551. 589. 1 : 551. 577. 22

降水継続・無降水継続の統計処理について*

菊　地　原　英　和**

1. 緒　言

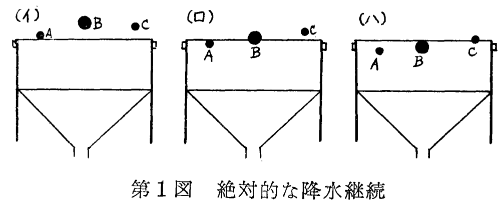
降水，無降水の継続時間や継続日数の統計は，一方では降雨の時間的，空間的な構造を調べる目的で，他方では「ながあめ」，「ひでりつづき」など降水異常の期間の統計として行なわれてきた．この場合，継続の長さをきめるには，自記雨量計の記象から直接読取るよりも，10分間降水量や1時間降水量，日降水などの一定時間の降水量の系列から調べた方が便利で，実際にもこうゆう方法が使われる場合が多い．このような方法で調べた継続時間は，使用した降水量系列の時間の単位によってきまる系統的な誤差を含んでいる．ここでは，このような継続統計の意味と誤差の処理について，若干の検討を行なった結果をのべる．

2. 「継続」の解釈についての問題点

降水継続とは雨や雪が降り続くこと，無降水継続は雨や雪が降らない時間が続くことで，その意味は一見わかりきったことのようであるが，実はそれほど簡単な事柄ではない．無降水継続の方は実際に何日も雨が降らないことがあるから，このような長い無降水継続を問題とする限り，その継続時間は，前の雨が止んだ時刻から次の雨が降り始めた時刻までをとればよく，別に問題はない．しかし降水継続の方は，たとえば，低気圧が来てある日の18時35分に雨が降りはじめ，翌日の15時30分に降り止んだといっても，降りはじめから降り終りまで全く休みなしに降っていたかというと，一般にはその間で数十分とか，数時間というような降り止みがある．いかに地雨性の降水であっても，数分程度の降り止みはあるから，ある低気圧や台風による雨の降りはじめから降り終りまでを，言葉通りの意味では，ひとつの降水継続とみることはできない．

このことは，一定時間の降水量の系列を使ってきめた降水継続についても同様であって，たとえば毎1時間の降水量で，各単位時間内に降水があったかどうかで継続をきめた場合には，少なくとも，1時間未満の無降水継続は資料から検出できないから，このような短かい降り止みは無視して継続を求めたことになる．同様に1分ごとの降水量を使えば，少なくとも1分未満の降り止みは無視したことになる．また，自記紙から直接継続をきめた場合でも，測器の感度には制限があって，どのようにこまかい継続もきめられるというものではないから，事情は同じである．したがって，われわれが求めることができる降水継続は，用いる資料の種類や統計のとり方によってきまる相対的な継続であって，言葉通りの意味の継続ではない．この点を無視して，統計の結果だけを機械的に比較することが許されないのは勿論である．

これに対して，雨量計に絶え間なく雨が降り込んでいるような状態が継続するとすれば，これは言葉通りの意味で降水継続と言うことができよう．これを今少し詳しく言えば，ひとつの雨粒が雨量計内の水面や壁に接触して，これが完全に捕捉され終った瞬間には，少なくとも別のひと粒の捕捉がはじまっているというような状態の継続である．あるいは，第1図(イ)のように，あるひとつの雨滴Aが雨量計の受水口の断面に到着した瞬間から，(ロ)のように受水口の断面を通過し終った瞬間までを雨滴Aの捕捉が進行していた時間と考えれば，Aの捕捉が終



第1図　絶対的な降水継続

った瞬間に，少なくとも別のひとつの雨滴Bの補捉が進行しており（第1図(ロ)）Bの捕捉が終った瞬間には少なくとも別のひとつの雨滴Cの捕捉が行なわれている（第1図(ハ)）というような状態の継続である．このような継続は，どんな短かい降り止みも含んでいないという意味で，絶対的な降水継続と呼ぶことにし，次の節では，このような継続が起りうるかどうかを検討しよう．

3. 絶対的な降水継続は起りうるか？

---

* A Statistical Method of the Durations of Precipitation and Non-precipitation.

