

数値予報について*

岸 保 勘 三 郎**

は し が き

1949年にはじめて、小型の電子計算機(ENIAC)を用いて数値予報が行われたが、¹⁾ それから進歩は急速度になされた。予研ノートの数値予報特集号に要約された数値予報の紹介はまだ実用化する段階のものであったが、1955年7月から米国気象局では I. B. M. 701という大型電子計算機を用いて毎日の数値予報を行いはじめ、我々は技術的な面でもまた理論的な面でも、多くの改良を加えていかねばならぬ段階にやってきた。1957年6月、ストックホルムで一週間にわたり各国の数値予報の現状を討議する会議が開かれ、そこではじめて実用化されたソヴィエットの数値予報も紹介され、今や各国ともこれ迄の知識を整理して、新しい段階に入ろうとしている。幸い日本でも、1959年春には大型電子計算機の借用が可能となり、数値予報の実用化をすすめる状態になってきた。そこで現在我々は何をやり、また将来どのようなことを行おうとしているかをのべてみたいと思う。

1 現在までの数値予報は何をねらってきたか

現在及び将来の数値予報の理解を深めるために、現在俗に“数値予報方式”²⁾といわれている予報の方式を簡単にのべてみたい。数値予報の原理は、廻転地球上の流体力学にもとづいている。問題を簡単にするために、空気を非圧縮、粘性のないものと仮定すれば、二次元の水平面では渦度が保存している。普通用いられている記号に従い、渦度を ζ とかけば、地球の廻転のない場合は上述の定理は次のようにかける。

$$\frac{d\zeta}{dt} = 0 \quad (1.1)$$

ただし t は時間を表わしている。

ここで地球の廻転を考慮すれば、絶対空間に対し北極で

2ω (ω : 地球の自転による角速度)、緯度 φ のところでは $2\omega \sin \varphi$ の渦度が見かけ上加わることになる。従って、上述の保存式は廻転地球上では次のようにかき直される。

$$\frac{d}{dt}(f + \zeta) = 0 \quad (1.2)$$

ただし、 $f = 2\omega \sin \varphi$ (コリオリー因子)、

上述の関係式から、 ζ の予報公式は

$$\left. \begin{aligned} (\zeta)_{t=\Delta t} &= (\zeta)_{t=0} + \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_{t=0} \Delta t \\ \left(\frac{\partial \zeta}{\partial t} \right)_{t=0} &= -\mathbf{V} \cdot \nabla (\zeta + f)_{t=0} \\ \left(\frac{d}{dt} = \frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) \end{aligned} \right\} (1.3)$$

ここに \mathbf{V} は風速の水平ベクトルである。

従って \mathbf{V} の予報公式をつくることができれば、上述の渦度の予報方式は完全なものとなる。

地衡風近似

\mathbf{V} の予報公式をつくるために、 \mathbf{V} の表現法を考えてみる。一般に速度ベクトルは、流線 ψ と速度ポテンシャル χ で表現できるので次のような関係式がある。

$$\mathbf{V} = \mathbf{k} \times \nabla \psi + \nabla \chi \quad (1.4)$$

ただし \mathbf{k} は垂直単位ベクトルである。

(1.4)より、

$$\zeta = \text{rot } \mathbf{V} = \nabla^2 \psi, \quad D \equiv \text{div } \mathbf{V} = \nabla^2 \chi \quad (1.5)$$

しかし今大気の三次元的運動を二次元の平均運動で置き換えられるような場合、即ち高さ5km位の大気の中層の運動を考えると、そこでは近似的に $\text{div } \mathbf{V} = 0$ とみなすことができる。その場合には、 \mathbf{V} は簡単に

$$\mathbf{V} = \mathbf{k} \times \nabla \psi, \quad \zeta = \nabla^2 \psi$$

とかける。従って(1.3)の予報公式は流線 ψ という一つの因子についてのものとなる。(1.3)を ψ でかけば次式のようなになる。

* この論文は本学会75周年記念大会総合講演において発表されたものである。(編集部)

** 気象研究所予報研究部。

$$\begin{aligned}
 (\psi)_{t=\Delta t} &= (\psi)_{t=0} + \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{t=0} \Delta t \\
 \nabla^2 \left(\frac{\partial\psi}{\partial t}\right)_{t=0} &= \left(-\frac{\partial\psi}{\partial y} \frac{\partial}{\partial x} \nabla^2\psi + \frac{\partial\psi}{\partial x} \frac{\partial}{\partial y} \nabla^2\psi\right)_{t=0} \quad (1.6) \\
 &\equiv J(\nabla^2\psi, \psi) \quad (J: \text{ヤコビヤン})
 \end{aligned}$$

ここまでかけば、 ψ の初期値 $(\psi)_{t=0}$ を現実の観測からどのようにして求めるかということが次の問題となる。まず考えられることは、実測の風から流線 ψ を求めることである。しかし現状のようなあらい観測網とかなり精度のおちる風速の観測からは、 ψ の値もかなり誤差を含んだものとなる。ところで風速の観測にくらべ、気圧（実際には我々は気圧の代わりに、圧力一定の面の高度即ち等圧面高度 z を用いている）の観測は精度がよいので、観測された等圧面高度 z で ψ を代用することを考えた方がよい。

その関係式の一つとして、地衡風近似 (geostrophic approximation) を用いている。

一般に廻転地球上では、ある等圧面上における運動方程式は次のようになる。

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{V}}{dt} + f\mathbf{k} \times \mathbf{V} &= -g\nabla z \equiv -\Delta\phi \quad \dots\dots (1.7) \\
 (\phi: \text{ゼオポテンシャル})
 \end{aligned}$$

ここで加速度の項を無視して、コリオリの力と圧力差との釣り合いが行われるような状態の風、即ち

$$\mathbf{V} (\equiv \mathbf{k} \times \nabla\psi) = \frac{1}{f} \mathbf{k} \times \Delta\psi$$

