551.509.67:519.24

「人工降雨効果測定法」について

鈴　木　栄　一*

は　し　が　き

内海徳太郎，佐藤留太郎の両氏は「天気」第3巻，第1号において，表題の統計的方法について2，3興味ある方法を述べられた．

その統計的方法の本質は要するに日降水量などの確率分布法則によるもので，筆者も最近2，3年，降水量の日，半旬，旬，月，年の各単位の量について度数分布の関係を調べたことがあり，興味をもって拝見したが，両氏の統計的取扱いに少しく疑問の点もあるし，参考になりそうな計算も若干行ったので，ここに述べさせて頂きたい，編者からの御依頼もあったので，成るべく平易に概説する積りである．

§1.　内海，佐藤両氏の統計法について

両氏の統計的方法のうち，筆者にとって疑問と思われる事項を若干あげておこう．

(a)．日雨量相関判定図のためにつかう，A，B 両地点の雨量をそれぞれ x および y とするとき，その差を示すパラメータ

$$\alpha=(x-y)/(x+y) \tag{1}$$

は，A，B 両地点に相関々係があれば，正規分布か又はそれに近い分布をする，といわれるが，明らかに $|\alpha|\leqq 1$ であるから，これは何か条件が必要ではないか．たしかに両氏の計算された第2図では，実例として $\alpha=0\%$ の近くで正規分布に一応近い理論度数分布図を描かれている．この点についてはあとでしらべてみる．正規分布は $(-\infty,\ \infty)$ の領域に亘るものであるから，有限な範囲にある α について近似的に適用するにしても必ず何らかの条件がなければならないように思われる．

(b)．$x=x_1=$一定とするとき

$$\alpha\Delta\doteqdot\frac{-\Delta y}{x_1+y}-\frac{\Delta y}{x_1+y} \tag{2}$$

なる $\Delta\alpha$ の近似式の導びき方，$\Delta\alpha$ は何からの偏差か．(1)

また $\bar{\alpha}=0$ の場合（すなわち $x=y$ の相関々係）は

$$\Delta\alpha\doteqdot-\Delta y/2x_1 \tag{3}$$

となる．とされているが，この辺の意味がよく理解できない．$x+y>0$ だから $E(\alpha)\doteqdot\bar{\alpha}=0$ ならば $E(x)\doteqdot E(y)$ となることは明らかで，これがどうして x, y の相関々係になるのか，勿論 $x=y$ なら決定的関係であるから相関々係は $\rho=1$, $r=1$ で統計的に問題にならない．パラメータ α をつかっての偶然性や強雨の境界線をのぞく方法についての記述も一寸筆者には理解し難い．

(c)．日雨量に指数分布をあてはめたときの α についての計算にみられる疑問点としてはたとえば，2地点の雨量度数の確率分布をそれぞれ $X(x)$，$Y(y)$ とするとき

$$\left.\begin{array}{l}X(x)=Ae^{-ax}\\Y(y)=Be^{-by}\end{array}\right\} \tag{4}$$

A, B, a, b はいずれも常数で $\rho=AB/ab$ なる ρ を導びかれたことがあげられる．

すなわち，(4) が確率密度函数としての条件をみたすためには，明らかに，$A=a$, $B=b$ したがって $\rho=1$ が必ず成立しなければならない．普通は $\rho=1$ とされているが，普通でない場合でも $\rho=1$ でないが，$\rho\neq 1$ である場合はどんな場合か，もっと具体的に説明されないと理解し難いのではないかと思われる．両氏のいわれる理論確率とは $X(x)$，$Y(y)$ が統計的に独立の場合に取扱われている．そこで筆者もそのような場合について α がどうなるかを後に計算してみた．

(d)．両氏の相関判定図の検定の本質的要点は，結局

$$\delta\alpha=\bar{\alpha}\pm S\sqrt{\frac{n}{n-1}F} \tag{12}$$

$$\doteqdot\bar{\alpha}\pm 2S\ (n>50,\ \text{危険率 } 5\%) \tag{13}$$

に帰着させられる．このためには α の分布の正規性を充分検討せねばならない．勿論 (12) 式は棄却限界の公式と考えられるが，棄却限界なら正確には

$$S\sqrt{\frac{n+1}{n-1}F^{1}_{n-1}}\ (\text{自由度}1,\ n\text{-}1\ \text{の}\ F-\text{分布}) \tag{14}$$

