

## 天気予報の適中率

正 野 重 方\*

## 1. ま え が き

いろいろの機会に予報担当者のみならず気象関係者が専門外の人から、天気予報はこの頃何%位あたりですかという質問をうける。大抵の場合聞く方も極く大雑把な概念を得るためであるから、余り立ち入って考えている訳でない。したがってこの頃は80何%位でしょうねと言う位で、質問した人も何となく判ったような気がして満足してくれる。しかし私自身が十数年前予報現業に従事していたときから疑問を持っていたのであるが、一体この%とはどういう意味のものかよく判らなかつた。従って私自身は一度も人に適中率は何%位ですと言ったことはなかつた。予報されるべき天気は甚だ複雑で、晴と雨位に分けて、適中率の数を算えて%を求める程度のものではない。晴と予報して、曇になったとき、小雨になったとき、大雨になったとき、同程度に外れたとは考え難い。大雨のときに完全に外れたとしても、曇のときは半外れ位にしたいように思われる。それでは曇が50%の当りといえるかということ、その様な数値がどれ程客観性があるかは疑問である。常識的にいえば

晴 晴一時曇 晴時々曇 晴後曇 晴一時雨 晴後雨……の如くある程度は晴れから外れた天気の種類が考えられるけれど、その外れ方を数字で表わせるかということ疑問である。元来天気は単独に雲量、雨量などで定量的に表わせるものでなく、これらの総合されたものであり、定性的な要素迄を考慮したものであるから、質的なものであって、一次的な量で表わせないものと思えるのである。

天気予報の適中率を単に専門外の人のもその場限りの質問に答えるというだけの目的に使うのであれば、余り難しく考える必要がないが、もし適中率を科学的乃至は他

の専門的の目的に使うのであれば、客観的な根拠に基いた評価の方法が必要である。どのような目的に使われるかということ、(i) 経済的目的 (ii) 管理的目的 (iii) 科学技術的目的の三つがある。

(i) 経済的目的 50年以上も前外国でのことである、国家的な新しい気象機関を設置することの可否が問題になったとき、天気予報の検証が気象機関の設置を正当化するのに役立つということであるが、現在では気象機関の必要性を論ずるために、検証を持出す必要はないようである。しかしもう少し進むと、再びこの問題が浮上ってくると思われる。それはある場所にどのような観測を行うと、どのような点で有利であるかという問題である。現在でも他の方面では既にオペレーションリサーチでこの種の問題が扱われているが、気象界ではまだそこ迄総てが量的に把握されていないので、問題になっていない。しかし将来オペレーションリサーチが気象界にとりいれられてくると、この種の問題がクローズアップされてくるであろうと思える。

天気予報の実用目的は人命財産労働生活などの経済に關係する。したがって検証の一つの目的は天気予報の経済的価値をきめることである。経済的評価は方面によって非常に複雑で異っているので、非常に困難な仕事であるが、天気予報の利用者を適当に分類して、高速度電子計算機を使って龐大な統計をすれば可能なことであると考えられる。たとえば台風警報は船会社にとって、何%の適中率は何十億の利益になるというようになる。

(ii) 管理的目的 これは気象技術者の予報能力に応じて適材を適所に配置し、また管理することである。たとえば新しく気象界にはいった人に予報を行わしめて、これを正しく評価し、もし予報能力が劣るけれど、実験や理論が優秀であれば基礎的方面にあてるといふことも出来る。またある測候所又は予報者の予報成績が急に落ちたとき、不適當な人が混ったか、予報者が疲れたか、

\* 東京大学理学部地球物理学教室

病気になったか、精神的悩みがあるとかであろうから、配置転換や休養によって、その測候所の予報成績の平均水準を維持することが出来る。生産方面では抜取り検査などによって製品の品質の向上と共に品質の一様性を維持することは近代工業では必須のことである。しかし相手が人間のことであるから、いろいろ複雑な要素があって、仲々理窟通りには行かないけれど、問題としては考えられるのである。尤も数値予報が発達して全部客観的予報になってしまうと、この意味での利用はなくなるかもしれないが、モデルの適否の判断資料とはなり得る。これは次の項目の問題である。

