きく、必然的に確率的であらざるを得ないというのが第二の主張である。然るが故に事例解析や監視の成果を予測システムに組み込んでゆくためには、もう1つ統計的に把握し、整理してゆくというプロセスが非常に重要である。統計的予測手法というのはこのような位置づけで開発を進めるべきで、監視や事例研究或いは力学モデルによる予測の試みと対立するものかの如くは考えたくない。この点短期予報とはかなり異なる。

中緯度の短期予報は、高・低気圧という組織を認識することでかなりの精度が得られる。この組織は移動しつつも数日間特定 (identify) 可能な程安定である。それ故事例解析の結果を個々の具体例に適用することはかなりの程度可能である(一般化しやすい)。しかし降雨の確率予測のためには、或る種の統計モデルが必要である。

長期予報の場合は場の予測そのものが確率的であらざるを得ないというのが筆者の主張である。物理的認識がなければ全くの統計操作になる。この範囲を狭める条件をどの程度取り入れられるかは、解析的、力学的研究から得られる自然認識の深まりに依存する。

参考文献

Barnett, T. P., 1981: Mon. Wea. Rev., 109, 1021-1041.

Charney, J.G., R. G. Fleagle, H. Riehl, V. E. Lallyand, D. Q. Wark. Bull. Amer. Meteor.

Soc., 47, 200-220.

Ghil, M., 1986: In Irreversible phenomena and dynamical systems analysis in geosciences
(G. Nicols, ed.). D. Reidel, Dordrecht/Boston/Lancaster.

Gilchrist, A., 1986: Quart. J. R. Met. Soc., 112, 567-592.

Leith, C. E., 1971: J. Atmos. Sci., 28, 148-161.

Lilly, D. K., 1969: Phys. Fluids, Suppl. II, 24-249.

Lorenz, E. N., 1969: J. Atmos. Sci., 26, 636-646.

Lorenz, E. N., 1984: In Predictability of fluid motions.

(G. Holloway and B. J. West eds.). PP133-139.

1. 統計モデルと予測

我々が統計モデルと言う場合いったいどんなものを指しているのでしょうか。我々がモデルを用いるのは、ある多変量データの組がいくつか与えられている場合、その一部しか分からない新しいデータが得られたとき、未知の量を推定あるいは予測しようとするからである。そのとき、分かっている変数は説明変数、予測しようとする変数は目的変数と呼ばれる。

ところで予測の本質は一体何であろうか。筆者は、予測の本質は不確実性であると考え。本来、決定論的に決まる現象に対しては予測という言葉は用いられない。例えば、天体の運行とか月の満ち欠けは、数十年先まではほとんど狂いなく計算できるわけで、その様な現象に対しては予測という言葉は用いられない。つまり、そのシステムの振舞いを決めるアルゴリズムがわかり、ある初期値が与えられれば、近似度を高めることによっていくらでも真の値に近い値を求めることが出来る場合には、予測するとは言わないのではなかろうか。

従って、筆者は、予測の本質は、予測される対象がある不確実性を持っていることであり、予測された結果がある確率分布によってしか表せないということであると考え。つまり、予測とは、ある与えられたサンプル（データの組の集合）を、ある真の確率分布に従って生じた事象の表れと考え、サンプルから逆にそれを生じさせた真の確率分布を推定することである、ということができる。

真の確率分布は、実際はどんな複雑な形をしていても良いのであるが、我々はある簡単な規則に従うと仮定することが多い。そのように、すべての確率分布の集合のうちある範囲に限定したものを統計モデルと呼ぶわけである。そのモデルの構成の仕方は一意的ではなく、モデルを構成する人がデータを詳しく考察することによって決められるべきものである。

統計モデルは、いくつかのパラメータを持つ関数形で表されることが多い。例えば、確率分布を正規分布（(1)式；パラメータとして平均 μ と分散 σ^2 を持っている）に限定したものは、正規分布モデルと呼ばれる。

$$f(X; \mu, \sigma^2) = (1/\sqrt{(2\pi)\sigma}) \cdot \exp(-(X-\mu)^2/2\sigma^2) \quad \dots\dots\dots (1)$$