となるが，勿論，近似的には (12)，(13) でも大差あるまい．

§2.　α の分布について

結局，両氏の方法の特徴は α の分布を利用する点に本質的意味を見出すことができる．そこで，以下，両氏の場合と同様な仮定のもとに α の分布を考えてみる．

なるべく平易にとの編者からの御依頼なので，分り切った計算かもしれないが，一応計算したことをあまり省略しないでのべる．

---

*気象研究所　－1956年3月8日受理－

(1) これは恐らく印刷の方のミスで

$$\Delta\alpha\doteqdot-\frac{(x_1-y)\Delta y}{(x_1+y)^2}$$ なる微分の関係であろう

両氏と若干記号をかえている点については御了承願いたい．確率変数 x, y の確率密度函数をそれぞれ

$$\left.\begin{array}{l} x: f_1(x)=p_1e^{-p_1x}\ (p_1>0,\ \infty\geqq x>0) \\ y: f_2(y)=p_2e^{-p_2y}\ (p_2>0,\ \infty\geqq y>0)\end{array}\right\} \qquad (3.1)$$

とする．

ここで

$$x+y=u,\quad x-y=v,\quad \alpha=v/u \qquad (3.2)$$

と変数変換すると，u, v の同時分布 $g(u,\ v)$ は

$$\begin{aligned} g(u,\ v)&=p_1p_2e^{-\frac{1}{2}(p_1+p_2)u}e^{-\frac{1}{2}(p_1-p_2)v} \\ &\times\left|\frac{\partial(x,\ y)}{\partial(u,\ v)}\right|^{-1}=\tfrac{1}{2}p_1p_2 \\ &\times e^{-\frac{1}{2}(p_1+p_2)u}e^{-\frac{1}{2}(p_1-p_2)v} \qquad (3.3)\end{aligned}$$

となる．（*Jacobian* は $\frac{\partial x}{\partial u}\frac{\partial y}{\partial v}-\frac{\partial x}{\partial v}\frac{\partial y}{\partial u}=-2$ であるから）．

したがって，これより，u の分布は (3.3) を $u\geqq|v|$ なる範囲で積分すれば得られ，結局

$$\begin{aligned} g_1(u)&=\int_{u\geqq|v|}g(u,\ v)dv \\ &=\frac{p_1p_2}{p_1-p_2}e^{-p_2u}\left\{1-e^{-(p_1-p_2)u}\right\}\ (p_1>p_2) \\ &=\frac{p_1p_2}{p_2-p_1}e^{-p_1u}\left\{1-e^{-(p_2-p_1)u}\right\}\ (p_1<p_2)\end{aligned}$$

となる．このような u の分布は次のようにしても簡単に得られる．

$$f(x,\ y)=p_1p_2e^{-p_1x}e^{-p_2y}$$

$$\begin{aligned} g_1(u)&=\int_{-\infty}^{\infty}f(x,\ u-x)dx \\ &=p_1p_2\int_0^u e^{-p_1x}e^{-p_2(u-x)}dx \\ &\left.\begin{aligned}&=\frac{p_1p_2}{p_1-p_2}e^{-p_2u}\left[1-e^{-(p_1-p_2)u}\right]\ (p_1>p_2) \\ &=\frac{p_1p_2}{p_2-p_1}e^{-p_1u}\left[1-e^{-(p_2-p_1)u}\right]\ (p_1<p_2)\end{aligned}\right\} \\ &\qquad\qquad\qquad\qquad (3.4)\end{aligned}$$

明らかに $p_1>p_2$, $p_1<p_2$, のいずれでも $\int_0^{\infty}g_1(u)du=1$ である．

全く同様にして v の分布 $g_2(v)$ を求めることができる，結果だけをあげると，

$$g_2(v)=\left\{\begin{array}{ll}\dfrac{p_1p_2}{p_1+p_2}e^{-p_2v} & v>0\ (x>y) \\ \dfrac{p_1p_2}{p_1+p_2}e^{-p_1v} & v<0\ (x<y)\end{array}\right. \qquad (3.5)$$

である．$g_1(u)$，$g_2(v)$ などは両氏の論文ではあまり本質的ではないので，これをあまり詳しくしらべても意味はない．次にαの分布に移ろう．α の分布 $g_3(\alpha)$ は

$$\begin{aligned} g_3(\alpha)&=\int_0^{\infty}g(u,\ u\alpha)udu \\ &=\tfrac{1}{2}p_1p_2\int_0^{\infty}ue^{-\frac{1}{2}[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]u}du \\ &=\frac{u}{[\quad]}e^{-[\quad]}\Big|_0^{\infty}+\frac{e^{-[\quad]u}}{[\quad]^2}\Big|_0^{\infty} \\ &=\frac{2p_1p_2}{[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]^2} \qquad (3.6)\end{aligned}$$