(iii) 科学的目的 気象学や気象技術の研究の大きい目標は天気予報を正確にすることである。所で研究の結果ある方法が生まれたとき、これを実験的にテストして従来の方より優れているかどうかを比べる必要がある。そのためには正確な検証が必要である。また予報誤差がどのような原因で起ったかを調べるのにも検証が使われる。

以上のような目的に使う検証の方法で最も大切な条件は客観性ということである。そのためには結果がカテゴリや数値で表わされ、主観的判断がはいらないような方法でなければ意味がない。

量的な予報は検証が比較的簡単にあって余り問題はない。問題は天気という質的なものの検証である。

ここでは質的検証の問題について考えてみよう。

2. Contingency Table と Skill Score

質的予報では Contingency Table が使われる。これについて説明しよう。

第 1 表 Contingency Table

予報 \ 実況	晴	雨	合計
晴	10	15	25
雨	20	50	70
合計	30	65	95

簡単のために、天気を晴と雨だけとする。

- 全予報数 95回  $T$
- 晴の予報数 25回  $C_1$
- 雨の予報数 70回  $C_2$
- 晴の実況数 30回  $R_1$
- 雨の実況数 65回  $R_2$

この場合のパーセントスコアは  $\frac{10+50}{95} \times 100 = 63\%$

である。

この中には予報がある技術によって出したか否かに拘わらず、統計的の確率も含まれている。

$$\text{晴の確率 } \frac{30}{95} \quad \text{雨の確率 } \frac{65}{95}$$

したがって何の技術もなしに晴と 1 回予報すると  $\frac{30}{95}$  の確率で適中する。

同様に、雨と 1 回予報すると  $\frac{65}{95}$  の確率で適中する。25回晴と予報したのであるから、 $25 \times \frac{30}{95}$  だけが適中する。同様に70回雨と予報したのであるから  $70 \times \frac{65}{95}$  だけが適中する。これは統計的あるいは気候学的に適中する回数である。これは式で書くと、

$$D = C_1 \frac{R_1}{T} + C_2 \frac{R_2}{T} = 25 \times \frac{30}{95} + 70 \times \frac{65}{95} = 45 \quad \text{気候学的適中回数}$$

この値は偶然に出しても自然に適中する回数である。実際には技術によってこれとは違った回数だけ予報をしている。従って実際の適中数  $F$  から上の偶然にでも適中する回数を差引いた値が、ある技術の有効性によって得られた回数である。

$$F - D = (10 + 50) - 45 = 15 \quad \text{純粹技術によって得た適中回数}$$

全予報数が変われば上の回数も変わるので、回数のみでは一般性がない。そこで全予報数から自然適中数を差引いた  $T - D$  で除した量  $S$  を考える。

$$S = \frac{F - D}{T - D} \times 100 = \frac{15}{95 - 45} \times 100 = 30\%$$

全予報が適中すると、 $F = T$  になり、 $S = 100\%$  になる。 $F = D$  の場合には  $S = 0$  になるが、この場合には気候学的適中率と同じで、特別の技術を使った価値がない訳である。これが Heidke の定義した Skill score (技能点) である。

contingency ratio

contingency table の値で予報数が夫々の天気でちがう。

天気別に適中率を調べる場合には、比較し易い様に規格化する。

第 2 表 統計的に期待される回数  $\left(\frac{CR}{T}\right)$

予報 \ 実況	晴	雨
晴	7.88	17.10
雨	32.10	47.89

第3表 Contingency ratio

予報	実況	
	晴	雨
晴	1.27	0.89
雨	0.63	1.05

contingency table の各要素を統計的の期待値の各要素で除す。晴の予報の適中数は統計的に期待される値より多い。雨の予報の適中数は略同じである。雨の予報の外れは統計的に期待されるより小さく、晴の予報の外れも小さい。すなわち確かに技術が適中率を向上させているが、この場合は晴の予報の方が雨の予報より成績がよいことが判る。

