

建物の温度調節作用の氣象学的体系について

赤 井 清 康*

1. ま え が き

これは昭和31年1月21日京都で開催された家屋気象に関するシンポジウムに際し、京都大学滑川教授から御指名をうけたので、その席上発表したものの概要であって、その機会を得たことに対し、ここに同博士に厚く御礼申上げる次第である。

この限られた紙面をもって詳論することはできないが筆者が昭和7年頃から折にふれて行ったものについての総合的な荒筋だけを述べたものである。この種の文献は世界にも比較的少ないので、どうしても独断的の点をまぬがれない。筆者だけの試案であるので、広く御批判を仰ぎたい次第である。

この研究の趣旨は、建物の使用状態における気象条件の選択を適切にして気象観測を行い、その結果に理論的考察を加え建物の熱的固有性、換言すれば寒暖の気候などの気象変化に対する建築物の温度調節作用を定量的に指示することであって、建物の合理的な使用のためそしてまた建築計画の合理化に資せんとするのが目的である。このような課題に対しては、建築物の気象に対する性能の表示および改善の基礎として気象学的研究を重要視することは、きわめて自然であり効果的であると信ずるものである。

その昔京都に住んでいた吉田兼好は徒然草の中に「家の造りようは夏をむねとすべし」といい、英国の唯物論者 Francis Bacon は彼の論説の中で「それ美麗なる家を悪き位置に建つる者は己が身を牢獄に投ずるなり」といっているのはなかなか面白いことではなからうか。

2. 建物温度の概念

建物温度とは建物を構成している各部およびその中の空気の温度を意味するわけであるが、一般生活上には内部の空気の温度を主な対象とする。しかし実際にはこの空気の温度に関係する多くのものを扱わねばならない。すなわち建物という小宇宙をとってその中の温度を観察すると、温度変化に対しその環境に伴って非常に多くの

物理的熱移動過程が参加しているので、厳密に数理的に論じ尽すことはほとんど不可能であろう。ただ大綱を把握し実用を狙うことが肝要であると考えられる。

屋内気象は外界の巨大気象に支配されこれを反映するから外界が周期的変化をすれば内部の変化も周期的となり、外界が非周期的ならば内部もこれに応じた非周期的な変化を現わすのが一般で、人工的熱源などのまったく加えられない気象の自然の場におかれたあるがままの状態の場合の建物温度を自然温度と名付け、冷房や暖房のような人工の加えられた場合の温度を非自然温度または人工温度と呼び、その中間的な場合もあり得るからそれには半自然温度と名付けることとする。

基本となるのは自然温度の場合であって他のものはこれに人工による影響が重ったものとして考える。いずれにしても温度変化について、規則的と不規則的、周期的と非周期的、輪廻的、突变的、不変の状態というように各種の型が特徴をもって現われる。

建物における熱移動現象として、これに参加する物理的過程や形態はおよそ次のようである。

- i) 分子熱伝導
- ii) 気流による熱移動（固体表面と空気との間および室内外空気間の熱交換）
- iii) 輻射と乱流との両作用による熱移動（壁面附近）
- iv) 室内空気中における拡散と対流
- v) 日射など輻射の入射および室内から外界への放射
- vi) 地中との熱交換
- vii) 外壁や屋根などにおける積雪による保温

3. 建物の温度調節作用特性

建物の温度調節作用は個々の建物によって違いがあり、その差異は、自然温度の場合には主として、外気温の周期的変化あるいは、突变的変化にさいして室内気温はこれに応じて周期変化あるいは、突变的変化をするが、

- 1) その振幅比、
- 2) 相位の遅れにあらわれ、その他、
- 3) 日射、
- 4) 地温の影響のうけ方、
- 5) 室内の気温の変化分布などを観察することにより知られる。

人工気温に関する場合には、1) 暖房関係では、室の昇温や冷却の遅速、2) 冷房関係では、室の降温や昇温

* 鳥取地方気象台

の遅速, 3) 室内の気温分布などを調査することにより, 建物の温度調節作用の良否, すなわち特性を知ることができる。

以上のような場合において, 定性的に考察しただけでは実用効果はあまり期待できないから量的に扱う必要がある。すなわち, 熱的外界や与えられた熱的条件に対する各建物に固有な反応の中の熱的な特性を量的に表示しなければならない。そのためには, 原則的には外界からの建物の反映を解析する方法によらねばならないが, 事情が簡単な場合には単なる論理だけから建物の温度調節作用の特性を推定することができる。

4. 自然温度の場合 (その1 週期的変化, 厳密解)

分子熱伝導論のみによる場合 (均質壁体)

i) 半無限固体, 一次元, 週期的変化 (第1図参照)

伝導の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = k \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \dots\dots(1)$$

境界条件は

$$(u)_{x=0} = A \sin pt \dots(2)$$

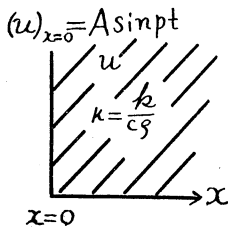


Fig. 1

ここに u は温度, t は時間, x は壁の外側表面に垂直な距離で内側へ+に採る. $\kappa = k/c\rho$

で κ は温度伝導率, k は熱伝導率, c は壁の比熱, ρ は壁の密度, $p=2\pi/\text{週期}$, A は常数である。

よく知られているように, (2) を満足する (1) の解は

$$u = Ae^{-x\sqrt{\frac{p}{2\kappa}}} \sin \left(pt - x\sqrt{\frac{p}{2\kappa}} \right) \dots\dots(3)$$