この場合、与えられたデータを最も良く説明することのできるパラメータ μ と σ^2 を決めることが問題となる。例えば、データ $\{X_i\}$ ($i=1\dots N$) が与えられた場合、分布 $p(X; \theta)$ (θ がパラメータ)を推定することを考えよう。 $X=X_i$ となる確率は、 $p(X_i; \theta)$ で与えられる。したがって、確率分布 $p(X; \theta)$ に従って生じる現象から $\{X_i\}$ が得られる確率は、

$$L(\theta) = \prod_{i=1}^N p(X_i; \theta) \quad \dots\dots\dots (2)$$

となり、これを最大とする θ が最尤推定量と呼ばれる。また、この $L(\theta)$ は、尤度(ゆうど)とよばれる。 $0 \leq p(X_i; \theta) \leq 1$ ($i=1\dots N$)であるから、 $L(\theta)$ を最大にすることは、

$$\ell(\theta) = \sum_{i=1}^N \ell n(p(X_i; \theta)) \quad \dots\dots\dots (3)$$

を最大にすることと同値であり、この $\ell(\theta)$ は、**対数尤度**と呼ばれる。

正規分布モデルの場合、対数尤度は、

$$\ell(\mu, \sigma^2) = -N/2 \cdot \ell n(2\pi\sigma^2) - \sum_{i=1}^N (X_i - \mu)^2 / 2\sigma^2$$

となり、 $\delta \ell / \delta \mu = 0$ および $\delta \ell / \delta \sigma^2 = 0$ から最尤推定量 μ_m, σ_m^2 が

$$\mu_m = 1/N \cdot \sum_{i=1}^N X_i \quad ; \quad \sigma_m^2 = 1/N \cdot \sum_{i=1}^N (X_i - \mu_m)^2$$

のように求められる。このような方法は**最尤法**と呼ばれる。

2. 統計モデルの比較

前節で、統計モデルとは、ある事象の起こる確率分布を推定するものであり、予測と切り離しては考えられないことを述べた。そして、その確率分布がいくつかのパラメータを含むある関数形で表される場合、そのパラメータのもっとも確からしい推定量を求める方法として最尤法があることを述べた。

データについての予備的な考察から、モデルの関数形が明らかである場合には、それでよいわけであるが、一般的にはモデルの関数形が分かっていることの方が少なく、いろいろなモデルが考えられる。それらの多くのモデルの中からどのようなモデルを選んだらよいかの問題となる。多様なモデルの比較を客観的かつ系統的に行うための基準がAICである。

一般にモデルに含まれるパラメータの数を増していくと、与えられたデータに対する fitting の度合は良くなっていき、推定誤差（たとえば残差平方和）は小さくなっていく。モデルとして選んだ関数の集合が完全系をなしているときには、パラメータ数とデータ数が等しくなれば、どのようなデータを持ってきてもそれを完全に再現できるパラメータを選ぶことが出来ることが知られている。しかし、その様にして得られたパラメータはデータのサンプリングエラーを非常に反映したものになっていることが想像される。即ち、同じ条件で別のデータサンプルを得たとすると、それに対する最適なモデルパラメータは、先のものとは大きく異なってしまう可能性がある。したがって、モデルの安定性あるいは一般性という面からは、パラメータ数はあまり多くないことが望ましい。そのように、推定誤差を小さくすると言う要請とパラメータを余り多くしないと言う要請の兼ね合いから決まる**モデル選択基準**がAICである。

ここで話は少し戻るが、モデルの良さをどの様に測ればよいかについて考えてみよう。真の確率分布 $p(X)$ が分かっている場合、モデルの確率分布 $q(X)$ がどれぐらい真の分布に近いかは、**Kullback-Leibler 情報量**と呼ばれる量 I (4式；ここで E_x は真の確率分布にしたがう場合における期待値を表す) によって測られる。

$$I(p, q) = E_x(\ell n(p/q)) \quad \dots\dots\dots (4)$$

$$= E_x(\ell n(p)) - E_x(\ell n(q)) \quad \dots\dots\dots (5)$$

I は次のような性質を持つ。(証明は略)

$$(1) I(p, q) \geq 0$$

$$(2) I(p, q) = 0 \quad \text{if and only if } p = q$$

したがって、モデルの分布が真の分布に近いほど Kullback-Leibler 情報量 I は小さくなること
が分かる。I の符号を変えたものはエントロピーと呼ばれ、その N 倍は、モデルの確率分布に従っ
て生じた N 個のデータの分布が真の分布と一致する確率の対数に近似的になることが示される。

