

## 中国における雲物理学の現状\*

—顧震潮博士の講演—

丸 山 晴 久\*\* 浅 井 富 雄\*\*\*

1963年12月7日、東京産経会館で、中国科学院地球物理学研究所気象研究員顧震潮博士の講演会が日本気象学会の主催で開かれた。上記題目について約2時間に亘り最近数年間の雲物理学分野の研究結果の概要が報告された。その内容は3つの部分に大別され、対流の力学を含む広範な雲物理学分野の極めて総合的組織的な研究方法に特徴があり、顧博士を中心とした研究グループが組織されて未だ日も浅いがその成果には目ざましいものがある。

講演内容その原稿にもとづいて、第1部・積雲の力学を浅井富雄、第2部・微物理及び第3部・降水過程の統計理論を丸山晴久が夫々分担してまとめた。尚全般を通して通訳にあたった東京航究地方気象台久保田靖之が協力した。

我々の研究所における雲物理学分野の研究は1960年に始まったばかりで、従って綜観気象学や気象力学の分野に比してその成果もはるかに少ない。

我々は雲の物理を微物理 (microphysics) や雲の微細構造の問題だけとみることなく雲の力学をも含めて考えている。そこで話を積雲力学の問題から始めることにする。

## 1. 積雲力学

## 1. 対流運動方程式系

一般的にいて積雲は一種の対流現象であり、それは重力場でおこる自由対流と密接に関係している。したがって積雲の発生、発達、構造等を研究するにはまず自由対流の力学方程式系をつくらねばならない。

対流は圧縮性流体に対する運動方程式系により記述できるが、このなかには対流運動に比し周波数の高い音波も含まれている。これは方程式の解を数値的に求める時に周知の通り厄介な問題をおこす。そこで上述の基礎運

動方程式から音波を除去することが望ましい。

巢紀平〔1〕によれば、音波を除く一つの方法として準非圧縮性近似を用いることである。即ち浮力項の密度偏差を温度偏差で置き換え、非圧縮性流体に対する連続方程式

$$\frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} = 0 \quad (1.1)$$

を用いる。これは1kmのスケールの積雲に対してはよい近似であることが証明される。もっと大きいスケール、即ち  $L_0 = c^2/g \sim 8 \text{ km}$  ( $c^2 = \kappa RT$ ) 程度の積雲に対しては、気圧、密度及び速度の間に一種の平衡条件を導入して音波を除去する方がよい。その平衡方程式の一般形は次のように表わせる。

$$\nabla^2 p' - \delta \mathbf{k} \cdot \nabla p' = -g(\mathbf{k} \cdot \nabla \rho' - \delta \rho') + \bar{\rho} \Omega^2 - \bar{\rho}(\nabla \cdot \mathbf{v})^2 \quad (1.2)$$

ここで  $\delta = \frac{1}{\rho} \frac{d\rho}{dz}$ ,  $\Omega = \nabla \times \mathbf{v}$ ,  $\mathbf{k}$  は鉛直単位ベクトル、

他の記号は普通用いられる通りのものである。巢紀平は線型モデルで、音波が実際に除去されることを示した。

## 2. 対流発生の局地条件

積雲はどのような局地的気象条件の下で発達するかは興味ある問題である。陳瑞栄〔2〕はパーセル法に雨滴の蒸発やドラッグの効果を考慮に入れて、積雲発達のより一般的な条件を導出した。即ち

\* Recent Works of Cloud Physics in the People's Republic of China.

\*\* H. Maruyama, 気象研究所応用気象研究部

\*\*\* T. Asai, 気象研究所予報研究部

—1963年12月7日受理—

$$\gamma > \gamma_b + \gamma^* \quad (1.3)$$

ここで  $\gamma = \partial \bar{T} / \partial z$ ,  $\gamma_b$ : 湿潤断熱減率,

$$\gamma^* = \frac{T_0}{g} \left[ \left( \frac{\sqrt{(a_0 + 2w_0k)^2 + 4w_0K - a^2}}{2w_0} \right)^2 - \Gamma_q g \right] \quad (1.4)$$

$w_0$  と  $a_0$  は夫々空気塊の初期の速度と加速度,  $k$  は摩擦係数,  $K = kgq_s(1-f) \left( \frac{L}{c_p T_0} - 1 \right)$  は乾燥空気のエントレメントによる蒸発の効果を示し,  $\Gamma_q g$  は雨滴のドラッグの作用を表わしている。(1.4) からわかるようにこれら2つの作用を考慮に入れると, 積雲が発達するためには更に大きい不安定成層が要求される。通常の状態では  $\gamma^*$  は  $1 \sim 2^\circ\text{C}/\text{km}$  であるから, 雨滴の蒸発やドラッグの効果は考えに入れねばならない。

3. 対流発展過程

積雲力学の中心問題の一つは, 積雲はどのように発達し, 発達の夫々の段階はどのような特徴をもっているのかということである。しかしながら積雲力学の方程式は非線型であるから, この問題を解くことはかなり困難である。最初, Dorodnitsen [3, 4, 5] による非線型放物型方程式の解法を用いて, 地面加熱の影響下での熱対流

の発達の問題を解いた。そこで, 指摘されたことは, 積雲の発達を規制する2つの無次元量のあることである。

即ち

$$G = \frac{g}{\bar{T}} \frac{\Delta \nu_0 L_0^3}{k^2}, \quad F_i = \frac{\gamma_a - \gamma}{\Delta \nu_0} L_0 \quad (1.5)$$

$\Delta \nu_0$ ,  $L_0$  は夫々熱源の強度とスケール,  $k$  は渦交換係数である。  $G$  は Grashoff 数,  $F_i$  は成層の影響を示している。

その後, この種の仕事は電子計算機を用いた数値積分法により受けつがれ発展しつつある [6, 7]。軸対称の対流の例を次に示すことにする。

(i) 初期条件

$$u = v = w = 0$$

$$\nu' = \nu'_0(r, z), \quad (\nu'_0'_{max} = 0.5^\circ\text{C})$$

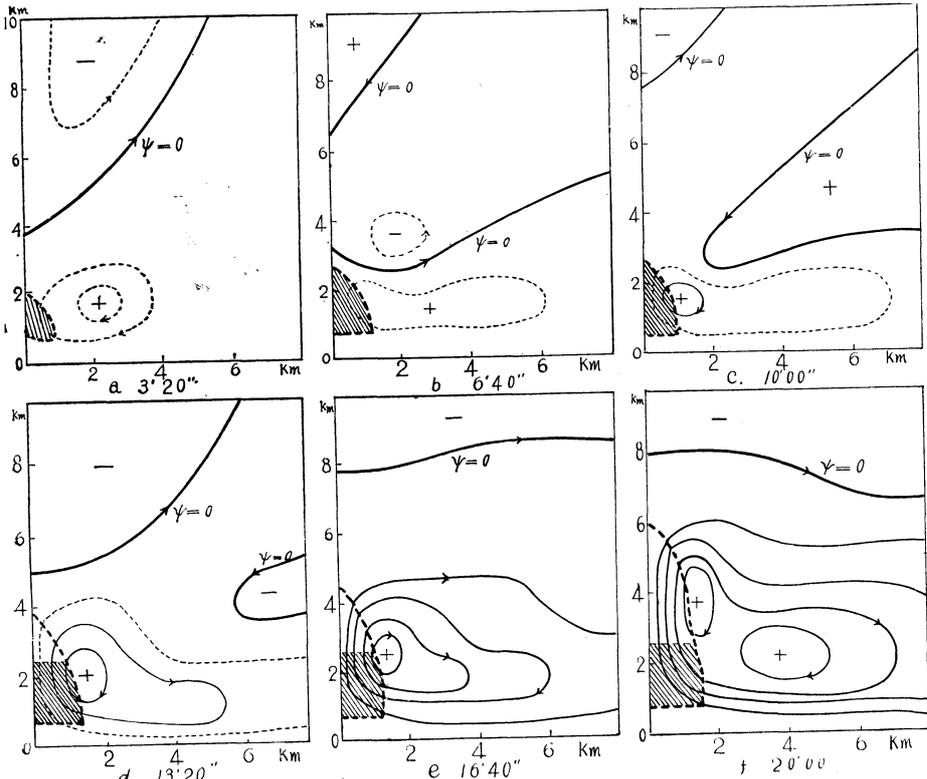
$$q \text{ (比湿)} = \begin{cases} 0.95 q_{max}, & z \leq 1.5 \text{ km} \\ 0.70 q_{max}, & z > 1.5 \text{ km} \end{cases}$$

$$\gamma = 0.6 - 0.03 \bar{z} \text{ (}^\circ\text{C}/100\text{m)}$$

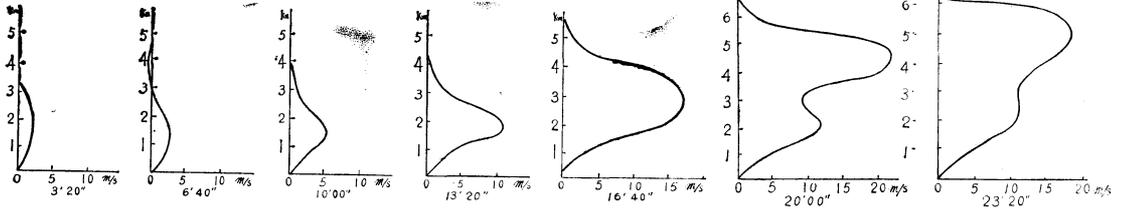
$$T_0 \text{ (地面温度)} = 20^\circ\text{C}$$

境界条件

$$\text{地面及び対称軸上で } \psi = 0$$



第 1.1 図



第 1・2 図

数値積分に際してはスタッガー型式の差分方式を用い、 $\Delta t=8 \text{ sec}$ 、 $\Delta x=500\text{m}$  とした。このようにして得られた結果は第 1・1 図 a-f に示される。