そこで (2) と (3) とから壁内の x 点における温度の振幅に対する外壁温度の振幅の比 y_1 は

$$y_1 = e^{-x\sqrt{\frac{p}{2\kappa}}} \dots\dots(4)$$

位相の遅れ $y_2 = -x\sqrt{\frac{p}{2\kappa}}$

を得る。(文献13)

ii) 境界に輻射のある半無限体の週期的変化 (第2図参照) 伝導の方程式は

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial t} &= \kappa_1^2 \frac{\partial^2 u_1}{\partial x^2} & [0 < x < a] \dots\dots(1) \\ \frac{\partial u_2}{\partial t} &= \kappa_2^2 \frac{\partial^2 u_2}{\partial x^2} & [a < x < \infty] \dots\dots(2) \end{aligned} \right.$$

境界条件は

$$(u_1)_{x=0} = A \cos pt \dots\dots(3)$$

$$\left\{ \frac{\partial u_1}{\partial x} + h(u_1 - u_2) \right\}_{x=a} = 0 \dots\dots(4)$$

$$\left(k_1 \frac{\partial u_1}{\partial x} \right)_{x=a} = \left(k_2 \frac{\partial u_2}{\partial x} \right)_{x=a} \dots\dots(5)$$

ここに記号の意味は前と同じであるが a は壁の厚さ, そして $\kappa_1^2 = k_1/c_1\rho_1$, $\kappa_2^2 = k_2/c_2\rho_2$ とおき, h は壁の表面伝導度および壁の伝導度による実験常数である。

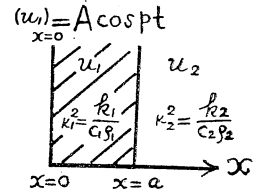


Fig. 2

以上の方程式を厳密に解くことができるが, その解は非常に複雑なものになる (文献4)。

iii) 境界に輻射のある球殻状壁体の週期的変化。(第3図参照) 伝導の方程式は

$$\left\{ \frac{\partial(ru_1)}{\partial t} = \kappa_1^2 \frac{\partial^2(ru_1)}{\partial r^2} \right. \quad [a < r < b] \dots\dots(1)$$

$$\left. \frac{\partial(ru_2)}{\partial t} = \kappa_2^2 \frac{\partial^2(ru_2)}{\partial r^2} \right. \quad [0 < r < a] \dots\dots(2)$$

境界条件は

$$(u_1)_{r=b} = A \cos pt \dots\dots(3)$$

$$\left\{ \frac{\partial u_1}{\partial r} - h(u_1 - u_2) \right\}_{r=a} = 0 \dots\dots(4)$$

$$\left(k_1 \frac{\partial u_1}{\partial r} \right)_{r=a} = \left(k_2 \frac{\partial u_2}{\partial r} \right)_{r=a} \dots\dots(5)$$

ここに記号は前と同様であるが r は中心 O から半径に沿うての距離, a は球殻の内側半径, b は外側半径である。

以上も厳密に解くことができるが, その解は著しく複雑でほう大なものとなる。(文献5, 但し文献の解には誤植がある)

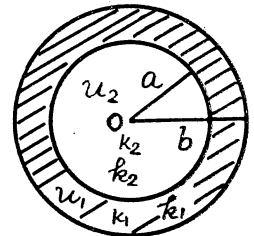


Fig. 3

5. 自然温度の場合 (その2 近似的扱い)

i) 非常に厚い壁体の場合の週期的変化。(第4図参照)

伝導の方程式は

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$$

境界条件は

$$(u)_{x=0} = A_0 + A_1 \sin (nt + \varphi_1) + A_2 \sin (2nt + \varphi_2)$$

ここに $(u)_{x=0}$ は外気温の日変化又は年変化のフーリエ級数表現である。

a と θ をそれぞれ壁の厚さおよび内部の平均気温とするならば、上の方程式の解において、内壁の境界条件として

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \eta \{ (u)_{x=a} - \theta \}, \quad (\theta)_{t=0} = \theta_0 \dots\dots(1)$$

ここに η は境界 $x=a$ における熱移動の係数 (輻射, 気流, 伝導の合同によるもの) である。(1)の解によって内部気温 θ を論議してよいことになる。

解は相当長い時間の後には純然たる周期変化となる。すなわち

$$\theta = A_0 + \frac{A_1 \eta e^{-\frac{a}{k} \sqrt{\frac{n}{2}}}}{\sqrt{\eta^2 + n^2}} \cos (nt - \alpha_1) + \frac{A_2 \eta e^{-\frac{a}{k} \sqrt{n}}}{\sqrt{\eta^2 + 4n^2}} \cos (2nt - \alpha_2)$$

ここに

$$\alpha_1 = \tan^{-1} \frac{\eta + n \tan p_1}{\eta \tan p_1 - n}, \quad \alpha_2 = \tan^{-1} \frac{\eta + n \tan p_2}{\eta \tan p_2 - n}$$

$$p_1 = \varphi_1 - \frac{a}{k} \sqrt{\frac{n}{2}}, \quad p_2 = \varphi_2 - \frac{a}{k} \sqrt{n}$$

