

乱流大気中における航空機の突風応答理論・解析と予報問題*

関 利 孝**

は し が き

航空機が高々度飛行を試みるようになってから、これらの巡航高度区域において、かなり激しい clear air turbulence: C.A.T., に遭遇し航空気象の分野にかなりの話題を投げかけている。この現象がどのようにして起るか？ そして又、機が巡航中にこの乱流区域に入るとどのような運動を起すのか？ 解析し、ひいては上層における力学的メカニズムが解明できないものが究明してみたいと思う。

1. 突風の種類

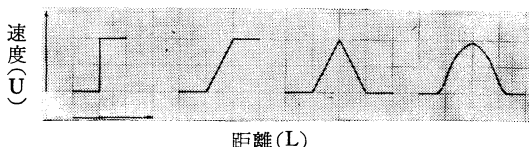
商業用航空機においては、その安定性と構造上の問題から突風は性能上すこぶる重要な問題として取上げられ、かなり古くから研究されてきた、特に機に及ぼす上下突風に関しては L. Bréguet や R. Devillers 等によつて突風荷重方程式が導かれ、又種々なる場合の複雑な突風に関しては最近 B. Etkin や H. Press 等により power spectral の概念が導入され新しい解析的表現を与えたことは有名である。一方わが国では荒木、別府等がこの方法を適用し実験解析されている。

さて、ここで第一問題になるものは乱流大気中における機の運動である。

機が飛行中に大気の乱れた区域に入ると乱れの強弱に応じ上下左右に運動を(振動)を起す(第4図)こうした機の運動は方向も一定ではなくかなりの乱れた複雑な運動をする、この運動は乱流速度の不均一によるものでこれが激しくなると乗客の不安を増すばかりか時には不安定になり失速墜落の原因ともなりかねない。したがって機は構造上安定性と強度において高度に突風にたえるように設計されている。又一方、航空気象学の上ではこれらを助けるために乱れの区域を予報し航空の安全を計っている。

まず順序として、大気中乱れの突風の種類について考えてみよう。普通大気中に起る突風は大別し上下突風、左右突風、斜方突風に分類される、これをさらに分類すると第1図のような型に分類できる、しかし実際はこの

図でみるような型が単独で現われることはまれでむしろ連続あるいは不連続に合成され組合さって現われることがすこぶる多い、特に、乱流の区域の規模は突風の種類と関連しその規模が大きければ大きいほど広ければ広いほど複雑な突風が存在する。この事実は、単一な突風理論から出発し急速に発展した連続パワースペクトル密度の概念につながるものである。



垂直型(S.E.) 斜方型(F.T.) 三角型(T) 曲線型(S)
第1図 突風の型

このような複雑な突風の中で機に最も影響を及ぼすその方向成分は上下突風で斜め、左右の突風の影響は割合小さいと云われている。

2. 突風による機の荷重理論

—突風応答理論、それは、機が飛行中に上述のような乱れた区域を通過したとき、その結果としてでてくる機の突風応答を理論的に解析するものである。まず突風応答を論ずる出発点は次式で明らかになる。

即ち、いま無風状態の安定層を水平飛行している機に垂直な上(+)下(-)突風(U)が働くとその運動方程式は

$$\frac{W}{g} \frac{d^2Z}{dt^2} = C_L \frac{1}{2} \rho V^2 S - W \dots\dots\dots (1)$$

ここで、W は機の全備重量、g は重力、C_L は揚力係数、ρ は空気密度、V は機速、S は翼面積である。突風(U)を受けない時の揚力係数をC_{L0}受けた時をC_Lとすれば、その仰角増加は (U - dZ/dt)/V で表される。したがって揚力係数 C_L は

$$C_L = C_{L0} + \dot{C}_L \frac{U - \frac{dZ}{dt}}{V} \dots\dots\dots (2)$$

が得られ、これを(1)式におき

$$\frac{W}{g} \frac{d^2Z}{dt^2} = \left(C_{L0} + \dot{C}_L \frac{U - \frac{dZ}{dt}}{V} \right) \frac{1}{2} \rho V^2 S - W \dots\dots\dots (3)$$

