

# 夏期, 大気擾乱エネルギーの統計的考察

小 沢 正\* 戸 松 喜 一\*\*

## は し が き

夏期の延長予報の改良のためには, 夏期の大気大循環の総観解析とくに大循環に関する重要な諸統計量の気候統計的面の研究と, 大循環の機構の統計的解析および理論気象学の提示したモデルに対する統計的検証の研究が必要なことをわれわれはさきに指摘した. ここでは延長予報について考察するとき生じてくる問題として時間平均, 空間平均を取扱うべき研究の前提として大気擾乱の毎日の変動の統計的性質について検討を試みた. この種の研究においてあまたの研究がなされたが, 特に竹永<sup>1)</sup>は1950年, 1951年, 1952年について季節別に各波数の諸統計量と zonal index の関係等について詳細な総観解析を実施し, 重要な諸結果を得た.

ここではおもに1951年8月について毎日の北半球 500 mb 等高度面における緯度 35°N, 50°N, 65°N の3緯度圏に沿う経度10° 間隔の各高度について36項のフーリエ分析の結果から各波数別に位相速度, 運動エネルギーについてコログラムにより, それらの毎日の変動の性質を検討した.

次に前報で述べた半旬平均の偏西風の変化と半旬平均角運動量南北輸送の収斂との関係については, 西本<sup>2)</sup>, 神子<sup>3)</sup>, 小沢・戸松<sup>4)</sup>によっても両者に顕著な相関があり, これらの研究から偏西風の予報が可能なが推察された. ここでは次の問題として, かくして角運動量南北輸送の収斂により, その緯度帯の偏西風が変化するとき, その緯度帯の擾乱はどのように変化するかを過程を検討した. ただしここではまず2つの緯度圏に境された緯度帯における偏西風の運動エネルギーの時間変化に対し同緯度帯の擾乱の運動エネルギーの時間変化との関係および擾乱のエネルギーの相互関係について, 両境界における条件を無視しており, したがって今後北半球全域についての詳細な解析のもとに, それらを総合した関係において, あらためて報告する予定である.

### 1. 波数別の位相速度, 運動エネルギーについて

緯度  $\psi$  における高度  $Z(\lambda, \psi, t)$  を36項のフーリエ

分析で表示すれば,

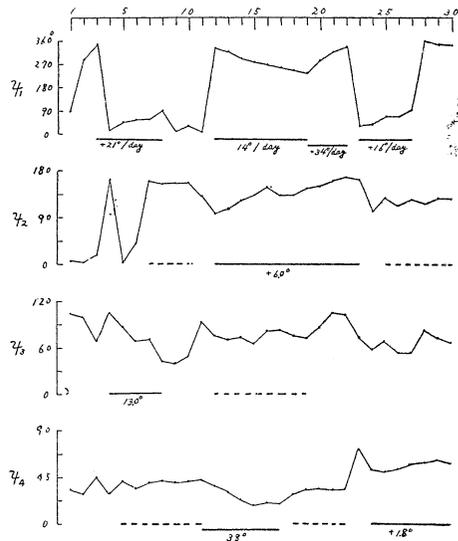
$$Z(\lambda, \psi, t) = A_0(\psi, t) + \sum_{n=1}^{18} \left\{ a_n(\psi, t) \cos n\lambda + b_n(\psi, t) \sin n\lambda \right\}$$

$$= A_0(\psi, t) + \sum_{n=1}^{18} C_n \cos \left\{ n\lambda + \psi_n(\psi, t) \right\}$$

ただし  $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$ ,  $\tan \psi_n = -\frac{b_n}{a_n}$

また全運動エネルギーを  $I$  とすれば

$$I = \frac{g^2}{2f^2} \int_0^{2\pi} \left\{ 2 \left( \frac{\partial A_0}{R \partial \psi} \right)^2 + \sum_{n=1}^{18} \frac{n^2}{R^2 \cos^2 \psi} (a_n^2 + b_n^2) + \sum_{n=1}^{18} \left[ \left( \frac{\partial a_n}{R \partial \psi} \right)^2 + \left( \frac{\partial b_n}{R \partial \psi} \right)^2 \right] \right\} d\lambda$$



第1図A 波数別位相角  $\psi_i$  の時間的変動 (Aug., 1951, 50°N)

第1図は1951年, 1952年8月の50°N, 65°Nにおける波数1~4までの位相角の毎日の変動を示したもので, 点線のunder lineは位相角がその期間, 比較的変動が少な