** Hidekazu Kikuchihara. 気象庁統計課

—1962年6月10日受理—

前節でのべたような絶対的な降水継続が，ごく短かい時間，偶発的に起ることは当然考えられる．しかし降水継続としてわれわれの考察の対象としうるためには，少なくとも秒の単位ではかられる程度の時間は継続することが必要であろう．そのためには，次々に雨量計受水口断面に到着する雨滴の平均の時間々隔が，ひと粒の雨滴の捕捉に要する時間よりも短かくなる程度に，落下する雨滴の空間密度が大きくなければならない．以下この点について簡単な試算を行なって検討してみよう．

落下する雨滴の粒径分布として，Marshall-Palmerの分布[1]を仮定する．すなわち1 cm³中のδcmと$\delta+d\delta$cmの間の直径の雨滴の箇数を$N_\delta\cdot d\delta$とすれば

$$N_\delta\,(\mathrm{cm}^{-4})=0.08\,e^{-x\delta},\quad x=41\,R^{-0.21} \qquad\cdots(1)$$

ここでRは降水強度 (mm/hr) である．これから1 cm₃中の雨滴の総数は，

$$n_0=\int_0^\infty N_\delta\cdot d\delta=\frac{0.08}{x}\qquad\cdots(2)$$

そのうち直径がδより大きい雨滴の箇数とその割合は

$$n_\delta=\int_0^\infty N_\delta\cdot d\delta=\frac{0.08}{x}\,e^{-x\delta}\qquad\cdots(3)$$

$$n_\delta/n_0=e^{-x\delta}\qquad\cdots(4)$$

となる．次に1 cm³中の雨滴の総水量は

$$W_0=\int_0^\infty\frac{4}{3}\pi\left(\frac{\delta}{2}\right)^3\cdot N_\delta\cdot d\delta=\frac{4\pi}{300}\int_0^\infty\delta^3e^{-x\delta}\,d\delta=\frac{6}{x^4}k,\quad k=\frac{4}{300}\pi\qquad\cdots(5)$$

そのうち直径がδより大きい雨滴による水量とその割合は次のようになる．

$$W_\delta=\int_\delta^\infty\frac{3}{4}\pi\left(\frac{\delta}{2}\right)^3\cdot N\delta\cdot d\delta=\frac{k}{x^4}e^{-x\delta}\,\{(x\delta)^3+3(x\delta)^2+6(x\delta)+6\}\qquad\cdots(6)$$

$$W_\delta/W_0=\frac{1}{6}e^{-x\delta}\,\{(x\delta)^3+3(x\delta)^2+6(x\delta)+6\}\qquad\cdots(7)$$

(4)式と(7)式から，$x\delta$のいろいろな値について，n_δ/n_0およびW_δ/W_0を計算したのが第1表である．また第2表は，(1)式と(2)式から，降水強度Rをいろいろにとって対応するx，n_0を求め，さらに，いろいろな$x\delta$について，δの値を求めた結果を示す．

第1表でみると，個数の割合からすれば，$x\delta$は0.01から5くらいの間に分布するが，小粒の雨滴はほとんど降水量に影響せず，実際に降水量に寄与する割合でみると，$x\delta=0.5$から10くらいまでの範囲にあると考えてよい．したがって第2表の計算から，降水量に寄与するような雨滴の粒径は 0.1mm から 6.5mm くらいの範囲にあると考えることができる．

第1表

$x\delta$	0.01	0.1	0.3	0.5	1	2	4	6	8	10
n_δ/n_0 (%)	99.0	90.5	74.1	60.7	36.8	13.5	1.8	0.25	0.034	0.0045
W_δ/W_0 (%)	100.0	100.0	100.0	99.9	98.1	85.5	43.5	15.0	4.2	1.0

第2表

R (mm/hr)	x	n_0 (cm⁻³)	δ (cm)				
			$x\delta=0.1$	0.5	1	4	10
0.1	66.5	0.0012	0.0015	0.0075	0.015	0.060	0.15
1	41.0	0.0020	0.0024	0.012	0.024	0.098	0.24
5	28.8	0.0028	0.0035	0.017	0.035	0.14	0.35
10	25.3	0.0032	0.0040	0.020	0.040	0.16	0.40
20	21.9	0.0037	0.0046	0.023	0.046	0.18	0.46
50	18.0	0.0049	0.0056	0.028	0.056	0.22	0.56
100	15.6	0.0051	0.0064	0.032	0.064	0.26	0.64
500	11.3	0.0071	0.0088	0.044	0.088	0.35	0.88