* Theoretical Analysis of Gust-Velocity Response of Aircraft in Random Atmospheric Turbulence, and Some Problems of Forecast. (part.1)

** 東京航空気象台

が成立する、ところが機の重量は $W=C_{L0} \frac{1}{2} \rho V^2 S$ に比例するから、これを (3) 式に入れて変形すると

$$\frac{W}{g} \frac{d^2 Z}{dt^2} + \dot{C}_L \frac{1}{2} \rho V S \frac{dZ}{dt} = \dot{C}_L \frac{U}{V} \frac{1}{2} \rho V^2 S \dots\dots\dots (4)$$

ここで突風 (U) が時間に対して $U=U_1 \sin(2\pi/T)t$ で変化すれば、 $gt/V=\tau$, $Zg/V^2=\zeta$, $\dot{C}_L/C_L=c$, とおき (4) 式を変形すれば

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} + c \frac{d\zeta}{d\tau} = c \frac{U_1}{V} \sin \frac{2\pi}{T} \tau \dots\dots\dots (5)$$

となる、この場合の週期は $r=Tg/V$ で衰減作用だけの強制振動方程式の解は、

$$\zeta = A_1 + A_2 e^{-c\tau} + B_1 \sin \theta\tau + B_2 \cos \theta\tau \dots\dots\dots (6)$$

ただし $\theta=2\pi/r$ であるから (5) を (6) に入れて $\tau=0$ の時の $d\zeta/d\tau=0$, の時の A_2 について計算すると

$$A_2 = \frac{U_1}{V} \frac{\theta}{C^2 + \theta^2} \dots\dots\dots (7)$$

を導く、 B_1 および B_2 は (6) 式から

$$B_1 = -c \frac{U_1}{V} \frac{1}{\theta^2 + c^2} \dots\dots\dots (8)$$

$$B_2 = -c_2 \frac{U_1}{V} \frac{1}{\theta(\theta^2 + c^2)} \dots\dots\dots (9)$$

したがって $d^2\zeta/d\tau^2$ は

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} = -c \frac{U_1}{V} \frac{\theta}{\theta_2 + \theta^2} (ce^{-c\tau} + \theta \sin \theta\tau + c \cos \theta\tau) \dots\dots\dots (10)$$

この式から近似計算として Bréguet や Derulliers は $ce^{-c\tau}$ の項の影響を考えず残りの 2 項の和の極大値を求めている、即ち、 $\tan \theta\tau = \theta/c$, 又は $\sin \theta\tau = \theta/\sqrt{\theta^2 + c^2}$, $\cos \theta\tau = c/\sqrt{\theta^2 + c^2}$, の時おこるから、

$$\frac{d^2 \zeta}{d\tau^2} = \frac{U_1}{V} \frac{c}{\sqrt{1 + \frac{c^2}{\theta^2}}} \dots\dots\dots (11)$$

この式から $+U_{max}$ の時の惰力を求めると

$$\frac{W}{g} \frac{d^2 Z}{dt^2} = c \frac{U_1}{V} \frac{W}{\sqrt{1 + c^2 \left(\frac{Tg}{2\pi V}\right)^2}} \dots\dots\dots (12)$$

よってその時の荷重係数 N は

$$N = 1 + \frac{\dot{C}_L}{C_{L0}} \frac{U_1}{V} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{C}_L}{C_{L0}} \frac{Tg}{2\pi V}\right)^2}} \dots\dots\dots (13)$$

