

リレー計算機を用いての台風進路の数値予報

鍋島 泰夫, 寺内 栄一, 鷺坂 恭一
鈴木 恒三, 佐藤 忠夫, 伊丹 武夫

昨年迄図式の方法により台風進路の数値予報を行い, ある程度の成果を上げることが出来たのであるが, 今年は幸いに通産省電気試験所のリレー計算機 (Mark I) を用いることが出来たので, 発散項をも考慮した進路予報を行うことが出来た. この方法と結果について簡単に述べて見たい.

§ 1 予報方式

絶対渦度保存の関係が, 最も簡単で, 実用上図式に容易に計算し得るので, 昨年迄これで試みて来たわけであるが, 収斂発散頃も進路予想に有効であり, これを無視することは出来ない. この項により傾圧性も含まれるので, すでに岸保氏等が5月旋風について良好な結果を得ている方式¹⁾によって台風の場合に適用して見た.

渦度方程式は渦度の垂直輸送及び起き上りの項を消略すると,

$$\frac{\partial \eta}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \eta + \eta \operatorname{div} \mathbf{V} = 0 \quad (1)$$

ここに $\eta = \zeta + f$ で ζ は渦度, f はコリオリのパラメーターで, 絶対渦度の変化は, 移流と発散による効果によることを示す.

垂直速度を (x, y, p) 座標で $\omega = \frac{dp}{dt}$ とすると連続の式より

$$\operatorname{div} \mathbf{V} = -\frac{\partial \omega}{\partial p} \quad (2)$$

更に地衡風近似をすると

$$\eta = \frac{g}{f} \nabla^2 Z + f \quad (3)$$

となり, 発散頃の η を簡単のため f とおくと, (1)式は

$$\frac{g}{f} \nabla^2 \frac{\partial z}{\partial t} - \frac{g}{f} J \left(\frac{g}{f} \nabla^2 Z + f, Z \right) - f \frac{\partial \omega}{\partial p} = 0 \quad (1')$$

又断熱の式 $d\theta/dt = 0$ (θ : 温位) より

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \left(\frac{\partial z}{\partial p} \right) + \omega \frac{1}{\theta} \frac{\partial z}{\partial p} \frac{\partial \theta}{\partial p} = 0 \quad (4)$$

(1)', (4)より $\partial z / \partial t$ を消去すると

$$\nabla^2 \omega + k \frac{f}{g} \frac{\partial^2 \omega}{\partial p^2} = k \left[\frac{g}{f} \nabla^2 J \left(\frac{\partial z}{\partial p}, z \right) - \frac{\partial}{\partial p} J \left(\frac{g}{f} \nabla^2 z + f, z \right) \right] \quad (5)$$

となる. ここに $k = \left(\frac{1}{\theta} \frac{\partial \theta}{\partial p} \frac{\partial z}{\partial p} \right)^{-1}$ で安定度に関係する. ω の分布を(5)式より求めるには各層の ω から $\partial^2 \omega / \partial p^2$ も計算しなければならないわけであるが, 時間的な制約があり現業の要求に間に合わないので, ω は 500mb で最

大となるパラボラ分布をしていると仮定する.

$$\omega = 4 \frac{p}{p_0} \left(1 - \frac{p}{p_0} \right) \omega^* \quad (6)$$

$$\omega^*: 500\text{mb} \text{ の } \omega$$

此の仮定は既に5月旋風の場合によいことが示されているが, その後の村上氏等の研究²⁾によると, 台風によっては必ずしも 500mb で最大の分布をしているわけではない.

此の関係を用いると(5)式は

$$\begin{aligned} \nabla^2 \omega^* &= \frac{k f^2}{g} \frac{2}{p(p_0 - p)} \omega^* \\ &= \frac{k p_0^2}{4p(p_0 - p)} \frac{g}{f} \left[\nabla^2 J \left(\frac{\partial z}{\partial p}, z \right) - \frac{\partial}{\partial p} J \left(\frac{g}{f} \nabla^2 z + e, z \right) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

となる. この右辺より ω^* を求め (1)' 式に代入すると $\frac{\partial z}{\partial t}$ が求まり, $Z + \frac{\partial z}{\partial t} \sigma t$ より σt 時間後の天気図を得る.