となることが判る（但し $[\quad]=[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]$）．

次に α の平均値と分散をもとめてみよう．先ず平均値は次のようになる．

$$\begin{aligned} &2p_1p_2\int_{-1}^{1}\frac{\alpha}{[(p_1+p_2)+(p_1-p_2]^2}d\alpha \\ &=\frac{2p_1p_2}{(p_1-p_2)^2}\Big[\log\{(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha\} \\ &\qquad+\frac{p_1+p_2}{(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha}\Big]_{\alpha=-1}^{\alpha=1} \\ &=\frac{2p_1p_2}{(p_1-p_2)^2}\log\frac{p_1}{p_2}-\frac{p_1+p_2}{p_1-p_2} \qquad (3.7)\end{aligned}$$

さらに2次のモメントを計算すると，

$$\begin{aligned} &2p_1p_2\int_{-1}^{1}\frac{\alpha}{[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]^2}d\alpha \\ &=\frac{2p_1p_2}{(p_1-p_2)^3}\Big[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha-2(p_1+p_2) \\ &\qquad\times\log\{(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha\} \\ &\qquad-\frac{(p_1+p_2)^2}{(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha}\Big]_{\alpha=-1}^{\alpha=1} \\ &=\frac{2p_1p_2}{(p_1-p_2)^3}\Big\{2(p_1-p_2)-2(p_1+p_2)\log\frac{p_1}{p_2} \\ &\qquad-\frac{p_1+p_2)^2\ (p_2-p_1)}{2\ p_1p_2}\Big\}\end{aligned}$$

となる．従って α の分散 $Var\ (\alpha)$ は

$$\begin{aligned} Var\ (\alpha)&=4\frac{p_1p_2}{(p_1-p_2)^2}-\frac{4p_1p_2(p_1+p_2)}{(p_1-p_2)^3}\log\frac{p_1}{p_2} \\ &+\left(\frac{p_1+p_2}{p_1-p_2}\right)^2-\frac{4p_1^2p_2^2}{(p_1-p_2)^4}\left(\log\frac{p_1+p_2}{p_2+p_2}\right)^2 \\ &+\frac{4p_1p_2\ (p_1+p_2)}{(p_1-p_2)^3}\log\frac{p_1}{p_2}-\left(\frac{p_1+p_2}{p_1-p_2}\right)^2\end{aligned}$$

$$= \frac{4p_1p_2}{(p_1-p_2)^2}\left\{1-\frac{p_1p_2}{(p_1-p_2)^2}\log\left(\frac{p_1}{p_2}\right)^2\right\} \qquad (3.8)$$

と極めて簡単になる．

(3.6) のような形であたえられる α の分布は一見 *Cauchy* の分布に似ているが，*Cauchy* の分布では勿論，(3.7)，(3.8) のような形であたえられる平均値や分散などはあり得ないので，明らかに *Cauchy type* の分布ではない． 下に $x-y-$平面，$u-v-$平面，$u-\alpha-$平面の上記各確率変数が存在し得る領域を斜影で示しておく．（第1図）

(3.6) なる分布が $\alpha=0$ で極大になることができるか否かをしらべてみよう．

$$\frac{dg_3(\alpha)}{d\alpha} = 2p_1p_2\cdot(-2)\cdot\frac{(p_1-p_2)}{[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]^3}$$

$$= \frac{4p_1p_2(p_2-p_1)}{[(p_1+p_2)+(p_1-p_2)\alpha]^3} \qquad (3.9)$$

であるから $\alpha=0$ で極値になるとは思われない．

$(p_1 \neq p_2)$

全く同じようにして，指数分布，$p_1e^{-p_1x}$，$p_2e^{-p_2y}$ に従う確率変数の比 $\alpha'=x/y$ の分布を求めることができる．結果だけあげておく，α' の分布 $g_4(\alpha')$ は

