

台風の子報の限界について*

高橋 浩 一 郎**

予報には限界がある

気象庁に電子計算機室が設置され、天気予報、とくに台風予報の精度向上に対する世間の期待は大きい。確かに予報への電子計算機の導入は、数値予報を可能ならしめ、予報技術の一つの革命であった。しかしながら、この事は決して予報が無条件で 100% 当る事ができるようになったことを意味するものではない。多くの研究者が数値予報の研究に当たっているが、解決すべき多くの問題が山積しており、充分な精度の向上にはなおしばらくの時間を必要としよう。

しかし、それと同時に予報の精度の限界についての認識をもつことが必要であろう。現在の予報原理をもってしては、如何に努力しても達しえない予報精度の限界がある。すなわち、現在の最高度の予報原理と考えられている、数値予報の根本思想は、力学的予報であり、観測によって初期の状態を知り、それから運動方程式を必要な境界条件、附属方程式によって解いて将来の模様を予報する。しかるに初期条件は、いろいろの誤差のため、絶対正しい値を知る事はできない。また、運動方程式中に入ってくる諸種の観測値にも誤差がある。このため必然的に、運動方程式を積分した値には誤差が生じ、予報の限界を生ずる事になる。

もし観測の誤差を 0 にすることができれば、これによる予報の限界はのぞかれるわけであるが、この誤差は、単に測器の誤差のみでなく、測定の方法、測定値の定義などによる自然誤差があり、如何ともしがたいものもある。

もちろん、現在の予報の限界を生ずる原因とさして用いる運動方程式、附属方程式、境界条件の不完全による部分もあるが、これは将来改善しうる可能性がある。しかし、観測の誤差は如何ともしがたい。このために生ずる予報の誤差は、一寸考えられるほど小さくはないようである。要求される予報の精度が、この限界に達しないうちは、予報精度向上の可能性はあるが、もしその程度になっているとすれば如何に努力してもそれは所詮無駄

骨折りにすぎない。

この意味で我々は、予報の限界というものを認識しておくことが重要であろう。しかし、このようにいっても問題はそれほど簡単ではない。予報誤差の限界は、場合場合で違ふし、観測の方法によっても違ふからである。そこで問題をしまり、台風の移動について 2 つのモデルをとり、予報の限界を考察してみたい。

運動学的解析法による予報の誤差

まずはじめに、台風の移動の予報の一つの基礎となっている運動学的解析についての誤差を考察してみよう。

運動学的解析法では、まず台風の中心の位置を正確に知り、その運動に慣性があることを利用して予報する。そこでまず、台風の中心の位置の誤差の問題になる。この誤差は、普通飛行機観測をもってしても、数キロの誤差はある。一方、原理的に考えても気圧の微振動があるので、中心位置は必然的に 1 km 程度の誤差 σ_s ができる。一方、また、台風の微細構造を考えてみると、径数キロの細胞状対流から成立していると考えられ、この事からも 1 km 程度の誤差は生ずる。

このように中心位置の決定に、自然誤差 σ_s を認めるならば、運動学的に台風の移動速度を求めるためには、ある有限の時間 Δt おいた位置 $\mathbf{S}(0)$ 、 $\mathbf{S}(\Delta t)$ から決定する必要がある。すなわち速度 \mathbf{V} は

$$\mathbf{V} = \frac{\mathbf{S}(\Delta t) - \mathbf{S}(0)}{\Delta t} \dots\dots\dots (1)$$

で求められる。そして、 $\mathbf{S}(\Delta t)$ 、 $\mathbf{S}(0)$ にはそれぞれ σ_s 程度の誤差があるので、 \mathbf{V} の誤差は

$$\sqrt{2} \sigma_s / \Delta t \dots\dots\dots (2)$$

となる。一方速度一定の仮定から将来の位置を求めることは、将来の位置 $\mathbf{S}(t)$ を

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}(0) \left(1 - \frac{t}{\Delta t}\right) + \mathbf{S}(\Delta t) \frac{t}{\Delta t} \dots\dots (3)$$

から求めることであり、その誤差は

$$\sigma_s(t) = \sigma_s \sqrt{1 - 2 \frac{t}{\Delta t} + \frac{2t^2}{\Delta t^2}} \dots\dots\dots (4)$$

となる。

そこでなるべく正確な速度を求め、将来の位置をな

* Koichiro Takahashi: What Is the Final Goal of Prediction of Typhoon Movement?