を地衡風 (geostrophic wind) とよんでいる。大気中で近似的にこのような仮定が許されるとするならば、 ψ は ϕ を用いて簡単に表現できる。すなわち

$$\psi = \frac{1}{f} \phi \quad \dots\dots\dots (1.8)$$

ここまで多くの仮定を用いたけれども、もし上述のような仮定が許されるならば、初期に等圧面高度 $\phi(0)$ を観測し、逐次 $\phi(t)$ を予報することが可能である。1956年頃までは、大体このような原理で予報がすすめられ、またある程度の成果もあげてきた。

ロスビー数 (Rossby number)

現在まで行われてきた数値予報の仮定のうち一番大きいものは、地衡風近似である。(1.7)で加速度はコリオリの力にくらべて無視されてきた。すなわち

$$\left| \frac{d\mathbf{V}}{dt} \right| \ll \left| f\mathbf{k} \times \mathbf{V} \right|$$

ここでこの仮定をディメンションの立場から考えてみると次のようになる。

* 後に述べる重力波、慣性波は一般的に $c \gg U$ となる。

$$\begin{aligned}
 \frac{d\mathbf{V}}{dt} &\sim \mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} \sim \frac{U^2}{L} \\
 f\mathbf{k} \times \mathbf{V} &\sim fU
 \end{aligned}$$

ただし L は擾乱の代表的長さで、 U は代表的な速度である。上式で擾乱の伝わる速さ C は擾乱の存在している場の代表的速さ U と同じ大きさのものであると仮定してある。^{*}そこで加速度の項がコリオリの力の項にくらべて無視できるのは、両者の比 $\frac{U^2}{L} / fU$ が1にくらべて小さい場合である。我々はこれをロスビー数 R とよんでいる。^{**}

$$R = \frac{U}{fL} \equiv \frac{U}{2 \omega \sin\phi L}$$

実際の大気中で果してこの R はどの位の大きさになっているであろうか。 R は擾乱の代表的大きさに関係している。今上層のトラフとカリッジ (気圧の谷または峰) へのみ着目すれば、 L は数1000kmの大きさとなる。その場合、擾乱の移動する速さは大体数10m/secの大きさである。従って

$$R \approx \frac{10^3 \text{ cm/sec}}{10^{-4} \text{ sec}^{-1} \cdot 10^8 \text{ cm}} = 10^{-1} \ll 1 \quad (f \approx 10^{-4} \text{ sec}^{-1})$$

となり、地衡風近似の仮定を大体満足している。しかし代表的擾乱の大きさを数100kmとすれば、 $R \approx 1$ となり

(1.6)の予報公式は適用できない。またたとえ数1000kmの長い擾乱でも擾乱の伝わる速さ C が100m/sec以上の大きになると、 R はやはり1より大きくなる。逆にいえば、現在迄おこなわれた数値予報公式を用いる限り、波長が数1000kmでしかも数10m/secまたはそれ以下の速さで伝わる擾乱しか追跡できないことになっている。数100kmまたはそれ以下の擾乱を追うためには、別の予報公式を用いなくてはならない。

さて、擾乱の大きさが数1000kmとなれば、そのことから計算の技術上色々な制約がでてくる。まず考えられることは、微差方程式を用いる時の格子間隔 Δs の問題である。予報公式(1.6)のヤコビヤンの計算には、微差方程式を用いなくてはならない。例えば $\left(\frac{\partial\psi}{\partial x}\right)_{x=0} \equiv$

$$\frac{1}{2\Delta s} [\psi(\Delta s) - \psi(-\Delta s)] \text{等.}$$

我々は L が数1000kmの擾乱を考えているので、 ψ の空間微分等が上述のような簡単な近似式で表現できるためには、大体 $L \geq 4\Delta s$ のものでなければならない。この

^{**} ソヴィエット等ではKibelの提唱で ϵ -numberとよんでいる。

制約から普通 $\Delta s \sim 2$ 乃至 5 (100km) 位のものをを用いている。この Δs がきまると、時間外挿の Δt は、計算誤差が時間と共に拡大しない条件から一義的にきまる⁽²⁾。即ち

$$\frac{\Delta s}{U} \leq \Delta t^* \dots\dots\dots (1.10)$$

今 $\Delta s = 300\text{km}$, $U = 60\text{m/sec}$ とすれば, $\Delta t \sim 1.7\text{hr}$ になる。普通安全度をもたせて、現在の方法は $\Delta t = 1\text{hr}$ として、時間外挿を行っている。擾乱の大きさが数 100km になれば, $L \leq 4\Delta s$ の関係より $\Delta s \sim$ 数 10km になり, Δt は 10~20min. の大きさとなる。予報方式も変る上に、計算の技術の上でこのような制約をうけることは、短い波長の擾乱を追跡することが大変困難なものであることが予想される。勿論 $\Delta s \sim$ 数 10km の三次元的観測網のないことが、予報を行うために一番困難な点である。

三次元の取扱い

二次元の渦の運動を三次元に拡張するには、渦管の、のびちぢみを考慮すればよい。地球の廻転のない場合の渦度保存の式

$$\frac{d\zeta}{dt} + \zeta \text{div} \mathbf{V} = 0^{**} \dots\dots\dots (1.11)$$

で地球の廻転を考慮すれば、 ζ が $(f + \zeta)$ となって上式は

$$\frac{d}{dt} (f + \zeta) = - (f + \zeta) \text{div} \mathbf{V} \dots\dots (1.12)$$

一般に $\zeta \sim \frac{L}{U}$ なので $|\zeta/f| \sim R$ となり、数 1000km の長い擾乱を考えると $R \ll 1$ となり、 $(f + \zeta) \text{div} \mathbf{V} \approx f \text{div} \mathbf{V}$ とおくことができる。従って三次元の渦の運動は次式で与えられる。

$$\left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla \right) (f + \zeta) = -f \text{div} \mathbf{V} \dots\dots\dots (1.13)$$