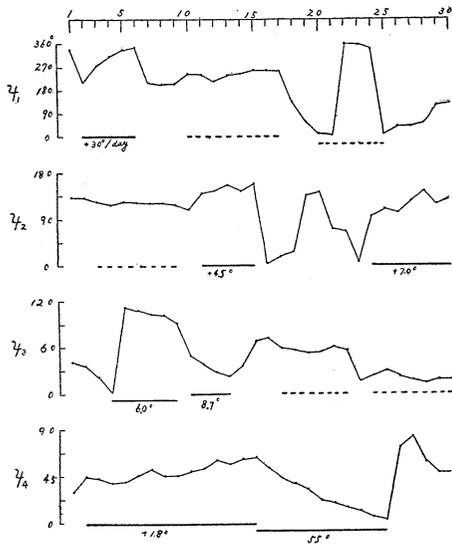
\*, \*\* 気象研究所予報研究部

第1表 波数別位相速度の分布 [Aug., 50°N]

速度 (1日)	波数 n											
	1		2		3		4		5		6	
	1951	1952	1951	1952	1951	1952	1951	1952	1951	1952	1951	1952
東進 11° ~ 15°/日	5	—	1	—	2	2	1	—	2	—	1	3
6° ~ 10°	1	4	1	5	3	4	3	5	5	1	4	7
0° ~ 5°	2	3	6	6	8	9	7	10	6	14	12	10
西進 -0.1° ~ -5°	2	5	5	2	4	4	13	8	8	8	9	4
-6° ~ -10°	—	1	5	3	1	4	2	3	1	3	—	1
-11° ~ -15°	1	2	4	4	2	2	3	2	3	—	1	1
>  06°	18	13	7	9	9	4	—	1	4	3	2	3

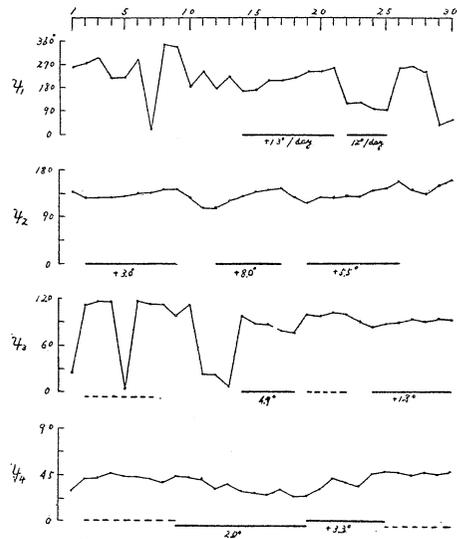
1951. 1952年の位相速度 東進10°/日以下と西進10°/日以下の頻度

n	2	3	4	5	6
東進0~10°/日	18	24	25	26	33
西進0~10°/日	15	13	26	20	14



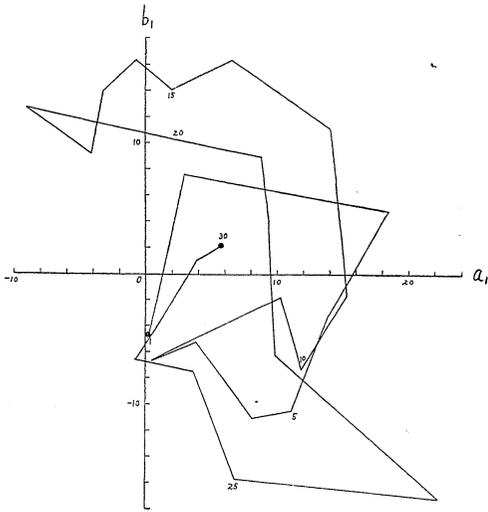
第1図B (Aug., 1952, 50°N)

い定常期間を, 実線は割合規則的に東進, 西進している期間を示す。また括弧の数値はその期間の日平均移動速度を示す。第1表は1951, 1952年, 50°Nの各波数別の位相速度の分布を示す。第1表で夏期には波数4より小さい波は1日-5°~5°移動する度数が全度数の2/3以上をしめ, 波数6になると東進の傾向が顕著になり, また波数3の波は東進の傾向がある。なおこれら位相角の急

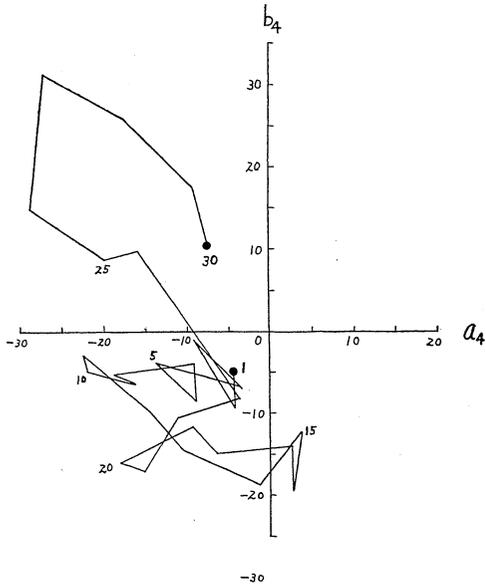


第1図C (Aug., 1951, 65°N)