実際には格子点の値から計算するわけであるから, これらの式を微差式にする必要がある. 今格子間隔を d とし, 地図の投影による拡大因子を m とすると,

$$\begin{aligned} \nabla^2 Z &= \frac{m^2}{d^2} \hat{\nabla}^2 Z = \frac{m^2}{d^2} \times \left(\sum_{i=1}^4 Z_i - 4Z_0 \right) \\ J(\bar{Z}, Z) &= \frac{m^2}{4d^2} \hat{J}(\bar{Z}, Z) \left[(\bar{Z}_1 - \bar{Z}_3)(Z_2 - Z_4) - (\bar{Z}_2 - \bar{Z}_4)(Z_1 - Z_3) \right] \end{aligned}$$

となるから, (1)' 及び(5)式は夫々 $n = \frac{g}{f} \nabla^2 Z$ とすれば

$$\hat{\nabla}^2 \delta Z = A \hat{J}(\bar{Z}, Z) + B \omega^* \quad (7)$$

$$\begin{aligned} (\hat{\nabla}^2 - \alpha^2) \omega^* &= \beta^2 \left[\hat{J}(\bar{Z}_1, Z_1) - \hat{J}(\bar{Z}_{11}, Z_{11}) \right. \\ &\quad \left. - \nabla^2 \hat{J}(Z_1, Z_{11}) \right] \end{aligned} \quad (8)$$

となる. 但し

$$A = -\frac{gm^2}{4fd^2} \delta t, \quad B_i = \frac{4d^2 f^2 (p_0 - 2p_i)}{gm^2 p_0^2} \delta t \quad (i = 1, 11)$$

$$\alpha^2 = \frac{2kf^2d^2}{gm^2p(p_0 - p)}, \quad \beta^2 = \frac{km^2p_0^2g}{16fd^2\Delta pp(p_0 - p)}$$

$$\left(p = \frac{p_{11} + p_{11}}{2} \right)$$

§ 2 計算方式

さて我々が今年台風について行ったリレー計算機の場合には、格子間隔が 300km の 13×12 の 156 点について、 $\eta = \frac{g}{f}Z$ とコリオリ因子を消略してあるから、格子点ほどの様にでもとり得るので、 $i=6, j=7$ の点を台風中心に合わせ i の方向を台風の進行方向とし、係数の中の f の値は台風中心の緯度の値をとった。

選んだ層は主に 500mb と 700mb で時に 700mb と 850mb とを用いた。

今 500 と 700mb を選んだとすると、格子点における同等圧面の高度から、(7)式の右辺第 1 項及び(8)式の右辺が計算され、(8)は Helmholtz 型の方程式となり、これを relax することにより、 ω^* が得られる。

ω^* は 500mb で最大となるパラボラ型と仮定したから $\partial\omega/\partial p = 0$ で(7)は絶対温度保存の barotropic な場合となる。これは係数では $B=0(p_0 - 2p=0)$ とおけばよい。

500mb 以外の層に於いては(7)の右辺第 2 項の発散をも含めた、Poisson 型の方程式を relax することにより δt 時間の高度変化 δz を得る。

係数 A, B, α^2, β^2 は予め 25°N, 27.5°N, 30°N 等について計算しておき、台風中心の緯度に近いこれらの係数を用いる。但し仮定では $(\zeta + f)\partial\omega/\partial p = f\partial\omega/\partial p$ としたのであるが、実際には ζ も消略出来ないとして $\zeta = f$ 即ち $2f \partial\omega/\partial p$ として係数を計算した。(第 1 表)