以上は Marshall-Palmer の分布を仮定しての結論であるが，この分布は $x\delta$ が小さいところでは，地上の実測より過大の値を示すことが知られているから，箇数の割合でみても小粒のものは第1表よりかなり少なくなると考えられ，この点からも 0.1mm 以下の雨滴は無視してもさしつかえない．また筆者等が早回し自記雨量計の記録[2]による瞬間強度と10分間の強度を比較した結果では，前者は後者の2～3倍の程度であって，第2表のR=500mm/hrという値は，10分間降水量では25～40mmくらいに当り，1地点で十数年に1回現われる程度の強度に当る．したがってごく弱い雨でも非常に強い雨でも，上記の粒径の範囲を考えれば十分である．

次にひと粒の雨滴の捕捉に要する時間は，雨滴の直径を δ(cm) とすれば，第1図のように，雨滴が距離 δ だけ落下する時間であるから，落下速度を v (cm/sec)とすれば

$$t_d=\frac{\delta}{v}\ (\mathrm{sec}) \quad \cdots\cdots(8)$$

となる．上記の粒径の範囲について，Renard と Schmidt の落下速度の実測値[3]を用いて t_d を計算した結果は第3表のとおりで，ひと粒の雨滴の捕捉に要する時間は，だいたい 1/1000～1/5000 sec である．

第3表

δ(cm)	v (m/sec)	t_d (sec)	備　考
0.64	7.8	0.00082	実測 Renard
0.35	7.4	0.00047	実測 Schmidt
0.20	5.8	0.00035	〃
0.10	4.0	0.00025	〃
0.05	2.3	0.00022	〃

次に，毎秒雨量計に降り込む雨滴の箇数を考える．第3表から，雨滴の落下速度は粒の大きさによってちがい大体2～8 m/sec である．もしかりに，すべての雨滴が 5 m/sec の速度で落下すると仮定すれば，毎秒雨量計に降りこむ雨滴の箇数は，雨量計の半径を10cmとすると

$$N_5=\pi r^2 v\cdot n_0=3.14\times10^2\times5\times10^2\times n_0=1.57\times10^5\times n_0 \quad \cdots\cdots(9)$$

同様に落下速度を 8 m/sec と仮定すれば

$$N_8=3.14\times10^2\times8\times10^2\times n_0=2.51\times10^5\times n_0 \cdots(9')$$

降水強度Rのいろいろな値について，第2表の．n_0をこれらの式に入れて，N_5, N_8 を計算した結果は第4表のようになる．落下速度が仮定した値より小さい粒が多ければこの箇数は減る．したがって N_8 は，じゅぶん大きく見積った場合の箇数をあつめる．

第4表

R (mm/hr)	N_5 (sec^{-1})	N_8 (sec^{-1})
0.1	190	300
1	310	500
5	440	700
10	500	800
20	580	930
50	770	1230
100	800	1280
500	1110	1780

この表の値でみると，毎秒雨量計に降り込む雨滴の箇数は，ふつう毎秒数百粒くらいで，余程強い雨の場合でも，千粒程度である．したがって，雨滴が雨量計に次々に到着する時間々隔の平均は，数百分の一秒乃至千分の一秒くらいである．これは，前記のひと粒の雨滴の捕捉に要する時間の数倍くらい大きい．

以上の結果からみて，絶対的な降水継続は，ほとんど起り得ないことがわかる．

4.　一定時間の降水量系列による継続の意味

前節の結論は，雨量計の直径を 20cm とした場合であって，たとえば直径が2mの雨量計を考えれば，雨滴の降りこむ時間々隔の方が，雨滴の捕捉時間よりも，逆にひと桁小さくなるから，前記の意味の絶対的な降水継続も十分起りうる．常識的にみて，少なくともこの程度の広い面積について継続を考えた方がよいと考えられ，将来かりにこのような大口径で感度のよい自記雨量計が使われるようにでもなれば，絶対的な降水継続の長さを対象とする統計調査がとりあげられることもあろう．しかし，現実の観測値にもとづいて考える限り，雨はだいたいひと粒づつ時間を置いて降るものである．したがって，降水継続は，一定の限界値以下の短かい無降水継続を無視して，雨が降り続いたものと見做することによってのみ考えられる．