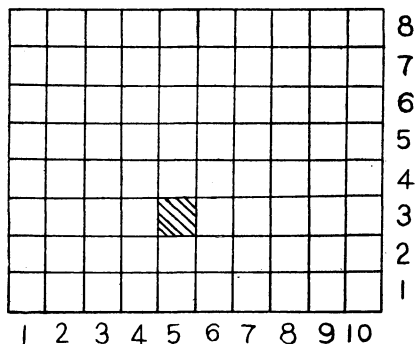
3. 情報量 Amount of Information

天気予報は気象情報である。従って情報理論を適中率に適用しては如何という訳である。情報には価値のある情報と価値のない情報とがある。所謂“big news”というのは価値のある情報である。A君がB君にこんな話があるよと尤もらしく話したとき、A君が何だそんなことは知っているよというときには、B君がもたらした情報は価値がない。すなわちA君の知識に何等加える所がないからである。天気予報でも夏のかんかんでりの日が続いているとき、明日も天気であるという情報は余り情報として価値はないが、明日は台風が来て暴風雨になるという情報は非常に価値がある。

情報の価値 この様に情報には情報としての価値の大小がある。この価値にはいろいろの種類がある。例えば競馬で5番が出るという予想屋の情報があったとしたとき、本命であれば、300円しかつかなかつたが、穴で10万円もついたときには同じ情報でも一方は300円の経済的価値しかないが、一方は10万円の価値がある。しかし経済的価値も人によって有難味がちがう。我々には300円でも有難いが、億万長者には10万円でもそれ程有難くないであろう。情報理論では経済的価値は問題にしない。尤も競馬の予想の例では情報理論でいう価値が高い程配当金も多くなっている。この例は特別の場合である。

次に情報理論での価値すなわち情報量を説明しよう。今皆さんがあるビルディングで働いている友達を訪問した場合を考えてみる。このビルディングは8階で、各階に10部屋があるとす。今A,B,C三人の人にその部屋の位置を尋ねたとす。Aは3階だといひ、Bは5号室だといひ情報を与えた。この二人の情報から3階5号室にいることが判る。又別にCは初めから3階の5号室だ

といったとしても同じくその人に会うことが出来るから、AとBの与えた情報と、Cの与えた情報は同じ価値がある訳である。



$$I_A + I_B = I_C$$

でなければならない。Aは8階のうちの1階を、すなわち $\frac{1}{8}$ の確率のある事柄の情報を与えた。Bは10部屋のうちの1つすなわち $\frac{1}{10}$ の確率の事柄の情報を与えた。Cは8×10部屋の1すなわち $\frac{1}{80}$ の確率の事柄の情報を与えた。従って

$$I\left(\frac{1}{6}\right) + I\left(\frac{1}{10}\right) = I\left(\frac{1}{80}\right)$$

従って情報量はこの様に確率の函数で上の式のような性質をもっている必要がある。階数の確率をx、部屋番号の確率をyとすると、

$$I(x) + I(y) = I(xy)$$

である。今Iとして対数をとると、

$$\log x + \log y = \log xy$$

になる。従って情報量は確率の対数で定義するとよいことになる。

実際には確率は1より小さいので、情報量を正にするために-をつける。また2を底としたものを用いる。すなわち $\frac{1}{2}$ の確率を持ったときの情報量を単位とするのである。pを確率とすると

$$I = -\log_2 p = \log_2 \frac{1}{p}$$

この様な単位で情報量を測り、この単位をbitという。

例えば8月の天気を仮に雨が2日、晴が29日あるものとしたとき、

晴と予報してこれが当たったとき

$$-\log_2 \frac{29}{31} = \log_2 \frac{31}{29} = 0.09 \text{ bits}$$

雨と予報してこれが当たったとき

$$-\log_2 \frac{2}{31} = \log_2 \frac{31}{2} = 3.98 \text{ bits}$$

の情報を与えたことになる。雨の予報の方が価値が高い訳である。

**entropy** 上の値は1回1回の正しい予報の持つ情報量である。所で例えば1月間或いは1年間にはある気象台がどれ程の情報量を提供しているかという、上の例では、

$$\text{晴29回} \quad 29 \times \left(-\log_2 \frac{29}{31}\right) = 2.6 \text{ bits}$$

$$\text{雨2回} \quad 2 \times \left(-\log_2 \frac{2}{31}\right) = 8.0 \text{ bits}$$