(注 1 を参照のこと)

また、いくつかのモデルを相互に比較する場合は、(5)式の第 1 項は共通であるから、(5)式の第 2
項のみを計算してその大きさを比較すれば良いことが分かる。この第 2 項は平均対数尤度と呼ばれ
る。ところがこの項は真の確率分布 $p(X)$ を含んでいるので、真の分布 $p(X)$ があらかじめ分
かっていなければ計算できない。実際問題では、真の分布は分からないわけであるが、データ数 N
が十分に多ければ大数の法則によって次のように近似できる。

(1) 離散分布の場合

カテゴリーの数を m 、カテゴリー i が実現する確率を、真の分布に対して p_i 、モデルに対して
 q_i とすると、

$$E_x(\ell_n q) = \sum_{i=1}^m p_i \cdot \ell_n(q_i)$$

カテゴリー i に属するデータが n_i 個、データの総数を N とすると、 $p_i \rightarrow n_i / N$ ($N \rightarrow \infty$ のと
き) だから

$$\approx 1/N \cdot \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ell_n q_i \quad (N \rightarrow \infty \text{ のとき})$$

(2) 連続分布の場合

真の確率密度関数を $p(X)$ 、モデルの確率密度関数を $q(X)$ とすると、

$$E_x(\ell_n q) = \int_{-\infty}^{\infty} p(X) \cdot \ell_n(q(X)) dx$$

データ $\{X_i\}$ ($i = 1 \dots N$) が与えられたとき

$$\approx 1/N \cdot \sum_{i=1}^N \ell_n q(X_i) \quad (N \rightarrow \infty \text{ のとき})$$

これは、前回述べた対数尤度のちょうど $1/N$ になっており、対数尤度を最大にすることと、
Kullback-Leibler 情報量を最小にすることがほぼ同値であることがわかる。

(注 1)

離散分布の場合について考える。

m 個のカテゴリーがあって、それが起こる確率が、真の分布においては $\{p_1, p_2, \dots, p_m\}$ 、モデルでは $\{q_1, q_2, \dots, q_m\}$ であるとする。

N 回の試行を行って、カテゴリー $1, 2, \dots, m$ がそれぞれ n_1, n_2, \dots, n_m 回生じた
とする。($n_1 + n_2 + \dots + n_m = N$)

モデルのような確率分布を持つ場合に、上のような結果が得られる確率は、

$$W = N! / (n_1! \cdot n_2! \cdots n_m!) \cdot q_1^{n_1} \cdot q_2^{n_2} \cdots q_m^{n_m}$$

となる。

$$\ln W = \ln N! - \sum_{i=1}^m \ln n_i! + \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ln q_i$$

ここで、 $\ln n! \approx n \cdot \ln n - n$ という関係を用いると、

$$\begin{aligned} \ln W &\approx N \cdot \ln N - N - \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ln n_i + \sum_{i=1}^m n_i + \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ln q_i \\ &= - \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ln (n_i / N) + \sum_{i=1}^m n_i \cdot \ln q_i \end{aligned}$$

N回の試行の結果が、真の分布 p_i に一致する確率を W とすると、 $n_i / N = p_i$ であるから

$$\begin{aligned} (1/N) \cdot \ln W &\approx - \sum_{i=1}^m p_i \cdot \ln (p_i) + \sum_{i=1}^m p_i \cdot \ln (q_i) \\ &= - I(p, q) \end{aligned}$$

したがって、 $\{q_i\}$ ($i = 1 \cdots m$) というモデルの確率分布に従って生じると考えたとき、そのN回の試行結果の分布が、真の分布 $\{p_i\}$ ($i = 1 \cdots m$) と一致する確率の対数の $1/N$ が Kullback-Leibler 情報量の符号を変えたもの (エントロピー) にはほぼ等しいと言える。

3. AICの導入

この節では連続分布を主に扱うこととし、確率密度関数を $f(X; \theta)$ と表すことにする。前節までに、モデルのパラメータ $\{\theta_j\}$ ($j = 1 \cdots m$) の最良な推定値 $\{\theta^*_j\}$ を求める方法として、平均対数尤度 $\ell(\theta) = E_x \{ \ln(f(X; \theta)) \}$ を定義し (但し、 $E_x \{ \}$ は真の分布に従う場合の期待値を表すとす)、それを最大にする θ を取れば良いことを示した。その θ を $\hat{\theta}$ と書き最尤推定量と呼ぶ。