三次元的な取扱いには、我々はこの式を用いている。三次元的な $\text{div} \mathbf{V}$ の分布がわかれば、 ζ 即ち z の時間的变化が追跡できるわけである。 $\text{div} \mathbf{V}$ のくわしい求め方は本文ではあまり重要とは思われないので、ここでは $\text{div} \mathbf{V}$ の性質を少し考えてみよう。

(1.13) の両辺は同じ大きさのものと考えれば、

$$\mathbf{V} \cdot \nabla \zeta \sim f \text{div} \mathbf{V} \quad \left| \text{div} \mathbf{V} / \zeta \right| \sim \frac{U}{fL} \approx R$$

となる。即ち数 1000km の長い擾乱を考えれば、 $\text{div} \mathbf{V}$ の

* 擾乱の伝播する距離は $U\Delta t$ で与えられ、その長さが差分に用いた格子間隔 Δs より小さくしなければならぬ。

** 便宜的に、渦管の軸の方向の変化を示す項 $\left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial \rho} \times \boldsymbol{\rho} \right) \cdot \boldsymbol{\kappa}$ は小さい量として省略してある。

大きさは渦度 ζ にくらべて一桁小さいことになる。普通 $\zeta \sim \frac{U}{L} \sim \frac{10^3 \text{ cm/sec}}{10^8 \text{ cm}}$ なので、 ζ 及び $\text{div} \mathbf{V}$ の大きさは次のようになる。

$$\zeta \sim 10^{-5} \text{ sec}^{-1}, \text{div} \mathbf{V} \sim 10^{-6} \text{ sec}^{-1}$$

ここで $\zeta = \nabla^2 \psi$, $\text{div} \mathbf{V} = \nabla^2 \chi$ のことを考えれば、上述の ζ 及び $\text{div} \mathbf{V}$ の大きさより \mathbf{V} の一般的表現式 (1.4)

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\kappa} \times \nabla \psi + \nabla \chi$$

は数 1000km の長い擾乱に対しては近似的に

$$\mathbf{V} = \boldsymbol{\kappa} \times \nabla \psi = \boldsymbol{\kappa} \times \frac{1}{f} \nabla \phi$$

という地衡風近似を用いることが、三次元の場合にも矛盾なく用いられるわけである。また垂直速度 w の代表的な値を W , H を大気の高さとすれば

$$\text{div} \mathbf{V} \sim \frac{\partial w}{\partial z} \sim \frac{W}{H} \quad (H \approx 10\text{km} = 10^6 \text{cm})$$

従って W は数 cm/sec の大きさとなり、垂直速度 W は

$$W \sim 1 \text{ cm/sec}$$

以上のことを要約すれば、現在まで用いられてきた予報方式によれば、擾乱の大きさは数 1000km、伝播速度は数 10 m/sec、上昇速度は数 cm/sec の大きさのものを捕捉することができる。それ以上の短い擾乱、それに付随しておくる数 10 cm/sec またはそれ以上の強い上昇流をもったものは、雑音 (noise) としてフィルターにかけている。しかし数値予報の方式の進歩と共に、今迄フィルターにかけた雑音を、これからはもう一度とりあげる必要のある段階にきたといえるであろう。

2. 天気予報への歩み

最近までの数値予報は、主に上層等圧面高度の変動に目がむけられ、またこれからも、より高い精度で予報を行うために多大の努力がなされることと思う。しかしここ 2、3 年の間に、いわゆる“天気予報”の分野に近づく試みも行われてきた。

雨量予報

雨量の数値予報は、渦度の保存と、比湿 (1 kg の湿潤な空気中に含まれている水蒸気を gm で表わしたものの) の保存性をくみ合わせて行う。今 q を比湿、 q^* を飽和比湿とすれば次の関係式が成立つ。⁽³⁾⁽⁴⁾⁽⁵⁾⁽⁶⁾⁽⁷⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{dq}{dt} = 0 & : \text{不飽和の状態} \\ \frac{dq^*}{dt} = -m & : \text{飽和の状態} \end{aligned} \right\} (2.1)$$

ただし m は単位時間に 1 kg の空気中で凝結する水蒸気の量である。第一の関係式は凝結がおこらなければ、大気中の水蒸気量は時間と共に保存することを示したも

のである。一般に温度 T を与えると、 $q^*(T)$ はその温度に対応して、含みうる可能な水蒸気量を示している。もし空気塊が運動をおこなって、現在 ($t=t$) の空気塊の温度 T が Δt 時間後 ($T+\Delta T$) になると、余分の水蒸気量は凝結をおこし、 $q^*(T+\Delta T)$ は温度 ($T+\Delta T$) に対応して含みうる可能な水蒸気量を表わすことになる。従って、 $\frac{q^*(t+\Delta t)-q^*(t)}{\Delta t} = -m$ だけ余分の水蒸気量が凝結をおこす。そこでもしこの凝結した水蒸気量が全部雨になって地上に落下すると仮定すれば、地上で観測する単位時間、単位面積に対する雨量は次のようになる。

$$I = \int \frac{m}{10^3} \rho dz \quad \left(\frac{m}{10^3} : \text{空気 1 gr に対する凝結量} \right)$$

$$= -\frac{1}{10^3} \int \frac{dq^*}{dt} \approx -\frac{1}{10^3} \int w \frac{\partial q^*}{\partial z} \rho dz \quad \left(\frac{dq^*}{dt} \approx w \frac{\partial q^*}{\partial z} \right)$$

ここで地衡風近似からえられる上昇流の値 $w \sim 1$ cm/sec 及び $\frac{\partial q^*}{\partial z} \approx 5$ gr/km とし、空気柱の積分を地上から 10 km の高さまでおこなえば

$$I \approx 5 \times 10^{-5} \text{ gr/cm}^2 \text{sec} \approx 0.2 \text{ gr/cm}^2 \text{hr}$$