$$g_4(\alpha') = p_1p_2\int_0^\infty y\, e^{-py\alpha'-p_2y}\,dy$$

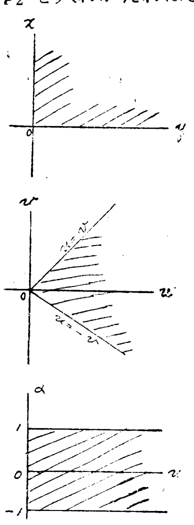
$$= \frac{p_1p_2}{(p_1\alpha'+p_2)^2}$$

となる．この α' の平均値．分散も全く同じように求められるが，結果は省略する．y/x の比は上の式で p_1，p_2 を入れかえればよいことはいうまでもない．

いずれにしても，α，α' をつかって統計的に検定することはできるが，大標本的なやり方であるから，その意味で，今後もっと精密にやる必要があろう．

いずれにしても，α，α' ともに正規分布に近いと見なすことはこれからではでてこない． α が正規分布か，またはそれに充分近いものであれば，もとの確率変数，x，y について，どんな条件がなければならないかは，x，y に同一型母集団で母数の数値のちがうものを与えることによって一応でてくるものと思われる．これについてもここでは省略した．

（函数方程式のようなものをとくことになると思われる）



第1図
変数変換の1例

したがって内海，佐藤両氏が，どのような方法によって α の正規性（$\alpha=0$ で山の形になることなど）を導びかれたかについて理論的説明を与えられることを希望したい．

内海，佐藤両氏の与えられた α の分布 $\varphi(\alpha)$ をここでは $g_3(\alpha)$ と書いたが，実測された分布 $g_{3,0}(\alpha)$ と $g_3(\alpha)$ との近いか否か，すなわち，$g_3(\alpha)$ は独立性 (x, y の) を仮定し，さらに指数分布を仮定して導いたものであるから，x と y に相関がかなりあれば $g_{3,0}(\alpha)$ と $g_3(\alpha)$ はちがうはずで，相関があるか否かは両氏のいわれるごとく，

$$R = \frac{\displaystyle\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\{g_{3,0}(\alpha)-g_3(\alpha)\}d\alpha}{\displaystyle 1-\int_{\alpha_1}^{\alpha_2} g_3(\alpha)d\alpha} \qquad (3.10)$$

なる R もその目安の1つになるであろう．しかしながら (3.10) のごとき R が勿論，最良の目安でもなく，又両氏は R は相関率と同じく $1\geqq R\geqq 0$ とされているが，必ずしもそうでなくてもよい．すなわち，$R<0$ なることもあり得るので，$1\geqq R\geqq 0$ ならしめるには (3.10) の分子の積分内を絶対値かまたは平方にした方がよいであろう．

確かに両氏の導びかれた $\alpha=(x-y)/(x+y)$ なるパラメータは2地点の日雨量比較の一つのよい目安になるであろうが，この他にも種々のパラメータが考えられるし，又降水量が指数分布でなく，*Gamma* 型分布であるような場合， α はどうなるか，他の測度としてどんなものがあるか，最良の測度は何かといった数多くの未解決の問題が残されている．これについては2地点雨量の比較の一般的問題として機会を改めて論じてみたいと考えている．

§ 3. 具体的方法について

内海，佐藤両氏は具体的方法についても有益な示唆を2，3与えられているが，もっと判り易く説明して頂きたい点を挙げよう．

(a) 第4図で *seeding* なくして降った雨量，*seeding* によって降った増量があげられてあるが，増量はどうして計算するのか．（$\delta\alpha \fallingdotseq \bar{\alpha}\pm 2S$ で判定するのか）
実際に微雨断続しているとき，両者を区別する有効な方法はどうか．

(b) $\sigma^2(x\pm y)=\sigma^2(x)+\sigma^2(y)\pm 2r(x,y)\,\sigma_x\sigma_y$
なる関係で r を計算するときは，確かに自乗表と，加算だけで σ^2 は求まる（但し総数 n で平方和を割る計算が入るが）が r を求めるにはどうしても割算，掛算が1回入る．そこでこの図表化が好ましい．どのような図表をつくって図計算されたかについて説

明がほしい，成るべく簡単で，実用的なものが望ましい．

（c） 両氏論文中の第3図，第6図第7図において示された5％で有意な範囲とはおそらく $\delta\alpha \doteqdot \overline{\alpha} \pm S\sqrt{(n/n-1)F}$ または $\delta\alpha \doteqdot \overline{\alpha} \pm 2S$ によって作られたものであろうが，それが雨量が両方とも 0 という原点から出発していることの説明，普通は相関図の回帰直線のまわりに一定の幅 $\sigma_y{}^2(1-r^2)=S_y{}^2$ の平方根の範囲であるのだが，それとのちがいの説明，および，効果逆効果の領域の意味とくに逆効果の物理的意味の検討の必要性はどうか．

