質疑応答*

2年間最大値の標準偏差を年最大値の標本から推定する方法について

問　御多忙中恐れ入りますが，次のことが年来の疑問になっており理解できませんので御説明いただければ幸甚に存じます．

Q. J. of Royal Met. Soc. V. 81, 1955. p. 170
The frequeucy distribution of the annual maximum (or minimum) values of meteorological elements; Appendix 2. Representation of the set of two-year maxima

2年間の最大値の組を1年間の最大値の組を用いて表す方法について書いてあるように思えます．結論は年最大値 X_m に $(2m-1)$ の Weight をかければよいように理解されます．しかしその過程について説明してあるところが何のことやらわかりません．御多忙中恐れ入りますが，御教示いただければ幸甚に存じます．

高松市四番町　高松地方気象台　松岡　隆

答　菊地原英和

Jenkinson の論文の問題の個所はたしかにわかりにくいところで私も完全に理解しているという自信もありませんが，まえに松岡さんからこの論文の所在を教えられたいきさつもあり，日降水量のリタンペリオドの計算に適用してみた経験もありまますので，編集部の御依頼に応じ原文で説明不足と思われるところは小生の推測で補足しながら解説してみたいと思います．従ってもし誤解している点があれば読者諸兄の御教示をお願いいたします．

Jenkinson によれば，任意の気象要素の毎日の値から選び出した年最大値の分布函数 $P(x)$ は次の (1) 式であたえられ，これから更に (2) 式の関係が導かれます．

$$\left.\begin{array}{l} x=a(1-e^{-ky}) \\ \text{但し } y=ln\{lnP(x)\},\ a,\ k \text{ はパラメーター} \end{array}\right\} \quad (1)$$

$$\sigma_1/\sigma_2=2^k,\ a=\sigma_1\{(2k)!-(k!)^2\}^{-\frac{1}{2}} \quad (2)$$

ここに σ_1，σ_2 はそれぞれ年最大値，2年間最大値の分布の母標準偏差ですが，実際に年最大値の1組の標本があたえられた場合に，その標本から得た標本標準偏差で代用することによって，逆に (2) 式から (1) 式のパラメーター a，k の推定値が求められます．(以下 σ_1 σ_2 は標本の標準偏差をあらわすものとします)

いま，n 年間の観測値から得られた n 個の年最大値 X_1，X_2，………，X_n (但し $X_1\leqq X_2\leqq X_3\leqq\cdots\leqq X_n$，原論文 158頁参照) から σ_1，σ_2 を求めるとします．この場合 σ_1 の方は

$$\sigma_1=\sqrt{\frac{1}{n}\sum_{m=1}^{n}(X_m-\overline{X})^2},\ \overline{X} \text{ は } X_m \text{ の算術平均値} \quad (3)$$

を計算すればよいので問題はありません．σ_2 の方は，順単に考えれば，$X_m(m=1, 2, \cdots, n)$ を観測年次の，にならべて2年づつに区切り，その大きな方の値だけをとる，即ち実際の2年間最大値をえらび出してその標準偏差を計算すればよさそうに思えますが，これは適当な方法ではありません．というのは，たとえばたまたまある2年間に，比較的大きな年最大値ばかり2個が含まれていた場合には，その小さい方は捨てられて σ_2 の計算に何等考慮されないことになりますが，この捨てられた値が X_m の全体からみて比較的大きな値であれば，これは本来2年間最大値として拾い出される可能性が相当大きい筈のもので，その値が σ_2 の計算に全然考慮されないのは正しくありません．同じ事情は実はどの2年間についても言えることで，上のような方法で捨てられたどの値も2年間最大値として拾い出される可能性をもっており，また2年間最大値として拾い出されたどの値も逆に捨てられる可能性をもっております．したがって，X_1，X_2……，X_n のすべてが，それぞれの2年間最大値になる確率 (X_m を任意に2個づつ組合せたとき大きい方の値になる確率) の大小に応じて σ_2 に寄与するような計算法を用いるべきで，またこうしてはじめて，(3) 式の σ_1 に真に対応する σ_2 の値が得られる筈です．もちろんこれは年最大値が得られた時間的な順序には特別意味がないとしての話で，問題にしている気象要素に永年変化や長週期の変動があるような場合はこの論文では扱っておりません．

上にのべたことを要約すれば，年最大値の標本として X_1，X_2，……，が得られたという智識にもとづいて2年間最大値の母集団の分布を推定し，その標準偏差に相当する値をあたえられた標本から計算するということになります．以下その方法を原文の論旨に従って説明します．