N個のデータ $\{X_i\}$ ($i = 1 \cdots N$) が与えられた場合、平均対数尤度のN倍は

$$\ell_N(\theta) = \sum_{i=1}^N \ln(f(X_i; \theta)) \quad \text{で表される。}$$

大数の法則によって、 $N \rightarrow \infty$ のとき、 $1/N \cdot \ell_N(\theta) \rightarrow \ell(\theta)$ となるといえる。

$\ell_N(\theta)$ は、与えられたデータの組 $\{X_i\}$ ($i = 1 \cdots N$) によって変化するので、同じ母集団からいくつかのサンプルを取り出したとすると、 $\ell_N(\theta)$ およびそれから決まる最尤推定量 $\{\hat{\theta}_j\}$ は、ある範囲にバラつくであろう。そこで、 $\ell_N(\theta)$ の期待値 $E_x \{ \ell_N(\theta) \}$ を考え、それを期待平均対数尤度と呼び $\ell^*(\theta)$ と表すことにする。また、 $\ell^*(\theta)$ を最大にする θ を θ^* と書くことにする。この θ^* が最良の推定値を与えることになる。

ここで $\ell_N(\hat{\theta})$ と $\ell_N(\theta^*)$ との差を考えてみよう。 $\hat{\theta}$ は、 $\ell_N(\theta)$ の最大値を与える θ であるから、 $\ell_N(\theta)$ の θ に関する1回微分は $\theta = \hat{\theta}$ においてゼロとなる。したがって、 $\ell_N(\theta)$ を $\theta = \hat{\theta}$ においてテイラー展開すると、次のように表せる。

$$\ell_N(\theta) = \ell_N(\hat{\theta}) + 1/2 \cdot (\theta - \hat{\theta}) \cdot B \cdot (\theta - \hat{\theta})^T$$

$$\text{ただし、} B = [(\partial^2 \ell_N(\theta)) / (\partial \theta)^2] \quad \text{at } \theta = \hat{\theta}$$

ところが $N \rightarrow \infty$ のとき、

$$E_x \{ B \} = \sum_{i=1}^N [(\delta^2 \ell_N (f(X_i; \theta))) / (\delta \theta)^2] \\ \sim N \cdot E_x \{ (\delta^2 \ell_N (f(X; \theta))) / (\delta \theta)^2 \} = -N \cdot J$$

このJは、フィッシャーの情報量行列と呼ばれる。

$$\text{漸近正規性: } N \rightarrow \infty \text{ のとき, } \sqrt{N} (\hat{\theta} - \theta^*) \sim N(0, J^{-1})$$

ただし、 $N(\mu, \sigma^2)$ は、平均 μ 、分散 σ^2 の正規分布を表す。

を用いると、 $N \cdot (\theta^* - \hat{\theta}) \cdot J \cdot (\theta^* - \hat{\theta})^T$ が自由度がパラメータ数 m に等しい χ^2 分布にしたがう確率変数となることがわかる。 χ^2 分布の期待値は、パラメータ数 m に等しいから

$$E_x \{ \ell_N(\theta^*) \} = E_x \{ \ell_N(\hat{\theta}) \} - m/2 \quad \dots\dots\dots (6)$$

つぎに、 $\ell^*(\theta^*)$ と $\ell^*(\theta)$ の差を考えてみる。 $\ell^*(\theta)$ を $\theta = \theta^*$ においてテイラー展開すると、やはりフィッシャーの情報量行列が現れ、

$$\ell^*(\theta) = \ell^*(\theta^*) - N/2 \cdot (\theta - \theta^*) \cdot J \cdot (\theta - \theta^*)^T$$

となることがわかる。その期待値をとると

$$E_x \{ \ell^*(\hat{\theta}) \} = E_x \{ \ell^*(\theta^*) \} - m/2 \quad \dots\dots\dots (7)$$

また、定義より、 $\ell_N(\theta)$ の期待値が $\ell^*(\theta)$ であるから

$$E_x \{ \ell_N(\theta^*) \} = E_x \{ \ell^*(\theta^*) \} \quad \dots\dots\dots (8)$$