この様な準備をして

第 1 表 リレーに用いた常数の値 ($b = B \times \beta^2$)

	500 と 700mb の場合			700 と 850mb の場合		
	A	b ₁	b ₁₁	A	b ₁	b ₁₁
50°N	0.49	0	-0.21	0.49	-0.38	-0.67
27.5°N	0.55	0	-0.19	0.55	-0.35	-0.61
25°N	0.62	0	-0.18	0.62	-0.32	-0.56

二層での Z_1, Z_2 の値を読み取れば、予報方式に従って次ぎ次ぎに計算出来る様な命令テープを予め作製しておく、読取値と係数を 2 進法の数値テープに直すだけで、12 時間及び 24 時間後の予報天気図が得られる。

リレー計算機では計算能力が電子計算機に比べて劣るので(加算、乗算の所要時間は 10^{-5} , 10^{-4} 秒に対し、それぞれ 2, $1/2$ 秒である) δt として 12 時間を取り、2 回繰返して 24 時間後迄行うが、計算時間は約 4 時間半を要している。普通電子計算機では 1 時間毎に 24 回繰返すことに比べると相当の冒険で計算安定度の条件は悪く、後にも述べる様に、台風中心が余り移動しないが、進行方

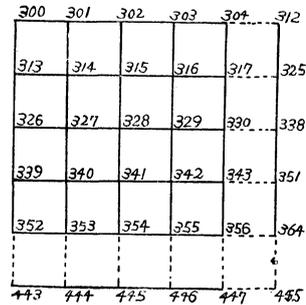
向の予想には充分用い得ることが判った。

§ 3 リレー計算機のプログラミング

命令テープ作製には我々の他、主として気象研究所の松本、伊藤両研究官及び電気試験所の藤永氏等が当たられたのであるが、二三の例について簡単に説明すると、

例えば $\bar{J}_1(\bar{Z}_1, Z_1)$ では

リレー計算機のメモリーは 300 ~ 499 迄の 200 ことで、13×12 の格子点に対応させると第 1 図の様に 300 から 455 までとなる。



第 1 図

今 (328) 点での J を計算するには、メモリーに Z_1 の値を入れておくと、

$$\bar{J}_1(\bar{Z}_1, Z_1) = \nabla_x Z_1 \nabla_y Z_1 - \nabla_y \bar{Z}_1 \nabla_x Z_1$$

$$= \left\{ (316) + (330) + (342) - (314) - (326) - (340) \right\} \left\{ (315) - (341) \right\} - \left\{ (302) + (314) + (316) - (340) - (354) - (342) \right\} \left\{ (329) - (327) \right\}$$

で、各点について同様の操作を行えば $\bar{J}_1(\bar{Z}_1, Z_1)$ の分布を得る。

此の計算の命令テープもリレー計算機各装置の出入口番号及び演算指定が第 2 表の様になっているから、

$\bar{J}_1(\bar{Z}_1, Z_1)$ のプログラミングは第 3 表の如くなる。

第 2 表 各装置の出入口番号及演算指定 (電気試験所報告による)

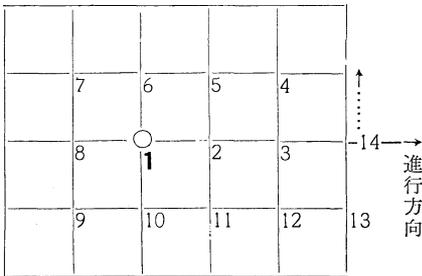
装置	出 口		入 口		演算指定
	番号	内容	番号	内容	
代数和算出装置	1	代数和	1	被加(減)数	1 加算
			2	加(減)数	2 減算
印刷装置			9	計算結果	16 通り
乗除算出装置	7		7	被乗(除)数	1 乗
			8	乗(除)数	2 除
リレー式記憶装置	300	任意	300		
	499		499		
数値テープ読取機	501	数値データ	501		
	507		507		