即ち雨量としては 1 時間につき 2 mm 位のものとなる。

これは低気圧の通過の際、普通観測される大いさのものである。このことは現在用いられている地衡風近似の方式で、かなりの程度まで雨量予報ができることを示している。しかし、1954年及び57年の梅雨期におきた北九州の局所的豪雨のような場合には、上昇流 w は 10 cm/sec 以上の大いさであり、従って雨量も上述の十倍即ち 20 mm/hr 以上のものである。その時の擾乱の大いさは 100 km 位の小さいもので、収斂量は 10^{-4} sec^{-1} 位のものである。前にのべたように、現在の数値予報の方式を用いれば、このような豪雨をひきおこすような小さい擾乱はフィルターにかけていることになる。

ところで雨量予報の大切な点は、いつから水蒸気の飽和がおこるかを予報することである。今飽和していない時刻 $t=t$ における比湿及び飽和比湿を夫々 $q(t)$ 及び $q^*(t)$ とすれば、

$$q^*(t) - q(t) > 0$$

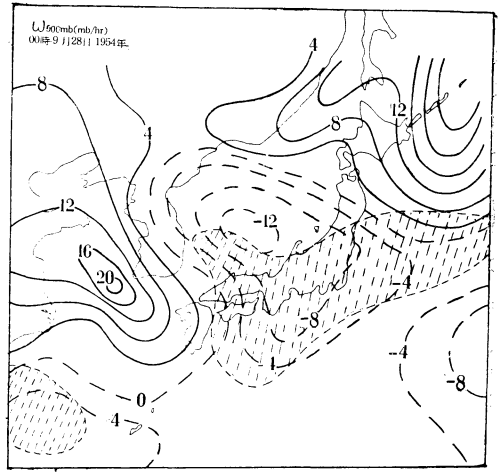
次に $t=t+\Delta t$ で飽和の状態がおこれば

$$q^*(t+\Delta t) - q(t+\Delta t) = 0$$

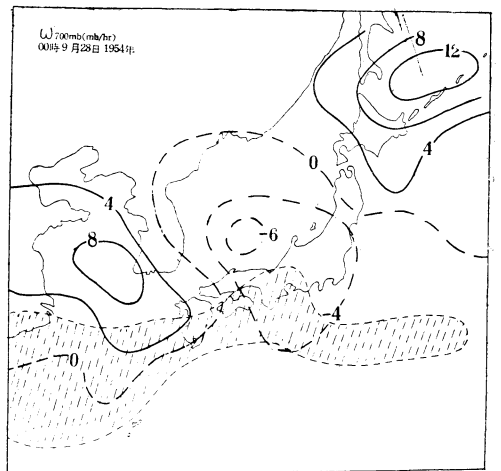
ここで Δt についての級数展開の第一項迄をとれば、 Δt は次のように近似できる。

$$\Delta t \approx \frac{q^*(t) - q(t)}{\left(\frac{\partial q}{\partial t} \right)_{t=t} - \left(\frac{\partial q^*}{\partial t} \right)_{t=t}}$$

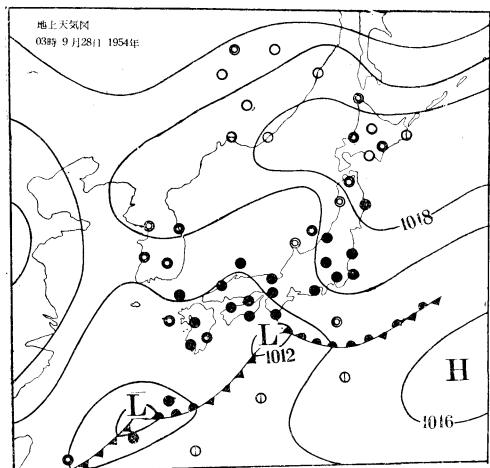
この方式でいつ飽和するかを知ることができる。勿論 $\frac{\partial q^*}{\partial t}$ 及び $\frac{\partial q}{\partial t}$ は前もって (2.1) から予報しておくべからぬ。このような方式で、ある時刻から 3 時間後の凝結域を求め、それを 3 時間後の地上天気図と比較した例を図 1 ~ 3 に示してある⁽⁸⁾。凝結域は高度によってちがうけれども、地上で観測した天気とかなりよい対応がみられる。



第 1 図 500 mb 面上での $\omega = \frac{dp}{dt} \approx -\rho gw$ ($\omega < 0$ は上昇域、 $\omega > 0$ は下降域) の分布。単位は mb/hr、斜線域は 3 時間内に飽和する範囲。(Saito による)



第 2 図 700 mb 面上での ω (mb/hr) の分布と 3 時間内に飽和する範囲 (斜線)



第3図 1954年9月28日03時の地上天気図。黒丸は降雨，二重丸は曇を示す。

台風の進路予報

台風こそ、小さい擾乱の代表的なものである。そこでこの小さい擾乱を、いかにうまくフィルターにかけるかが一番大切な問題になってくる。台風内部のことをくわしく予報しようと思えば、必然的に小さい擾乱を正確に観測し、またそれを力学的に正しく取扱わなければならない。最近のハリケーンの飛行機観測（1957年秋のハリケーン）によると、ハリケーン内には 10^{-8} sec^{-1} 位の大きい $\text{div} \mathbf{V}$ がある⁽⁹⁾。ところで一応このような観測の少ない小さい擾乱をフィルターにかけ、その残りの台風の場合を、現在の数値予報の方式に適用できるようにすれば、台風の進路のみはかなりの精度で予報が可能となる。今議論を簡単にするために、大気を順圧大気即ち $\text{div} \mathbf{V} = 0$ と仮定すると、前にのべたように速度は流線のみで表現しうる。即ち

$$\mathbf{V} = \mathbf{k} \times \nabla \psi$$

一、二年前までの数値予報では、この流線をすぐ地衡風近似を用いて

$$\nabla \psi = \frac{1}{f} \nabla \phi = \frac{g}{f} \nabla z$$

とおいたけれども、最近では流線 ψ と等圧面高度 z との関係をもつと正確に求めることが考えられている。例えば等圧面高度 z が曲率をもっていれば、定常状態では圧力傾度に釣り合う力はコリオリの力と遠心力との和となる。等圧面高度の曲率半径を r 、切線方向の速度を \mathbf{V}_s とすれば釣合いの式は

$$\frac{V_s^2}{r} + f \left| \mathbf{V}_s \right| = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (\mathbf{V}_s = \mathbf{k} \times \nabla \psi) \quad (2.3)$$