激な変化の機構については, この論文で用いた資料だけから, その偏西風の速度変化・運動エネルギーの変換等の関係から考慮してもなお不明である。第2図は位相角として各波数別の2つの係数を軸として, その振幅, 位相の8月1日から30日までの変化を图示したもので, 振幅が変化せず, 位相が等速度に進行するときは, O点を中心とし同心円を画く性質があり, また位相角が定常で振幅のみが増減するときは, その位相角  $\psi(t) = \tan^{-1} \frac{b}{a}$  は一定で直線となる。このような図で波数  $n=1, 2, \dots, 6$  について特定の位相角の処(特定地域)で特に擾乱が発達または減衰する傾向を検討したが8月の50°Nの緯度についてはその傾向は見出されない。第2図は1951年の50°Nの  $n=1, 4$  の場合のみを示したが  $n=1$  につ



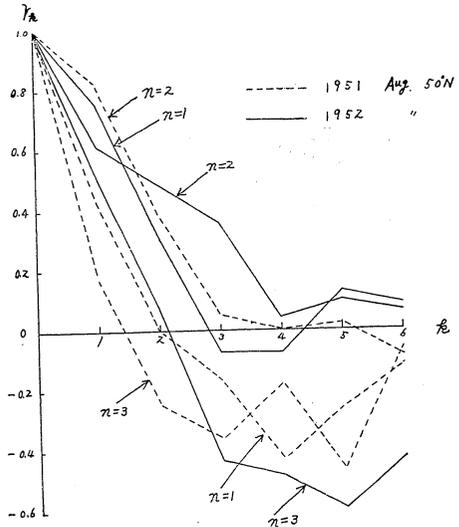
第2図A 位相図 (Aug. 1951, 50°N) [波数1]



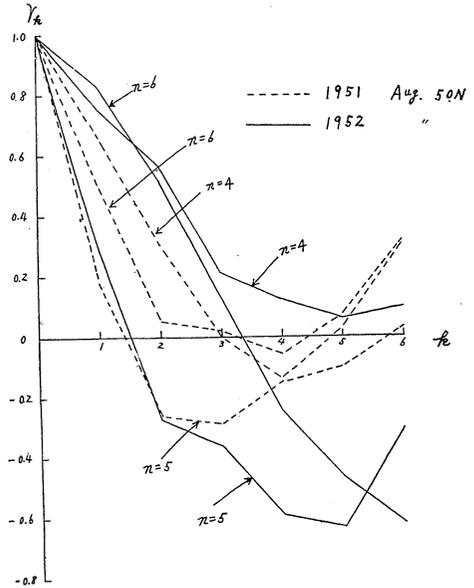
第2図B [波数4]

いては第3象限にリッジが現われる傾向はないようであり、第1図からもわかるように比較的規則的に波が進行している。n=4 については4~5日程度の期間は定常である。

次に位相角をふくめた振幅  $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  の毎日の変動の型を検討するために、それらのコレログラムを画いたのが第3図である。また  $C_n^2$  は各波数別の南北成



第3図A 振幅  $C_n = \sqrt{a_n^2 + b_n^2}$  のコレログラム (n=1~3)

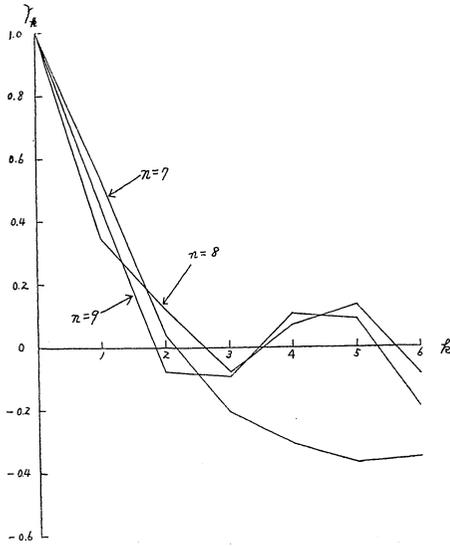


第3図B (n=4~6)

分の運動エネルギーにあたる。

一般に各波数別運動エネルギー  $I_n(t)$  の時間的変動の性質により、それらのコレログラムの型は次のように表わせる。

$$\rho_k \{ C_n(t) \} = \sum_n C_n^{(1)} p_n^k + \sum_n (C_n^{(2)} \cos \lambda_n k + C_n^{(3)} \sin \lambda_n k) q_n^k$$