第3表 $J(\bar{Z}, Z)$ の命令テーブル

出	入	命令	結果
316	1		
330	2	1	1:(316) + (330)
342	2	1	1:(316) + (330) + (342)
314	2	2	1:(216) + (330) + (342) - (314)
326	2	2	1: " " + (342) - (314) - (326)
340	2	2	1: " " + (342) - (314) - (326) - (340) = \bar{Z}_x
1	7		7: \bar{Z}_x
315	1		
341	2	2	1:(315) - (341) = Z_y
1	8	1	7: $\bar{Z}_x \times Z_y$

relaxation については、収斂の早い over relaxation の方法を用い、poisson 型 $\nabla^2 x + ai j = 0$ について言えば ij 点以外の x の値を0とおいた時の residue が0になる様な値の5割増の値を用いる。即ち initial guess を $-0.3 ai j$ とする。人間が行う場合は residue の大きい所を選んで計算を更に進めればよいが機械ではそうはゆかないので、台風附近の $x = \partial Z / \partial t$ が特に必要であるから、

第2図



第2図の如き番号順に、3回 relax を行う、但し2回目は外側を除いた 11×10 、3回目には更に2列除いた 9×8 の点について行っている。

此の様にして、計算方式を順次に定めると、第3図の如き flow diagram が出る。

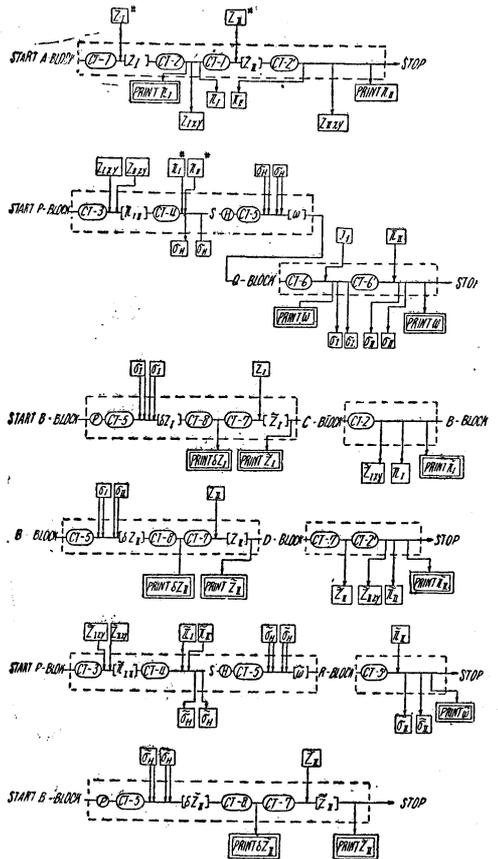
- PRINT \bar{Z} プリンターより \bar{Z} の値が十進法の数値として得られる。
- Z 数値テープ Z_1 \rightarrow は Z_1 のテープを機械に入れる
- $[Z]$ 記憶装置 \rightarrow σ_h は σ_h のテープが機械から出て来ることを示す。
- CT 命令テープ

CT-2 命令ユニット

- CT-1: 読み込み, CT-2, CT-2', : $J(Z, Z)$
- CT-3: $J(Z_1, Z_{11})$
- CT-4: σ_H CT-5: relax CT-6, CT-6': σ_1, σ_{11}
- CT-7: 外挿 CT-7': [Storage] \rightarrow Tape
- CT-8: [Storage] \rightarrow PRINT

但し(7), (8)式の右辺を夫々 $\sigma_i (i=1, 11), \sigma_h$ 12時間後を Z 24時間後を \bar{Z} としてある。

第3図 リレー計算機 flow diagram



(松本, 伊藤両氏による)