従って台風のような低気圧性回転 ($\mathbf{V}_s > 0$) では、上式で求められる \mathbf{V}_s は地衡風近似で求められる \mathbf{V}_g 即ち

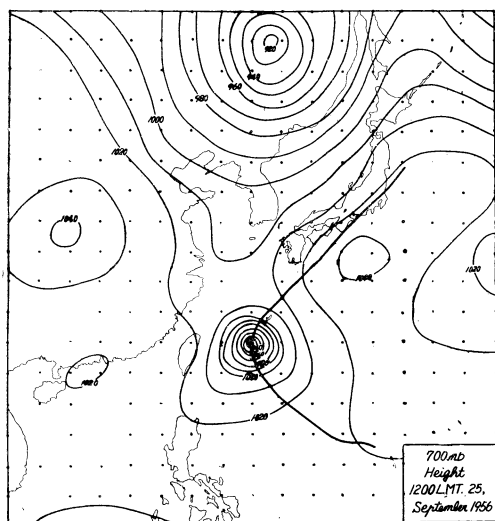
$$f \left| \mathbf{V}_g \right| = \frac{\partial \phi}{\partial r} \quad (2.4)$$

よりかなり遅くなる。特に台風の中心部のような曲率半径の小さい場合には、この差がかなりのものとなる。例えば地衡風で求めた \mathbf{V}_g が 70 m/sec であっても、 \mathbf{V}_s は 20 m/sec 位になることもある。このことは等圧面高度の曲率を考えれば、 ψ の場合は z の場に比べてかなり波長の長いゆるやかな場となる。これらのことをもっと定量的に求めるためには、廻転地球上の運動方程式に div の操作を行えば、 ψ と z とのくわしい関係式が求められる。普通渦度方程式に対し発散方程式というものである。この発散方程式で $\text{div} \mathbf{V} = 0$ の仮定を用いると、次のような釣合いの式 (balance equation) とよばれる簡単な関係式をうる⁽¹⁰⁾。

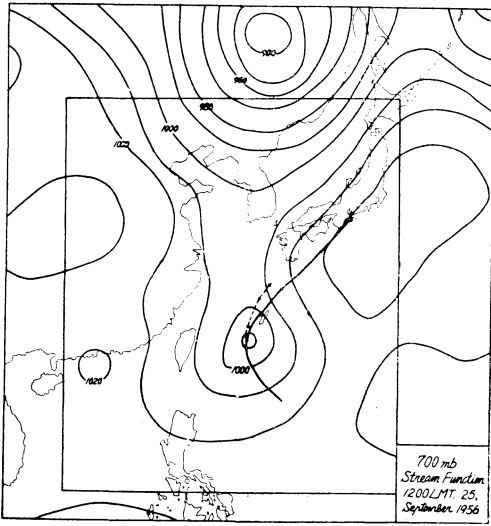
$$2J(u, v) + f \nabla^2 \psi = -\nabla^2 \phi = -g \nabla^2 z \quad (\mathbf{V} = \mathbf{k} \times \nabla \psi)$$

この式より z を与えて流線 ψ を数値的に求めることができる⁽¹¹⁾⁽¹²⁾⁽¹³⁾。台風の場合は $\nabla^2 z$ の計算を微差で行うために計算誤差が入るので、特別の計算技術を必要とする⁽¹⁴⁾。Masuda の求めた z 及び ψ の一例を示すと図4~5のようになっている。

この ψ の図をみれば、擾乱の大きさはかなり大きいものとなり、現在用いられている数値予報の方式を用いることができる。 z の図からは、その短い波長の擾乱に対



第4図 1956年9月25日12時における700mbの等圧面高度図。単位10フィート。



第5図 1956年9月25日12時における700 mbの流線図。単位は等圧面高度に換算してある。図中の実線(矢印)は、実際の台風の径路を示し、計算値は点線で示してある。白丸は計算値及び実測による夫々の12時間毎の台風の位置を示している。

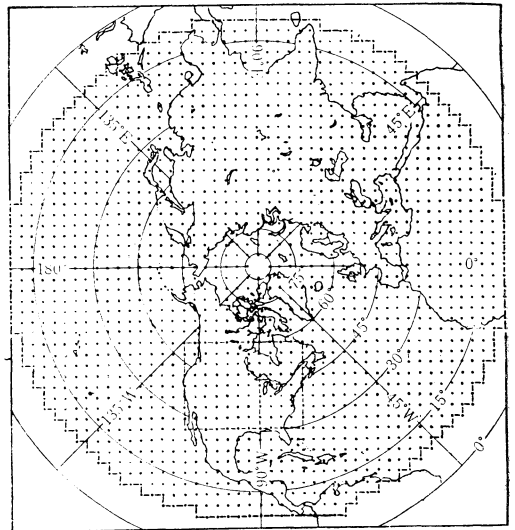
し地衡風近似は不十分なものであることがすぐわかる。図には $\Delta s = 300 \text{ km}$ 、 $\Delta t = 1 \text{ h}$ で計算した台風の進路を点線で、また実測を実線で示してある⁽¹⁵⁾。この例は前にのべた大気モデルについての順旺大気の仮定が700 mbの高度でかなりあった例であるがまだ充分ではない。小型電子計算機(Fusic)を用いたので、予報域は狭い範囲にとらざるをえなくなり、そのために北のトラフの追跡が不十分になっている。