第3図C (n=7~9) 1952, Aug., 50°N

第1項は持続性の項を, 第2項は一般的週期変動である。実際の大气擾乱については, 8月の変動は第3図のごとくで, その週期的変動も1951年, 1952年と年によってかなりことなり, かつ位相, 振幅の変化しない概周期変化とは認められず, 複雑な週期的変動を示す。したがってこのような変動の性質から一般的にエネルギーに関して時間平均を考察することはなお物理的に困難性がある。ただし兩年を通じ波数 2, 4, 6, のエネルギーの時間的相関は1日目は平均的に 0.7程度, 2日目は約 0.5, 波数 3, 5の時間的相関は波数 2, 4, 6に比し一般に小さく1日目が 0.3程度である。さらに小さい擾乱の波数7, 8, 9, については1日目は約0.5, 2日目は0であるが, 波数8, 9には約4日~5日の周期的変動があるようである。

2. 一般流の運動エネルギーと擾乱エネルギーとの関係 (緯度帯 35°N~65°N)

大気大循環の第1の問題として, われわれはさきに偏西風の変化と角運動量南北輸送の統計的關係を半旬平均において明示した。毎日の両者の關係については多数の研究者により<sup>5)</sup>すでに明瞭である。半旬平均についても, 西本<sup>2)</sup>の解析結果からも, われわれが少数例にて統計的検定した推測の誤りがないことが推察される。ここでは第2の問題として角運動量輸送の収斂からもたらされる一般流の速度変化と同時に擾乱エネルギーが, どのように変化するか相互關係をこの種の研究の序報として定性的に検討した。すなわち一般流のエネルギーと36項

のフーリエ分析による擾乱のエネルギーのスペクトラム分布との時間変化について, この問題を取扱った。

ある緯度圏にそう, その日の全運動エネルギーを  $I_{\psi}$  とすれば, フーリエ分析の結果から

$$I_{\psi} = \frac{g^2}{2f^2} \int_0^{2\pi} \left\{ \left( \frac{\partial Z}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial Z}{\partial y} \right)^2 \right\} dx$$

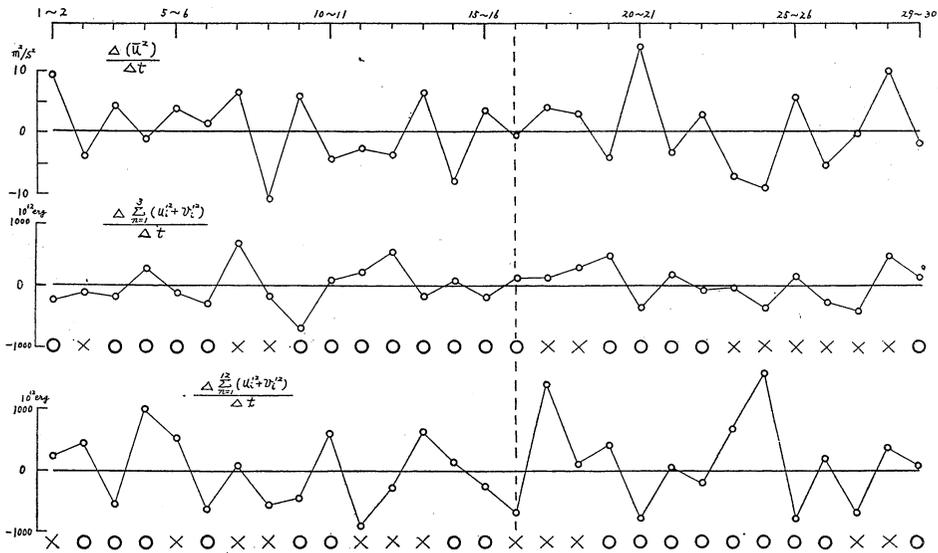
$$= \frac{\pi g^2}{2f^2} \left\{ 2 \left( \frac{\partial A_0}{R \partial \psi} \right)^2 + \sum_{n=1}^{18} \frac{n^2 (a_n^2 + b_n^2)}{R^2 \cos^2 \psi} \right.$$

$$\left. + \sum_{n=1}^{18} \left( \frac{\partial a_n}{R \partial \psi} \right)^2 + \sum_{n=1}^{18} \left( \frac{\partial b_n}{R \partial \psi} \right)^2 \right\}$$