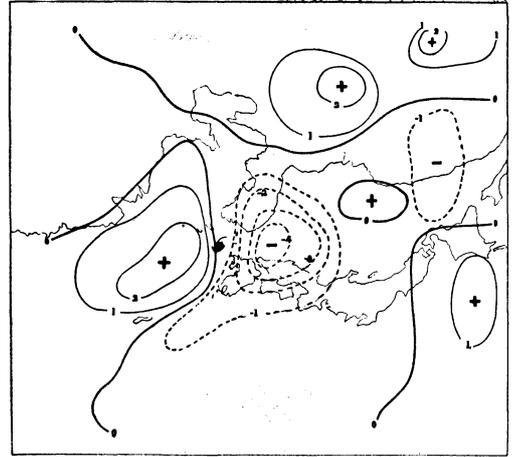
計算中数値としてプリントされるものとその利用法を示すと、500及び700mbを用いた場合には、

$J_1(\bar{Z}, Z)$ 500mb は barotropic としているから、これを人が relax すれば12時間の高度変化を得、その降りの最大の方向に台風が移動するとして進行方向の目安となる (計算開始後約1時間)

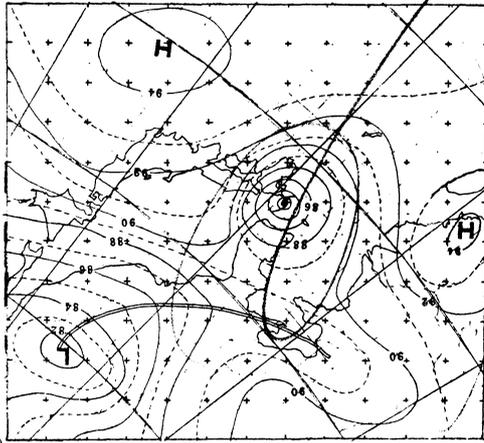
$J_{11}(\bar{Z}, Z)$ 700mb の barotropic な場合

ω 上昇速度分布 $\omega = dp/dt$ より $\omega < 0$ 上昇, $\omega > 0$, 下降で雨量予報の参考となる。(2時間後)

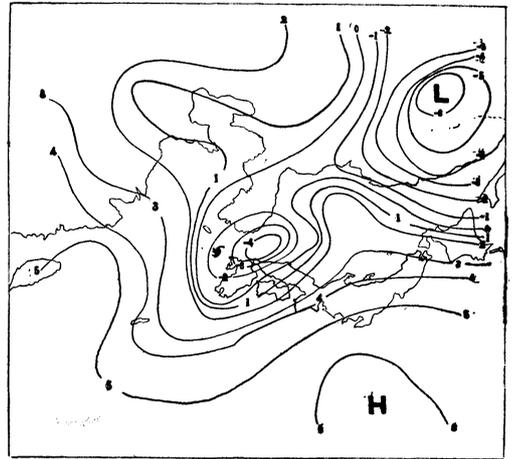
δZ_I 500mbでの12時間高度変化, $f_I(\bar{Z}, Z)$ を機械で relax したものの進行方向を示す。
 Z_I $Z_I + \delta Z_I = \bar{Z}_I$ で, 12時間後の予想天気図, 12時間step等のため台風中心は実際程前進しない。台風中心附近の取扱いにも関係するが, これは後に述べる。
 $\delta Z_{II}, \bar{Z}_{II}$ 発散項をも含めた 700mb での高度変化及び $Z_{II} + \delta Z_{II} = \bar{Z}_{II}$ で 700 の予想天気図 (以上3時間後)
 以下 \bar{Z}_I, \bar{Z}_{II} を用いて同様の操作を繰返すと, \bar{f}_I, \bar{f}_{II} のから $\delta \bar{Z}_{II}$ を得 $\bar{Z}_{II} + \delta \bar{Z}_{II} = \bar{Z}_I$ より24時間後の 700mbの予想天気図が出来る。
 これ等の1例を示したものが第4~9図である。