* 質疑応答の欄は会員の皆様の相談室であり，懇談室です。どおぞ御遠慮なくふるつて編集委員宛に御投稿下さい。(編集部)

いま $X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$ が，年最大値の母集団からの妥当な標本 (fair sample) であるとすれば，$X_1, X_2, \cdots\cdots, X_n$ をすべて r 個（r は十分大きな整数）づつ含む総数 rn 個の大きな標本もやはり妥当な標本と言えます．すなわちこれは年最大値の母集団を近似的にあらわしているとみることができます．更にこの r 個の X_1 はすべてきわめてわずか（無限小）づつその大きさがちがうとします．$X_2, X_3, \cdots\cdots, X_n$ についても同様に考えます．説明の便宜上大きさの順に第2の添字をつけてあらわせば，その大小関係は次のようになります（$<$は無限小差，$\ll$は一般に有限の差があるところ）

$X_{11}<X_{12}<\cdots\cdots<X_{1r}\ll X_{21}<X_{22}<\cdots\cdots<X_{2r}\ll X_{31}<\cdots\cdots<X_{n-1,r}\ll X_{n1}<X_{n2}\cdots\cdots<X_{nr}$

気象要素は一般に連続変量ですから無限小の差を考えることは許される筈で，こう考えても〝妥当な標本〟であることに変りありません．そこでこの rn 個から任意に2個づつえらんでその大きい方を2年間最大値としてとるとした場合，X_{m1} $(m=1, 2, \cdots\cdots, n)$ が2年間最大値になる場合の数は，X_{m1} が X_{m1} より小さな X と組合される場合の数すなわち X_{m1} より小さな X の総数ですから，X_{11} から $X_{m-1,r}$ までの $(m-1)\cdot r$ 通りあります．同様に $X_{m2}, X_{m3}, \cdots\cdots, X_{mr}$ が2年間最大値になる場合の数はそれぞれ $(m-1)r+1, (m-1)r+2, , \cdots\cdots, mr-1$ 通りあります．従って r 個の X_m のうちどれかが2年間最大値として選び出される場合の数は $S_m=\{(m-1)r\}+\{(m-1)\cdot r+1\}+\{(m-1)\cdot r+2\}+\cdots\cdots+\{mr-1\}=\frac{1}{2}r\{r(2m-1)-1\}$，$r$ を十分大きくとれば $S_m\fallingdotseq\frac{1}{2}r^2(2m-1)$ となります．すなわち2年間最大値の母集団は，各 X_m を $2m-1$ に比例した個数づつ含むような集団によって近似的にあらわされます．よって σ_2 は次の式で計算すればよいことになります．

$$\sigma_2=\frac{1}{n}\sqrt{\sum_{m=1}^{n}(2m-1)(X_m-\overline{X'})^2},$$

$$\overline{X'}=\frac{1}{n^2}\sum_{m=1}^{n}(2m-1)X_m \qquad (4)$$

以上で解説を終りますが，ここで一言私見をのべさせてもらえばこの考え方は標本が妥当なもの (fair sample) でないとき，たとえば日降水量でしばしば起るように極値が大きいようなときは σ_2 の標本誤差が非常に大きくなることで，小生の経験でもこのようなときは Jenkinson の方法の適合度は思わしくないようです

〔新刊書紹介〕 舘　知之編著　**海難と気象**

―― 台風による船舶の遭難と避航例 ――

A5版　93頁　船舶気象連絡会（気象協会内）

著者は予報業務に永く従事し，職務上船舶気象関係にもたずさわっている方で，遠洋漁業等に従事される人人の要望にこたえて編集されたものである．表題のふく題にも見られるように，船舶が台風に遭遇し，遭難したりまたは避航した例を集めたもの．

船舶が航行中に台風に遭遇した24例と，港湾内で遭遇した4例が編を別にして書かれてある．各例について，その概要，台風の状況，船舶の行動が，豊富な図とともに説明され，船長の手記等が内容を興味深いものにしている．いくつかの例については避航法についての批判もあり，船舶関係の人はもちろんそれ以外の人にも参考になるに違いない．付録に漁業気象通報等の説明があるのも親切であるが，慾を云えば，台風避行法の一般的説明があってもよかったのではあるまいか．

日本気象学会6月の例会第2部

大気乱流分科会講演会予告ならびに講演募集

時： 6月17日（火）　13:00―17:00

所： 気象庁　第一会議室

講演申込宛先： 東京都杉並区馬橋　気象研究所

神山恵三

申込締切日： 6月7日（土）