** 気象庁長期予報管理官 —1959年10月14日受理—

べく正確にだすには、時間 Δt を大きくした方がよい。しかし、これは台風の運動が等速度を仮定してのことで、実際には加速度があるので、 Δt を大きくとりすぎてもいけない。そこで適当な時間をとる必要があり、それにより運動学的解析から求めうる速度には自然誤差がでてくる。

すなわち、速度の誤差 σ_v は

$$\sigma_v^2 = 2 \frac{\sigma_s^2}{\Delta t^2} + \frac{\sigma_\alpha^2}{4} \dots\dots\dots (5)$$

となる。ここで σ_α は加速度の程度を示す量である。右辺第1項は、位置の観測誤差によるもの、第2項は、加速度によるものである。これを極小にする条件は、

$$\Delta t = 8^{1/2} \sqrt{\frac{\sigma_s}{\sigma_\alpha}} = 1.65 \sqrt{\frac{\sigma_s}{\sigma_\alpha}} \dots\dots\dots (6)$$

であり、その時の速度の誤差は

$$\sigma_v = 2^{1/2} \sqrt{\sigma_\alpha \sigma_s} \dots\dots\dots (7)$$

となる。

数値的に当ててみよう。加速度の大きさは、実際の場合に当ててみると、 $\sigma_\alpha = 2 \text{ km/h}^2$ の桁であるので、 $\sigma_s = 1 \text{ km}$ とおけば

$$\Delta t = 1.2 \text{ h} \quad \sigma_v = 2.4 \text{ km/h}$$

となり

$$\sigma_s = 10 \text{ km}$$

とおけば

$$\Delta t = 3.4 \text{ h}, \quad \sigma_v = 5.3 \text{ km/h}$$

となる。

これからわかるように、加速度を考慮しない運動学的解析からは、原理的にみても速度を 2 km/h 以下の誤差で定めることは出来ない。しかし、加速度迄考慮すれば、直感的にはもう少しよくなりそうにも思われる。

この場合には、3つの時刻の位置を推定し、それから速度、加速度を求め、それによって外挿するのである。

すなわち

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}(0) + \mathbf{V}t + \frac{\alpha t^2}{2} \dots\dots\dots (8)$$

とおき、実測の \mathbf{S} から \mathbf{V} 、 α を推定して、 t 後の \mathbf{S} を求めるのである。問題を簡単化し、一定の時間 Δt ごとの値を知り、それから α 、 \mathbf{V} 、 \mathbf{S} を求める。すなわち

$$\alpha = \frac{\mathbf{S}(2\Delta t) - 2\mathbf{S}(\Delta t) + \mathbf{S}(0)}{\Delta t^2} \dots\dots\dots (9)$$

$$\mathbf{V} = \frac{4\mathbf{S}(\Delta t) - 3\mathbf{S}(0) - \mathbf{S}(2\Delta t)}{2\Delta t} \dots\dots\dots (10)$$

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{S}(0) \left(1 - \frac{3}{2} \frac{t}{\Delta t} + \frac{t^2}{2\Delta t^2} \right) + \mathbf{S}(\Delta t) \left\{ 2 \frac{t}{\Delta t} - \left(\frac{t}{\Delta t} \right)^2 \right\} + \mathbf{S}(2\Delta t) \left\{ \frac{t^2}{2\Delta t^2} - \frac{t}{\Delta t} \right\} \dots\dots\dots (11)$$