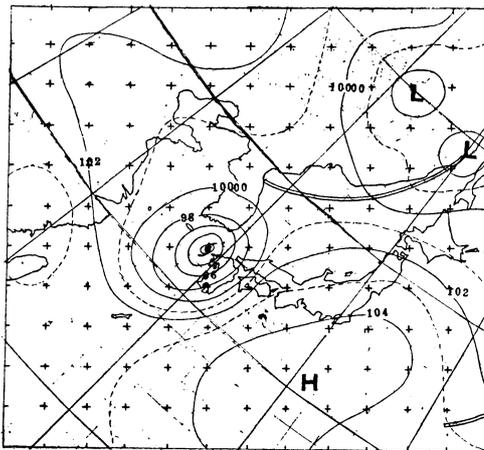
第6図 500mbの12時間高層変化[δZ_I] 単位100feet



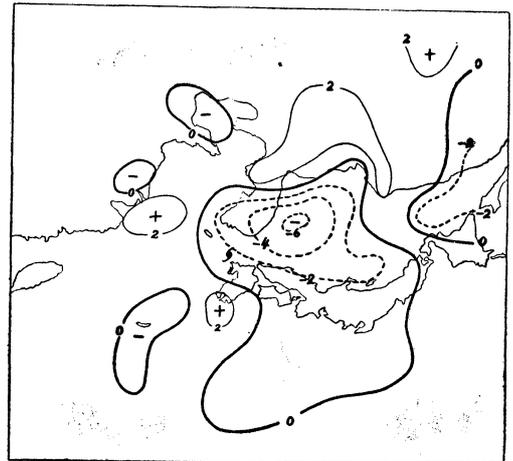
第4図 Z_I (500mb) 図5609 8月17日00時



第7図 500mb12時間後の予想天気図 Z_I 単位100feet 0:18800feet.

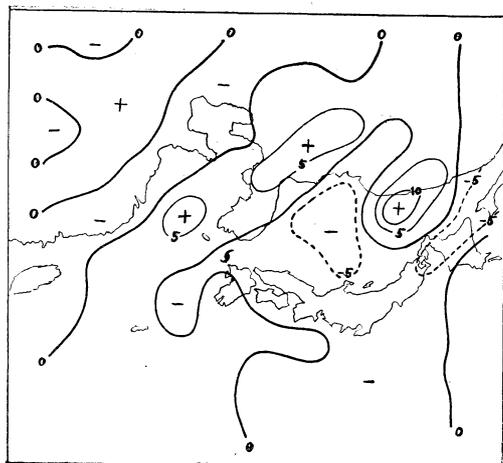


第5図 Z_{II} (700mb) 図5609 8月17日00時



第8図 8月17日00時 ω -分布(値の1.5倍がcm/sec)

$$\omega = \frac{dp}{dt} \begin{matrix} < 0 \text{ 上昇域} \\ > 0 \text{ 下降域} \end{matrix}$$



第9図 8月17日12時の ω -分布
(値の1.5倍が cm/sec)

§ 4 台風中心の取扱法

台風中心附近では格子間隔 300km で高度を読み取る此の方法に於いては、渦度を充分精確に現わすことが出来ず、更には地衡風近似の仮定も適用しない。即ち、Dropsonde で観測された中心高度を用いると、周囲の点の値に比べ急激に下降し、その高度差による地衡風は実際より遥かに大きくなる。テスト的に実測の高度を用いて計算してみた所、高度変化 δZ に対して台風中心の凹みはずっと大きく、予想図の台風中心が殆んど元の位置のままで進行しないことが判った。