となる、この式は Bréguet のものと同じであるが、さらに式の右辺の突風の週期 r , 及びその速さ U_1 について

考えてみよう、今その飛行径路 x に沿って上昇気流 U があったとし機速 V で通過すると考えると T は突風の区域を通過するに要した時間だとすれば、その区域の長さ L は $L=VT$ であるからこれを 13 式に入れて

$$N = 1 + \frac{\dot{C}_L}{C_{L0}} \frac{U_1}{V} \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{C}_L L g}{2\pi C_{L0} V^2}\right)^2}} = 1 + \frac{\dot{C}_L \rho V U_1}{2} \left(\frac{S}{W}\right) \frac{1}{\sqrt{1 + \left(\frac{\dot{C}_L \rho}{4\pi} \frac{S}{W} L g\right)^2}} \dots\dots\dots (14)$$

が求まる。

以上の式から次の事柄が云える。

- (1) 荷重係数 N は上昇下降気流の速に影響される。
- (2) 突風の分布区域の長さが長いほど荷重は小さい。
- (3) 機速が大きい程荷重は大きく働く。
- (4) 翼面荷重は小さい程悪影響を受ける。
- (5) 誘導抵抗の小さいもの程影響が大きい。

このように、突風応答は直接機に加わる荷重として表現でき荷重係数 N で表される。従来この N 数にある倍数を乗じその機の破壊係数を求めたりした。

3. 種々な機の巡航時の突風応答解析

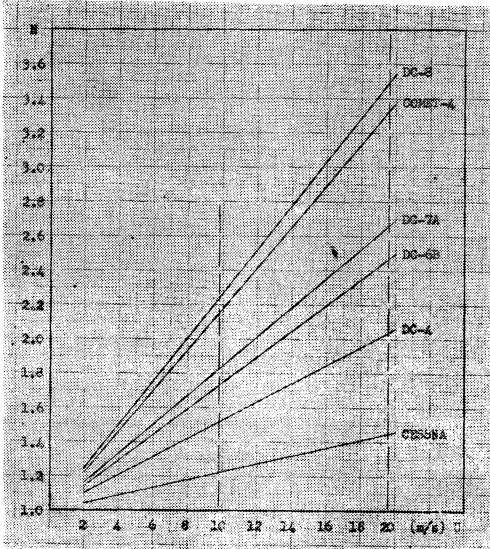
—種々な機の突風応答の吟味、先にのべた理論によって現在就航している商業用航空機についてその程度を比較吟味してみる。いま各機の巡航時における理想的性能条態 (小型機に比べ大型機においては巡航中に燃料その他全備重量が時間の関数となって変化する割合はかなり大きい、したがって一般に巡航時におけるこのような

第 1 表 各機種巡航時における性能

Aircraft name	Engine	CW kg	CW/S	V mps	C_L
Douglas DC-8	J 4	115555	451	296	0.31
Boeing 707	J 4	117475	437	275	0.28
Convair 880	J 4	71950	387	278	0.26
D.H. Comet-4	J 4	63045	320	226	0.35
Caravelle-6	J 2	45875	313	225	0.30
Douglas DC-7C	P 4	57655	379	150	0.54
Douglas DC-6B	P 4	44225	326	141	0.61
Douglas DC-4	P 4	30618	226	81	0.77
Convair 440	TP 2	21760	286	125	0.45
Viscount 744	TP 4	27216	283	153	0.35
Tupolev 114	TP 4	156375	558	238	0.48

計算には飛行行程の midpoint における条態をもって現すのが適当である) を計算すると第 1 表のようになる。このような条件のもとで方程式 (14) から U の変化による N 値を求めると第 2 図のようになる。DC-8 や B-707 等は DC-6B, DC-4 に比較すると大型高速機に働く突風の影響が如何に大きいかわく分る。たとえば、巡航時に