すなわち合計 10.6 bits の情報を与えた事になる。予報は31回出したのであるから、平均情報量は31で除すと

$$\frac{28}{31} \left(-\log_2 \frac{29}{31}\right) + \frac{2}{31} \left(-\log_2 \frac{2}{31}\right) = 0.34 \text{ bits}$$

になる。これを一般的に書くと

$$\bar{I} = -\sum p_i \log_2 p_i \quad \text{平均情報量}$$

これが平均情報量で、情報理論ではエントロピーという。

**予報に外れがある場合**

以上は予報が総て適中する場合の話である。実際は予報が外れるから、外れた場合には平均として情報量の損失がある。

天気  $x_i$  の起る確率を  $p(x_i)$  とすると、正確な予報の持つ情報量は  $\log_2 \frac{1}{p(x_i)}$  である。今天気  $y_j$  が予報されて、天気  $x_i$  が起る確率を  $p_{y_j}(x_i)$  とすると、この予報を聞いた後に、天気  $x_i$  が起る正しい予報の情報量  $I$  は

$$\log_2 \left(\frac{1}{p(x_i)}\right) = I + \log_2 \left(\frac{1}{p_{y_j}(x_i)}\right)$$

すなわち  $I = \log_2 \frac{p_{y_j}(x_i)}{p(x_i)}$ 。  $p(x_i)$  を事前確率、  $p_{y_j}(x_i)$  を事後確率という。

予報が  $y_j$ 、実況が  $x_i$  であるような回数を  $n(x_i y_j)$  とすると、

$$n(x_i y_j) \log_2 \frac{p_{y_j}(x_i)}{p(x_i)}$$

が予報  $y_j$ 、実況  $x_i$  から得る全情報量である。従って総ての予報  $j$  について総和すると、天気  $x_i$  に対する情報量であり、更に総ての実況  $x_i$  について総和すると、一定期間中の全情報量である。従って全予報数  $N$  で割ると平均情報量を得る。  $\frac{n(x_i y_j)}{N} = p(x_i y_j)$  とおけるから

$$I = \sum_i \sum_j p(x_i y_j) \frac{p_{y_j}(x_i)}{p(x_i)}$$

が平均情報量である。

$p(x_i y_j) = \bar{p}(y_j) p_{y_j}(x_i)$  であるから

$$\begin{aligned} I &= \sum_i \sum_j p(y_j) p_{y_j}(x_i) \log_2 \frac{p_{y_j}(x_i)}{p(x_i)} \\ &= \sum_i \sum_j p(y_j) p_{y_j}(x_i) \log_2 p_{y_j}(x_i) \\ &\quad + \sum_i \sum_j p(y_j) p_{y_j}(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \\ &= \sum_i p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)} \\ &\quad - \sum_i \sum_j p(y_j) p_{y_j}(x_i) \log_2 \frac{1}{p_{y_j}(x_i)} \end{aligned}$$

第1項は完全適中の場合の情報量で、第2項は予報の外れによる情報量の損失と考えられる。

例。ある候候所の8月の天気予報の成績は次表の如くであったとすると、何程の情報量を提供したか。

第3表

実況 (i)	予報 (j)	(1) 晴	(2) 曇	(3) 雨	合計
(1)	晴	13	6	3	22
(2)	曇	2	4	0	6
(3)	雨	0	0	3	3
合	許	15	10	6	31