此の台風中心の取扱いには伊藤氏等の方法³⁾もあるが、我々は岸保博士の教示に従ってBalance equation⁴⁾を用いた。

その概略を示すと、中心附近では上述の如く地衡風近似によるものと流線によるものとの差が特に大きく、これが時間と共に拡大する恐れがある。流線を用いた渦度方程式は、パロトロピックの場合

$$\nabla^2 \frac{\partial \Psi}{\partial t} = J(\nabla^2 \Psi, \Psi)$$

となり地衡風近似のそれと全く同様の微分方程式である。

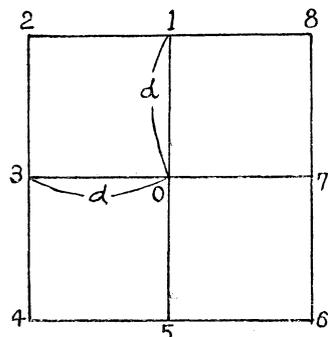
従って台風中心附近では高度から流線 ψ の分布を次のBalance equationより計算し、これを用いる。

$$2 \left\{ \Psi_{xy} - \Psi_{xx} \Psi_{yy} \right\} - f(\nabla^2 \Psi) = -g \nabla^2 \phi$$

$$\Psi = \frac{g}{f} \psi + \text{const}$$

$$\frac{2g}{f^2} (\psi_{xy}^2 - \psi_{xx} \psi_{yy}) - \nabla^2 \psi = -\nabla^2 \phi$$

これを微差式に直すと第10図の如き格子点をとれば



第10図

$$\psi_{xy} = \frac{m^2}{4d^2} \left\{ (\psi_8 - \psi_2) - (\psi_6 - \psi_4) \right\}$$

$$\psi_{xx} = \frac{m^2}{d^2} (\psi_3 + \psi_7 - 2\psi_0) \quad \psi_{yy} = \frac{m^2}{d^2} (\psi_1 + \psi_5 - 2\psi_0)$$

$$\nabla^2 \psi = \frac{m^2}{d^2} (\psi_1 + \psi_3 + \psi_5 + \psi_7 - 4\psi_0)$$

から、

$$\frac{2g}{f^2} \left\{ \frac{m^4}{16d^4} \left[(\psi_8 - \psi_2) - (\psi_6 - \psi_4) \right]^2 - \frac{m^4}{d^4} (\psi_3 + \psi_7 - 2\psi_0) (\psi_1 + \psi_5 - 2\psi_0) \right\} - \frac{m^2}{d^2} (\psi_1 + \psi_3 + \psi_5 + \psi_7 - 4\psi_0) + \frac{m^2}{d^2} (\phi_1 + \phi_3 + \phi_5 + \phi_7 - 4\phi_0) = 0$$

$$g = 10^{-3}, \quad f = 5.4 \times 10^{-5}, \quad d = 300\text{km} \quad \phi: 100\text{ft}$$

単位とし左辺を R_0^V とすれば

$$R_0^V = 0.15(\psi_8^V + \psi_4^V - \psi_2^V - \psi_6^V) - 2.3(\psi_7^V + \psi_3^V)(\psi_1^V + \psi_5^V) + 4.6(\psi_1^V + \psi_3^V + \psi_5^V + \psi_7^V)\psi_0 - 9.2\psi_0^2 - (\sum \psi^V - 4\psi_0) + (\sum \phi^V - 4\phi_0)$$

中心 o の ψ_0^V を ψ_0^{V+1} とした時の residue を R_0^{V+1} とすると

$$(\psi^{V+1})^2 - (\psi^V)^2 = (\psi^{V+1} - \psi^V)^2 + 2\psi^V(\psi^{V+1} - \psi^V)$$

なる関係を用いて

$$R_0^{V+1} = R_0^V - 9.2(\Delta \psi_0^V) + (\Delta \psi_0) \{ 4 + 4.6(\sum \phi - 4\phi_0) \}$$

$$\text{但し } \psi_0^{V+1} = \psi_0^V + \Delta \psi_0^V$$

となる。0 以外の点についても同様の関係を求めておけば、 $\Delta \psi^V$ を逐次与えて R_0^{V+1} を求め、最後に R_0^{V+1} を 0 に近づけると、流線 ψ が求まる。第1回目の ψ^V としては高度 ϕ を用いる。