ところで，1時間降水量とか10分間降水量など，一定時間の降水量の系列から降水継続の長さをきめる方法では，次節でのべるように，降水量系列の時間の単位Tより短かい無降水継続は検出されず，$2T$より長い無降水継続は資料に無降水としてあらわれるから，限界値にT～$2T$という巾がある点を除けば，短時間の無降水を無視して降水継続を考えるという上記の操作が自動的に行なわれる．この点からみて，一定時間の降水量系列を用

いて統計する方法は，単なる便宜的な手段にとどまらず，降水継続の本質にもよく合った方法であると云えよう．

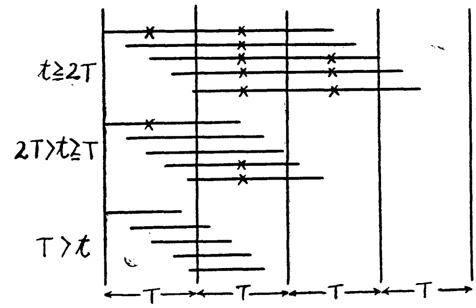
降水量系列の時間の単位は，無視する無降水継続の長さの限界を規定するほか，後にのべるように，降水・無降水の継続の長さの誤差の大きさもこれと同程度になる．どのような降水量系列を用いて調査するかは，これらの点を考慮してきめるべきである．たとえば，その調査の目的あるいは統計資料の利用目的からみて，1～2時間程度の継続は無視してさしつかえないのであれば，毎時の降水量をもとに調査すればよいが，数十分の降り止みを問題にするときにはもっと短かい時間の降水量の系列を使う必要がある．

雨の原因となったじょう乱の移動速度を60km/hrとすると，直径20cmの雨量計は，毎分巾20cm，長さ1kmの領域の雨を受けることになる．したがって，観測点を次々に通過する雨域の間隔を d km，降水量系列の時間の単位を T 分とすれば，$d<T$ のときは二つの雨域はひとつの雨域とみなされ，$d\geqq 2T$ のときは別の雨域として扱われることになる．雨域の大きさや分布を対象として降水・無降水の継続を調べる場合は，こうした点を参考にして適当な時間単位の降水量系列を使えばよいであろう．

5. 検出される無降水継続の限界

実用上十分小さな一定の時間（たとえば1秒）を基準として，これより短かい無降水継続は無視して降水が継続したと見做した場合の降水・無降水の継続は，実用的な意味で，〝正確な継続〟と考えることができる．これに対して，10分間，1時間等もっと長い時間の降水量の系列から，各単位時間内に多少でも降水があればその単位時間を通じて降水が続いたものと見做してきめた降水・無降水の継続は，上の正確な継続を基準に考えたとき，系列の時間単位 T によってきまる．継続の長さの誤差を含んでおり，またある限度以下の短かい無降水継続は検出されず，降水が続いたものとして扱かわれることになる．継続時間の誤差については次節以下で検討することにし，ここでは検出される無降水継続の限界について考察しよう．

第2図は横軸に時間をとり，ひとつの無降水継続を線分であらわしたもので，縦線は降水量系列の各単位時間の境目をあらわしている．継続時間が同じであっても，単位時間の境目に対する位置がちがえば様子がちがってくる．T 時間降水量の系列でこの無降水が検出されるた



第2図　短かい無降水継続の検出

めには，単位時間の始めから終りまでがこの無降水継続に完全に含まれるような区間（図では×印で示した）が少なくとも一つはあることが必要十分な条件である．この図から次の結果が得られる．

正確な無降水継続の長さを t，系列の時間単位を T とするとき，

$t\geqq 2T$ ならば無降水は必ず検出される

$2T>t\geqq T$ のときは無降水は検出される場合と，検出されない場合がある

$T>t$ ならば無降水は検出されない．

$2T>t\geqq T$ のときは t が $2T$ に近いほど，すなわち長い継続ほど検出される確率は大きくなる．降水継続の場合は，どんなに短かいものでも必ず検出されるのはもちろんである．