実測と理論によるものと比較した例によると位相, 振幅ともかなり一致するが室内平均気温は実測の方が高くなる。これは $(u)_{x=0}$ として外気温度を採ったためもあるが地中の影響も考えなければならぬと思われる。(文献9)

ii) 壁体の熱貫流と日射とを考慮する場合(第5図参照)

今外気温度 T と有効日射量 (日射による有効熱量) I とは同位相で変化するものと考え、それぞれ次式で示されるとする。

$$T = A_0 + A \cos (pt - \beta) \dots\dots(1)$$

$$I = B_0 + B \cos (pt - \beta) \dots\dots(2)$$

ここで θ を室の温度とする。その時間的変化は

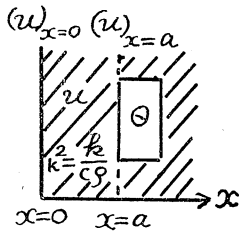


Fig. 4

$$\frac{d\theta}{dt} = -\eta\theta + D \cos (pt - \beta) + D_0,$$

$$(\theta)_{t=0} = \theta_0 \dots\dots(3)$$

ここで θ は内部気温; D および D_0 は $A_0\eta + d_0 = D_0$, $A\eta + d = D$, $\frac{B_0}{E} = d_0$, $\frac{B}{E} = d$ で、 E は室の熱容量, η は自然換気および、壁体を通じてなされる熱移動の係数を示す。

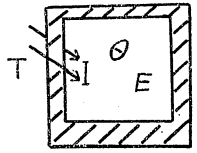


Fig. 5

そして (3) を解いて、時間の経過とともに消滅する項を省き、

$$\theta = \frac{D_0}{\eta} + \frac{D}{\sqrt{\eta^2 + p^2}} \cos \left\{ pt - \tan^{-1} \left(\frac{\eta \tan \beta + p}{\eta - p \tan \beta} \right) \right\} \dots\dots(4)$$

さて $\frac{D_0}{\eta}$, $\frac{D}{\sqrt{\eta^2 + p^2}}$ および $\tan^{-1} \left(\frac{\eta \tan \beta + p}{\eta - p \tan \beta} \right)$ はそれぞれ室内の平均気温, 室内気温変化の振幅および位相に相当する。そして η , d および d_0 はここに決定しようとする室の特性常数である。

そこで室内気温 θ および外気温 T の変化の振幅の比を R とするならば、(1) と (4) とから

$$R = \frac{D}{A\sqrt{\eta^2 + p^2}} = \frac{A\eta + d}{A\sqrt{\eta^2 + p^2}} \dots\dots(5)$$

もし日射の影響を省略するならば

$$(R)_{I=0} = \frac{\eta}{\sqrt{\eta^2 + p^2}} = R_0 \dots\dots(6)$$

そして(5)と(6)とから

$$\eta = \frac{R_0 p}{\sqrt{1 - R_0^2}} \dots\dots(7)$$

なお(5)と(7)とから d は

$$d = \frac{Ap(R - R_0)}{\sqrt{1 - R_0^2}} \dots\dots(8)$$

たとえば日変化の場合、日平均室温を $\bar{\theta}$ とするならば、すでに述べたように $\bar{\theta} = D_0/\eta$ である。したがって $\eta \bar{\theta} = A_0\eta + d_0$,

$$d_0 = \eta (\bar{\theta} - A_0) \text{ 又は } \frac{R_0 p (\bar{\theta} - A_0)}{\sqrt{1 - R_0^2}} \dots\dots(9)$$

さて、 R , R_0 , A_0 および $\bar{\theta}$ は観測資料から直接得られる。そこで、 η , d および d_0 は(7), (8) および(9)からそれぞれ求めることができる。建物の見地からは、寒暖両気候に対し η は小さく、 d と d_0 とは寒さに対しては大きく、暑さに対しては小さいことが望まれるものである。地熱の影響を重大視する場合には、それを熱源と

見て §. 9 1) の (1) 式と同型のものを用いる (文献 14, 10, 12).

iii) 中空な特殊壁体の場合 (第 6 図)

第 6 図において, (A),

(B) および (C) はそれぞれ

外気, 中空および室内空気の部分を示し, 各記号は次のような意味を持つとする.

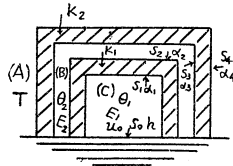


Fig. 6

T : 外気温度

θ_1 : 室内気温

θ_2 : 中空部の気温

u_0 : 室内床面の温度

S : 図に示している部分の面積 ($S_0 \dots S_4$)

α : // 熱伝達率 ($\alpha_1 \dots \alpha_4$)

h : 床面の熱伝達率

K_1, K_2 : 図に示す第 1 および第 2 壁体の熱貫流率

E_1, E_2 : それぞれ (C) および (B) の部分の熱容量

そして次のようにおく.

$$\frac{S_1 K_1}{E_1} = a_1, \quad (\text{室の自然換気によって移動する熱量}) \div E_1 = b_1$$

$$\frac{h S_0}{E_1} = a_1^1, \quad a_1 + b_1 + a_1^1 = C_1, \quad a_1 + b_1 = e_1$$

$$\frac{S_3 K_2}{E_2} = a_2, \quad (\text{中空部の自然換気によって移動する熱量}) \div E_2 = b_2$$

$$\frac{S_2 K_1}{E_2} = a_2^1, \quad (\text{室の自然換気によって移動する熱量}) \div E_2 = b_2^1$$

$$a_2 + b_2 + a_2^1 + b_2^1 = C_2, \quad a_2 + b_2 = e_2, \quad a_2^1 + b_2^1 = e_2^1$$