3. これからの数値予報の歩み

これまでの本文の説明は、大半地衡風近似のことにさかれたけれども、地衡風近似の限界が明らかになるにつれ、将来の研究は地衡風近似の制限を少しでもゆるめていく方向にむくのは当然であろう。まず考えられることは今迄の地衡風近似を用いる代りに、釣合いの式から求めた流線を初期値として数値予報をすすめれば、かなり予報の精度がよくなることである。事実、1957年7月から米国気象局*では ψ による北半球の予報をはじめ、今までの地衡風近似にくらべかなり結果が改良されているようである。使用する計算機もI. B. M. 704と大型化し

* 正確には連合数値予報単位 (Joint Numerical Weather Prediction Unit)

ている。北半球全体の格子点(図6参照)をとると、 z の値だけでも格子点の数即ち1789箇の記憶(memory)が必要になる*。それを ψ の値に直して、 $\psi(t+\Delta t)$ について時間外挿を行えば、 $(\frac{\partial \psi}{\partial t})_{t=t}$ 、 $\psi(t-\Delta t)$ を組み合わせて貯蔵する必要があり、その他各格子点でのコリオリ因子 f 、天気図の縮尺係数等の貯蔵を考えれば、一万箇位の記憶は当然必要となってくる。その上計算時間を2乃至3時間にちぢめるためには、モデルの改良と共に電子計算機が逐次大型化するのはいやむをえないことである。しかし大気の三次元運動を考えるためには、流線 ψ だけではなく、速度ポテンシャル χ をも用いて速度の場を表現する必要がある。(1.14)式参照)



第6図 北半球全域にわたる格子点の分布。格子点の数は1789箇。(Gateによる)

最近の研究はこの方面に力がそそがれているといつてよい。速度ポテンシャル χ による速度の項については、流線 ψ を初期値としてまず上昇流を求め、次に $\text{div} \mathbf{V}$ を計算し、 $\nabla^2 \chi = \text{div} \mathbf{V}$ より逆に χ の場を求めて、速度場を逐次補正していく方法がとられている⁽¹⁶⁾⁽¹⁷⁾⁽¹⁸⁾⁽¹⁹⁾。

雑音 (noise) といわれる小さい擾乱の取扱い

ところで上述の方法では、どうしても小さい擾乱はフィルターにかけられるので、小さい擾乱の追跡をも含める意味で、運動方程式をそのまま予報方程式に求めることも考えられている。即ち次の関係式を用いる。

* 格子点を北半球全域にひろげる主な理由は、 z から ψ に直すことをも含めて境界条件からくる誤差を防ぐためである。

$$\left. \begin{aligned} (\mathbf{V})_{t=\Delta t} &= (\mathbf{V})_{t=0} + \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}\right)_{t=0} \Delta t \\ \left(\frac{\partial \mathbf{V}}{\partial t}\right)_{t=0} &= [-\mathbf{V} \cdot \nabla \mathbf{V} - f \mathbf{k} \times \mathbf{V} - \nabla \phi]_{t=0} \\ \left(\frac{d\mathbf{V}}{dt}\right) &= \left(\frac{\partial}{\partial t} + \mathbf{V} \cdot \nabla\right) \mathbf{V} \end{aligned} \right\} (3.1)$$

この方法を用いると、重力波及び慣性波が解の中に直接入ってくる⁽²⁰⁾。重力波を更に分解すれば、外部及び内部重力波がある。外部重力波というのは、大気を高さ H の一様な成層として考える時におこる波で、その伝播速度 C は $C = \sqrt{gH}$ で与えられる。今 $H = 8 \text{ km}$ とすれば $C \approx 270 \text{ m/sec}$ となるのでロスビー数は1より大きくなり、地衡風近似は勿論用いることはできない。内部重力波は大気中に密度差があるためにおこる波で、その伝播速度 C は $C = H \left(g \frac{\partial \ln \theta}{\partial z}\right)^{\frac{1}{2}} \approx 100 \text{ m/sec}$ で与えられる。慣性波は地球の回転から生ずる波で、その週期は $\frac{\pi}{\omega \sin \phi}$ ($\omega = 7.3 \times 10^{-5} \text{ rad sec}^{-1}$) 即ち10数時間に近いものである。これらの中で、もし大気の成層が安定 ($\frac{\partial \ln \theta}{\partial z} > 0$) であれば、重力波は安定な波で気象学的には意味のあるものではない。しかし顕著な不連続線及び豪雨のような現象の時には、大気の成層は不安定 ($\frac{\partial \ln \theta}{\partial z} < 0$) になり、内部重力波はかなり大切な意味をもって来る*。また慣性波は台風の蛇行運動⁽²¹⁾⁽²²⁾、高気圧の周辺の運動⁽²³⁾ (慣性波が不安定になる場合) には大切な要素となっている。このように考えれば、我々の予報の対象に依じて、ある時は内部重力波、また必要に依じて慣性波をとり出し、気象学的に意味のない外部重力波のようなものはフィルターをかける必要がある。従って、これからの研究は、どのようにうまく操作し、上述のような必要な波だけをとり出すかが大切な問題になってくる⁽²⁴⁾。

このような問題に関連して、地形の凹凸が予報に及ぼす影響も考えなければならない。特にチベット高原の影響はかなり日本の上層の予報にとって大切であり⁽²⁵⁾、日本の小さい山脈は地形性降雨にとって大切である。⁽⁸⁾⁽²⁶⁾
(27)