与えられる。f: コリオリ定数, g: 重力加速度, R: 地球半径。左辺の第1項は一般流のエネルギー, 第2項は擾乱エネルギーの南北成分, 第3, 4項は擾乱エネルギーの東西成分をあらわす。すなわち

$$I_{\psi} = E(\bar{u}^2) + E(u'^2 + v'^2)$$

ここで,  $\psi = 35^{\circ}N, 50^{\circ}N, 65^{\circ}N$  から  $\bar{\psi} = 42.5^{\circ}N, 57.5^{\circ}N$  における一般流のエネルギーと擾乱エネルギーを各波数別に計算した。さきに述べたごとく, ここでは境界条件, 他緯度とのエネルギー交換を考慮せずに, 非圧縮性大気, 水平運動かつ非発散として, 一般流のエネルギーの日々変化と各波数別擾乱エネルギーの日々変化との対応をまず定性的に検討したことになる。第4図は緯度  $30^{\circ}N \sim 65^{\circ}N$  の緯度帯の一般流の日々変化量と擾乱エネルギーの日々変化量を対応させたものである。上段は前者の変動を, 中段は波数1~3までの擾乱エネルギーの和の日々変化量, 下段は波数1~12までの全擾乱エネルギーの変化量を示す。○印は両者が逆符号になった場合で, 一般流のエネルギーが増(減)すと擾乱のエネルギーが減(増)する傾向を示し, 資料29のうち18は逆相関で, 特に1日から16日までについては, 資料15のうち13は逆相関で, とくに17日以降の一般場は後述するようになり, その前半期とおおいに異なり, 高緯度では顕著に一般流の速度が17日~22日の期間は単調増加, 22日~28日の期間は単調減少の傾向で, 低緯度ではこの逆の傾向を顕著に示している。この点, 次節で解析する。第4図の下段は波数1~12までの全擾乱エネルギーの關係で 17/29が逆符号, その他1~3 (18/29), 波数4~6 (13/29), 波数7~9 (18/29), 波数10~12 (16/29) となった。これらの關係は簡単な同時相関でなく, 各擾乱のエネルギー間の変換についての十分な資料解析からさらに吟味しなければならないが, 夏期においては長波(1~3)の擾乱エネルギーと一般流のエネルギーとの同時的關係は定性的には逆相関で, 両者の間にエネルギーの受取が

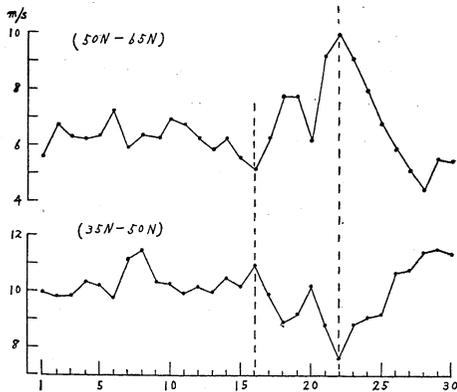


第4図 偏西風エネルギー ( $E(Pu^2)$ ) と擾乱エネルギー ( $E'\{P \cdot (u_i'^2 + v_i'^2)\}$ ) [35°N~65°N]

同時的におこなわれているように推定される。

3. 偏西風エネルギーの形成, 減衰傾向と各擾乱エネルギーの関係 (緯度帯: 50°N~65°N)

前節で述べたように8月16日から28日までの偏西風は同月の前半期よりその変動が大いに異なっていた。第5図は35°~50°N, 50°~65°Nの偏西風の毎日の変動を示したものである。16日以後は高緯度と低緯度では明瞭な逆相関の関係にある。緯度50°~65°Nの緯度帯における一般流の変化と同緯度帯の擾乱の推移との関係を波数別のエネルギー・スペクトラムの時間的変化について検討する。

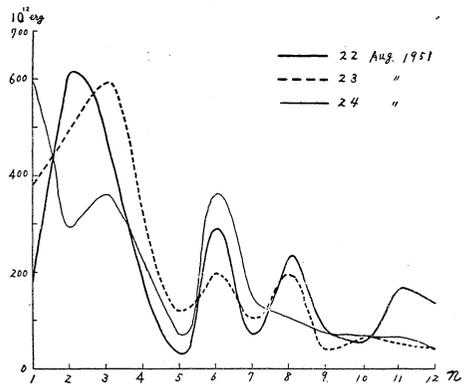


第5図 偏西風の変動 (Aug., 1951)

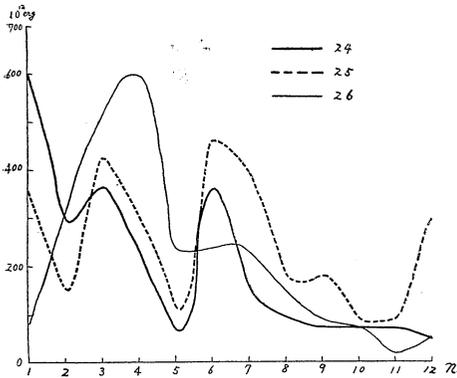
a. 偏西風の単調減衰傾向の場合 (8月22日~28日)