さて, あまり広くない中空層を持つ壁体ならば熱貫流の項に中空層による過程を含ませて処理されるが, かなり広い厚いものであるとそう簡単には扱えないので次の聯立微分方程式が成立つものとする. すなわち,

$$(B) \rightleftharpoons (C), \quad \frac{d\theta_1}{dt} = -C_1 \theta_1 + e_1 \theta_2 + a_1^1 u_0$$

$$(A) \rightleftharpoons (B), \quad \frac{d\theta_2}{dt} = -C_2 \theta_2 + e_2^1 \theta_1 + e_2 T$$

上の方程式を解くことによって, この種の建物の各種の熱的特性を検討することができる.

$T = A \sin pt$ の場合には, 解は次のようになる.

二つの exponential の項を省くと

$$\theta_1 = -\frac{A e_1 e_2}{\sqrt{(\alpha_1^2 + p^2)(\alpha_2^2 + p^2)}} \cos \{pt\} + \tan^{-1} \left(\frac{\alpha_1 \alpha_2 - p^2}{p(\alpha_1 + \alpha_2)} \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここに

$$\alpha_{1,2} = \frac{-(C_1 + C_2) \pm \sqrt{(C_1 + C_2)^2 - 4(C_1 C_2 - e_1 e_2^1)}}{2}$$

複号は
(α_1 は+)
(α_2 は-)

そこで $\left. \begin{aligned} C_1 + C_2 &= 2C \\ C_1 C_2 - e_1 e_2^1 &= n^2 \end{aligned} \right\}$

とおくならば

$$\left. \begin{aligned} \alpha_1 &= -C + \sqrt{C^2 - n^2} \\ \alpha_2 &= -C - \sqrt{C^2 - n^2} \end{aligned} \right\}$$

となるから (1) から

$$\theta_1 = \frac{A n^2}{\sqrt{(n^2 - p^2) + 4C^2 p^2}} \sin \left\{ pt - \tan^{-1} \left(\frac{-2Cp}{n^2 - p^2} \right) \right\}$$

そして $\tan^{-1} \left(\frac{-2Cp}{n^2 - p^2} \right) = \beta = \tan^{-1} u, \quad \tan \beta = u$ と

書ける. β は外気温 T と室内気温 θ_1 との間の位相差であって観測によって知ることができるものである.

一方, $\frac{n^2}{\sqrt{(n^2 - p^2) + 4C^2 p^2}}$ は θ_1 と T との振幅(或は較差)の比であり, これもまた観測から得られるものである.

したがって

$$\frac{-2Cp}{n^2 - p^2} = u, \quad \frac{n^2}{\sqrt{(n^2 - p^2) + 4C^2 p^2}} = \frac{1}{m}, \quad m$$

$$= \frac{T \text{ の振幅}}{\theta_1 \text{ の振幅}}$$

とおくことにすると

$$n^2 = \frac{p^2}{1 + u^2 - m} (1 + u^2 \pm m \sqrt{1 + u^2})$$

$$2C = up \left(1 - \frac{1 + u^2 \pm m \sqrt{1 + u^2}}{1 + u^2 - m} \right)$$

上の 2 式によって, n^2 と $2C$ が求められる, これは室の熱的特性を指示する数値を与える.

一般にこの種の建物の内部気温 θ_1 は次の方程式を満足せねばならないものであることがわかる.

$$\frac{d^2 \theta_1}{dt^2} + 2C \frac{d\theta_1}{dt} + n^2 \theta_1 = f(t)$$

ここに $f(t)$ は t の Sine または Cosine 函数である.

換言すれば解(1)は $f(t) = T = A \sin pt$ の場合の上の方程式の解であって, θ_1 は, $T = f(t)$ が外力の役割をする

所の力学的振動の性質を持っているのである (文献11).

6. 自然温度の場合 (その3 寒波または温波の透入)

地較的厚い壁の場合、寒波または温波が到達した時の内部の温度変化の lag を考察してみよう。

第7図において、表面 $x=0$ の温度 $(u)_{x=0}$ が寒波または温波の一定温度 u_0 に等しく、 $t=0$ の初期における温度分布が x だけの函数 $f(x)$ であるならば、

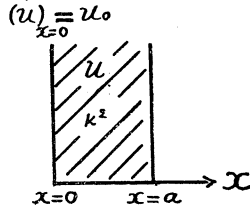


Fig. 7

次の方程式が立てられる。すなわち

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \kappa^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \text{ 伝導の方程式}$$

$$(u)_{x=0} = u_0 \text{ 境界条件}$$

$$(u)_{t=0} = f(x) \text{ 初期条件}$$

そこで $v = u - u_0$ とおいて、上の方程式を解けば次の解を得る。

$$u = u_0 + v = u_0 - \frac{2u_0}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}} e^{-\beta^2} d\beta + \frac{1}{\sqrt{\pi}}$$

$$\int_{-\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}}^{\infty} f(x + 2\kappa\sqrt{t}\beta) e^{-\beta^2} d\beta - \frac{1}{\sqrt{\pi}} \int_{\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}}^{\infty} f(-x - 2\kappa\sqrt{t}\beta) e^{-\beta^2} d\beta \dots \dots \dots (1)$$