図中、太い破線は雲界、陰のある部分は成層不安定域である。その他の線は流線である。図からわかる通り、運動開始後 3 分位で雲ができ、その後数分間、雲の上方への発達はやや遅く 2~3km の高度にとどまる。しかし 10 分後には発達が著しくなり 20 分位で雲は 5km の厚さになる。外観は一種の雄大積雲である。面白いことは、雲頂は上へ上へと伸びているが、湿潤不安定域は下層 3 km にとどまり殆んど変化しないことである。つまり雲頂は必ずしも不安定層の上界ではなく、それを越えて安定層中に伸びている。

運動場は細胞状で、中心部で強い上昇流、外側で弱い下降流となる。雲の上では逆循環があり、その強度は絶えず変化し重力振動に似ている。湿潤不安定域の運動は 10~15 分後には準定常になるが、この層上の運動は依然変化している。特に 20 分後、4km 高度の軸附近に閉じた循環が形成される。以上のことから、多分雲の中、下部に定常気柱が形成され、雲の上部で絶えずバブルが発達しているものと思われる。

第 1・2 図 a-g は軸上の垂直速度の高度分布を示している。雲の中層で垂直速度は最大となり観測事実と一致している。20 分後に最大垂直速度は 20m/sec に達する。

(ii) 同様な結果は Dorodnitsen の方法でも得られている [8]。この場合、 $G=426$ 、 $F_i=0.5$ 、地面における加熱函数  $f(r,t)=t^{1/2}e^{-r^2}$ 、 $k=500\text{m}^2/\text{sec}$ 、 $\gamma-\gamma_a=-0.1^\circ\text{C}/\text{km}$ 、 $\Delta v_0=0.4^\circ\text{C}$ 、 $L_0=2 \times 10^3\text{m}$ 、 $T_0=30^\circ\text{C}$ 、相対湿度 85% を採用した。その結果は第 1・3 図 a-e に示される。

これらの図で次の重要な事柄が示されている。雲が発達し、ある段階に達すると、雲頂は横に拡がり、かなとこ状となる。即ちかなとこ状は雲頂部における強い発散

の結果として力学的に生ずる。したがって、かなとこ状の雲は必ずしも氷ではなく暖雲でもありうるということである。

#### 4. 垂直シャワーの影響

上述の積雲の発達静止大気中での状況であり、これは同一気団内の局地的対流による積雲の場合に対応する。しかし多くの場合、特に強烈に発達した積雲、例えば雷雲等の発達は多かれ少なかれ天気系の活動と関連している。そこでは通常高さと共に増大する卓越風が存在する。したがって卓越風下における積雲の発達を研究することは重要である [9]。前の例 (ii) と同じ計算方法を用い、 $x-z$  平面で

$$G=400, F_i=-0.3, R_i=\frac{g}{T_0} \frac{\gamma-\gamma_b}{\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)^2}=30$$

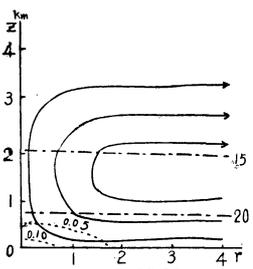
の場合について計算した。無次元時間  $t'=0.6$  (約 20 分) における運動場は第 1・4 図に与えられる。

この場合の発達は前の場合と異なっている。まず卓越風下では例えば地面熱源が対称であっても運動場は非対称になる。もし熱源の上空に雲があれば、雲の風下側で上昇流、風上側で下降流となる。更に垂直シャワーの作用下では、対流の厚さも強さも共に増大する。これらはごく初歩的結果であるが天気系の影響は今後の積雲研究の重要な方向となるだろう。

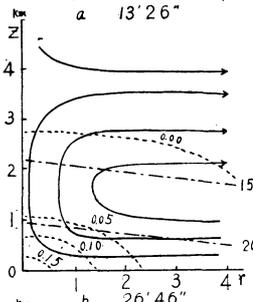
#### 5. 降水粒子の影響

陳瑞榮 [10] はパーセル法で、雲中に形成した降水の影響を研究し、この種の過程の雲の崩壊に対して重要であることを示した。そこで巢紀平等 [11] は更に研究を進め、雲を水滴と空気からなる混合媒質とみなして一次元の場合について問題の基礎方程式をつくった。

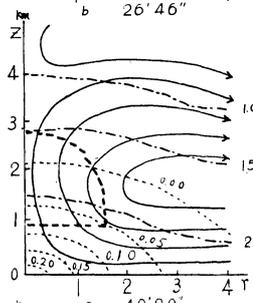
$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial \bar{w}}{\partial t} + \bar{w} \frac{\partial \bar{w}}{\partial z} &= -mg, \\ \frac{\partial m}{\partial t} + (\bar{w}-a) \frac{\partial m}{\partial z} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad (1.6)$$



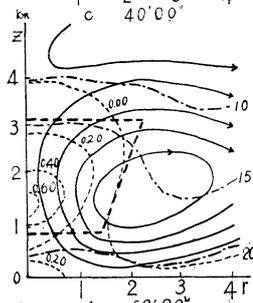
$w_{max} = 0.37$  米/秒  
 $u_{max} = 1.37$  米/秒  
 $v_{max} = 0.13^\circ\text{C}$



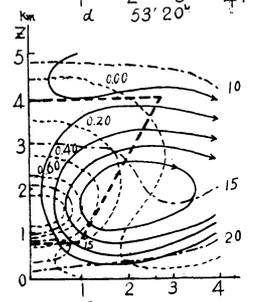
$w_{max} = 0.63$  米/秒  
 $u_{max} = 2.56$  米/秒  
 $v_{max} = 0.18^\circ\text{C}$



$w_{max} = 1.33$  米/秒  
 $u_{max} = 3.38$  米/秒  
 $v_{max} = 0.22^\circ\text{C}$   
 雲厚 = 2 軒  
 雲幅 = 1.5 軒

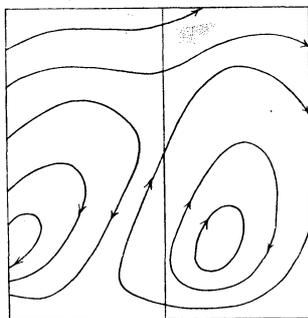


$w_{max} = 5.32$  米/秒  
 $u_{max} = 3.66$  米/秒  
 $v_{max} = 0.61^\circ\text{C}$   
 雲厚 = 2.5 軒  
 雲幅 = 2.3 軒  
 $L_{max} = 3.2$  瓦/軒瓦

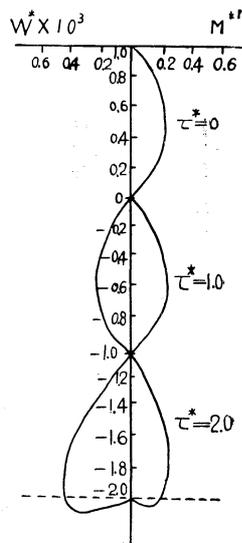


$w_{max} = 8.30$  米/秒  
 $u_{max} = 3.20$  米/秒  
 $v_{max} = 0.96^\circ\text{C}$   
 雲厚 = 3.2 軒  
 雲幅 = 2.8 軒  
 $L_{max} = 6.4$  瓦/軒瓦

第 1.3 図



第 1.4 図  
 風速垂直シヤーのある場での対流



第 1.5 図  
 各時刻における含水量と垂直速度の分布図

ここで  $\bar{w}$  は混合媒質の速度,  $a$  は雨滴の終速度,  $m$  は含水量 (g/kg) である. このモデルの特徴は水輸送方程式を導入していることである. (1, 6) 式を用いて次の例について数値計算を行なった.

$$\left. \begin{aligned} t=0, \quad m &= \frac{z}{H} \left( 1 - \frac{z}{H} \right), \\ \left. \begin{aligned} m &= 0 \\ \bar{w} &= 0 \end{aligned} \right\} z \geq H, \quad z \leq 0, \end{aligned} \right\} \quad (1, 7)$$

第 1.5 図はその結果を示している. 雨滴のドラッグの作用で下降流が生じ, しかも雲底に近い程大きくなる. 更に重要なことは, 降水塊 (含水量最大部) は下降過程でその前部に向かって絶えず集中することである. そこで降水は地面に到達した時にはしゅう雨性となって現われる.

その他, 対流雲の移動に及ぼす降水の影響についても研究されている [12]. 計算によれば, 雲中の降水分布が対称でなければ, 雲の降水の卓越する方にむかって移動する.

このようなヒントは雲の発達や移動を人工的に制御するという一つの研究方向として注意されるべきである.

2. 微物理

1. サンプルングの誤差について

まず、我々は雲（霧）粒のサンプルングについて論ずる。油をぬったガラス板に雲粒を捕捉する時に油の中で滴の併合があると滴のスペクトルや濃度に誤差が生ずる。

今、仮に平板上で二つの滴のへりが接すると併合がおこるとする。陳章昭 [13] は平板上で併合の確率の問題を考えた。平板上に  $n$  コの水滴があるとき、 $n+1$  番目の滴が加わって併合をおこす確率を  $p_n'$  とすれば、

$$p_n' = k p_n \tag{2.1}$$

$p_n$  は  $n$  コの滴の面積のみかけ上の％、 $k$  は粒度分布の形に関係している常数で

$$k = 2 + 2 \left( \frac{\bar{r}}{r^*} \right)^2 \tag{2.2}$$

ここに  $\bar{r}$  は平均半径、 $r^*$  は平方根半径の平均である。平板上に次々ととび込んでくる  $m$  コの水滴の平均併合確率は

$$\bar{p}' = 1 + \frac{p_m'}{\ln(1-p_m')} \tag{2.3}$$

滴の真の数  $m$  と見かけ上の数  $m'$  との間に

$$m = m' / (1 - \bar{p}') \tag{2.4}$$

の関係がある。これより見かけ上の滴のスペクトルは補正することができる。一方、滴の面積の見かけ上占める最大の割合を、ある語差で与えることができる。これは実際上便利であり、次表に示す。