$$p(x_1) = \frac{22}{31}$$

$$p(x_2) = \frac{6}{31}$$

$$p(x_3) = \frac{3}{31}$$

$$p(y_1) = \frac{15}{31}$$

$$p(y_2) = \frac{10}{31}$$

$$p(y_3) = \frac{6}{31}$$

$$p_{y_1}(x_1) = \frac{13}{15}$$

$$p_{y_1}(x_2) = \frac{2}{15}$$

$$p_{y_1}(x_3) = \frac{0}{15}$$

予報  
晴

$$p_{y_2}(x_1) = \frac{6}{10}$$

$$p_{y_2}(x_2) = \frac{4}{10}$$

$$p_{y_2}(x_3) = \frac{0}{10}$$

予報  
曇

$$p_{y_3}(x_1) = \frac{3}{6}$$

$$p_{y_3}(x_2) = \frac{0}{6}$$

$$p_{y_3}(x_3) = \frac{3}{6}$$

予報  
雨

$$p(x_1 y_1) = \frac{13}{31}$$

$$p(x_1 y_2) = \frac{6}{31}$$

$$p(x_1 y_3) = \frac{3}{31}$$

$$p(x_2 y_1) = \frac{2}{31}$$

$$p(x_2 y_2) = \frac{4}{31}$$

$$p(x_2 y_3) = 0$$

$$p(x_3 y_1) = 0$$

$$p(x_3 y_2) = 0$$

$$p(x_3 y_3) = \frac{3}{31}$$

$$\bar{I} = \frac{22}{31} \log_2 \frac{31}{22} + \frac{6}{31} \log_2 \frac{31}{6} + \frac{3}{31} \log_2 \frac{31}{3}$$

$$- \left( \frac{13}{31} \log_2 \frac{15}{13} + \frac{6}{31} \log_2 \frac{10}{6} + \frac{3}{31} \log_2 \frac{6}{3} \right)$$

$$- \left( \frac{2}{31} \log_2 \frac{15}{2} + \frac{4}{31} \log_2 \frac{10}{4} \right) - \frac{3}{31} \log_2 \frac{6}{3}$$

$$= 1.133 - 0.780 = 0.353 \text{ bits}$$

すなわち完全に適中すれば 1.133 bits の情報量を与えるべきところ、予報の誤りにより 0.353 bits の情報量し

か与えない。この場合パーセント・スコアでは  $\frac{20}{31} = 66\%$ 、技能点では38%になる。

4. 天気量子化

天気を晴、一時曇、晴後曇……などの如く不連続な塊に分けることを天気の量子化という。所で前の例の晴、曇、雨を更に細分すると、適中しているものから、外れが出てくる。例えば仮りに晴を三つに細分するとして、第4表のような結果が出て来たものとする、適中回数が13であったものが、8になり、適中率は減少する。

第4表

予報 (j) \ 実況 (i)	晴	晴一時曇	晴後曇
晴	6	2	0
晴一時曇	1	1	1
晴後曇	1	0	1

パーセントスコアは量子化を小さくすればする程点が悪くなる。情報量では如何であろうか。

第5表は第3表の例の場合を更に小さく量子化したときの成績である。

$$\bar{I} = 2.603 - 1.791 = 0.812 \text{ bits}$$

$$\text{パーセントスコア} = 42\%$$

$$\text{技能点} = 29\%$$

この例では量子化の細分によって情報量は増している。これは細分によって一つの予報の情報量が増しているからである。すなわち適中が困難であるものを適中しているのに、却って平均情報量は増しているのである。

5. 情報比

予報と実況との一致の程度を比較するには平均情報量のみでは充分ではない。例えば6月の天気と8月の天気では完全に適中したとしても平均情報量がちがっている。従って規格化するために

$$I.R. = \frac{\sum_i \sum_j p(x_i y_j) \log_2 (p_{y_j}(x_i) / p(x_i))}{\sum_i p(x_i) \log_2 \frac{1}{p(x_i)}}$$