さて、もし $f(x) = A_0 = \text{const.}$ であるならば (1) から

$$u = u_0 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} (u_0 - A_0) \int_0^{\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}} e^{-\beta^2} d\beta$$

そこで

$$\frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}} e^{-\beta^2} d\beta = \Phi\left(\frac{x}{2\kappa\sqrt{t}}\right) \text{ とおいて}$$

$$\frac{d\Phi}{dt} = \frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4\kappa^2 t}} \left(-\frac{x}{4\kappa}\right)$$

$$\frac{d^2\Phi}{dt^2} = -\frac{2}{\sqrt{\pi}} e^{-\frac{x^2}{4\kappa^2 t}} \frac{x}{4\kappa} \left(\frac{x^2 t^{-3/2}}{4\kappa^2} - \frac{3}{2}\right)$$

故に $\frac{d^2\Phi}{dt^2} = 0$ とおけば、 $t = \frac{x^2}{6\kappa^2}$ 、したがって $\left|\frac{d^2\Phi}{dt^2}\right|$

は $t = \frac{x^2}{6\kappa^2}$ において最大値を持つ。そしてまた u の変化はこの時最大となる (文献 20).

7. 非自然温度の場合 (その1)

建物の暖房や冷房に関する能力を判定しようとする時には、暖冷房の実際の熱的過程において観察することが最も望ましいことは当然であって、これには種々の方法を選ぶことができるであろうが、暖房と冷房とは熱的にはほぼ同一原則によって律せられる。ここには暖房の場合の過程から防寒保温の特性数を求めることを考える。これを求めるために必要な熱的過程としては暖房中止後の夜間の自然冷却を用いるのが適当であって、この場合に最も大きな影響を与えるものとして外気温度と風の状態とがあげられる。したがって、風、外気温度および室内気温の3つの特別の数時間にわたる観測を必要とするが適当な資料が得られればこれに理論式を適用して特性数を決定することができる。

1) 室内外温度差による自然換気量として、平均換気量を用いる場合 (第8図)。

第8図において、 θ を室内気温、 T を外気温度、 t を時間とすると、 η を常数として、方程式 (1) が理論的にもほぼ成立することになる。

$$\frac{d\theta}{dt} = -\eta(\theta - T) \dots (1)$$

この η が求めようとする実験的特性常数であるが理論的には (2) 式の示す意味もっているもので風速 v の函数である。

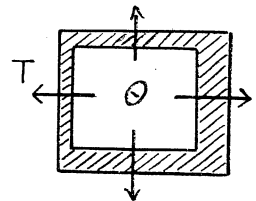


Fig. 8

$$\eta = \frac{q\rho h + \beta_0\rho hv + SK(v)}{E} = f(v) = \alpha v + \frac{\beta\sqrt{v}}{1 + \varphi(1 + \sigma\sqrt{v})} + \delta \dots \dots \dots (2)$$

ここに E は室の熱容量、 ρ と h とはそれぞれ空気密度と比熱、 q は内外温度差 1°C についての平均自然換気量、 β_0 は風の吹込み、吸出しの換気の比例常数、 $K(v)$ は風速 v の時の伝熱係数、 S はその面積、 α ,

$\beta, \varphi, \sigma, \delta$ はいずれも構造などによる 常数を意味する。

$v=const., T=const., (\theta)_{t=0}=\theta_0$ とすれば (1) の解は $\theta=T+(\theta_0-T)e^{-\eta t}$ (3) となる。

この (3) 式を実測資料に適用して η を求めるわけである。

i) 一連の数時間にわたる時別の値があれば最小自乗法にかけると都合がよい。

ii) 簡略法としては、時刻の異なる 2 回の実測があれば (3) から

$$\eta = \left(\log \frac{\theta_0 - T}{\theta - T} \right) / t \log e \text{ によって求められる.}$$

iii) 一つの簡略法であるが同じ室で同時に上下 2 点の実測があれば、室内の上下で η は変らないと見て、上下の温度差を (温度は上の方が高い)

$$t=0 \text{ にて, } \theta_1 - \theta_1^1 = D$$

$$t=t \text{ にて, } \theta_2 - \theta_2^1 = d$$

とすれば $d = De^{-\eta t}$ であるから

$$\eta = \log \frac{D}{d} / t \log e \text{ によって求められる.}$$

これを適用するには前の場合と同様風はほぼ一定である気象条件を要求されるが、外気温度の変化には関しない (文献 1, 2, 3, 7, 8)。

2) 室内外温度差の平方根に比例する自然換気量の場合。室内外の温度差による自然換気量は厳密には、内外温度差の平方根に比例するのであって、この時の温度変化を示す方程式は、前項の(1)に相当して次の(4)になる。

$$\frac{d\theta}{dt} = -\beta^1(\theta - T)^{\frac{3}{2}} - \eta^1(\theta - T) \dots\dots(4)$$

そこで、 T と v は $const.$ ($\theta)_{t=0}=\theta_0$ とすれば、解は

$$\theta = T + \left(\frac{\eta^1 e^{-\frac{\eta^1 t}{2}}}{\beta^1 + \frac{\eta^1}{\sqrt{\theta_0 - T}} - \beta^1 e^{-\frac{\eta^1 t}{2}}} \right)^2 \dots(5)$$