第5図A, B, C, D, はその期間のスペクトラムを3日ずつにわけて追跡したものである。各A, B, C, D図について初期状態を示す第1日目は黒太線, 2日目は点線, 3日目は細線である。

A. 第6図Aにて一般流の速度が最大値を示した22日における擾乱エネルギーのスペクトラム分布の特徴は、波数2, 6, 8に第1, 第2, 第3の極大値をもつ分布である。その初期状態より2日目, 23日になると、長波においては波数2のエネルギーのみが減少し、他の1, 3, 4, 5の擾乱エネルギーは増大し、波数6~9のエネルギーは若干減少し、さらに11~12の小擾乱は消失した。



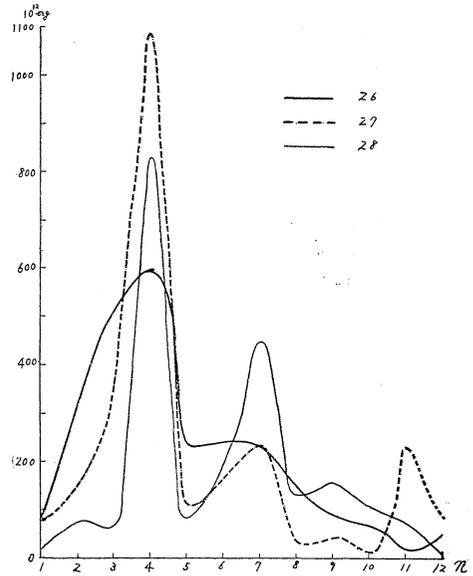
第6図A 擾乱の各波数間の相互関係の [50N~65N] ( $E'(u_i'^2 + v_i'^2)$  スペクトラム)



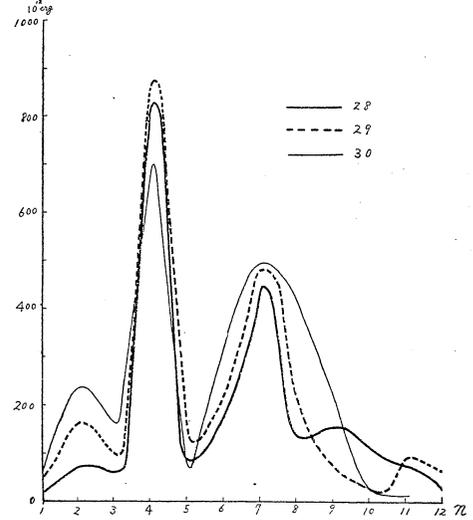
第6図B

波数1~12までの全擾乱エネルギーは22日から23日にかけて増大しており，また22日における波数2の極大値は波数3に変化している．したがって偏西風が減少する傾向を示すとき，まず長波（1~4）の擾乱エネルギーが増加し，その間極大値の変化が認められる．3日目の24日には，波数1のエネルギーは前日よりさらに増大したが，その他の長波（波数2~5）のエネルギーは減少し，全長波全体としてのエネルギーは減少したが，これに反し，中間波の波数6，7の擾乱エネルギーは増大し，長波からエネルギーが移行している傾向が考察され，それは次図の25日のスペクトラム分布を見るとさらにはっきりする．

B. 24日から25日の移行は長波においては，3日間増加傾向を示した波数1のエネルギーが減少傾向を示し，他は若干増加している以外は特に目立った変化はないが23日から長波全体としてのエネルギーは単調に減少し，これに反し前日に引続いて中間波6，8，7，9の擾乱エネルギーは顕著に増大し；波数1~12までの全擾乱エネルギーは前日に比しかなり増加し，23日から長波のエネルギーが中間波に移行していることがわかる．22日から25日にかけて一般流のエネルギーからどの波がエネルギーを受取り，また，擾乱エネルギーの相互関係を定量的に示すことは，さらに広域の解析を実施し，総合的に検討されるべきであるが，少なくとも定性的には，偏西風の極大値から単調減少傾向をたどる過程は，まず長波（波数1~4）のエネルギーが一般流からエネルギーを奪い，その後，中間波（6，7，8）にエネルギーの伝播が認められるようである．25日から26日については，増大傾向の中間波のエネルギーは顕著に減少し，逆に再び長波（2~5）のエネルギーは



第6図C



第6図D

増大し，波数1~12の全擾乱エネルギーは前日に比し顕著に増大し22日，23日にかけてのエネルギー・スペクトラム分布と同様に長波のエネルギーが増大し再び一般流エネルギーから長波へエネルギーの転換がおこなわれているようである．