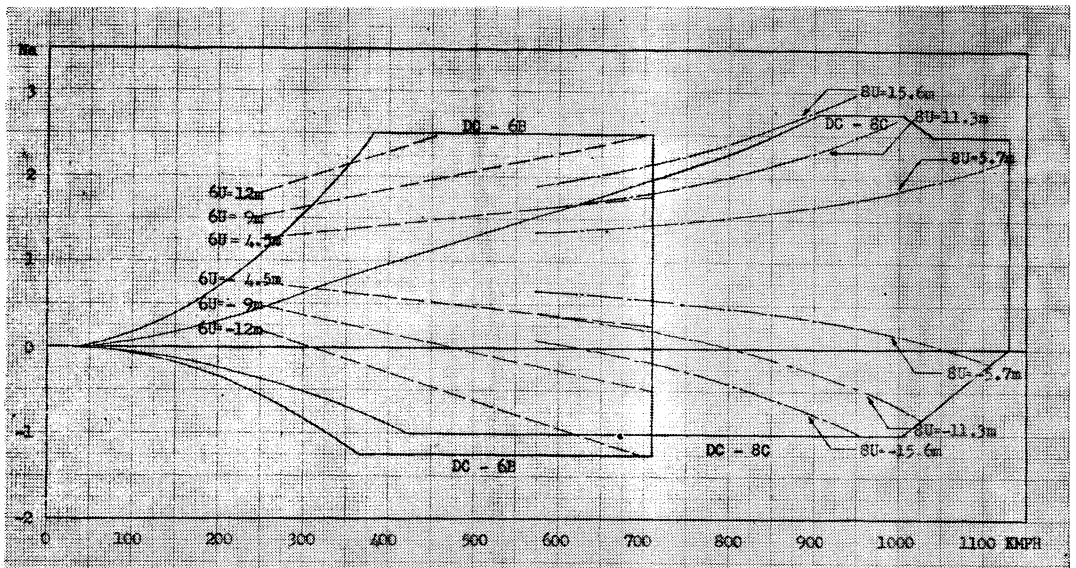
DC-4 では $U=8\text{m/sec}$ の突風を受けた場合 $N=1.42$ これと同様な突風を DC-8 で受ければ $N=2.0$ となり 2 倍近くの N を受けたことになる。逆に $N=1.5$ であれば DC-4 では $U=9.5\text{m/sec}$, DC-8 では $U=4.0\text{m/sec}$ に相当する、つまり同じ速度の突風でも機種とその性能条件によって応答の程度がかなり違ふと云うことを充分考慮せねばならない、特に、上層大気中を巡航する高速機にはわずかの突風でも非常に敏感な運動(振動)を起すことを指摘しておきたい。なお、この計算の比較では単に傾向のみを示し実際には同じ機でも機速や機総重量によってこの傾向が相当変化すると云うことも考えねばならない。これらの各種の修正に関連し特に重要な問題についてふれておきたい。



第 2 図 各機種の巡航時における突風応答比較

4. 大気乱流区域の予報問題

—機速や突風増加によって荷重はどのように変化するであろうか? 普通航空機は設計する時その性能に応じた荷重範囲が定められる、即ち、機の安定率を考え材料強度から細部にわたって計算され種々の試験を行ってその荷重による包圍線(突風荷重, 運用荷重, 制限荷重, 飛行荷重)が求められる、突風荷重包圍線は前式(14)から計算できる。機速 V と制限突風荷重 N_A とを組合せ座標に表したものである。例えば、今ダグラス