予報の期間を長くすること

現在の数値予報では、摩擦及び外部から加えられる熱の影響は考慮されていない。しかし段々予報期間をのば

* この時は、降雨による潜熱の放出を考慮しなくてはならない。即ち地衡風近似によつて求める 1 mm/hr 位の雨では断熱変化の仮定を用いられるけれども、 10 mm/hr 以上の雨になると断熱変化の仮定をやめなくてはならない。

すにつれて、これらの影響も考慮しなければならない。では幾日位先から必要であろうか。

熱と摩擦の影響は一般的表現ではないが、次のような形で運動方程式に入ってくる。

$$\left. \begin{aligned} \frac{d}{dt}(f + \zeta) &= -(f + \zeta) \text{div } \mathbf{V} + A \nabla^2 \zeta + g \frac{\partial}{\partial p} \text{rot } \boldsymbol{\tau} \\ \frac{d\theta}{dt} &= \frac{\theta}{c_p T} \frac{dQ}{dt} \end{aligned} \right\} (3.2)$$

ただし θ : 温位 $\frac{dQ}{dt}$: 単位時間に外部から加えられる熱量, c_L : 定圧比熱, $\boldsymbol{\tau}$: 摩擦のストレス, A : 渦拡散係数

議論を簡単にするために、ここでは熱の影響のみを考えてみる。大規模の大気大循環については、普通 $\frac{d\theta}{dt} \approx 2 \times 10^{-3} \text{ kj ton}^{-1} \text{ sec}^{-1}$ ⁽²⁸⁾ 位の大きさと考えられる。そこで、この熱のために τ 時間後に $\Delta \theta$ の温位変化があるとすれば、 τ の大きさは

$$\tau \sim c_p \Delta \theta / \frac{d\theta}{dt} \sim 10^6 \text{ sec}$$

ただし $c_p = 1.004 \times 10^3 \text{ kj ton}^{-1} \text{ deg}^{-1}$, $\Delta \theta \approx 2 \text{ deg}$ にとつてある。上式は約10日位で外部からの熱の影響が積算して効果的に表われてくる。同様に10日位で摩擦の影響も顕著になってくる。従つて旬日以上の予報を行おうと思えば、どうしても熱及び摩擦の影響を考慮しなくてはならない。しかし我々が現在もっている熱及び摩擦の性質はあまり充分なものではない。最近では逆にこのような影響を人為的に与えて、どのように気象要素が変化するかを、大型電子計算機で行うことも研究されはじめた。我々はこのような研究の仕方を数値実験 (numerical experiment) といっている。Phillips⁽²⁸⁾ は一定の熱源を南に、冷源を北において、最初の静止の状態から一カ月位後に現在地球上に存在しているような空気の流れが生ずることを示した。Smagorinsky⁽²⁹⁾ は熱源として更に輻射の影響をも考え、二、三カ月先まで数値実験を行いはじめている。

これに対し Kibel⁽³⁰⁾ は輻射と熱の三次元的渦拡散の釣り合いから大気中における年平均の渦度分布を求め、更に Blinova⁽³¹⁾ 及びその一派はそれからの偏差を予報の対象とし、力学的方法で長期の予報を数値的に行っている。40日乃至60日先までの予報が、現業の仕事として数値的に行われつつあることは注目すべきことだと思ふ。このように長期の数値予報は、大型計算機のある米国及びソヴィエットで行われつつあるが、そのような仕事はいき

おい大気の大循環の解明と密接な関係を持ってきはじめてきた。

数値計算の技術

数値予報が実際の予報にとりいられるに從い、たとえ短期の予報であっても、計算精度の向上ということは大切な問題である。電子計算機の進歩と共に、微差方程式をとく計算技術の改良もすすんだけれども、まだ充分なものとはいえない。現在用いられている方式を用いれば、数十日先には、微差方式からくる単純な計算誤差の積算だけでも無視しえない量になる可能性もある。また誤差が適当にくみ合わされば、みかけ上の特異点も生じてくる。前者の誤差に対しては、ソヴェットでは地球上の問題に関連して極力球函数を用いて誤差の拡大を防いでいる。後者に対しては各国とも計算の途中で平均化(Smoothing)を行い、特異点の発生を防ぐようにしている。

このような問題に関連して、各観測所の観測値から、自動的に数値計算を行う客観解析 (objective analysis)⁽³²⁾ の実用化をすすめる研究も盛んに行われはじめ、米国家気象局では、500mbの予報に現業の仕事の一つとして採用されている現状である。