滴の面積%	濃度の誤差
25%	33%
20%	18%
6%	10%

このサンプルングによる併合の問題は他の方法でも解析された。 $n$  コの滴の飛込みは平均併合確率  $\bar{p}'$  をもった  $n$  コの独立試行を考えると、ベルヌーイの型と同様に取扱うことができる。 $m$  滴中  $k$  滴の併合確率は

$$p_m(k) = \frac{1}{\sqrt{2\pi m \bar{p}' (1 - \bar{p}')}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left( \frac{k - m \bar{p}'}{\sqrt{m \bar{p}' (1 - \bar{p}')}} \right)^2} \tag{2.5}$$

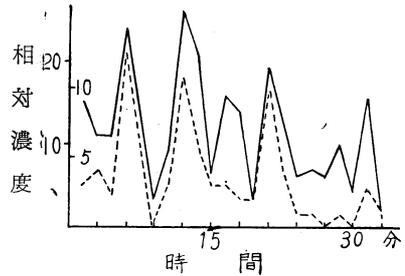
となる。これは  $\bar{p}'$  が常数のとき  $\sigma = \sqrt{m \bar{p}' (1 - \bar{p}')}$  をもつ正規分布である。 $\sigma/m$  は  $\sqrt{m}$  に反比例する。併合確率の分布は  $m$  がより大きくなれば、より集中してくる [14]。

この結果は実験的に確められた。CuSO<sub>4</sub> 溶液の霧粒をつくり、銅イオンを検出するゼラチン膜をぬった板でサ

ンプルングした。滴の見かけ上の数と面積の％を読み取り併合確率を求めた。この結果は理論値と一致していた。

2. 巨大塩核の研究

巨大塩核は降水の形成に重要な役割を果している。巨大塩核は主に海上でつくられ水平気流によってまた垂直には拡散輸送によって大陸に運ばれてくるものと一般に考えられている。しかしこれがすべてではない。顧震潮 [15] は次の観測事実を指摘した。



第2.1図 陸上塩核濃度変化 (1961年4月29日望日台)

虚線：巨核濃度，実線：捕捉総数

1. 巨大塩核の濃度は大きく変化している(第2.1図)。またこれは大気中に塩核の雲があることに一致している (Crozier)。
2. 巨大塩核の濃度は大核や小核に比し高さによる減少が大きくない。(南岳での観測, Podzinck, Byers の観測)。
3. その濃度変化は空気の軌跡に一致していない。(南岳, 太山, Byers)。
4. また濃度は海上がより多いとは限らない (Lodge & Burbin)。
5. 濃度の最高は地上から 500~1000m にあられ特に冬季の朝晩や風の弱い時にはよりはっきりとあらわれる。(南岳, Podzinck)。

これらの特徴は巨大塩核の海上起源、乱流輸送の理論で説明できない。我々の観測と計算によると巨大塩核の濃度は前線が近づいた時に突然増加することを示し、これは上昇気流が非常に効果的であることをしめしている。一次元の問題として濃度変化の速度の式は、

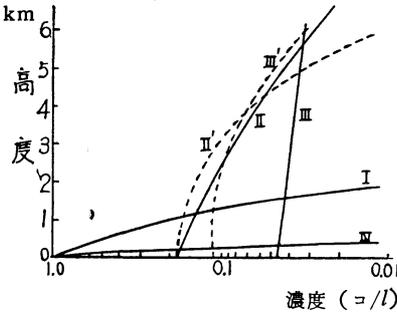
$$\frac{\partial N}{\partial t} + w \frac{\partial N}{\partial z} = -N \frac{\partial w}{\partial z} \tag{2.6}$$

$w = az$  とし、初期条件

$$N = e^{-at} f(ze^{-at})$$

として、 $a$  は大きなスケールの下では小さく、 $a \sim 10^{-5}$

sec<sup>-1</sup> ぐらいで、 $a=2 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$  と  $4 \times 10^{-5} \text{ sec}^{-1}$  をとり、 $f(z)$  を与え、(2.6) 式から濃度の分布の変化をみいだすことができる(第2.2図)。上昇気流の影響が非常に大きいことがわかる。



第2.2図 垂直運動下の塩核濃度変化

- I. 初期分布
- II. 24時間後の分布,  $a=2 \times 10^{-5}/\text{sec}$
- III. " ,  $a=4 \times 10^{-5}/\text{sec}$
- IV. " ,  $a=-2 \times 10^{-5}/\text{sec}$
- II'. " (乱流拡散のみ)  $D=4 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$
- III'. " ( " )  $D=8 \times 10^6 \text{ cm}^2/\text{sec}$

巨大核の起源はどこにあるかということはより重要である。より少ない塩核を含んだ多くの雲粒が併合して、より多くの塩を含んだ大雲粒が作られ降水となって雲底より落下するだろう。一般に、雲底下の巨大核の濃度は沈降、蒸発と拡散過程から決定される。

即ち

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} [(W_m - w)n] = D \frac{\partial^2 n}{\partial z^2} \quad (2.7)$$

ここに終末速度  $W_m = f[R(t)]$  は蒸発速度でできる。濃度は上方に向かって増加することが示される。降水のない雲はついに蒸発しそのところに巨大核が集中する。このことは片雲があらわれている時により多くの巨大核がみいだされる事実によって支持される。

この観点から、雲は巨大塩核の消費者のみでなく、巨大核の創造者でもある。降水のない雲は、無益に蒸発するのでなくて、あとで雨の降る雲をつくるのに役立つ大きな役割をもっている。そして陸上における巨大塩核の起源ともなっているのである。

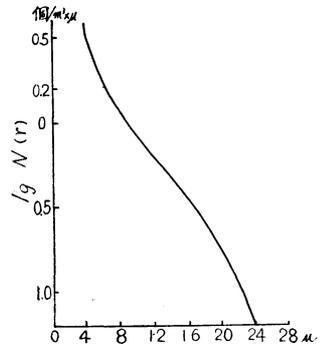
3. 暖性層状雲から降水

雲の構造に関係して、層状の雲中特に早朝のものは雲粒の大きなものがある。章光銀と顧震潮[16]は、この現象は巨大核の存在のもとでさえ上昇による凝結からはよく説明することはできないことを指摘した。実際、水蒸気の総供給量には限界があり、滴のスペクトルはある過飽和度の下で構成される。最後のスペクトルは以下

の方法で決定された。まず水の総量  $Q$  は、含水量  $q$  と過飽和度  $s$  をかきかえた過飽和水蒸気量  $q'$  と平衡している。即ち、

$$Q = q + q'(s) \text{ 又は } q'(s) = Q - \sum_i n_i r_i^3 \quad (2.8)$$

しかし過飽和度  $s$  は  $s = \frac{B}{r} - \frac{CD}{r^3}$  によって与えられる。常数  $B, C$ , 核スペクトル  $r_i$  が与えられると  $q'(s)$  が求まる。 $Q$  の値を満足するように数値的に解いて  $s$  を求め、滴の平衡スペクトルをうる事ができる。第2.3図のスペクトルから、十分大きな滴ができることがわかる。

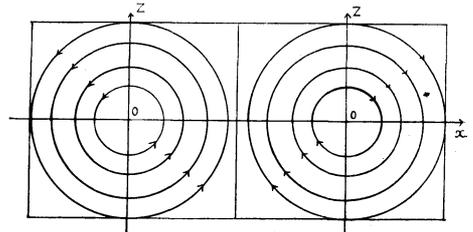


第2.3図 雲粒分布

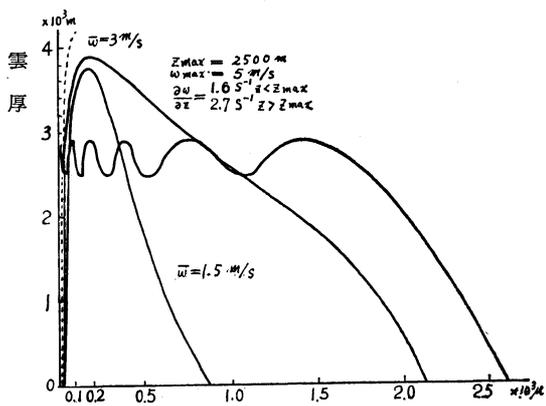
次に、薄い暖い雲から降水が形成される問題は非常に注目すべきことである。今日の降水過程の理論からは説明することは困難である。李麦村[17]は雲中の対流胞の機構をもとにして計算を行なった。雲粒の軌跡は次式によって求められた。

$$\frac{d\vec{s}^2}{dt^2} + \frac{C_D D_e}{24} \cdot \frac{1}{r} \left[ \frac{ds}{dt} - \vec{u}(s) \right] = -\vec{g} \quad (2.9)$$

対流胞は  $u = -wy, v = wx$  の気流で構成されていると仮定する。中心にある雲粒は重力による併合の下で大きな雨滴に成長することをみいだした。最初の半径  $r_0 = 20 \mu$  の雲粒が  $l = 200\text{m}$ ,  $2w = 10^{-2} \text{ sec}^{-1}$  のセルの中で、雲の厚さ  $1\text{km}$ , 含水量  $0.5\text{gr}/\text{m}^3$  として  $r = 410\mu$  の雨



第2.4図 円形対流セル流線図



第 2.5 図 積雲中の雲粒の軌跡

滴に成長することができる (第 2.4, 2.5 図)。これは薄い暖い雲からの降水に対する一つの可能な機構である。その他に降水形成の統計理論があるがこれについてはあとでべる。

4. 雨滴分布の第 2 の極大値

シャワー性降水の雨滴分布ではしばしば第 2 の極大があらわれる。この現象はいくつかの原因がある。陳炎渭と顧震潮 [18] は対流性のセル状構造のため雨滴分布は、水平的に一様でなく、その分布は重力落下と雲底と近くの風による混合で分離が行なわれると指摘した。阮忠家はこの現象について別の角度から解釈している。気流のあるところで雨滴の分裂の実験によれば、分裂した小滴のスペクトルは第 2 の極大値にあたる。数値計算で彼は雨滴の分裂により地上での雨滴分布に第 2 の極大値があらわれることをみだした。勿論垂直気流の大きさと変動はこの現象を説明するにはより基礎的である。