C. 27日には波数1~12の全擾乱エネルギーは前日より増加し前日一般流のエネルギーから獲得した長波（波数1~4）のエネルギーのうち，波数1~3のエネルギーは減少し，波数4のエネルギーは前日の約2倍に

達し、中間波のエネルギーは減少し、小擾乱11, 12のエネルギーは増大しているが、上述したように波数1~12の全擾乱エネルギーは前日より増加しており、波数1~3のエネルギーは波数4に移行していると同時に、一般流のエネルギーから波数4がエネルギーを獲得しているように考察される。

28日になると長波(1~5)のエネルギーはさらに減少し、これに反し中間波のエネルギーは増加し、長波のエネルギーが中間波に変化する傾向のごとく見られる。

D. 28日から30日にかけてはスペクトラムの分布に大きな変動は見られないが、長波のエネルギーが減少し、中間波のエネルギーは増大している。

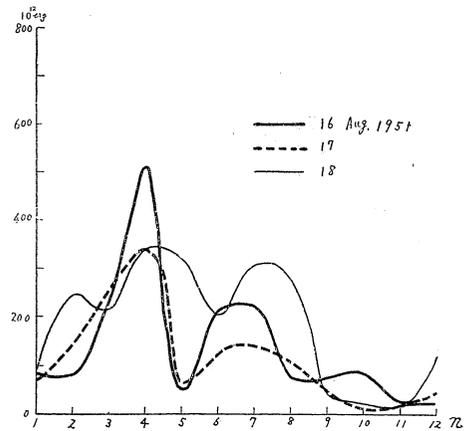
以上、22日から28日の期間の緯度50°~65°Nの偏西風の単調減少傾向に対し、擾乱エネルギーの変化との関係については、22日~23日にかけて一般流のエネルギーから長波(1~5)のエネルギーへの変換がおこなわれ、さらに24日、25日にかけて、全擾乱のエネルギーは増大し、その間長波から中間波へのエネルギーの伝播傾向が認められ、26日、27日に再び長波(波数3,4とくに4)が一般流からエネルギーを獲得し、28日~30日にかけて長波のエネルギーが中間波以下の波にそのエネルギーを伝播する過程を経ているように考察される。

H. Kuo<sup>6)</sup>が偏西風の長期間の単調減少傾向の過程につき、理論的に考察した結果では、一般流の単調減少は冬季にてはまず比較的波数の小さい波( $n=4\sim6$ )が最も不安定な波となって、一般流の速度変化に効果的影響をもつことを示唆したが、ここでは夏期の限られた狭い緯度帯についての1解析例であるが、夏期の一般流の単調減衰傾向に対しては、波数1~4の長波が最初に効果的に働き、その後中間波以上の小擾乱へのエネルギーの変換がおこなわれる過程を、くり返し実施しながら減衰するように考察される。

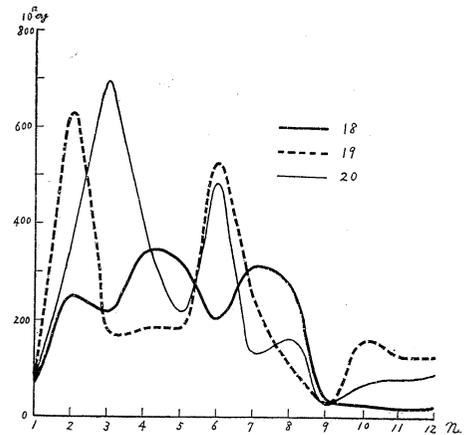
**b. 偏西風が単調増加傾向の場合**

第7図から偏西風は16日から22日にかけて18日~19日~20日を除いては単調増加傾向にある。この期間の波数別エネルギーのスペクトラム分布を第7図A・B・Cに示した。各A, B, C図の太線, 点線, 細線はその図の第1日, 2日, 3日目を示す。

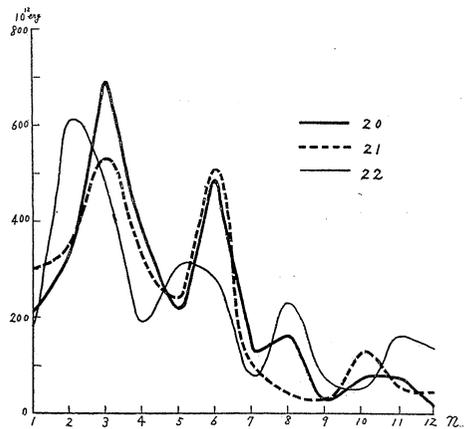
A. 偏西風の極小値16日にはスペクトラム分布は波数4, 6, 7に極大値をしめ、17日には長・中間・小擾乱ともに一様にそのエネルギーを減少し、擾乱エネルギーが一般流のエネルギーに供給されていることを示し、そ



第7図A 擾乱の各波数間の相互関係 [50°N, 65°N] ( $E^1(u_i'^2 + v_i'^2)$  のスペクトラム)