といった3つの点についての詳しい解説が望まれるのではないかと思われる．

勿論，最初に両氏が「はしがき」で断られたように，今迄の判定結果からごく概略を編集したものであるためであろうが，一寸判断に苦しむような点，誤解される恐れのある疑問点はたとえ紙数を多少超過しても，詳しく述べて頂きたいと考える．

§4. あとがき（将来の問題）

以上のべたことから当然派生してくる将来の問題は

（i） 日，半旬位の降水量は一般に正規分布とは到底認められないから，これを成るべく簡単で能率よい手つづきで正規化すること．すなわちたとえば *Gamma* 分布（その特別な場合が指数分布）を正規化する簡略法

（ii） 2地点雨量の比較に都合のよい根拠あるしかも簡単な *Parameter* は $\alpha=(x-y)/(x+y)$ もその一つであろうが，ほかにはないか，（たとえば相関比，関連係数など）

（iii） 雨量の局地性，強雨境界線の判定方法．

（iv） 判別函数法のようなやり方で，統計的にこれは人工降雨による増量，これは自然降雨による量，といった分類法はつくれないか．（たとえば，*E. Paulson* の判別統計量の導入）

そのほか種々挙げられる．これらについては機会を新たにしてしらべてみたいと考えている．

敢て卑見をのべ，内海，佐藤両氏およびこの問題に関心をもたれる方々の御批判，御意見を頂きたい．

なお，「天気」誌上でも，種々の問題についての討論や，意見の交換がこれから盛んになるよう編集者の方々も考慮されているようですので，このような卑見が，その一助にでもなれば幸いである．最後に御一読頂いた小河原正已先生に御礼申上げます．（昭和31年2月29日

書　評

「日本の気象」―毎日ライブラリー
高橋浩一郎編
毎日新聞社刊．　B6　289頁　300円

「新しい気象読本」
淵　秀　隆著
防災科学普及協会・気象協会 刊　A5　195頁　350円

今年に入って気象関係の啓蒙書として推せんされるような本が続々現われたことは，われわれ気象学を専攻するものにとって悦ばしいかぎりである。ここにあげた2冊はあらためて評者があげつらうまでもなく，好箇の啓蒙書として諸家によって推せんされている。

啓蒙書のスタイルにはいろいろあるが，この2冊はその行き方を非常に異にしている。「日本の気象」は言わば日常われわれが体験する四季の気象を生活に結びつけて説き起し説き去っているのに対して，「新しい気象読本」は，気象学を学ぶため，あるいは生活に密接に関係する気象現象を理解するための基礎的な知識をまず与えて，その後に四季の気象と災害を中心として説き，天気図の見方，気象庁から発表される注意報，警報の種類，天気予報放送のスケジュール等を述べて昭和年間の災害年表を添えて終っている。前者は生活気象あるいは応用気象に重点を置き，広い教養本的色彩の濃いものであり，おそらく電車の中でも気楽に読めるような書き方である。

後者は最新の気象測器（ラジオ．ゾンデ，レーダーその他）や見事な現象の写真を駆使して，従来の啓蒙書にない味を出しているが，教科書あるいは参考書的なものである。

以上両者の対蹠的な相異点をあげて来たが，「日本の気象」の内容は項目に分かれ，それぞれ最適任者と目される専門家によって筆がとられている。欲を言えばきりがないが，全体の編集がもっと行き届いて，項目間の表現のニュアンスの違いにまで手を入れて欲しかった。内容について若干問題となる箇所もある．例えば116頁洞爺丸台風の記述中，函館地方の天気が一時回復したのは台風眼の通過によるのだとの記述は誤である。最近の啓蒙書の中では群を抜くものとして推賞したい本書の，小さいながら影響する範囲の大きいことを考慮されて，早い機会に訂正されることを願って止まない。

「新しい気象読本」の著者は申すまでもなく永年気象台に奉職しており航空気象，高層気象の権威である。気象学の基礎知識が数式を使わないで理解しやすいように説かれており，災害をひき起す気象現象の理解を助けるように書いている。魅力は新しい写真と豊富な図版である。これらが一体となって読者の理解を助けている。特に著者の専門である高層気象の章は，内容の新しさ，豊富さから言って，他の追随を許さないものである。入門書，参考書としての本書の価値は高く評価されるべきである。ただ，図版に見おとりのするものが多く全体の編集がヤボったい感じがするのと，値段がチョットはるのが遺憾である。　（奥田穰）