5. 層状雲の含水量

層状雲の含水量の観測によれば、ある条件の下では、雲の中の含水量は断熱含水量をこえることがある。これは 0.5 gm/m<sup>3</sup> よりも大きく、断熱含水量の 2 倍以上もあり、観測誤差の結果ではない。定常状態下では雲粒の沈降によってこの現象がおこるようにみえる。顧震潮、毛節泰 [19] は水蒸気の輸送を考えた。

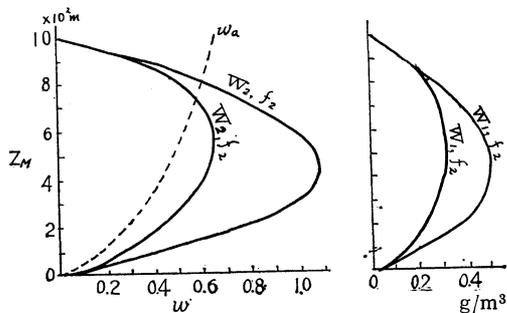
$$Q_w + Q_k + Q_v = \text{const} \quad (2.10)$$

又は

$$\rho_w(s+q) - K\rho \frac{\partial}{\partial z}(s+q) - k\rho vq = \text{const} \quad (2.11)$$

$v$  は雲粒の終末落下速度,  $s$  は比湿, 含水量は  $\rho q$ ,  $w$  は上昇気流の速度である。  $Z=H$ ,  $Z=0$  で  $q=0$ ,

$k_v = f_0 \left(1 - \frac{Z}{H}\right)^2$ ,  $w = w_0 \left(1 - \frac{Z^2}{H^2}\right)$ , そして  $w=5, 10$  m/sec,  $f_0=1, 50$  cm/sec,  $K=50$  m<sup>2</sup>/sec,  $H=10^5$  cm,  $\gamma=6 \times 10^{-5}$  C/cm,  $t=0^\circ$  C をとって, 上式を積分した結果を第 2.6 図に示す。その図から  $w_0$  がより大きく,  $f_0$  がより小さいか又は  $\bar{f}=\bar{f}_2$  のときに超断熱含水量は雲の中層又は下層にあらわれることをみだした。

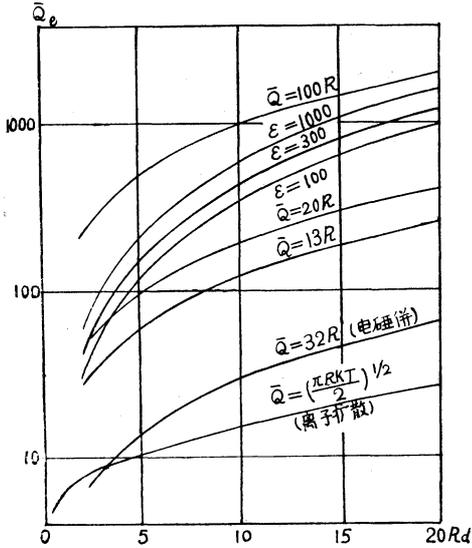


第 2.6 図 含水量垂直分布

6. 暖雲の電荷

積乱雲及び雄大積雲における雲粒の電荷は 1 つの重要な現象である。しかし、電荷の機構や雲粒の衝突併合にたいするその影響はまだ明らかでない。周秀驥と秦瑜 [20] は Fulks と Gunn のイオン拡散機構は電氣的衝突併合による荷電のあとの段階ではそう重要でないと指摘している。そしてこれは Gunn の真髄に考えていなかった点である。彼等は衝突併合過程に関してマルコフ過程とみなし、平衡原理を用いて重力による電氣的衝突併合の作用下における雲粒の電荷スペクトルを計算した。Levin による重力下での帯電雲粒の併合係数を用いて雲粒の平均電荷は  $Q=3.2R$  であることをみだした。ここに  $R$  は雲粒半径 ( $\mu$ ) で電荷量  $Q$  は  $e$  で測られる。雲粒電荷は重力電気衝突併合の下でえられるものはイオン拡散によるものよりも非常に大きいことは明らかである (第 2.7 図)。

しかし、その電荷量は観測される値  $Q=20R \sim 1000R$  よりなお小さい。そして要求される時間も又長過ぎる。そこで彼等は、もし乱流変動にもとづく乱流拡散が併合係数に影響をあたえることが考えに取入れられるならその結果は根本的にちがったものになることをみだした。大きな滴の半径  $R=2 \sim 20\mu$  とし、小さい滴の半径  $r=1\mu$  の場合をとると、イオン拡散による小さい滴によってえられる平均電荷  $q_0$  は、 $q_0=5e$  である。  $r < R$  であるから、衝突の回数が大きくない時は半径は実際には大して変らないが電荷は変化する。もし、大きな滴の初



第2.7図 Q-R 曲線

めの電荷は無視されるなら電荷  $Q=j|q_0|$  となる。ここに  $j$  は整数である。  $n_j$  を  $j|q_0|$  の電荷をもった滴の濃度とすると、  $E_j^+$  (又は  $E_j^-$ ) は同じ (又は反対) 符号に荷電した小さい滴との併合する大きな滴の併合係数、そして  $E^0$  は荷電した小さい滴と衝突する中性の大きな滴との併合係数である。

$$\frac{dn_j}{dt} = [(n_{j+1}E_{j+1}^- + n_{j-1}E_{j-1}^+) - n_j(E_j^+ + E_j^-)]N\pi R^2[u(R) - u(r)] \quad (2.12)$$

ここに  $N$  はより小さい滴の濃度である。  $u$  と  $v$  は大きい滴と小さい滴の落下速度である。平衡原理を応用して

$$n_{j+1}E_{j+1}^- + n_{j-1}E_{j-1}^+ = n_j(E_j^+ + E_j^-) \quad (2.13)$$

そして

$$n_j = n_0 \frac{E_0}{E_j^+} \prod_{k=1}^j \left( \frac{E_R^+}{E_k^-} \right) \quad (2.14)$$

をうる。

乱流電氣的併合にたいする併合係数を知ることは重要である。そのため次式を解くことが必要である。

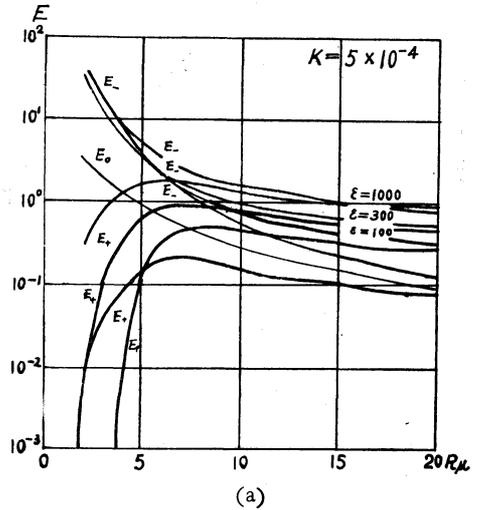
$$\vec{V} \text{grad } n + \text{div}(B\vec{F}n) = \text{div}(D\text{grad } n) \quad (2.15)$$

ここに  $F$  は電氣力、  $B=1/6\pi\eta r$ 、極端な場合にたいする  $E$  を組合せて、次のような半経験式を求めた。

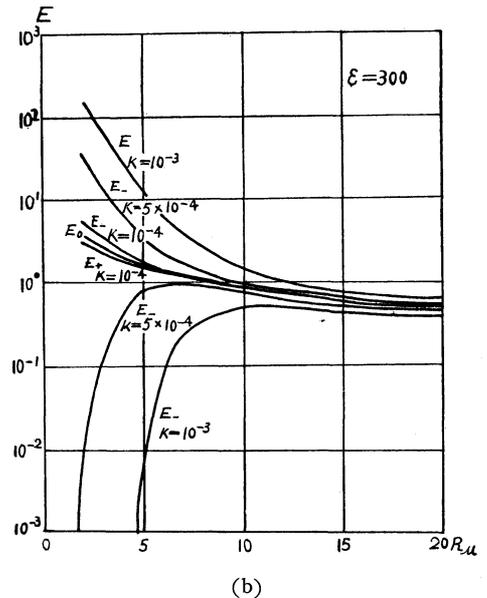
$$E_0 = \frac{12}{P_e} + \frac{2.5}{P_e^{2/3}}, \quad E_j^+ = \frac{4\alpha}{\exp\left\{\frac{12}{P_e} + \frac{2.5}{P_e^{2/3}}\right\} - 1}$$

$$E_j^- = \frac{4\alpha}{1 - \exp\left\{-\frac{12}{P_e} - \frac{2.5}{P_e^{2/3}}\right\}} \quad (2.16)$$

ここに  $P_e = Pr \cdot Re = uR/D$ ,  $\alpha = -2qQ/3\pi\eta du_\infty$  ( $u_\infty$  は stokes velocity,  $D = \sqrt{\epsilon/\nu R^2}$ )  
 $\epsilon = 100, 300, 1000 \text{ cm}^2/\text{sec}^3$  と  $Q = kR$ ,  $k = 10^{-4}, 5 \times 10^{-4}, 10^{-3} \text{ esu/cm}$ ,  $R = 2 - 20 \mu$ ,  $r = R/2$  にたいして  $E$  の値を計算した (第2.8図)。



(a)



(b)

第2.8図 (a, b) 荷電状況下の乱流併合係数

$E$  のこれらの値から、我々は

$$\frac{n_j}{n_0} = \frac{\frac{12}{P_e} + \frac{2.5}{P_e^{2/3}}}{4j\beta} \prod_{k=1}^j \exp\left(-\frac{4j\beta}{\frac{12}{P_e} + \frac{2.5}{P_e^{2/3}}}\right)$$

$$\sim \frac{1 - \exp(-Sj)}{Sj} \exp\left(-S \frac{j(j+1)}{2}\right) \quad (2.17)$$