6. 継続時間の誤差

(1) 降水継続の場合

降水量系列によるときは，一つの単位時間内に多少でも降水があれば，見掛け上その単位時間は降水か続いたと見做されるから，たとえば，正確な降水継続時間が5分でも，1時間降水量の系例による降水継続時間は少なくとも1時間になる．このような継続時間の誤差について一般的に検討する．以下，時間に関する量はすべて降水量系列の単位時間を単位としてあらわす．たとえば2時間30分は，1時間降水量によるときは2.5で，10分間降水量によるときは15である．また，単位時間の大小にかかわらず，降水量系列の各単位時間の境目の時刻を，便宜上〝正時〟と呼ぶことにする．

正確な降水継続時間を L とし，系列からみた降水継続時間を M とする（M は正整数）．L をこえない最大の正整数を N とかけば

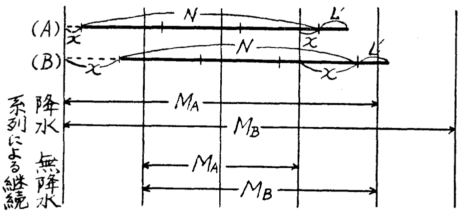
$$L=N+L',\quad 0\leqq L'<1 \qquad \cdots\cdots(10)$$

とおくことができる．継続の起点の，その直前の正時か

らはかった時間を x とすれば $(0\leqq x<1)$，降水が終った時刻の，同じ正時からはかった時間は

$$y=x+L=N+(x+L') \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (11)$$

となる．第3図(A)，(B)は，第2図と同様に正確な降水継続を線分であらわし，上記の関係を示したものである．



第3図　正確な継続と系列による継続の関係

る．系列による継続時間は y より小さくない最小の正整数であるから，一定の長さ L の継続について考えたとき，x の大きさ，即ち継続の起点の正時に対する関係によって，系列による継続時間 M には図の(A)，(B)の2通りの場合が生ずる．これを添字A，Bで区別すれば，第3図または(11)式から次の関係がえられる．

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(A)}\ x+L'\leqq 1\ \text{即ち}\ x\leqq 1-L'\ \text{のとき}\ M_A=N+1\\ \text{(B)}\ x+L'>1\ \text{即ち}\ x>1-L'\ \text{のとき}\ M_B=N+2\end{array}\right\}\cdots (12)$$

たとえば2時間35分の降水継続は，1時間降水量の系列からみれば3時間または4時間の降水継続となり，10分間降水量の系列からみれば2時間40分または2時間50分の降水継続になる．

2通りの場合の継続時間の誤差を $\varDelta_A$，$\varDelta_B$ とすれば

$$\left.\begin{array}{l}\varDelta_A=M_A-L=(N+1)-(N+L')=1-L'\\ \varDelta_B=M_B-L=(N+2)-(N+L')=2-L'\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots (13)$$

次に(A)，(B)それぞれの場合の起る確率 P_A，P_B を考える．継続の起点の位置は正時と無関係であるから，x は0と1の間で一様分布をするから

$$\left.\begin{array}{l}P_A=Prob(x\leqq 1-L')=1-L'\\ P_B=Prob(x>1-L')=L'\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots (14)$$

したがって系列による継続時間の誤差の平均値は(13)と(14)から

$$\varDelta=P_A\cdot\varDelta_A+P_B\cdot\varDelta_B=(1-L')^2+(2-L')L'=1 \cdots (15)$$

となる．すなわち，

系列による降水継続時間は，継続の長さに拘らず，平均して系列の単位時間だけ過大に見積られる．

(2)　無降水継続の場合

前と同じ記号を使うことにする．ただし $\varDelta=L-M$ とする．第3図(A)，(B)の図の線分を正確な無降水継続の期間をあらわすものとすれば，この時間に完全に含まれる正時から正時までの範囲が，系列による無降水継続の期間になるから，その長さ M_A，M_B は第3図の下側に図示した期間になり，降水継続の場合よりも2区間だけ短かくなる．すなわち

$$\left.\begin{array}{ll}\text{(A)}\ x\leqq 1-L'\ \text{のとき}\ M_A=N-1\\ \text{(B)}\ x>1-L'\ \text{のとき}\ M_B=N\end{array}\right\}\cdots\cdots\cdots\cdots (12')$$

$$\varDelta_A=L-M_A=1+L',\ \varDelta_B=L-M_B=L' \quad \cdots\cdots (13')$$

となる．(10)，(11)，(14)式は前と同じである．したがって系列による無降水継続時間の誤差の平均値は

$$\varDelta=P_A\cdot\varDelta_A+P_B\cdot\varDelta_B=(1-L')(1+L')+L'^2=1 \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (15')$$