実際には天気図読取りから、データを電気試験所に電話通報するのに余り時間がないので、台風中心についてだけ上述の relax を行い中心高度の補正を行った。

Z_0 として drop sonde の値を用い

$$\text{即ち } R_0^V = 0.15(Z_8 + Z_4 - Z_2 - Z_6)^2 - 2.3(Z_3 + Z_7 - 2Z_0)(Z_1 + Z_5 - 2Z_0)$$

第4表 台風進路の予想と実際との比

台風名	日時	用いた層	ϕ 軸の方向	24時間後の 実際の進路との度	備考
5609 'BABS'	8月16日00時	(700mb 850)	N	10°	比の2層では低すぎる
"	" 17日00時	500 700	NE	2°	700mbが余り良くないのは、台風の東側の格子点の読み取りに誤があったため。
5611 'DINAH'	9月3日00時	(500 700)	N	21°	ω の分布が普通の時と逆で、前面で下降、後面で上昇、非発散層が700mb以下にあったらしい。
5612 'EMMA'	9月8日00時	(500 700)	N	3°	転向の様相が良く出た。
"	9月10日00時	500 700	NE	7°	2step目にはシベリヤの谷と一緒に台風のみので δZ がはっきりしないが、結果としては非常に良く合っている。
5615	9月25日00時	(500 700)	N	5°	予報上重要な転向点附近では結果は両層とも良好である。
"	9月26日00時	(500 700)	E	7°	500mbの黄海附近にあった小さい谷の影響で台風の渦度が合併され、700mbではよいが、進行方向が不明となった、truncation error によるものとしてこれを取り除いたものが図の進路である。

電気試験所の駒宮、藤永両氏を始めとする所員の皆さん。共に協力され、得られた結果について、御指導、批判を賜った東京数値予報グループの方々、特にモデル、方式の改良に有益な教示を下された東大岸保博士、プログラミング等に多忙中長期間に亘って専念された、気象研究所松本、伊藤両氏に厚く御礼申し上げる。

文 献

- 1) Gambo, K, N. Saito, S. Fujiwara and T. Murakami; 1956: The Development of the

Cyclone over the Far East and the Associated Precipitation. (印刷中)

- 2) 村上, 増田, 荒川; 1956: 台風域内における上昇気流の分布と、台風の数値予報について (未印刷)
- 3) 伊藤, 増田; 1956: リレー計算機を用いての台風の進路予報 (未印刷)
- 4) Charney, J, 1955: The Use of the Primitive Equations of Motion in Numerical prediction. Tellus, 7 22~26.

IUGG 第11回総会予告

本年9月3日から14日までカナダのトロントでIUGG (測地学地球物理学連合) の第11回総会が開かれることは御承知の会員も多いことと思うが、近頃その気象分科の幹事 R. C. Sutcliffe 氏からその日程予告が送られて来た。下にそれを抜き書しておく。

1. Presidential Address on Structure of Currents (Prof. C.-G. A. Rossby)
2. Water Balance of the Earth (海洋分科及び水文分科と連合, 1日)
3. Atmospheric Chemistry, Radioactivity and Pollution (座長 C.-G. Rossby, 1日)
4. Diffusion and Convection (座長 C. H. B. Priestley, 1日)
5. Physics and Dynamics of Clouds (座長 H. Dessens, 1日)
6. Fronts, Jet Streams and Air Masses (座長

H. Flohn, 1日)

7. Numerical and Graphical Methods of Dynamical Weather Prediction (座長 J. G. Charney, 1日)
8. Mesometeorology (座長 H. Byers, 1日)
9. Radiation, as an energy source in atmospheric processes (座長 F. Möller, 半日)
10. Ozone, water vapour and other trace constituents of the stratosphere (座長 K. R. Ramanathan, 半日)
11. Polar Meteorology; synoptic and general circulation problems (座長 J. Van Mieghem, 半日)
12. Atmospheric Electricity, especially the Electricity of Thunderstorms (座長 E. Vassy, 半日)

(畠山久尚)