第 3 図

—— ダグラス DC-6B (プロペラ機) 及び DC-8C (ジェット機) の突風荷重包圍線
〔突風線: --- 6 B, - - - - 8, 〕

・DC-8C, DC-6B について計算してみると第3図のようになり機速 (V) が増加すると荷重範囲は増大しある点で最大となる, DC-6B では巡航時の耐久限度は $N_A = +2.5 \sim -1.25$, DC-8C では $N_A = +2.75 \sim -1.0$ の範囲内におさまる, 突風のない安定した飛行時には $N_A = 1$ であるが少しでも突風が働くとその荷重は増加する, DC-6B で 550KMPH の時 $+U=10\text{m/sec}$ になると耐久限度一パイになる, これが $+U=12\text{m/sec}$ になるとその限度をこえる, これに比べ DC-8 では 950 KMPH の時 $+U=12\text{m/sec}$ でも未だ安全であるが $+U=15\text{m/sec}$ になると突風による破壊をまねく, したがって強度規定上どうしてもこの突風荷重包囲線内で飛行せねばならない, 仮りに, この包囲線内でもぎりぎり一パイの $\pm U$ に長時間連続に遭遇したとすると機体の表面層はある程度疲労し揚力低下の原因ともなりかねない.

上下左右乱れ突風の繰返し数 (P.S.N.) はその応答力の振幅の関数で定まる, 即ち, 大気タービュレンス・スペクトルは $\Phi_a(\Omega) = [T(\Omega)]^2 \times \Phi(\Omega)$ (但し, $T(\Omega)$ は機の応答回数) であるから, 機の応答パワ・スペクトルを積分することによってその RMS 値, σ_a (大気タービュレンス速度の空間自乗平均値) が求まる.

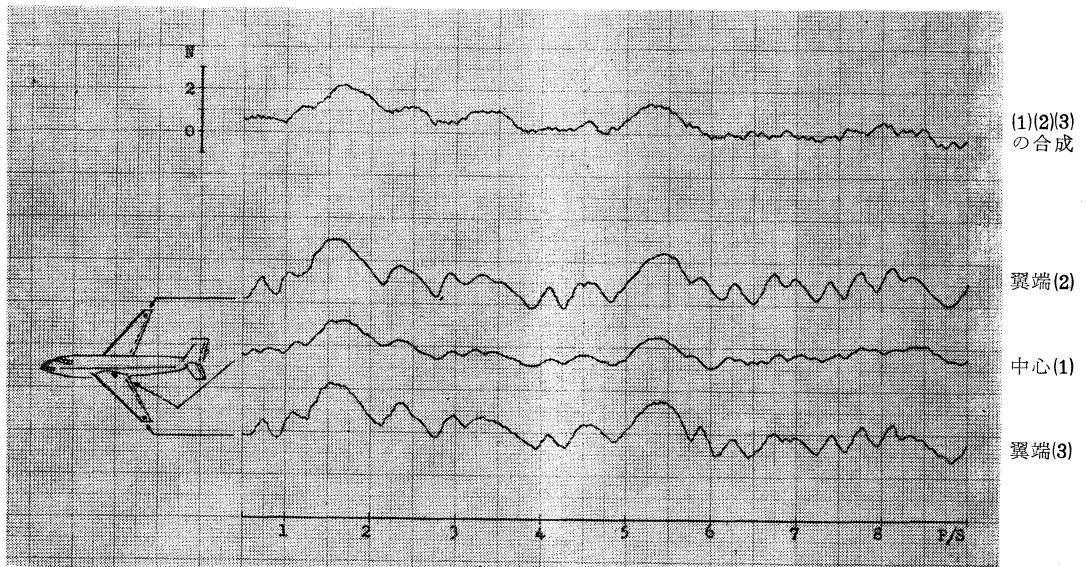
$$\sigma_a^2 = \int_0^\infty \Phi_a(\Omega) \times d\Omega = \int_0^\infty [T(\Omega)]^2 \times \Phi(\Omega) \times d\Omega$$

すなわち, これを計算することによってパワ・スペク

トルその確率分布を知ることができるし σ_a 値が大きければ大きいほど揚力不安定——失速——破壊の原因ともなる, このような連続・不連続突風に関する計算は目下遂行中でありいずれ別の機会にゆづりたい.