ただしこれは $L\geqq 1$ のときであって，$L<1$ のときは系列による継続時間は $M_A=M_B=0$ であるから(12′)は成立たない．このときには継続時間の誤差はつねに L に等しいことは明らかである．(15′)から次のことが云える．

系列による無降水継続時間は，継続の長さが系列の単位時間より大きいときは，その長さに拘らず，平均して単位時間だけ過小に見積られる

この節の結果から，たとえば1時間降水量の系列をつかえば，降水継続時間はその長さにかかわらず平均して1時間過大に見積られ，無降水継続時間はその長さが1時間以上であれば，平均して1時間過小に見積られることがわかる．10分間降水量を使えばこの誤差はそれぞれ＋10分，－10分となり，日降水量を使えば＋24時間，－24時間になるわけである．

7.　頻度統計における誤差の修正

降水量系列を用いて調べた降水継続・無降水継続の長さについて頻度統計を行なう際には，前節でのべた誤差について修正を行なうのが望ましい．そのためにまず，上記の誤差が頻度統計にどのような影響を及ぼしているかをのべる

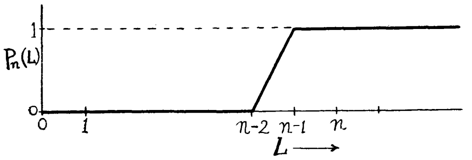
(1)　降水継続の場合

正確な長さ L の降水継続について考える．系列による見掛けの長さが n（正整数）以上になる確率を $P_n(L)$ とすると，第3図から次式が得られる．

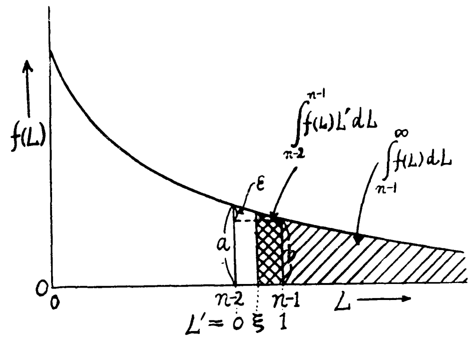
$$P_n(L)=Prob(x+L>n-1)=Prob(L>n-1-x) \quad \cdots\cdots\cdots\cdots (16)$$

x は0と1の間で一様分布をするから，$n-1\geqq n-1-x>n-2$ であって，これからさらに次の式が得られる．

$$\left.\begin{array}{l}L>n-1\ \text{のとき}\ P_n(L)=1\\ L\leqq n-2\ \text{のとき}\ P_n(L)=0\\ n-2<L\leqq n-1\ \text{のとき}\ L=n-2+L',(0\leqq L'<1)\\ \text{とおけば}\quad P_n(L)=Prob(n-2+L'>n-1-x)\\ \qquad\qquad =Prob(x>1-L')=L'\end{array}\right\}(17)$$



第4図　系列による降水継続時間が
n 以上になる確率



第5図　$f(L)$ のグラフとその下の面積
(降水継続の場合)

nをあたえたときの$P_n(L)$のグラフは第4図のようになる．たとえば毎時降水量で$n=10$の場合を考えれば

$L>9$時間 ならば必ず Mは10時間以上
$L\leqq 8$時間 ならば Mが10時間以上になることはない
$L=8.2$時間 ならば Mが10時間(以上)になる確率は0.2すなわち20%である．

ただしMは前と同様系列からみた継続時間を意味する．

正確な継続時間Lの分布の密度函数を$f(L)$とかく．$f(L)$のグラフ(分布曲線)は大体第5図のような型をしている．すべての長さの降水継続について考えたとき，系例による継続時間がn以上になる確率は，(17)を使って，

$$Prob(M\geqq n)=\int_0^{\infty}f(L)P_n(L)dL=\int_{n-2}^{n-1}f(L)\cdot L'dL+\int_{n-1}^{\infty}f(L)dL \cdots\cdots (18)$$