参 考 文 献

- 1) Charney, J. G., R. Fjortoft and J. V. Neumann, 1950: Numerical Integration of the Barotropic Vorticity Equation. *Tellus*, **2**, 237-254.
- 2) Courant, R., K. Friedrichs and H. Lewy, 1928: Über die partiellen Differenzgleichungen der mathematischen Physik. *Math. Ann.*, **100**, 32-74.
- 3) Staff Members in Tokyo University, 1955: The Quantitative Forecast of Precipitation with the Numerical Method. *Journ. Met. Soc. Japan*, **33**, 205-216
- 4) Smagorinsky, J. and G. Collins, 1955: On the Numerical Prediction of Precipitation. *Month. Weather Review*, **83**, 53-68.
- 5) Gambo, K., N. Saito, S. Fujwara, and T. Murakami, 1956: Topographical Effects on the Numerical Weather Prediction in the Lower Atmosphere. *Journ. Met. Soc. Japan*, **43**, 254-265.
- 6) Miyakoda K., 1956: Forecasting Formula of Precipitation and the Problem of Convective of Water Vapour. *Journ. Met. Soc. Japan*, **34**, 212-225.
- 7) Manabe, Y., 1956: On the Contribution of Heat Released by Condensation to the Change in Pressure Pattern. *Journ. Met. Soc. Japan*, **34**, 308-320.
- 8) 齋藤直輔: 雨量予報序論, 気象協会発行
- 9) Simpson 氏の気象庁における特別講演(1956年)
- 10) Charney, J. G., 1955: The Use of the Primitive Equations of Motion in Numerical Prediction. *Tellus*, **7**, 21-26.
- 11) Shuman, F. G., 1955: A Method for Solving the Balance Equation. *Technical Memorandum*, No. 6, J. N. W. P. Unit.
- 12) Miyakoda, K., 1956: On a Method of Solving the Balance Equation. *Journ. Met. Soc. Japan*, **34**, 364-367.
- 13) Syōno, S. and M. Yanai, 1957: Relationship between the Pressure Pattern and the Wind. *Journ. Met. Soc. Japan*, **35**, 19-25.
- 14) Masuda, Y., 1957: On a Method for Solving the Balance Equation in Typhoon Region. *Pap. Met. Geophys.*, **8**, 55-64.
- 15) Masuda, Y., 1957: 流線を用いた台風の進路予報 (日本気象学会大会にて発表)
- 16) Thompson, P. D., 1956: A Two-parameter Non-geostrophic Model Suitable for Routine Numerical Weather Prediction. *Technical Memorandum*, No. 11, J. N. W. P. Unit.
- 17) Hinkelmann, K. and H. Reiser, 1956: Einführung in die Numerische Wettervorhersage. (未印刷)
- 18) Hollmann, G., 1955: Über prinzipielle Mängel der geostrophischen Approximation und die Einführung ageostrophischer Windkomponenten, *Met. Rundschau*, 9. Jahrgang, 5./6. Heft.
- 19) Gambo, K., 1957: Three-dimensional Treatments of Equations of Motion without Using the Geostrophic Approximation. *Journ. Met. Soc.*, **35**, 1-11.
- 20) Hinkelmann, K., 1951: Der Mechanismus des meteorologischen Lärmes, *Tellus*, **3**, 285-296.
- 21) Yeh, T. C., 1950: The Motion of Tropical Storms under the Influence of a Superposed Southerly Current. *J. M.*, **7**, 108.

- 22) Syōno, S., 1951: On the Motion of a Vortex in a Non-uniform Pressure Field. Pap. Met. Geophys., **2**, 117.
- 23) Neiburger, M. and J. K. Angell, 1956: Meteorological Applications of Constant-pressure Balloon Trajectories. J. M., **13**, 166-194
- 24) Eliassen, A., 1957: Scientific Report of U. C. L. A. No. 4.
- 25) 顧震潮, 1957: (未印刷)
- 26) 草野, 野口, 角野, 1957: 雨量の数値予報, 研究時報
- 27) 石原, 野口, 杉浦, 藤原, 福井, 畑, 土屋, 1957: Small Scale の雨量予報. 研究時報, **9**, 615-632
- 28) Phillips, N., 1956: The General Circulation of the Atmosphere: A Numerical Experiment. Q. J. R. M. S., **82**, 123-164.
- 29) Smagorinsky, J., 1957: (未発表)
- 30) Kibel, I. A., 1951: ソヴィエツ科学院記念論文集第1巻
- 31) Blinova, E. N. and Kibel, I. A., 1957: ストックホルムにおける数値予報シンポジウムで発表 (概要は Tellus に発表される予定)
- 32) Cressman, G.P., 1957: Objective Forecasting. Technical Memorandum No. 12, J.N.W.P. Unit

学 界 消 息

1. 気象無線模写放送はじまる

1958年3月1日から気象無線模写放送の試験放送が行われ、3月15日から定められたスケジュールによってルーチン業務として開始された。

送画機は本庁予報部無線通信現業室にあり、それからの出力は電電公社に渡される。電電公社ではこれを東京気象無線調整所を通して、千葉県佐倉市にある臼井送信所の短波送信機から電波として出す。

受画装置は現在のところ、福岡、大阪、名古屋、仙台、札幌の各管区気象台および本庁にある。

2. 千歳、小牧の航空測候所で予報業務はじまる

千歳、小牧の両飛行場における飛行場予報は1958年2月28日まで米軍空軍気象隊分遣隊が発表していたが、3月1日から同所の航空測候所がそれぞれこれを引きつぎ、さらに飛行場警報業務を行うことになった。

3. ソ連邦核実験中止を宣言

ソ連邦の第5回最高会議は1958年3月31日、ソ連邦は世界にさきがけて核実験を中止することを宣言し、米英両国議会もこれにならうことを期待している。本学会はさきに原水爆実験反対の声明を発表し、全世界に中止を呼びかけてきたが、このことは誠に喜ばしく、全世界で核実験が中止されることを全人類のために希望している。

4. Guenter Loeser Memorial Lecture に Sagalyn 夫人

米国の空軍ケンブリッジ中央研究所の(The Geophysics Research Directorate) では1年またはそれ以上の間隔で、同研究所で優れた研究を行った科学者をえらび Guenter Loeser Memorial Lecture を行っているが、1958年度には Rita C. Sagalyn 夫人が講演者として

えらばれた。講演題目は、「大気中の電気現象についての最近の研究」である。

気象学の研究飛行に従事し、1953年に逝去した優れた科学者 Guenter Loeser を記念して、Loeser 博士の友人、同僚が1954年に記念事業として考えたもので、1955年以來行われてきた。講演の名誉を受けた人々は、1955年: I. F. King 博士、1956年: Robert G. Breene 博士、1957年: David Atlas 博士。

5. 朝鮮民主主義人民共和国 科学院長 白南雲氏から書簡

白南雲氏から「朝鮮の平和的統一を促進させるための重要な諸声明」と共に書簡が、日本気象学会に送られ、朝鮮の平和的な統一を訴えて来た。

6. 織畑氏、山元氏に学位

織畑重太郎氏、山元竜三郎氏は昭和32年11月2日京都大学から、それぞれ「極東における高層天気図の力学的解析」、「気圧波の研究」によって理学博士を授与された。