ここでは, ただ上述のような単一突風荷重理論からどのような状態になるのか調べたのが実際には大気中における複雑な乱流スペクトルの連続・不連続性についての応答を調べねばならず, ここではこれを分離する過程が在来の理論に比べはるかに合理化されていることを指摘しておきたい, 即ち, この応答荷重理論とは別に突風の側から考えて Press, Etkin, の方が実用上充分価値があり甚だ重大な意義をもっていると云える, この方法を適用すれば実際の飛行中の現象にかなり近いもの, 即ち, われわれの眼を乱流の複雑な状態について細かく観察でき且又, その時の状態が理想的乱流の場合とどのように違うか, すなわち, 大気乱流の振幅あるいは位相差が機にどのような影響を及ぼすか? 又高々度における機の抵抗と空気密度粘性を観察することができるであろう.

これらを解析するためには各機に V-G 記録計をセットし, これによって連続測定すると共に解析することが必要である, 現状では PAA 機についているのみで他社においてはほとんど体感によるタービュレンスの報告が多い, Donner Scientific Company Inc. の Model-310, G メーター (MC $\pm 50\text{G} \sim \pm 0.05\text{G}$ resolution はフル・



第4図 巡航中における乱れの連続応答記録 (3点U成分)

スケールの 0.0002% linearity はフル・スケールの 0.05% 等高性能の機器を使用し連続記録(第4図)と上層天気図(flight-level)を比較検討することによってかなり正確な大気の乱れ区域あるいはその機構を解明できると思われる。

最後に、大気中主として上層における乱流区域の予報問題をとり上げてみたいと思う。

高々度を飛行する機から CAT に関する報告は各国で実施されつつある。圏界面付近の高々度においてかなり激しい CAT が始めて報告されたのは Comet-II 型の実用化時代にさかのぼる。そして、この上層における CAT は地形の影響によるものよりもむしろ大規模な Jet 流と関連し起っていることが多く本質的には垂直方向の風の集束帯・温度場が主要な約割をはたしていると言われるようになった。1955年 USAF は高々度タービュレンスに關して一連の調査を行い、その結果 CAT は大気の強い

流れの北側やその軸の中心附近あるいはその下方で割合多く起っていると立証し注目をあびた、ごく最近筆者は BOAC のパイロットから Cirrus の後尾に突入した時には必ずと云ってよい位 CAT があると云っている。一方こうした乱流の機構、その原因については Richardson 等一連の乱流発達理論があり、これらの理論の展開によってある程度の乱れ区域の予報は確立されるが、その基礎となる広範囲、高々度までの資料や解析方法が不十分だし、現在のところどうしても統計的推定法による外はない、したがって、われわれが量的にその垂直ガスト成分なり区域なりを正確に予報するには Computer による航路別連続垂直断面解析を行うとよい、ともかく、これ等種々な問題から考へて乱れの区域の予報あるいは分類をする場合に機の性能を十分考慮しなければ無意味なものになる。

理 事 会 便 り (I)

第17回 常任理事会議事録

日 時 昭和36年7月14日(金) 16.30~19.00

場 所 神田学士会館

出席者 島山・正野・松本・神山・藤田・根本・宍住
・今井の各理事(順序不同)

決 議

1. 天気編集委員の吉野氏はドイツへ行くため代り

として藤井幸雄氏にお願いすることとなった。

2. 日中学術交流の顧問を島山理事にお願いすることとなった。
3. 毎日学術奨励金申請については研究グループに連絡をとり、あれば出すこととなった。

第18回 常任理事会議事録

日 時 昭和36年8月11日(金) 17.30~20.00

場 所 神田如学生会館

出席者 桜庭、島山、正野、吉武、松本、藤田、神山
根本、淵の各理事(順序不同)

決 議

1. 秋季大会を11月7日、8日、9日の3日間東京理科大学において行い、大会委員長に島山久尚

氏をお願いする。

2. 数値予報国際シンポジウムのプロシーディングについて次のように予定価格をきめる。

会 員 2,500円+郵送料

会員外 5,400円(15\$) 郵送料を含む

3. アメリカ気象学会の文献速報の資料提供については集誌編集委員で処理する。