右辺の第2項は第5図の斜線の部分の面積に等しい．第1項は，L'が1より小さいから，

$$\int_{n-2}^{n-1}f(L)dL>\int_{n-2}^{n-1}f(L)L'dL>0 \cdots\cdots (19)$$

したがって$0<\xi<1$なる適当なξをえらんで，第1項の積分が第5図の網目で示した面積に等しいようにξをきめることができる．

$$\int_{n-2+\xi}^{n-1}f(L)dL=\int_{n-2}^{n-1}f(L)L'dL \quad (0<\xi<1) \cdots\cdots (20)$$

nがあまり小さくない場合には分布曲線は区間〔$n-2$, $n-1$〕で直線と見做すことができるから

$$\left.\begin{array}{l} f(n-2)=a,\ f(n-1)=b,\ a-b=\varepsilon(\varepsilon>0) \\ \text{とおけば}\ f(L)=f(n-2+L')=a-\varepsilon L' \end{array}\right\}\cdots (21)$$

この式を(20)の両辺に代入すれば

$$\left.\begin{array}{l} \int_{n-2+\xi}^{n-1}f(L)dL=\int_{\xi}^{1}f(L)dL'=\int_{\xi}^{1}(a-\varepsilon L')dL' \\ \qquad =a(1-\xi)-\dfrac{\varepsilon}{2}(1-\xi^2) \\ \int_{n-2}^{n-1}f(L)L'dL=\int_0^1 f(L)L'dL' \\ =\int_0^1(a-\varepsilon L')L'dL'=\dfrac{a}{2}-\dfrac{\varepsilon}{3} \end{array}\right\}(22)$$

したがって(20)から，次の2次方程式が得られる

$$\varepsilon\xi^2-2a\xi+\left(a-\frac{\varepsilon}{3}\right)=0 \cdots\cdots (23)$$

$0<\xi<1$なる条件のもとでこの式をとけば

$$\xi=\frac{a}{\varepsilon}\left(1-\sqrt{1-\frac{\varepsilon}{a}+\frac{\varepsilon^2}{3a^2}}\right) \cdots\cdots (24)$$

εはaよりずっと小さいから，ε/aの2次の項り省略すれば

$$\xi\fallingdotseq\frac{1}{2} \cdots\cdots (25)$$

となる．すなわち，(18)，(20)，(25)によって

$$Prob=(M\geqq n)=\int_{n-2+\xi}^{\infty}f(L)dL\fallingdotseq\int_{n-1.5}^{\infty}f(L)dL$$
$$=Prob(L\geqq n-1.5) \cdots\cdots (26)$$

すなわち，系列からみた長さ n 以上の降水継続の頻度は，正確な長さが $n-1.5$ 以上の降水継続の頻度に等しい．(26)から

$$Prob(M=n)=Prob(M\geqq n)-Prob(M\geqq n+1)$$
$$\fallingdotseq\int_{n-1.5}^{\infty}f(L)dL-\int_{n-0.5}^{\infty}f(L)dL$$
$$\therefore Prob(M=n)\fallingdotseq\int_{n-1.5}^{n-0.5}f(L)dL$$
$$=Prob(n-1.5\leqq L<n-0.5) \cdots\cdots (27)$$

系列からみた長さnの降水継続の頻度は，正確な長さが$n-1.5$から$n-0.5$の範囲の頻度に等しい．

(2)　無降水継続の場合

降水継続のときと同じ記号，文字を使うことにする．正確な長さLの無降水継続が，系列からみてその長さがn以上になる確率は，第3図から

$$P_n(L)=Prob(x+L>n+1)$$
$$=Prob(L>n+1-x) \quad \cdots\cdots(16')$$

$$\left.\begin{array}{l} L>n+1 \text{ のとき } P_n(L)=1 \\ L\leqq n \quad \text{ のとき } P_n(L)=0 \\ n<L\leqq n+1 \text{ のとき } L=n+L' \text{ とおけば} \\ P_n(L)=Prob(n+L'>n+1-x) \\ \quad =Prob(x>1-L')=L' \end{array}\right\}\cdots(17')$$