から求める。この時の加速度、速度、位置の推定の誤差はつぎのようになる。

$$\left. \begin{aligned} \sigma_\alpha &= \sqrt{\frac{6\sigma_s^2}{\Delta t^4}} = 2.44 \frac{\sigma_s}{\Delta t^2} \\ \sigma_v &= \sqrt{\frac{26\sigma_s^2}{4\Delta t^2}} = 3.6 \frac{\sigma_s}{\Delta t} \\ \sigma_{s(t)} &= \sigma_s \sqrt{1 - 3 \frac{t}{\Delta t} + \frac{15}{2} \frac{t^2}{\Delta t^2} - 6 \frac{t^3}{\Delta t^3} + \frac{3}{2} \frac{t^4}{\Delta t^4}} \end{aligned} \right\} (12)$$

この関係から、 t が大きくなると予想位置の誤差は、ほぼ時間の2次で増大する。また $\sigma_{s(t)}$ を小さくするためには、 Δt を大きくとればよい。しかし、実際的にはこうすると加速度の変化がものをいってくる。このために誤差をます。このため Δt は、それほど大きくとれず、6時間位がせいぜいであろう。

そこで、 $\Delta t = 6 \text{ h}$ 、 $\sigma_s = 1 \text{ km}$ とおき、速度の誤差を求めてみると 0.6 km/h となる。これは前の場合よりはよいが、その3分の1程度である。つぎにこれら、一次式及び二次式から予想位置の誤差をだしてみると次の如くである。

第1表 運動学的解析による予報値の精度の限界

予想期間	0	6	12	18	24	30	36 h
一次式	1	8	16	25	33	42	50km
二次式	1	4	11	19	30	43	59km

なお、1次式の時は $\Delta t = 1 \text{ h}$ ととってある。

これをみると、1次式で外挿しても相当の精度があり、24時間以上ではかえって二次式の方が悪い。なお、これは実際の台風の運動に関する性質が十分に考慮に入っていない。これは誤差の下限であり、実際にはどの仮定も正しくはないので、このようにして推定した値には実際にはもっと大きな誤差が生ずる。

そこで、つぎには実測によって一次式を仮定した場合と二次式を仮定した場合の誤差を推定してみよう。実はこれにもいろいろ面倒な面もあるので、方向は考えず、速さだけについてあたってみる。カスリン・キテイ、ジェーン・ルース台風について6時間毎の速度を求めた結果について適用し、誤差を求めてみると次表のようになる。

第2表 運動学的解析法による予報の誤差

予想期間	6	12	18	24	30 h
一次式	44	98	162	257	357 km
二次式	64	152	246	389	600 km

これからわかるように一次式で外挿したものが、結果的には良く、その誤差は前表の約10倍になっている。

ステアリングを入れた場合の誤差

しからばステアリングの考えを入れた場合に予報の精度はどれ位になるであろうか。この場合を考察することは、現在の台風の数値予報の限界を考察する事とほぼ同じと思われる。何となれば、数値予報に於いては渦度のステアリングが基礎となっており、この点では形式的に同じだからである。仮定として、ステアリングは完全に成立つものとする。すなわち将来の位置は

$$S(t) = S(0) + \int_0^t C(t) dt \dots\dots\dots (13)$$

で求められるとする。この場合、台風の予想位置に誤差を生ずる原因は、初期の位置の誤差 σ_s と、ステアリングの速度 C の推定の誤差 σ_c である。

すなわち

$$\sigma_s(t) = \sigma_{s(0)} + \int_0^t \sigma_{c(t)} dt \dots\dots\dots (14)$$

である。右辺第1項は、時間に関係しないが、第2項は一般に時間と共に増加する。そこで、長い先の予報ではステアリングの速度の見積りの誤差が一番大きな因子となる。

モデルを単純化し、ステアリングの速さ C は、仮りに 500mb の一般場から求められるとしよう。これにも二つの方法がある。風速から求めるのと、地衡風を仮定して気圧傾度から求める方法である。上層風の観測は非常に困難であり、誤差は相当に大きい。10%程度の誤差をみると、ステアリングの速度にも10%の誤差は生ずるであろう。もっとも実際には、一つの観測値でなく、まわりのいくつかの値を平均するので、もう少し誤差は小さくなりうる。3%程度にはなるであろう。