したがって、(6)、(7)、(8)より

$$E_x \{ \ell^*(\hat{\theta}) \} = E_x \{ \ell_N(\hat{\theta}) \} - m$$

これは、期待平均対数尤度の推定値が、データから求めた最大対数尤度に対してパラメータ数 m だけ平均的に小さいことを表している。

この期待平均対数尤度の -2 倍が A I C である。

$$A I C = (-2) \times [\text{モデルの最大対数尤度}] \\ + 2 \times [\text{モデルの自由パラメータ数}]$$

4. A I C の利用

では、この A I C を用いて、どのようにモデルの比較を行うのであろうか。

もっとも簡単な例として、生じる事象が2つのカテゴリ A、B のどちらかになる場合を考えよう。 $A \cap B = \phi$ (空集合)、 $A \cup B = \Omega$ (全体集合) である。A の起こる確率を $p(A)$ と表すと、B の起こる確率は $p(B) = 1 - p(A)$ となる。このようなモデルは、2項分布と呼ばれ、 $\theta = p(A)$ という1個の自由パラメータを持つ統計モデルであると言える。

実例として、冬平均気温が低かった場合に夏平均気温が高くなるかどうかを考えよう。例えば、10年の寒冬年のうち、その年の夏の気温が高くなった年が6年あったとしよう。このとき寒冬年の夏は高温になりやすいと言えるだろうか。暑夏になる確率を $p(A)$ とする。このとき、

比較すべきモデルは、暑夏になる確率は、五分五分であるというモデルと、暑夏になる確率は五分五分ではないというモデルである。

すなわち、 $M_0: p(A) = \theta_0 = 0.5$ 自由パラメータ数 0

$M_1: p(A) = \theta$ 自由パラメータ数 1 である。

N回の事例のうち、Aと言う事象の起こった回数を $n(A)$ 、Bという事象の起こった回数を $n(B)$ とすると ($n(A) + n(B) = N$)、このようなケースの得られる確率は、

$W = (N! / n(A)! \cdot n(B)!) \cdot p(A)^{n(A)} \cdot p(B)^{n(B)}$ であるから、対数尤度は、

$$\ell(\theta) = n(A) \cdot \ln(p(A)) + n(B) \cdot \ln(p(B)) + \ln(N! / n(A)! \cdot n(B)!)$$

$$= n(A) \cdot \ln(\theta) + n(B) \cdot \ln(1 - \theta) + \ln(C(N, n(A)))$$

となる。最後の項は、データのみによって決まりモデルにはよらない定数項であるから、以後省略する。

最大対数尤度 $\ell(\hat{\theta})$ は、 $\partial \ell / \partial \theta = 0$ となる $\theta = \hat{\theta}$ で与えられる。

$$\partial \ell / \partial \theta = n(A) / \theta - n(B) / (1 - \theta) = 0 \quad \text{より、}$$

$$\hat{\theta} = n(A) / (n(A) + n(B)) = n(A) / N$$

したがって、 M_1 に対する AIC は、次のようになる。

$$AIC(1) = -2 \cdot (n(A) \cdot \ln(\hat{\theta}) + n(B) \cdot \ln(1 - \hat{\theta})) + 2 \cdot 1$$

今の例の場合、 $n(A) = 6$ 、 $n(B) = 4$ 、 $\hat{\theta} = 0.6$ だから

$$AIC(1) = -2 \cdot (6 \cdot \ln(0.6) + 4 \cdot \ln(0.4)) + 2 = 15.46$$

M_0 の場合、 $\theta = \theta_0 = 0.5$ とおいて、

$$AIC(0) = -2 \cdot (6 \cdot \ln(0.5) + 4 \cdot \ln(0.5)) + 2 \cdot 0 = 13.86$$

したがって、 M_0 の AIC のほうが M_1 の AIC よりも小さいから、 M_0 のほうが良いモデルであると言える。すなわち、寒冬の年にも暑夏になる可能性は五分五分であると考えた方がよい。

ところが、データの数が、100例でそのうち60例が暑夏であったとすると、同様にして、

$$AIC(1) = -2 \cdot (60 \cdot \ln(0.6) + 40 \cdot \ln(0.4)) + 2 = 136.6$$

$$AIC(0) = -2 \cdot (60 \cdot \ln(0.5) + 40 \cdot \ln(0.5)) = 138.6$$

したがって、 M_1 の AIC のほうが M_0 の AIC よりも小さいから、割合としては前と同じであるにもかかわらず、今度は寒冬の年には暑夏になると考える M_1 のほうが良いモデルということになる。