この η^1 と β^1 とが求めようとする実験的特性数であって、理論上次の意味をもつ。

$$\eta^1 = \frac{\beta_0 \rho h v + S K(v)}{E} = g(v) = \alpha v + \frac{\beta \sqrt{v}}{1 + \varphi(1 + \sigma \sqrt{v})} + \delta^1 \dots\dots(6)$$

$$\beta^1 = \frac{\alpha_0 \rho h}{E} \dots\dots(7)$$

α_0 は温度差による換気のプロportion常数。

(2) と (6) とを比較して分るように η と η^1 とは同じ形を持っているが η^1 は温度差による自然換気の項を含まない。この項は β^1 である。

1) の場合の実測資料に (5) 式を適用して η^1 と β^1 とを決定すればよい。これは 1) の場合よりも手続きは複雑となるが、種々の方法によって求めることができる (文献 6)。

8. 非自然換気の場合 (その 2. 暖房と温度の垂直分布)

暖房時の室内の温度分布は暖房様式や室の構造によって著しく異なるがストーブを用いるような場合には希望に反して上温下冷の分布となり問題となることが多い。このような場合の実測によってほぼ実証し得た理論的考察について述べる。

1) 拡散の方程式を用いる場合 (文献 7, 8)。

その方程式は、床上の高さを Z 、渦散度を K_1 とすると

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left(K_1 \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right)$$

$K_1 = aZ^n$, a, n は $const.$ とし、温度の定常状態

$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0$ を採るならば

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(aZ^n \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) = 0 \text{ であるから, } Z=0 \text{ で } \theta = \theta_0 \text{ と}$$

するならば

$$\theta = \theta_0 + \frac{AZ^{1-n}}{a(1-n)}, A \text{ は常数}$$

したがって実測値に適用する実験式としては

$$\theta = \theta_0 + \alpha Z$$

として、 α, β を求めることになる。

2) 流体が平衡状態の場合 (文献 7, 8)

Boussinesq の流体の運動の際の温度と熱の伝導の方程式

$$\frac{D\theta}{Dt} = \kappa \left(\frac{d^2\theta}{dx^2} + \frac{d^2\theta}{dy^2} + \frac{d^2\theta}{dz^2} \right)$$

において、流体が平衡状態の時には θ は Z のみの函数として考えられるので、 $Z=0$ で $\theta = \theta_0$ とすると

$$\frac{D\theta}{Dt} = 0, \quad \frac{d^2\theta}{\alpha Z^2} = 0$$

によって、 β を常数として、

$$\theta = \theta_0 + \beta Z \text{ という直線関係を適用することになる.}$$

3) 冷却作用をうける対流を考える場合 (文献 17, 19)

空気の質量の伝達について渦動伝導度や質量交換係数を用いるがここには容積伝達係数(volume transmission coefficient)と名付けるものを導入してみる。高さ Z と $Z+dZ$ の2つの水平面を垂直に dt 中に通過する熱量の差は、単位面積について

$$\frac{\partial}{\partial Z} \left(k \frac{\partial \rho c \theta}{\partial Z} \right) dZ dt \dots \dots \dots (1)$$

K は容積伝達係数、 ρ および C は空気の密度; 比熱;

これが厚さ dZ の空気層に蓄積されなければならないが、同時に室内各部に一樣に室内外温度差による冷却作用をうけて、室内外に単位温度差のある時単位容積の空気から熱量 μ が失われ、これは内外温度差に比例して増加すると考えるならば、それは

$$\mu(\theta - T) dZ dt \quad (2), \quad T \text{ は外気温度}$$

したがって (1) と (2) との差引き $\frac{\partial \rho c \theta}{\partial t} dZ dt$ が蓄積されることになるから、 $\rho c = \text{const.}$ (ρ, c は空気の密度, 比熱), $\mu/\rho c = \nu$ とおけば

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial Z} \left(K \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right) - \nu(\theta - T) \quad (3) \text{ となる.}$$

そこで、 a, n はともに const. , $0 < n \leq 1$, $K = aZ^n$ とし、 $T = \text{const.}$ とするならば、温度の定常状態の時には

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} = 0 \text{ であるから、} \theta - T = v \text{ とおいて、(3) から}$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} + \frac{n}{Z} \frac{\partial v}{\partial Z} - \frac{\nu}{aZ^n} v = 0 \quad (4) \text{ となる.}$$

この解は一般に Bessel 函数で与えられ

$$v = Z^{\frac{1-n}{2}} \left\{ AJ_{\frac{1-n}{2-n}} \left(\frac{2\sqrt{-\nu}}{a} Z^{\frac{2-n}{2}} \right) + BY_{\frac{1-n}{2-n}} \left(\frac{2\sqrt{-\nu}}{a} Z^{\frac{2-n}{2}} \right) \right\}$$

i) $n=1$ の場合

$Z=0$ の所を考えると、 $Y_0(0) = -\infty$ であるから $B=0$, また $J_0(0) = 1$ であるから $Z=0$ にて $v=v_0$, $\theta = \theta_0$ とすれば $A=v_0$ となり

$$\theta = T + (\theta_0 - T) J_0(2i\sqrt{\frac{\nu}{a}} \sqrt{Z}) \quad (4), \quad i = \sqrt{-1}$$