第7図B



第7図C

の結果偏西風は強くなった。18日にはスペクトラム分布は長・中間波は一樣に平滑になり、顕著な極大値を持たない。全擾乱エネルギーは増加しており、この点一般流の増加との関係は不明である。

- B. 19日には前日の平滑な分布から波数2, 6のエネルギーが極大をもつ分布となり、全体の擾乱エネルギーは増加し、一般流から波数2が擾乱エネルギーを獲得していることがわかる。偏西風は若干減少している。20日には、さらに擾乱エネルギーは全体としては(波数1~12)増加し、19日のスペクトラムの極大値波数2は波数3に移行した。この例でも前節a.と同様に一般流が弱まる時、まず長波のエネルギーが増加し、かつ波数の大きい方へ移行している傾向にある。
- C. 21日には20日のスペクトラム分布とほとんど同様であるが、長波のエネルギーは減少し、これに反し中間波・小擾乱のエネルギーが若干増加し、全般的に擾乱エネルギーは減少し、その結果、偏西風エネルギーは増加した。22日も一般に擾乱エネルギーは前日より減少し、偏西風がさらに強まっている。

16日~22日の一般流の増加傾向に対しては、特定の波のエネルギーが一般流にエネルギーを与えているという関係にはなく、種々な擾乱が一般流にエネルギーを与える傾向がある。

以上、偏西風の単調増加、減少傾向に関する研究の第一段階として、限られた緯度帯の一般流のエネルギー変化に対し境界条件を考慮することなしに、その緯度帯の擾乱エネルギー変化との関係を定性的に検討した。

#### 4. 結 論

夏期の延長予報についての準備的研究として、緯度35°N, 50°N, 65°Nにおける緯度圏を代表として考慮し、それらの36項フーリエ分析から各波数別の位相速度、運動エネルギーの変動を検討し、さらに限られた緯度帯の偏西風エネルギーと擾乱のエネルギーとの関係を吟味し、定性的に次の結果を得た。

長波の毎日の位相速度は比較的規則的ではあるが、それらの振幅(運動エネルギー)の毎日の変動の型は複雑な輪廻的周期性をもち、一般に波数1, 2, 4, 6の長波の運動エネルギーの変化は、1日目は約0.7, 2日目は0.5, 波数3, 5は1日目0.3, 波数7, 8, 9は1日目0.5, 程度の自己相関係数を示す。したがって統計的にも、夏期における

時間平均とくに長波についての時間平均も劃一的に何日平均をとるべきであると指定はできないが、平均的にある時間平均をとった場合の誤差の見積りについての若干の示唆は得られた。

また夏期の偏西風の強さの単調増加、減少傾向に関する機構の研究の第一段階として、ここでは狭い限られた緯度帯における偏西風エネルギーと擾乱エネルギーとの関係を、境界条件を考慮せずに定性的検討を試みたが、偏西風の単調減少傾向に対しては、まず長波(1~4)のエネルギーが一般流からエネルギーを獲得し、その後中間波、さらに小擾乱へとエネルギーを伝播する過程をくり返しつつ、一般流が減少してゆく過程が考察される。また逆に単調増加傾向の過程は、特定の波が一般流にエネルギーを与えるという形でなく、各擾乱エネルギーがそのエネルギーを一般流に与えつつ、その間に擾乱相互のエネルギーの授受がおこなわれている傾向が考察される。

しかし前述したように、今後さらに広範囲にわたる地域につき、初期条件の理論的模型に対しその後の推移について詳細な解析のもとに、それらを総合して改めて検討することにする。

終りに種々示唆と討論を頂いた曲田光夫室長に深く感謝致します。

#### 参考文献

- 1) 竹永一雄, 山口弘一, 1957: 広域解析による場の変動の予想について, 1957年1月予報技術検討会資料(プリント).
- 2) 西本清吉, 1956: 雨量長期予報研究(第1報), 昭和31年度日本気象学会, 昭和31年5月(未印刷).
- 3) 神子敏郎, 1956: Index Cycleの解析と角運動量輸送理論の応用による帯状示数の予想, 研究時報, **8**, 600.
- 4) Ozawa, T. and Tomatsu, T., 1956: Application of Momentum Transport Theory for 5-day Mean Chart. Papers in Meteorology and Geophysics, **7**, 40.
- 5) Mintz, Y. and Kao, S. K., 1952: A Zonal-Index. Tendency Equation and Its Application to Forecasts of the Zonal Index. Jour. Met. **9**, 87.
- 6) Hsiao-Lan Kuo, 1951: Dynamical Aspects of the General Circulation and the Stability of Zonal Flow. Tellus, **3**, 268.