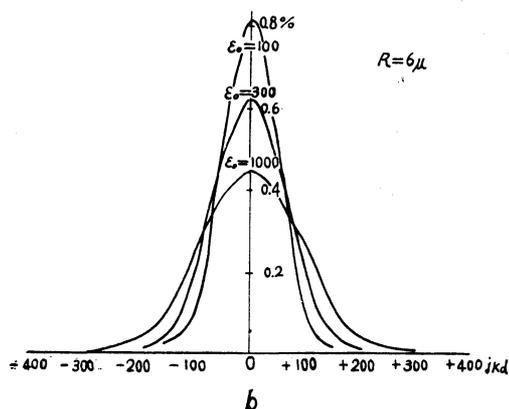
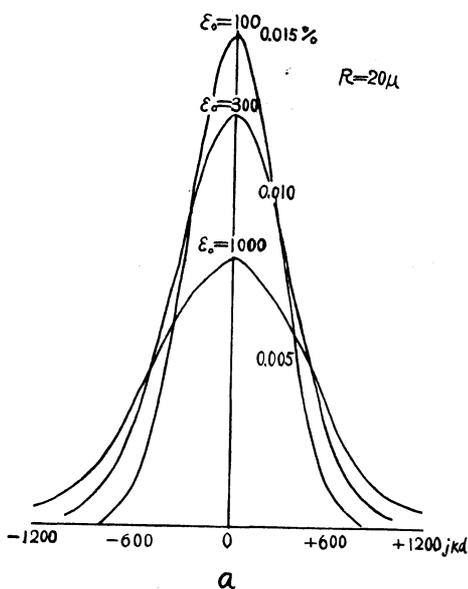
ここに  $S \equiv 4\beta / \left(\frac{12}{P_e} + \frac{2.5}{P_e^{2/3}}\right)$ ,  $j\beta = \alpha$ ,  $R$  が大きくて  $j$  が大きくないと  $Sj \ll 1$ , そして

$$n_j/n_0 = \exp(-Sj) 2^{j/2}, \quad j' = j + 1/2 \quad (2.18)$$

これは第2.9図に示す。これから

$$\bar{Q} = K(\epsilon_0) q_0 R^{3/2} = K'R^{3/2} \quad (2.19)$$

をみいだす。ここに  $K' = 10 \sim 20$  である。ここにえられ



第2.9図 (a, b) 乱流併合作用下の雲粒荷電スペクトル

1964年3月

た平均荷電は観測値とよく一致している (第2.7図)。これら二つの値の差は観測誤差即ち20%より小さい。雲の中の電氣的併合は雲滴の荷電に重要な影響をあたえていることがはっきりした。

### 7. 荷電水滴と電光

雲中に水滴が存在していれば電場がそんなに強くなくとも電光はおきやすい。いいかえれば電場の臨界値は水滴の存在によって大きく下がる。1931年頃 Macky により、水滴は強い電場の作用で変形をうけた分裂もおこることが実験的にたしかめられた。そしてその水滴の表面からコロナ放電やスパーク放電があることもみいだされた。Wilson and Taylor, Rayleigh, Ailam らによっていろいろな角度からこの現象が解析された。しかし水滴の変形について電場と滴の電荷の両方の影響を考慮しなかった。周秀驥と秦仁忠 [21] は水滴の compressibility と elastic deformation を無視して電場中の荷電水滴の状態を極分の電気力と表面張力と表面電荷のクーロン力の作用の下での研究を行なった。極分エネルギー、クーロンエネルギーと表面張力エネルギーで成立しているところの総エネルギーは、

$$u = \left(2\pi a^2 + \frac{2\pi ac}{e} \sin^{-1} e\right) \epsilon + \frac{q^2}{4ec} \ln \frac{1+e}{1-e}$$

$$- \frac{e^3 V E^2}{4\pi(1-e^2)(\ln \frac{1+e}{1-e} - 2e)} \quad (2.20)$$

であらわされる。上式において水滴は回転楕円体であると仮定し、その短軸を  $a$ , 長軸を  $c$ , 離心率を  $e$  とする  $q$  は水滴の電荷,  $E$  は外部の電場の強さ,  $V$  は水滴の体積である。水滴の安定度をしらべるために  $dg/dz$  と  $d^2g/dz^2$  を計算した。ここに  $g = \pi R^2 \epsilon$ ,  $z = a/c$  で共に nondimensional parameter である。  $dg/dz = 0$  のとき

$$\beta_m \equiv ER_m^2 / 3\pi\epsilon = \frac{4Z^{8/3} (g-1)^2}{3(1-z^2)}$$

$$\left( \frac{(1+2z^2) + \frac{1-4z^2}{z} f}{(2+z^2)g-3} - \alpha \right) \quad (2.21)$$

であることをみいだした。ここに  $\alpha = q^2 / 4\pi R^2 \epsilon$ ,  $f = \frac{\sin^{-1} \sqrt{1-z^2}}{\sqrt{1-z^2}}$ ,  $g = \frac{1}{2\sqrt{1-z^2}} \ln \left( \frac{1+\sqrt{1-z^2}}{1-\sqrt{1-z^2}} \right)$  である。

外部の電場がない時は Ailam (1962) の結果と一致する。  $\alpha$  のある値にたいし、  $\beta_m$  は極大となり  $\beta_m^*$  とする。水滴は  $\beta > \beta_m^*$  のとき不安定となるが  $\beta < \beta_m^*$  のときは必ずしも不安定になる必要はない。近似的に

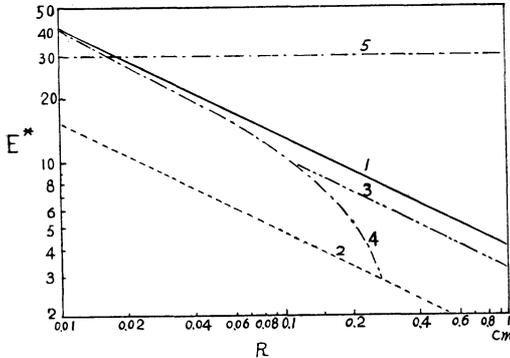
$$\beta_m^* = 0.2725 - 0.07629\alpha \quad (2.22)$$

また電場の臨界値は

$$E^* = \sqrt{2.568 \frac{6}{R} - 0.05722 \frac{q^2}{R^4}} \quad (\text{v/cm}) \quad (2.23)$$

極限電荷  $q=100R^2$  にたいし

kv/cm



第 2・10 図 臨界電場  $E^*$  と水滴  $R$  との関係

$$E^* = \sqrt{2.568 \frac{6}{R} - 572.2} \quad (2.24)$$

となる。中性の滴にたいしては  $E^*\sqrt{R}=4077$  がえられ、 $q=3ER^2$  の時、即ち、同じ符号の電荷を持ったイオンがあるときは  $E^*\sqrt{R}=3315$  となる。これらの値は Macky の実験値  $E^*\sqrt{R}=3875$  に非常に近い。電光放電は、雲中の電場が 5KV/cm ぐらいの強さのときでもたやすくおこることがわかる。

以上は雲物理に関んする我々の仕事の主な概要である。我々の仕事は、ごく最近はじめたばかりであり大変経験が浅い。皆様の有益な意見をおきかせ願いたい。

参 考 文 献

- 1) Chao Jih-ping, 1962: Acta Meteorologica Sinica, **32**, 104-118.
- 2) Chen Jui-yung, 1963: Acta Meteorologica Sinica, **33**, 257-270.
- 3) Chao Jih-ping, 1961: Acta Meteorologica Sinica, **31**, 191-204.
- 4) Hu Kwang-shing, 1962: Acta Meteorologica Sinica, **32**, 154-163.
- 5) Kuo Yü-fo and Chao-Jih-ping, 1963: The evolution of thermal produced by ground

heating. MS.

- 6) Chou Shiao-ping, etc., 1963: A numerical experiment of the development of cumulus, MS.
- 7) Chou Shiao-ping, 1962: Izv. acad. nayk, SSSR, sier. geofiz., 548-557.
- 8) Li Shing-sheng and Chao Jih-ping, 1963: A dynamics analysis of the development of cumulonimbus incus. MS.
- 9) Chao Jih-ping and Chen Li-Shu, 1963: The development of convection in the prevailing wind.
- 10) Chen Jui-yung, 1962: Acta Meteorologica Sinica, **32**, 285-300.
- 11) Chao Jih-ping and Hu Kwang-sheng, 1963: Acta Meteorologica Sinica **33**, 451-460.
- 12) Chen Jui-yung, 1962: The effect of precipitation on displacement of cloud. MS.
- 13) Chen Chang-tsao, 1963: Coagulation probability in the sample of cloud drops taking by oil method, MS.
- 14) Chou Lo-yi and Hsu Hua-ying, 1963: A study on the coagulation probability in sampling of cloud drops. MS.
- 15) Koo Chen-chao, 1963: On the formation and transport of giant salt nuclei.
- 16) Chang Kwan-Kun and Koo Chen-Chao: A equilibrium spectra theory of a king of cloud-drop spectra in stratiform clouds.
- 17) Li Mai-tsun: On the influence on the process of precipitation formation by the presence of convection cell in the cloud.
- 18) Chen Yen-chüan and Koo Chen-Chao: A preliminary analysis in the formation of the second maximum in rain drop spectrum of shower.
- 19) Mao Tsi-tai and Koo Chen-chao: On the formation of super-adiabatic water content in stratiform clouds.
- 20) Chou Hsiu-chin and Tsing Ren-tsong: A theoretical study in the critical field strength in presence of charged drops.
- 14)—20) See monograph "Some theoretical Problem in Microphysics of clouds" Science Press. 1963.