これを実測資料に適用することになるが ν は § 7 の η と同様にして別個に求めることができる。また

$2\sqrt{\frac{\nu}{a}} \sqrt{Z} = x$ とおいて、Jahnke-Emde の $J_0(ix)$ の表を用い (4) 式を室内気温の高さ別観測値に適用し $\frac{\nu}{a}$ を決定する。したがって a も求められる。

ii) 容積伝達係数 K を一定とする場合 K の平均値を \bar{K} で表わせば、 $K = aZ$ とすれば

$$\bar{K} = \frac{1}{H} \int_0^H K dZ = \frac{a}{2} H, \quad H \text{ は } Z \text{ の上限 (室高)}$$

である。

この時には、(4) 式において、 $n=0$ とし a の代りに \bar{K} を置き代えたものを考えればよいから (4) から

$$\frac{\partial^2 v}{\partial Z^2} - \frac{\nu v}{\bar{K}} = 0 \dots \dots \dots (5)$$

$$\frac{\nu}{\bar{K}} = \sigma^2 \text{ とおけば}$$

$$\frac{d^2 v}{dZ^2} = \sigma^2 v \dots \dots \dots (6)$$

と書ける。

この解は

$$v = Ae^{\sigma z} + Be^{-\sigma z} \quad (7) \text{ で示されるが常数, } A, B$$

を決めるために、境の条件として

$$Z=0 \text{ にて, } \theta = \theta_0 = T$$

$$Z=H \text{ にて, } \theta = \theta_1$$

とすると (7) から解は

$$\theta = T + (\theta_1 - T) \frac{\sin h\sigma Z}{\sin h\sigma H} \quad (8) \text{ となる. すな}$$

わち双曲線函数で与えられるがこれを適用するに際しては、上記のように $\theta_0 = T$ としてあるから、実測温度を $(\theta_0 - T)^\circ C$ だけ下げたものに適合すべきものであることに注意せねばならない。

同一の資料に (4) と (8) とを適用した結果によると $K = \bar{K} = \text{const.}$ とした (8) 式よりも $K = aZ$ とした (4) 式の方が少し適合の程度が良いようである。

9. 非自然温度の場合 (その3. 暖房と熱経済)

一般に室の冷却を促進して不利に導く要素は外気温と風の作用であり、これを緩和するのに有効なものは日射であるが建物の構造や暖房方式についてはここには触れないこととして、建物が § 7. その他で述べたような熱的性状を持つが故に暖房の熱経済には気象学的基礎にたつて、考えられねばならない。したがって、建物の熱的特性数が暖房の熱経済の上にとどのような形で入ってくる

かを知ることが望まれる。そこで従来考察したもの
2, 3の要点をあげてみる。

1) 暖房と特性数 (文献 7, 8, 18)

暖房中の温度変化は熱源の強さを Q とすれば, § 7.
の (1) 式に相当する方程式として

$$\frac{d\theta}{dt} = -\eta(\theta - T) + \frac{Q}{E} \quad (1), \quad (\theta)_{t=0} = \theta_0 \text{ とす}$$

れば, 解は

$$\theta = T + \frac{Q}{\eta E} + (\theta_0 - T - \frac{Q}{\eta E})e^{-\eta t} \quad (2) \text{ である.}$$

そして (1) から分かるように Q/E が $\eta(\theta - T)$ よりも大きいかわりに小さくしたがる昇温か降温かであって $T + Q/\eta E$ が極限の温度であるから $(\theta_0 - T - Q/\eta E) < 0$ で η が大きい程 θ の上昇は速くなるが, ある温度から自然冷却する場合, すなわち $Q=0$ とした場合には η が小さい程降温が遅く保温の良いことがわかる。故に η が大きいこと (失熱を一定として熱容量の小さいこと) は冷え易く熱し易いことを意味し, 冷えにくく熱し易くすることはむづかしいことになる。しかし実際問題としては工夫の余地があるが根本的には ηE が小さければ昇温の理論的極限温度が高くなり所要熱量が少なくすむことはいうまでもない。

次に一定の強さ Q_1 の熱源により室温が θ_0 から所要温度 θ_s まで上るのに要した時間を t_1 とすれば (2) から

$$\frac{Q_1}{E} = \frac{\eta}{1 - e^{-\eta t_1}} \{ \theta_s - T - (\theta_0 - T)e^{-\eta t_1} \} \quad (3)$$

そしてこの場合に室温を θ_s に固定するために必要な熱源の強さを Q_s とすれば (1) において $d\theta/dt=0$ の場合となるから

$$\frac{Q_s}{E} = \eta(\theta_s - T) \quad (4)$$

そこで, $\frac{\theta_0 - T}{\theta_s - T} = r \quad (5)$ とおけば (明らかに $r < 1$)

(3) と (4) とから

$$\frac{Q_1}{Q_s} = \frac{1 - re^{-\eta t_1}}{1 - e^{-\eta t_1}} \quad (6)$$

一般に η の値は時間単位を1時間にとると, 実測の結果 0.05~0.15 位であることがわかっており, t_1 は実際上2時間以上としてよく, また $e^{-\eta t_1} = 1 - \eta t_1$ とおけるから (6) によって

$$Q_s = \frac{\eta t_1 Q_1}{1 - r(1 - \eta t_1)} \quad (7)$$

しかるに $r < 1, \eta t_1 < 1$ であるから $Q_s < Q_1$ であって熱源調節の理論的根拠を与える。

2) 天文的日射による受熱 (文献 21)