となり，そのグラフは，降水継続の場合の第4図を2だけ右に寄せた形になる．したがって，前と全く同様にして，正確な長さの頻度と系列からみた長さの頻度の関係をあらわす次の二つの式が誘導される．

$$Prob(M\geqq n)=\int_{n+\xi}^{\infty}f(L)dL\doteqdot\int_{n+0.5}^{\infty}f(L)dL$$
$$=Prob(L\geqq n+0.5) \quad \cdots\cdots(26')$$

$$Prob(M=n)\doteqdot\int_{n+0.5}^{n+1.5}f(L)dL$$
$$=Prob(n+0.5\leqq L<n+1.5) \quad \cdots(27')$$

系列からみた長さn以上の無降水継続の頻度は，正確な長さが $n+0.5$ 以上の無降水継続の頻度に等しい．

系列からみた長さnの無降水継続の頻度は，正確な長さが$n+0.5$から$n+1.5$の範囲の頻度に等しい．

以上アンダーラインで示した結論はnがあまり小さくないとした場合であるが，$n\geqq 5$ くらいまではよく合う．nが小さいときはξは0.5より多少小さくなる筈である．

(3) 誤差の修正その他について

降水量系列から調べた降水・無降水の継続時間の階級別度数または累積度数から，正確な継続時間の階級別度数または累積度数を求めるには，(26) または (26′) を利用して正確な長さの累積度数曲線を描けばよい．すなわち，横軸に継続時間，縦軸に頻度をとって，統計で求めた長さn以上の頻度を，降水継続ならば $n-1.5$ のところに，無降水継続ならば $n+0.5$ のところにプロットして曲線で結べば正確な長さについての累積度数曲線が得られる．正確な長さが任意の値L以上の頻度は，横軸にLをとってこの曲線の縦軸の値を読取ればよく，正確な長さの階級別頻度は，各階級の両端について曲線から読取った値の差として求められる．

異なった降水量系列による統計結果を比較するには，上記の誤差を考慮する必要がある．たとえば，1時間降水量で10時間以上の降水継続の頻度は，正確な長さでは8.5時間以上の頻度に相当するが，10分間降水量で10時間以上は，正確な長さで9時間45分以上であるから，両者は対応しない．むしろ10分間降水量では8時間40分以上か，8時間50分以上がほゞ対応する．また同じ無降水継続でも，10分間降水量で調べたときの長さは平均10分短かくなるだけであるが，1時間降水量を使うと平均1時間短かくなるから，後者の方が50分くらい短かくでる．

気候統計上，ひと雨をきめるのに，降水量系列を使って，ある臨界値以上に長い無降水継続があれば，その前後の降雨群を別の雨と見做す方法が従来から使われている．この場合にも，第6節以下でのべた誤差に注意が必要である．たとえば1時間降水量で，5時間以上の無降水継続があればその前後を別の雨とすれば，正確な長さでは5時間30分を基準としてひと雨をわけたことになる．10分間降水量では5時間20分か5時間30分を基準としてわければ，両者のひと雨は大部分同じものになる．しかしその長さは1時間降水量を用いた方がつねに長くはかられる．また，ひと雨をきめる無降水の長さの限界値にくらべて，十分小さな時間単位の降水量系列を使う必要がある．もしそうでなく，たとえば1時間降水量を使って，1時間以上の無降水があればその前後を別の雨としたとすると，正確な降水間隔が1時間強でもその前後が別の雨になることもあり，正確な降水間隔が2時間弱でも系列からは検出されず，その前後が同じ雨として扱われることもあって，分類が非常に不正確なものになる．

8. 結　語

ここでは降水・無降水の継続統計に関する基礎的な二，三の問題について理論的に検討した．降水量系列を用いた場合の誤差について第6節以下で導いた結論は，実際の資料にあてはめてもよく合う．その二，三の検証は参考文献[4]にのべてあるので参照されたい．

参考文献

1) Marshall, J.S. and Palmer, W. Mck., 1948: The Distribution of Raindrops with Size. Journ. Met., Vol. 5, No. 4, 165～166.
2) 気象庁・電気通信研究所，1960年8月：早廻し自記雨量計による降雨強度観測結果．
3) 岡田武松，1951：雨滴の速度，「雨」（岩波書店），46，51.
4) 気象庁統計課，1960：「ひと雨」のとり方について，測候時報，Vol. 27, No. 4, 116～124.