を定義する。これを情報比(Information ratio)という。I.R. は完全に適中すると1、完全に外れると0になり、普通は1と0の間にある。

第3表に対しては

$$I.R. = \frac{0.353}{1.133} = 0.312$$

第5表に対しては

$$I.R. = \frac{0.812}{2.603} = 0.312$$

になり、細分によって情報比は悪くなっていない。但しいつもこうなるとは限らないだろう。

6. 結語

以上質的な天気予報の判定法について、情報理論の応用を述べたのである。天気予報の適中率という、実は外れの大小を吟味するようなもので、それだけに止まり消極的な感じがする。むしろ天気予報は気象の情報を提供しているという積極的な気持を持つ必要があり、更に気象情報の経済的価値を正当に評価さす方向に向いたいものである。他の分野では知識や情報が極めて高価に評

第5表

予報 (j) \ 実況 (i)	晴			曇			雨			合計	
	1	2	3	4	5	6	7	8	9		
晴	晴	6	2	0	1	0	0	0	0	0	9
	晴時々曇	1	1	1	0	1	0	0	0	0	4
	晴一時曇	1	0	1	0	0	0	0	0	0	2
曇	曇	1	0	0	0	1	0	0	0	0	2
	曇時々晴	0	3	1	0	2	1	0	0	0	7
	曇一時晴	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1
雨	雨	1	0	0	0	0	0	1	0	0	2
	雨時々曇	1	0	0	0	0	0	0	1	0	2
	雨一時晴	0	0	1	0	0	0	0	0	1	2
合計	11	7	4	1	4	1	1	1	1	1	31

価され、それを職業として高水準の生活をしている人々がある。気象情報も評価の方法が確立すると、現在気象人が考えているのとは全く異った新しい局面或いは気象人の社会的立場が開ける様な気がする。その意味で単に予報の当り外れを問題とする技能点よりは情報量の方が発展性がある。私自身は情報理論を専門に研究しているものではなく、以上は只情報理論を気象屋向きに翻訳し

ただけである。情報理論の解説書にも天気予報への応用が出ているが、具体的に扱っていない。また気象界にも情報理論を研究しておられる方もあるが、情報理論自体の研究は勿論興味あることであるが、現段階では気象屋がこれを理解するように翻訳し、気象屋が要求する目的に合うように料理して、その関心を高めることも大切なことではないかと思う。

## 2を底とする対数表

1	0.000 00	35	5.129 28	69	6.108 52
2	1.000 00	36	5.169 93	70	6.129 28
3	1.584 96	37	5.209 45	71	6.149 75
4	2.000 00	38	5.247 93	72	6.169 92
5	2.321 93	39	5.285 40	73	6.189 82
6	2.584 96	40	5.321 93	74	6.209 45
7	2.807 35	41	5.357 55	75	6.228 82
8	3.000 00	42	5.392 32	76	6.247 93
9	3.169 93	43	5.426 26	77	6.266 79
10	3.321 93	44	5.459 43	78	6.285 40
11	3.459 43	45	5.491 85	79	6.303 78
12	3.584 96	46	5.523 56	80	6.321 93
13	3.700 44	47	5.554 59	81	6.339 85
14	3.807 35	48	5.584 96	82	6.357 55
15	3.906 89	49	5.614 71	83	6.375 04
16	4.000 00	50	5.643 86	84	6.392 32
17	4.087 46	51	5.672 42	85	6.409 39
18	4.169 93	52	5.700 44	86	6.426 26
19	4.247 93	53	5.727 92	87	6.442 94
20	4.321 93	54	5.754 89	88	6.459 43
21	4.392 32	55	5.781 36	89	6.475 73
22	4.459 43	56	5.807 35	90	6.491 85
23	4.523 56	57	5.832 89	91	6.507 79
24	4.584 96	58	5.857 98	92	6.523 56
25	4.643 86	59	5.882 64	93	6.539 16
26	4.700 44	60	5.906 89	94	6.554 59
27	4.754 89	61	5.930 74	95	6.569 86
28	4.807 35	62	5.954 20	96	6.584 96
29	4.857 96	63	5.977 28	97	6.599 91
30	4.906 89	64	6.000 00	98	6.614 71
31	4.954 20	65	6.022 37	99	6.629 36
32	5.000 00	66	6.044 39	100	6.643 86
33	5.044 39	67	6.066 09		
34	5.087 46	68	6.087 46		