つぎには、地衡風から求めてみる。気圧面高度の観測誤差は、上空では 50m 程度はあり、いくら測器を改良しても 10m程度にすることは困難であろう。そうすると 300km をおいた距離の気圧傾度から、地衡風を求める場合、0.6m/sec程度の誤差は免れない。

これらの結果からみると、ステアリングの速度の推

定誤差を 2km/h以下にすることはできないことになる。

さて、以上の誤差は現在に於ける値であるが、将来の位置に誤差があると、そのためにステアリングの値に誤差を生ずる。この誤差をどのように見積るかが問題であるが、ステアリングの場のスケールが作用中心 L の大きさと同じ程度と考え、その速度に

$$C = \frac{\sigma_{s(t)}}{L}$$

程度の誤差が生ずると考えよう。

この条件を入れると位置に関する誤差の方程式は

$$\sigma_s(t) = \sigma_s + \int_0^t \sigma_{c(t)} dt + \int_0^t \frac{C \sigma_{s(t)}}{L} dt \dots\dots\dots (15)$$

とおくことができる。この解を求めてみると

$$\sigma_s(t) = \sigma_s e^{\frac{C}{L}t} + \frac{L \sigma_c}{C} \left(1 - e^{\frac{C}{L}t} \right) \dots\dots\dots (16)$$

となる。いま数値例として

$$\begin{aligned} \sigma_s &= 1\text{km}, \sigma_c = 2\text{km/h}, C_0 = 20\text{km/h}, \\ L &= 1000\text{km} \end{aligned}$$

とおいて予想位置の誤差を求めてみると次のようになる。

第3表 ステアリングによる予報の誤差

予想期間	0	6	12	18	24	36	48 h
$\sigma_s e^{\frac{C}{L}t}$	1	1.1	1.3	1.4	1.6	2.0	2.6km
$\frac{L \sigma_c}{C_0} \left(1 - e^{-\frac{C}{L}t} \right)$	0	13	28	43	61	104	160
計	1	13	29	44	63	104	160

これからわかるように、24時間後には 60km 程度の誤差を生ずる。また誤差は時間と共に指数函数的に増大する。

ま と め

以上の結果をとりまとめ、数値例によって台風の予報の限界を考察してみよう。

台風の中心位置、速度の決定には次のような誤差が必然的に出てくる。

- (1) 中心位置の自然誤差は、1 km 程度はあり、これ以上正確には決められない。
- (2) 台風の移動速度の推定には、2km/h 程度の誤差は免れない。従って進行方向では5度位の誤差はある。
- (3) ステアリングの速度の推定には、2km/h程度の

誤差は免れない。

次には、予想位置の誤差について考えてみよう。図はいろいろな方法により予想した位置につき予報期間と誤差との関係を示したものである。横軸が予報期間、縦軸が誤差である。

なお図中 (b) は速度に関する統計的性質を加味した場合の誤差である。すなわち、台風の速度には大体の平均値があり t 時間へだたした速度には、ほぼ $e^{-\beta t}$ の相関がある。この性質を利用して外挿した時の t 後の速度、及び予想位置には

$$\left. \begin{aligned} \sigma_c(t) &= \sigma_c \sqrt{1 - e^{-2\beta t}} \\ \sigma_s(t) &= \sigma_c \left\{ \frac{t}{\beta} - \frac{(1 - e^{-\beta t})}{\beta^2} - \frac{(1 - e^{-\beta t})^2}{2\beta^2} \right\}^{\frac{1}{2}} \end{aligned} \right\} (17)$$