### 3. 降水過程の統計的理論

#### 1. まえがき

降水の形成又は降水過程の微物理は古くからの問題であるがなお完全にはわかっていない。Bergeron と Langmuir は降水過程を理論的に取りあつた。レーダー観測は、今迄にこれら二つの過程の存在の証拠をあたえた。そして降水の大部分の形成は説明された。しかし重要な部分は説明されないで残っている。

1. しばしば暖い対流雲から、それが発生してから約 0.5~1 時間以内でさえ降水がみられることがある。この過程は Langmuir の理論では数時間が必要であり、この理論で説明することはむずかしい。時々雲頂が氷晶化している雲からの降水も非常に短い時間でおこることがあり、結晶の落下時間を考えると Bergeron の過程でこれを説明することはむずかしい。

2. 雹もしばしば早い時間でつくり、またあまり厚くない 5~6 km 又はそれ以下の雲でつくられることがある。今までの理論では少くとも 1~2 時間のうち、10 km 又はそれ以上の厚さの雲の中でつくられるはずである。

3. 雲の厚さが 1~2 km の薄い雲または暖い薄い雲からでさえ降水がおこることがある。今までの理論では、暖い雲からは少くとも 2 km 以上の厚さがないと降水は期待できない。

現在の降水過程の理論ではこれらの重要な事実を説明することは困難である。そのことは降水過程の本質がまだ完全に解明されていないようにみえる。

今までの多くの科学者がちがった要因を考えに入れて降水過程の理論を証明しようと試みた。たとえば、滴の質量変化の影響はブリガリアの物理学者 Krastanov により、質量が変化している物体の運動の Matzsky の式を応用してなされたし、巨大核の役割は Woodcock によって強調された。また、併合過程の不連続性の効果は Telford によって考えられ、垂直気流の変化の効果は Bibilashvili and Sulakvilitze により試みられた。これらは多くの試みの中の二三の例に過ぎないが、これらの理論はむしろ特別な条件下で効果的であるか、またはある一面を証明したものである。それはすべて Bergeron または Langmuir の理論を証明したにすぎない。

もし我々が雲中の降水の真の条件を調べるなら、これらの理論において仮定された条件と、次にしめたようなくつかの重要な点で大変くちがっていることをみ

いだすことは容易なことであろう。

1. 降水理論の中では、雲中の気流は一樣であり、変動もないとしているが、観測は雲中の気流は常に変動していることをしめしている。降水要素は最初に上向きにはこぼれ成長してから落下することを仮定しているが、実際には、雲から外に出るまで上に下にと変動していることだろう。

2. 雲粒の濃度または雲中の含水量は一樣であり、また雲の電荷も一樣であると仮定されている。実際にはこれらの場や他の気象的物理的場も気流の場と同様に変動しているであろう。最近の観測はこれらの場の変動は大きいことをしめしている。

3. ある大きさの雲粒（または氷晶）はそれぞれ降水粒子に成長することを仮定している。これは雨滴の濃度と大雲粒の濃度とが同じであることを意味している。雲粒の濃度は  $10^8 \sim 10^9$  コ/  $m^3$  であるが、雨滴のそれは  $10^2 \sim 10^3/m^3$  であり、シャワーでもこれより少いくらいである。したがって雨滴に成長するのは雲粒のうちのほんの一部だけである。

今、雲中の条件が変動していて大雲粒のうちのわずかの部分が成長して降水がおこるとすれば、これは確率の問題である。いろいろな大きさの雲粒の粒度分布が空間的に時間的に変動していることは雲粒の成長も統計的性質をもっていることを示す。

この観点から、変動している環境下での雲粒の成長を統計的過程として重視する。雲粒成長の統計理論はこのようにしてなしとげられ、我々の雲の微構造や降水過程に関する理論的研究の大部分はこの線にそってなされた。

#### 2. 降水過程の統計的取扱い

雲粒の成長を統計的過程としてみることにより、成長速度はより増加し、成長に要する時間は大きく減少する。雲粒の成長の式によれば、雲粒半径  $R$  の変化速度は

$$\frac{dR}{dt} = \frac{Eq\Delta u}{4\rho} + \frac{D\Delta c}{R} \quad (3.1)$$

ここに  $q$  は含水量、 $\Delta u$  は滴の相対速度、 $\rho$  は滴の密度、 $D$  は水蒸気の拡散係数、 $E$  は捕捉率（または衝突係数）、 $\Delta c$  は水蒸気の過飽和度である。

$\Delta u$ ,  $\Delta c$ ,  $q$  が変動しているとき、式 (3.1) は統計的変数  $R$  にたいし統計的常微分方程式である。 $R$  の統計的分布は、適当な初期条件と統計的場をあたえることによって決定される。手続きの便宜のために、我々は統計

的変量としてのパラメーター  $\Delta u, q, \Delta c \dots$  などのうち一つだけをとった。この場合、式は線型となる。

連続統計過程として雲粒の成長を考えると雲粒成長の式は次式であたえることができる。

$$\frac{dX}{dt} = m(X)T(t)Y(t) \quad (3.2)$$

ここに  $X$  は統計的変数,  $m(X)$  と  $T(t)$  は統計的函数ではない,  $Y(t)$  は変動している環境を記述する統計的変数である。

線型統計的常微分方程式はある統計的函数の一次変換としてみることができる。その解は積分によりあたえられた統計的函数の一次変換の結果としてみられる。もし  $Y(t)$  は正規分布であるなら統計的函数の理論によりとくことは容易である。変数  $Z = \int_{x_0}^x \frac{dX}{m(X)}$  の正規分布, すなわち,

$$f(z) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp\left(-\frac{(Z-\alpha_z)^2}{2\sigma^2}\right) \quad (3.3)$$

ここに数学的期待値  $\alpha_z$  と分散  $\sigma_z^2$  はおのおの

$$\alpha_z = \int_{t_0}^t T(t)\alpha_Y(t)dt \quad (3.4)$$

$$\sigma_z^2 = \int_{t_0}^t \int_{t_0}^t \sigma_Y(t')\sigma_Y(t'')H(t'-t'')T(t')T(t'')dt'dt'' \quad (3.5)$$

である。ここに  $H$  は相関函数である。

### 3. 含水量変動下の併合成長

今、ある興味ある場合を取扱ってみよう。含水量(又は雲粒濃度)は雲中で変動していることは知られている。含水量の観測もまたある場合には大きく変動していることをしめしている。普通その変動は  $\sigma/\alpha=1/3$  ぐらいある。これは雲粒の成長にある影響をあたえるだろう。含水量の変動の影響を研究するために我々は加速度は一定とし、統計量として平均値  $\alpha_q$ , 分散  $\sigma_q^2$  をもつ正規分布をしている  $q$  を式(3.1)に入れる。

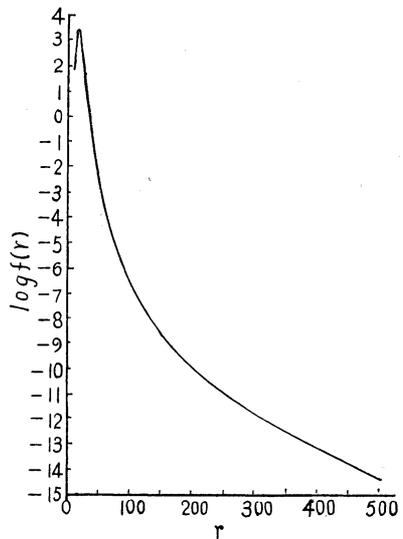
$$\frac{dR}{dt} = \frac{E(V_R - V_r)}{4\rho} q \quad (3.6)$$

$H=1$  とすれば、我々は統計量  $R$  にたいする分布密度をみいだすことができる。

$$f(R) = \frac{4}{\sqrt{2\pi\sigma_q E t (V_R - V_r)}} \times \exp\left(-\frac{\left(\int_{R_0}^R \frac{dR}{V_R - V} - \frac{\alpha_q E t}{4}\right)^2}{2\sigma_q^2 \left(\frac{E t}{4}\right)^2}\right) \quad (3.7)$$

初期に2つの大きさの雲粒があり、大雲粒は半径が

12.6 $\mu$  で濃度 10 $\text{コ/cm}^3$ , 小雲粒は半径 10 $\mu$  で含水量 1 $\text{gm/m}^3$ , 捕捉率  $E=0.5$ , 含水量の変動を  $\sigma/\alpha=1/3$  と仮定して計算を行なった。その結果、2000秒ののち濃度 100 $\text{コ/m}^3$  の半径 40~60 $\mu$  の大雲粒が形成され、3000秒ののちには 100 $\text{コ/m}^3$  の濃度をもつ半径300~400 $\mu$  の小さい雨滴にまで成長し、さらに 4000 秒ののちには、70 $\text{コ/litre}$  の濃度をもつ半径 400~500 $\mu$  の雨滴がつくられる(第3.1図)。しかし雲粒濃度の変動又は含水量の変動がないときには半径 12.6 $\mu$  の雲粒は 26 $\mu$  に成長するのみである。我々によってえられた大きな雲粒の濃度は全く観測値に近く大雲粒の濃度と含水量の関係もまた観測とよく一致している。



第3.1図 含水量変動下の雨滴分布

### 4. 湿度条件変動下の凝結成長

このように雲粒濃度または含水量の変動は大雲粒や雨滴の形成に大きな効果をあたえる。同様にして乱流にもとづく加速度の変動もまた降水過程に大きな影響をあたえている。

半径 10~15 $\mu$  の比較的大きな雲粒はどうしてできるかを考えることも興味がある。今までの理論では小さい凝結核 ( $r < 1\mu$ ) の凝結による成長ではそのような大きさの雲粒になることを説明することは困難である。一般にはそれらは巨大塩核によって形成されたと認識されている。巨大核の起源と輸送をみつかった仕事は多くの研究者によってなされた。しかしながら、変動している環境下においては半径 10~15 $\mu$  の雲粒も小さい核から凝結成長によって形成され、そしてのちにはより大きい雲