また、10例のうち何例が暑夏であれば五分五分でないと考えた方がよいかを調べる。

$$7 \text{ 例では } AIC(1) = -2 \cdot (7 \cdot \ln(0.7) + 3 \cdot \ln(0.3)) + 2 = 14.21$$

$$8 \text{ 例では } AIC(1) = -2 \cdot (8 \cdot \ln(0.8) + 2 \cdot \ln(0.2)) + 2 = 12.00$$

であるから、 $AIC(0) = 13.86$ と比較して、10例中8例が暑夏である必要があると言える。

ランクを3等分にした場合(低温・並温・高温)にも同様の方法で、最適なモデルを選ぶことが

できる。ただし、この場合には“3つのランクとも同じ確率で出現する”、“低温と並温は同じだが高温のみ違う”、“高温と並温は同じだが低温のみ違う”、“低温・並温・高温それぞれ異なった確率で出現する”という4つのモデルが考えられる。練習問題として、挑戦してみてください。

参考文献

坂元慶行, 石黒真木夫, 北川源四郎 1985: 情報量統計学, 共立出版。

編 集 後 記

・片山さんには、「数値長期予報への夢」と題して長期予報月例会で講演をして頂いた。できるだけ講演の雰囲気味わって頂くために、編集部で講演の録音を忠実に再生した。

計算機や計算技術の発達で現在では数秒で済む計算も、当時は大変な御苦勞をされたことが良く分かった。また片山さんの研究されてきた内容が簡明に紹介されており、今後の問題点も提起されている。この方面の研究をされる方には大いに参考にして頂きたい。

・長期予報課では、昭和61年から「長期予報メモランダム」という、長期予報技術に関連することがらについての、メモを作っている。これは堅苦しい論文や文献紹介ではなく、問題提起・ちょっとした調査等が散逸しないようにまとめておこうというもので、部内資料で必ずしも十分な報文ばかりとは言えないが、これまでの中から興味深いものを紹介させてもらった。

山岸さんの2つの文章は、これからの長期予報をどの様に捉えるかという重要な問題の指摘である。今後の長期予報技術の開発に、参考になる点が非常に大きいと考え、本誌に掲載させて頂いた。

山田さんの「A I C (赤池情報量基準)」の文章は、長期予報に関連した調査を行う時に不可欠な統計手法に用いる実用的な基準についてのものである。A I Cは余り一般的には知られておらず、統計学会でも「伝統的」な人達の中にもA I Cを受け入れない人もいようである。しかし、各種の予測のための多変量解析への有効性は目ざましいものがある。統計は実用の「学」であり、A I Cの実用性は注目すべきである。A I Cが発表されてから今年ではほぼ10年、今後は気象でも大いに利用されることを望みたい。

・イギリスの長期予報モデルについて、編集部の田中が紹介した。WMOの「長期予報研究計画」やWCP (世界気候計画)に関連して、これから長期予報に関する国際的な知識の交換が益々活発になるであろう。

L.F.グループ昭和60年度会計報告

昭和60年9月1日～昭和61年8月31日

収 入		支 出	
項 目	金 額	項 目	金 額
前年度繰越金	309,662 円	印 刷 費	357,000 円
会 費 等	634,371 円	内 訳 {	vol.24No.1 { 182,000 円
(60年度分および前年度分等の遅納入分)			vol.24No.2 { 175,000 円
		郵送・通信費等	23,000 円
		次期繰越金	564,033 円
収 入 計	944,033 円	支 出 計	944,033 円

昭和60年度またはそれ以前の会費（1,000 円）を未納の方はなるべく早く納入して下さい。

納入には次の口座のいずれかを御利用下さい。また、気象庁長期予報課へ来課の際に直接納入することもできます。

(1) 郵便口座

大手町一郵便局
 口座番号：東京 5-165913
 加入者名：L F グループ

(2) 銀行口座

富士銀行本店（店番号110）
 預貯金種別：普通
 口座番号：203156
 名 称：L F グループ

昭和61年度グロスベッター役員

（長期予報課）大塚 伸，重久陽亮，田中康夫，松林繁樹