の誤差を生ずることは前に示した事がある。この関係を用い一日おいた速度の自己相関 $e^{-\beta} = 0.5$ とおき、 $\sigma_c = 20\text{km/h}$ とおいて計算した結果である。

この図からつぎのようなことがわかる。現状において単なる速度一定の仮定で外挿した24時間後の位置には、366km程度の誤差がある(図中(a))。

速度の持続性を考慮すると誤差は少し小さくなり、200km となる(図中(b))。

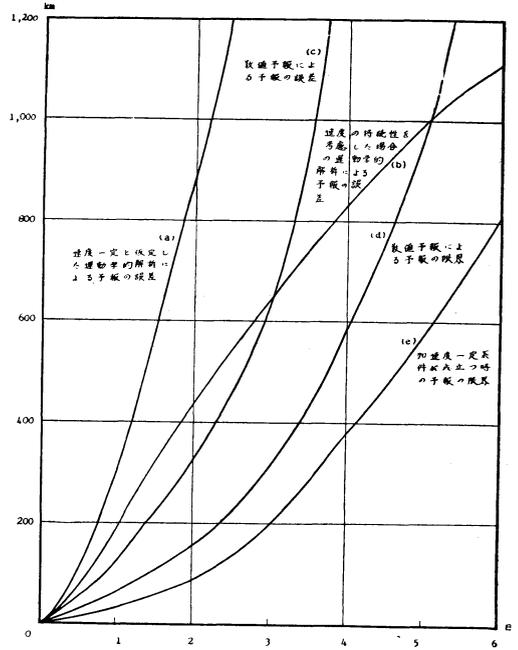
ステアリングの考えを入れると、120km 程度となり、非常によくする。これは進行方向でいうと30度程度の誤差である(図中(c))。

それらは従来の経験とも一致し、これが現在の台風の位置の子報の精度のようである。

しからば予報の技術が、更に進んだならばどれ位になるだろうか。

図中、ステアリングによる予報の限界をみると、60km 程度である(図中(d))。

これは進向方向でいうと、15度程度の誤差である。なお加速度一定の条件が成立てば、図中(e)の如く運動学的解析でも誤差が30km 迄にはかなりうるが、実際にはこの仮定が成立たないので、60km が限界とみてよい。



第1図

と思う。これは現在の予報の精度の半分であり、これ以上の精度を望むことは、現在の台風の移動の原理からは困難である。

なお、以上は1日後の予報であるが、ずっと先の予報になると話は少しく変わってくる。数日先になると、数値予報による方法では誤差が急速に増す。このため、台風の移動に関する統計的性質を考慮した方法の方が、反って精度がよいことになる。グラフからみると、まず3日位迄は、数値予報の方法がよく、それ以上は統計を加味した方法の方がよいものと考えてよいようである。

文 献

- 1) 高橋浩一郎, 桑畑幸雄, 1942: 外挿に依る低気圧の中心及び速度の推定に就いて, 気象集誌, 20, 161—165.

気象の英語 (9)

有住 直介

11. famous と notorious

どちらも「有名な」という意味だが、好ましい場合に famous などを使い、好ましくないときには notorious を使う。このような言葉は英語に沢山ある。たとえば、「思います」という意味の、「I hope」, 「I fear」, 「I am afraid」など。日本語でも「泣きつらに蜂」は悪い時にだけ使うが、ある人がお目出度度が2度重なった時、外人にこの言葉を言われて面くらった、とか。次に notorious の例を一つかかげる。

Full development of lee wave activity is generally not reached before the early afternoon, much to the dismay of glider pilots who want to fly cross country during the short wintery daylight hours. The "4 o'clock wave" has become notorious among the Sierra-Wave-Project pilots. Their usual conclusion that thermal activity causes the swelling of the roll cloud is quite close to the point although the mechanism involved is a bit more complicated. (J. Kuettner)