粒にまで成長することがわかる。

ここで  $r > 1\mu$  の半径の雲粒の凝結成長を考えてみよう。この場合の成長の式は

$$R \frac{dR}{dt} = D\Delta c \quad (3.8)$$

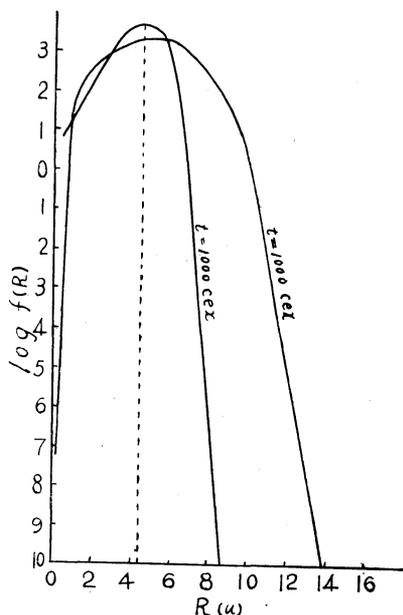
である。過飽和度  $\Delta c$  を左右する因子は上昇気流の強さ、温度差などがあるが、これらはすべて変動しているので  $\Delta c$  もまた変動している。 $\Delta c$  は次のような正規分布を満足しているとしよう。

$$p(\Delta c) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta\Delta c} \exp\left(-\frac{(\Delta c - \alpha\Delta c)^2}{2\delta\Delta c^2}\right)$$

そして  $H-1$  とすると  $R$  の分布密度は

$$f(R) = \frac{R}{\sqrt{2\pi}\delta\Delta c Dt} \times \exp\left(-\frac{\left(\frac{R}{2D} - \alpha\Delta ct\right)^2}{2\delta\Delta c^2 t^2}\right) \quad (3.9)$$

となる。 $\alpha\Delta c$  として過飽和度 0.05% に大体対応している値  $5 \times 10^{-10} \text{ gm/cm}^3$  をとり、 $\delta\Delta c = \frac{\alpha\Delta c}{3}$  と  $\delta\Delta c = \alpha\Delta c$  をとって計算すると、2000秒ののちには  $100 \text{ 個/cm}^3$  の濃度をもった  $R=10 \sim 15\mu$  の雲粒がえられる。そして3600秒ののちには濃度  $10 \text{ 個/cm}^3$  をもつ  $R=15 \sim 17\mu$  の雲粒がつくられる。湿度条件の変動を考えにとり入れるなら  $15 \sim 20\mu$  の雲粒は、巨大塩核の助けなしで形成されることがわかる。同様な条件下で変動を考えなければ



第 3.2 図 過飽和度変動下の雲粒分布

ば、雲粒は  $9\mu$  にまで成長するだけである (第3.2図)。

### 5. 乱流場での降水の形成

上に述べたすべての理論は雲粒の成長速度が増加することをしめしている。しかし雨滴は雲が十分に厚く、また含水量が十分に大きいときにのみつくられる。

薄い雲からの降水を説明するためには垂直気流の変動を考えに入れなければならない。上で指摘したようにいろいろな大きさの乱流は雲中の種々の場に変動をあてている。雲粒はこの流れの中で上下左右に動いている。雲粒は気流の平均場で動いていると同時に気流の変動によって拡散していく。拡散の結果としてより早く雲外に出るものもあれば雲中により長く留っていて成長の機会がより長くなるものもある。

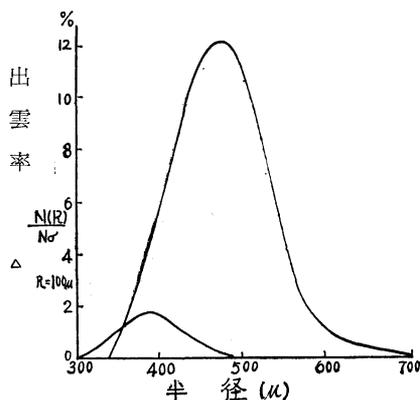
初期には同じ大きさであった雲粒の分布密度は次式であらわすことができる。

$$\frac{\partial u}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}n) = \text{div}(D\nabla n) \quad (3.10)$$

ここに  $D$  は雲粒の乱流拡散係数、 $\vec{V} = \vec{W} - \vec{\omega}$  は雲粒の相対速度、 $\vec{W}$  は空気の数であり、 $\vec{\omega}$  は滴の終末速度で滴半径の函数である。今までと同様な方法で計算するために、ちがったモデルが採用された ([3]-[5])。気流は確率分布

$$f(\omega, z, t) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\delta(z, t)} \exp\left(-\frac{(\omega - \bar{\omega})^2}{2\delta^2(z, t)}\right)$$

をもつような垂直成分のみ採用した。(17) に等価である微分方程式を解き、 $\bar{\omega} = \text{const}$  の場合に完全に計算された。次の例は垂直気流の変動の効果をしめすのに十分である。雲の含水量  $1 \text{ gm/m}^3$ 、 $\bar{\omega} = 0.5 \text{ m/sec}$ 、 $\delta\omega = 0.5 \text{ m/sec}$ 、初期の大雲粒の半径  $25\mu$  で、小さい雲粒の半径  $6\mu$  などを入れると、半径  $700\mu$  までの雨滴は  $2 \text{ km}$  の雲厚があれば形成され (第3.3図)、 $1.5 \text{ km}$  の厚さでは

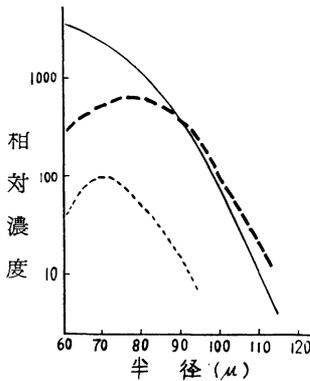


第 3.3 図 垂直気流変動下の雨滴分布

半径  $300\mu$  の細雨にまで成長する。このとき上昇流に変動がなければ  $R=300\mu$  にまでなるのに  $2.3\text{km}$  の雲の厚さが要求される。そして雨滴の濃度は大きすぎ、雨滴の大きさはみな同じになってしまう。

もし垂直気流の平均速度が上に向かって減少（または垂直に放物線的分布）をしているなら、その結果は一層よくなる（〔4〕-〔5〕）。

雲の厚さ  $600\text{m}$  で、 $\frac{\partial \omega}{\partial z} = -0.5\text{m/s.km}$ （我々は雲を6層に分ける）、平均上昇速度  $0.2\text{m/sec}$ 、最下層の速度  $0.35\text{m/sec}$  大雲粒の初期半径  $25\mu$  と小雲粒を  $6\mu$  とし含水量  $0.2\text{gm/m}^3$  として計算がなされ、その結果は第4図にしめされた。この場合最も大きな滴は半径  $115\mu$  となり、 $100\mu$  より大きい滴は最初に存在していた大雲粒の5%の量である。もし気流は  $6\omega = \bar{\omega}$  で変動しているが、平均流は高さと共に減少していないなら、大きな滴の最後の半径は  $95\mu$  となり、同時に濃度は大分小さくなる（第3・4図の点線）、半径  $115\mu$  の滴をうるため



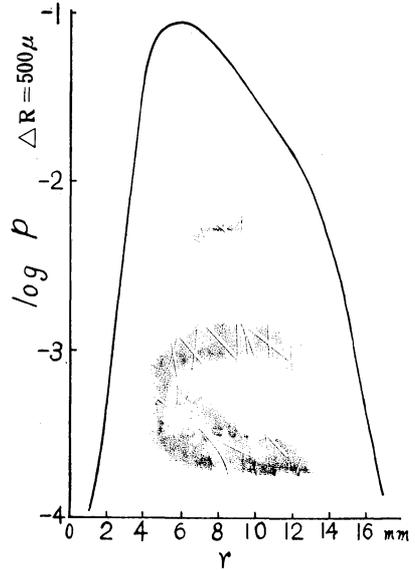
第3・4図 雨滴分布

実線：雲厚 500m 垂直気流高度減少  
 虚線：雲厚 1 km 垂直気流高度不変  
 点線：雲厚 600m 垂直気流高度不変

には雲の厚さを  $1\text{km}$  まで増加させなくてはならない。もし空気が変動していないで、 $\omega$  はすべての高さで  $0.2\text{m/sec}$  であるなら、最後の大きさは  $57\mu$  となり、降水にまで成長できないであろう。この例から垂直気流に変動のあるとき、特に垂直気流の平均速度が上に向かって減少しているときには、降水の形成に大変好都合であることが明らかである。

電の形成も同様な方法で説明することができる。今日、小さい積乱雲で電が急速に成長することにたいする理論は乏しい。我々は垂直気流の変動の考えを入れて、

Macklin & Ludlam によってあたえられた電の終末速度を用いて電の成長を計算した。雲の厚さが  $5\text{km}$ （5層に分ける）、含水量  $1\text{gm/m}^3$ 、 $\rho_{ice} = 0.45\text{gm/cm}^3$ 、 $E = 0.85$ 、 $6\omega = \bar{\omega}/3$  とし、 $\bar{\omega}$  は雲の中層で最高値  $10\text{m/sec}$  であり雲頂で  $1.5\text{m/sec}$  に減少するとした。そして初期の雲粒の半径は  $25\mu$  であるという場合について計算すると滴の一部は半径  $1.5\text{cm}$  の電に成長し、最大の半径  $1.7\text{cm}$  になることが示された（第3・5図）。



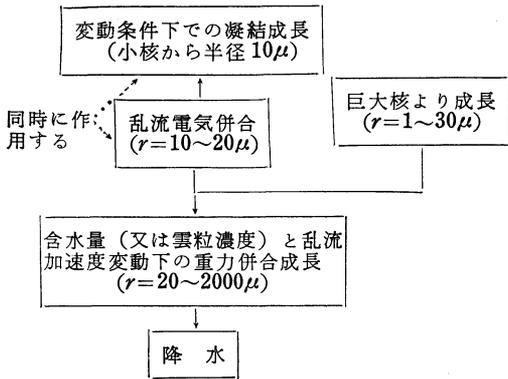
第3・5図 電の形成

Bibilashvili & Sulakvilitze のモデル（垂直気流に変動がない）を用いた時は、その大きさの電になるには  $15\text{m/sec}$  の上昇気流と  $7\text{km}$  の厚さの雲を必要とする。またもし垂直気流が垂直方向に変化しないなら  $10\text{km}$  の雲の厚さが必要となる。我々は垂直気流の変動は電の形成に好ましいことであると結論することができる。その変動なしでは電の形成の機構を理解することは容易でない。しかしまだなすべきことが多くある。例えば、電の高い濃度は他の理論ではあたえられるが、我々の計算では減少してしまうけれども満足される結果は全体として雲中の水の釣合いを考えてえられるだけである。