外気の寒冷や風に対して対策を考えることの重要性は

いうまでもないが日射による熱の利用のために, 日射熱を最大に受け得る家の方位や屋根の勾配などの問題の基礎として天文的日射について考えてみる。記号として

- J : 任意の平面のうける日射の強さ
 - J_0 : 太陽常数 (又はこれに相当するもの)
 - θ : 任意の平面が太陽光線となす角
 - δ : 太陽の赤緯, t : 時角, α : 太陽の方位角
 - φ : 緯度, β : 平面の方位角
 - γ : 平面が水平面となす角, h : 太陽高度
- 以上のように約束すると

$$J = J_0 \sin \theta = J_0 \{ (\sin \varphi \sin \delta + \cos \varphi \cos \delta \cos t) \cos \gamma + \cos \delta \sin t \cos \beta \sin \gamma + (\sin \delta \cos \varphi - \cos \delta \sin \varphi \cos t) \sin \beta \sin \gamma \} \quad (1)$$

t_0 を日出または日没の時の時角とすれば太陽の南中時を $t=0$ にとると, 積算日量 I は, $T=1日=1440min.$ が 2π radian に相当するから,

$$I = \frac{J_0 T}{\pi} \int_0^{t_0} \sin \theta dt = \frac{J_0 T}{\pi} \left\{ t_0 (\sin \varphi \cos \gamma + \cos \varphi \sin \beta \sin \gamma) \sin \delta + (\cos \varphi \cos \gamma - \sin \varphi \sin \beta \sin \gamma) \cos \delta \sin t_0 + (1 - \cos t_0) \cos \delta \cos \beta \sin \gamma \right\} \quad (2)$$

そこで, 微分学の教える所にしたがって (2) 式の極大値 I_M とこれを与える β と γ とを求めると

$$I_M = \frac{J_0 T}{\pi} \cos \delta \cdot \sqrt{t_0^2 \tan^2 \delta + 2(1 - \cos t_0)} \quad (3)$$

$$\beta = \tan^{-1} \frac{t_0 \cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \sin t_0}{1 - \cos t_0} \quad (4)$$

$$\gamma = \tan^{-1}$$

$$\frac{\sqrt{(t_0 \cos \varphi \tan \delta - \sin \varphi \sin t_0)^2 + (1 - \cos t_0)^2}}{t_0 \sin \varphi \tan \delta + \cos \varphi \sin t_0} \quad (5)$$

この (3), (4), (5) 式によって緯度と年中の時期によるそれらの変化状況を知ることができる。

3) 室温の予想, 暖房計画および気象予報 (文献 15, 16, 18)

室温の予想は大気温度の予報と同様に, それができれば, 建物による住生活や熱経済および保健の点から甚だ効果的であることはいうまでもない。そこで室の自然冷却に際しては § 7. の (3) 式, 暖房中は § 9. 1) の (2)

式などの示す理論を根拠とすることおよび建物の温度調節作用の仕方を調査解析した結果とを用いて、発時間か先きの室温予想を行うことは可能であるがこの場合外気の気象状態の予想を考慮に入れなくては合理的なものとは成立し得ない。また暖房その他建物使用について気象条件の活用が望ましいがそのためには気象の短期および長期予報が一つの基礎を荷なうものとして重要不可欠である。

引用した主要自著文献

1. 赤井清康, 1936 : 冬季部屋の冷却について, 気象集誌, **II**, 14.
2. // , 1937 : 寒地家屋の保温について, 天気と気候, 4.
3. // , 1938 : 冬季部屋の冷却に及ぼす風の影響, 気象集誌, **I**, 16.
4. // , 1940 : 密閉された建築物内気温の日変化, 同, 同, 18.
5. // , 1940 : 週期的変化の場合の中空球の熱伝導の一問題, 同, 同, 同
6. // , 1955 : 家屋の防寒力解析の気象学的新方法, 同, 同, 33.
7. // , 1942 : 寒地の建築衛生の気象学的基礎に関する研究, 中央気象台彙報, 19冊 2号
8. // , 1941 : 建築衛生気象の基礎理論

(温度編), 樺太気象彙報, **1**, No. 1.

9. // , 1942 : 壁体の厚い構造物内気温の日変化の一考察, 同 同 No. 2.
10. // , 1944 : 寒地建物の自然温度に関する研究 (1), 海と空, **24**, No. 7.
11. // , 1944 : 同 (2), 同, 同11, 12号合併
12. // , 1944 : 同 (3), 同, 同, 同
13. // , 1946 : 寒地家屋の防寒力判定法の研究 (1), 同, **25**, No. 3.
14. // , 1946 : 同 (2), 同 同 No. 4.
15. // , 1942 : 寒地家屋に関する気象学的考察. 雪氷, **4**, No. 2.
16. // , 1942 : 暖房の熱経済と気象の考察, 同, **4**, No. 3.
17. // , 1949 : 微小乱渦熱伝導の一例, 研究時報 (中央), **1**, No. 11.
18. // , 1956 : 暖房の熱経済と気象条件及びその予報, 同 **8**, No. 10.
19. // , 1952 : On the Upward Transmission of Heat in the Air of Heated Room. Geophys. Mag, **23**, No. 4.
20. // , 1948 : 地震計室の温度について, 海洋気象学会月例会にて発表
21. // , 1955 : 日最大受熱面について (数理日射), 中国地区昭和30年度第1回気象研究会誌