

# 感度ベクトルによるデータ同化

石橋俊之 (気象研究所 台風研究部)

## 1. 導入

予報誤差の適当なスカラー関数の初期値への依存性は、数値予報モデルの随伴演算子で計算することができ、感度ベクトルと呼ばれる。感度ベクトルの方向は、解析誤差ベクトルの方向の良い近似となっているため、これを適当にスカラー倍したベクトルを初期値に加えることで、予報精度を改善することができる (Rabier, 1996)。感度ベクトルはまた、データ同化システムの随伴演算子に入力すれば、観測データや背景場に対する予報誤差の感度を得ることができる (Langland and Baker, 2004)。以下では、感度ベクトルの解析誤差の近似としての性質を利用した大気解析 (データ同化) について述べる。

## 2. 感度ベクトルによる解析誤差の近似

予報初期場の誤差ベクトルは、適当な基本場で作成した接線形モデルの特異ベクトルの線形結合で表現できる。特異ベクトルのモデル積分による成長率は特異値で与えられる。したがって、予報誤差を考える上で重要なのは大きな特異値をもつ特異ベクトルである。最大の特異値をもつ特異ベクトル (主特異ベクトル) が予報誤差を十分に説明する場合、解析誤差と感度ベクトルの間には次式が成り立つ (Rabier, 1996)。

$$J \equiv 1/2 e^{fT} C e^f; \quad s \equiv \partial J / \partial e^0 = M^T M e^0 \cong \frac{1}{a} e^0$$

ここで、 $M$  は接線形モデル、 $e^0$ 、 $e^f$  は解析誤差と予報誤差、 $T$  は転置演算、 $a$  は適当な実数、 $C$  は内積を定義する対称行列で、ここでは乾燥エネルギーノルムを定義する対角行列、 $s$  は感度ベクトルである。第2式から、感度ベクトルは解析誤差ベクトルに比例することがわかる。第2式ではこの関係を見やすくするために  $C$  を頭を書いていない。これは  $C$  としてユークリッドノルムをとった場合に対応するが、 $C$  を対角化するように変数変換をすれば、任意の対称行列についていつでもこの形ができる。

係数  $a$  について考える。主特異ベクトルを頭に計算している場合は、 $a$  を頭に計算することもできるが、上の関係式は前述の仮定に基づいた近似式であって、このような厳密な  $a$  の値の計算が必要なわけではない。このために特異ベクトルを計算するのは無駄である。Rabier (1996) では、試行錯誤によって、 $J$  を小さくするような  $a$  の値を決めている。ここでは、第3のプローチとして以下の方法で決める。次の式から  $F$  を最小にするように係数  $a$  を決める。これは解析的に解ける。

$$F \equiv (e^f - a s^f)^T C (e^f - a s^f)$$
$$\partial F / \partial a = 2 a s^{fT} C s^f - 2 s^{fT} C e^f = 0$$
$$a = s^{fT} C e^f / s^{fT} C s^f$$

この式は、一般に2つのベクトル  $a$ 、 $b$  があるとき、2つのベクトルの差が最小になるように一方のベクトル  $b$  をスカラー倍する問題では、2つのベクトルの差分ベクトルが、 $b$  のスカラー倍と直交するように係数を選べば良いことに対応している。このように見ると、 $F$  に入る  $s$  は誤差ベクトルの成分を持っていればどんなベクトルに対しても解析誤差を近似するための最適な係数が存在する。

## 3. 準備的な実験と結果

気象庁の全球 4D-Var で、適当な初期値について 15 時間積分後を評価時間として感度場を計算した。この感度場による初期場の修正を最適化と呼び、予報を最適化予報と呼ぶ。計算には湿潤過程を含む接線型モデルと随伴モデルを使用し、予報誤差の評価ノルムは乾燥全エネルギー (TE) ノルムを使用した。図 1 に、500hPa での気温、風速の全球平均 RMSE の時間発展を示す。図から最適化時刻である 20 日 12 UTC 以降

は、最適化により明瞭に誤差が小さくなっていることがわかる。また、次の同化時刻の通常の解析からの予報と比較すると、気温や風速については FT48 までは通常の解析の方が良いが、FT48 以降は同程度か最適化予報のほうがやや小さな誤差になっている。4D-Var の通常のデータ同化では、同化窓の中で早く成長する予報誤差成分は評価関数を支配するので、優先的に修正されている可能性はあるが、ここでの同化窓は 6 時間であり、数日スケールで成長する誤差については、とくに考慮されていないと考えられる。一方で最適化予報はここでは 12 時間の予報誤差を抽出しており、数日スケールで発達する誤差成分とより近いことが考えられる。また、比湿については TE に含まれないが、最適化による誤差減少が確認でき、間接的に最適化されることがわかる (図略)。

## 4. 考察

本予稿では、感度場による初期値誤差の推定、予報精度の改善の例を見た。感度場を初期誤差に変換する際のスカラー係数は、解析的に誤差を最小にする値を計算し与えた。ここで改めて感度場による予報の改善について考えてみる。最適化予報は、予報誤差を当該時刻の解析場を真として計測し、計測した予報誤差をモデルの随伴で初期時刻まで伝播させて、解析誤差を推定する。つまり、予報精度の改善の源となった情報は予報時刻の解析場であり、それはそこで使用された観測や背景場などから構成される。これらの情報の使い方は、通常の 4D-Var などの解析手法とは大きく異なるものである。通常の解析では、条件付確率密度関数間の関係式に基礎を置き、誤差共分散行列を駆使して、我々の知れない解析誤差程度の非常に小さなベクトルを作り出す。一方、感度場による解析は、モデルの積分により、れれわれが解析場を真とできるくらいに十分大きく成長した予報誤差を頭に精度良く測定し、その情報を随伴モデルで初期時刻の情報に変換する。

感度場による解析は、接線型仮定が成り立つ期間何度も行うことができる。時間があれば、これらについても報告する。

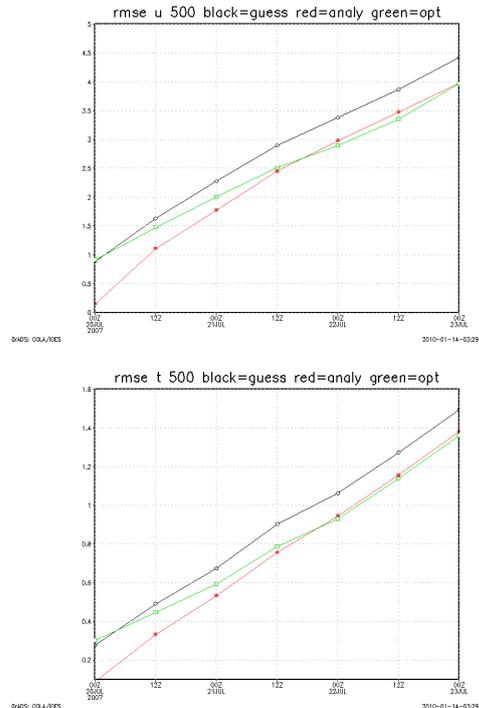


図 1 RMSE の時間発展。上段: 東西風速, 下段: 気温。いずれも 500hPa。黒実線: CNTL 予報 (通常の解析場からの予報), 白丸灰線 (最適化予報), 黒丸灰線 (次の解析時刻の CNTL 予報)。