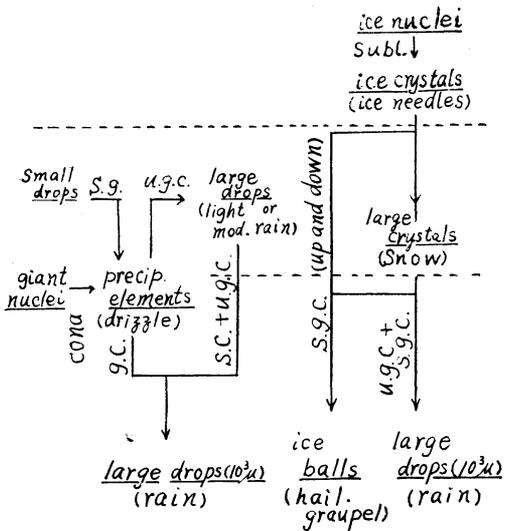
6. 降水過程の機構

上に述べた討論から、暖い雲からの降水過程の機構は概略次の様を示すことができよう。

もし変動しているすべての因子をとり入れられるなら雲粒の成長速度は大きく増加し、暖い雲からの降水は合理的に説明されるだろう。実際そのような機構はまた、



氷雲または混合雲にも適用されよう。降水の過程は第3・6図に示したように大中に修正される。



第3・6図 降水機構のダイアグラム

雲粒の統計的成長の一般理論をまとめてみよう。周秀驥は成長の異なった過程の特性に基づき3つの過程に分類した。

(1) 雲粒の連続成長の統計的過程は不連続または連続的な場の上に定義される。水滴相互の併合は無視して雲粒と併合している水滴のグループを考えてみよう。水滴の併合は変動しているばかりでなく滴半径の変化は不連続的である。この場合、併合が変動しているので水滴の半径は確率分布をもっている。分布密度  $f(v, t)$  は Kolmogorov-Feller の式

$$\frac{\partial f(v, t)}{\partial t} = - \int_0^\infty n_0 g(\omega, t) K(v, \omega, \Delta u) f(v, t) d\omega + \int_0^v n_0 g(v-y, t) f(y, t) K(y, v-y, \Delta u) dy \quad (3.11)$$

を満足する。ここに  $v$  は水滴の体積である。 $\omega$  は雲粒の体積、 $n_0$  は雲粒の濃度、 $K(v, \omega, \Delta u) = \pi \left( 3\sqrt{\frac{3v}{4\pi}} + 3\sqrt{\frac{3\omega}{4\pi}} \right)^2 E \Delta u$ 、 $E$  は捕捉率、 $\Delta u$  は加速度に比例する。 $n_0$  と加速度が変動しているとき、 $f$  は2元確率空間に定義された函数である。

単一の分散系の雲中で変動状態の下での水滴のグループの併合を考えよう。水滴は初期状態(体積  $i$ ) から状態  $j$  に変化しており、水滴の体積は併合してのち  $i+j$  となる。ここに  $\omega$  は雲粒の体積である ( $j=1, 2, \dots$ )、そのような転移の確率は Markov の統計式の系を満足する。

$$\begin{cases} \frac{dp_{i,i}}{dt} = -A_i P_{i,i} \\ \frac{dp_{i,i+1}}{dt} = A_i P_{i,i} - A_{i+1} P_{i,i+1} \\ \dots \dots \end{cases} \quad (3.12)$$

ここに  $A_i = \pi \left[ \left( \frac{3v}{4\pi} \right)^{1/3} + \left( \frac{3\omega}{4\pi} \right)^{1/3} \right]^2 E n_0 \Delta u = A_{i+j}$

式(3.12)の解は次の様にかくことができる。

$$p_{i+k}(t) = \sum_{r=0}^k \left\{ p_{i+r(0)} \sum_{l=r}^{k-1} \left\{ \frac{\prod_{p=r}^{k-1} A_{p+1}}{\prod_{k=r+1}^l (A_{p+1} - A_{l+k})} \right\} \right\} \times (e^{-A_{l+i}t} - e^{-A_{l+k}t}) \quad (3.13)$$

式(3.12)と(3.13)はすでに雲の電気の問題に応用し、合理的な結果がえられた。雲粒の併合は一般に、雲粒の体積が不連続的に増加することが指摘されよう。同じような大きさの滴にたいしこの不連続性ははっきりする。上に述べたような連続的な成長を採用することは許されない。衝突併合における不連続性は環境が変動していなくとも統計的現象である。雲粒の含水量は垂直線にそって配列されているのでなく、任意に分布している。そこで水滴の落下中での雲粒との衝突は統計的である。結果として水滴のあるものはより早く成長し、あるものはよりおそくなる。このようにしてスペクトルは一様な水滴又は大雲粒からつくられる。これはガスの動力学的理論における分子の衝突と同じことになる。これは Telford の理論の基本である。

この過程は大滴の成長にたいしては助けとならない。これはより小さい雲粒との衝突による大滴の体積の増加は非常に小さいので体積の変化は連続とみなすことができることのためである。不連続過程による統計的成長は雨滴や霧粒でなく半径  $10 \sim 30\mu$  の雲粒の形成に有効である。

(2) 雲粒の連続成長の統計的過程は連続の場で定義される。この場合にその過程は式(3・2)と(3・3)によって記述された。

(3) 雲の統計的過程は混合した型で成長する。上に注意した因子のすべてを考え、雲全部をみて、より大きい雲粒はより小さい雲粒と衝突するばかりでなく、大雲粒相互の衝突を考える。雲粒のスペクトルは次の統計式を満足する。

$$\begin{aligned} \frac{\partial n(v, t)}{\partial t} + \text{div}(\vec{V}n) + \frac{\partial}{\partial v} \left( \frac{dv}{dt}, n \right) = \text{div}(D\nabla n)t \\ + \int_0^v n(v-v', t)n(v', t)K(v', v-v', \Delta u)dv' \\ - \int_0^\infty n(v, t)n(v', t)K(v, v', \Delta u)dv' \end{aligned} \quad (3 \cdot 14)$$

ここに  $\vec{V}$  は雲粒の速度、 $D$  は乱流拡散係数、 $\frac{dv}{dt}$  は凝結成長の速度、 $\vec{V}, \Delta u, \Delta c$  の量はすべて統計的変数で、 $n(v, t, \Delta u, \Delta c, \vec{V})$  は、5元の確率空間として定義される。この討論の終りに、上で述べた理論の欠点を指摘してみよう。

(1) 湿度、水滴及びその濃度と空気の流れなどの変動は、相関関数  $H=1$  とし、正規分布と仮定して計算がなされたがその裏付けになる十分な資料がなお不足している。変動の物理的機構はまだ解明されていない。

(2) 乱流は重要な因子であるように見える。乱流場での捕捉率は明らかでない。係数の値は仮定される。捕捉率は雲粒成長の式の指数部分に入っているので分布密度  $f(R)$  は  $E$  に大変敏感である。 $E$  の正確の値はスペクトルを明確にし精度を上げるために決定されなければならない。

(3) 上述した討論のすべては一因子解析であった。真の過程を明らかにするためには数因子を一諸にして解析することが必要である。

### 「巻雲について」の私見

「天気」Vol. 10. No. 11. p. 389 の「巻雲について」について私見を申しのべます。

巻を絹にかえることは、発音もなじみ深い「けん」そのまゝであるし、これ等の雲の特徴をよりよくあらわしている点でも「巻」よりは適当であると思います。

然し国際名 Cirrus はラテン語であると思いますが、学術語にラテン語を使うのは、この語が死んだ語である

(4) 二分散系の雲(2つの異なった大きさをもった)は考えられた。すべてのスペクトルの形成を研究するためには多分散系の雲を考えなければならない。

この理論ではなお弱点は存在しているけれども、予備的結果は、変動している環境下での雲粒は大変容易に成長できることを示した。そしてかかる結果は雲粒スペクトルの形成又は降水形成の機構を理解する助けとなる。それは雲粒の成長に新しい考えを導入したことである。

雲と降水の微過程は、もし指摘された問題が解明されるなら、よりよく理解されるであろうことを信じている。この方向で仕事を進めるための努力を払うことは価値あることであろう。

### 参考文献

- 1) Chou Siu-tsi, 1963: Acta Meteorologica Sinica, **33**, 97-107.
- 2) Koo Chen-chao and Tsai Li-san, 1962: Acta Meteorologica Sinica, **32**, 301-307.
- 3) Hsu Hua-ying and Koo Chen-chao, 1963: Acta Meteorologica Sinica, **33**, 108-114.
- 4) Hsu Hua-ying in "Some theoretical problems in Microphysics of Cloud and Precipitation, 1963, Peking.
- 5) Hsu Hua-ying, 1963: Analysis of some factors controlling precipitation process under fluctuating vertical current, (MS).
- 6) Kuh chen-muo and Koo Chen-chao, 1963: Fluctuating growth of precipitation in Shallow Warm Clouds, (MS).
- 7) Hsia kuo-hui, Hsu hua-ying and Koo chen-chao, 1963: Gravitational growth by collision of hail and fluctuating vertical current, (MS).
- 8) Chou Siu-tsi: Statistical theory of microphysics of cloud (Monograph), to be published early in 1964.

ため、時代とともに変化する心配がないためである、ということをごどこかで読んだ気がします。もしこれが正しいとし、また国際名が変わらずに Cirrus であるのですから、日本名も巻とし「けん」とよむことにしておいたほうがよいのではないかと思います。

また学問とは関係のないことですが、長い間使いなれて親しんできた名称を変えるのは我子の名を変えるようで、何とも心残りします。

(伊藤洋三)