1968年5月 天 気 Vol. 15, No. 5

551.5761.

ソ連邦における層状雲の形成に関する研究*

当舎万寿夫** 吉田泰治***

1. はしがき

大気の大循環に対して雲の形成はせん熱の放出を通じて，更には地表面や大気の放射を通じて重要な役割を果すであろうことは疑うことができない．それと同時に，雲や霧の予報そのものも実用的な方面で大きい利益をもたらすことも確かである．1965年モスコーで開かれた気象力学のシンポジウムでは層状雲の形成に対する力学的な立場からの研究とその応用例が報告され，文献上の問題や語学上の問題もあって従来あまり知られていなかったソ連邦におけるこの方面の研究を概観するのに都合がよいので，この報告を中心として主として層状雲の形成に関連した力学的な研究の現状を大まかに紹介してみたい．

2. 基本となる方程式，その特性と応用

基本式として熱力学第1法測と水蒸気の連続式を夫々温位 θ と混合比 q（雲が生じているときは飽和混合比 q_m にひとしい）によって次のように表わす．

$$\frac{\partial\theta}{\partial t}+u\frac{\partial\theta}{\partial x}+v\frac{\partial\theta}{\partial y}+w\frac{\partial\theta}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial\theta}{\partial z}+\frac{Lm}{c_p\rho} \quad (1)$$

$$\frac{\partial q}{\partial t}+u\frac{\partial q}{\partial x}+v\frac{\partial q}{\partial y}+w\frac{\partial q}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial q}{\partial z}-\frac{m}{\rho} \quad (2)$$

ここで u, v, w は水平面内にとった座標 x, y と垂直座標 z の方向にとつた速度成分，m は単位体積の空気中で単位時間に凝結する水分の質量，c_p は定圧比熱，L は凝結熱，k はうず粘性係数を表す．ここで問題にしているように層状雲または霧の場合のように降水となって系外に去る水分が少なく，水滴や氷晶も充分小さいために乱れによつて空気と同じように輸送されるものと仮定すれば，単位質量の空気中での水滴や氷晶の質量変化は

$$\frac{d\delta}{dt}-\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial\delta}{\partial z}=\frac{m}{\rho}$$

となるから，(1) 式と (2) 式とは比水量 S と相当温位 π とによってもつと簡単な保存の形式で表わすことができる．

$$\frac{\partial S}{\partial t}+u\frac{\partial S}{\partial x}+v\frac{\partial S}{\partial y}+w\frac{\partial S}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial S}{\partial z} \quad (3)$$

$$\frac{\partial\pi}{\partial t}+u\frac{\partial\pi}{\partial x}+v\frac{\partial\pi}{\partial y}+w\frac{\partial\pi}{\partial z}=\frac{\partial}{\partial z}k\frac{\partial\pi}{\partial z} \quad (4)$$

ただし

$$S=q+\delta,\ \pi=\theta+\frac{L}{c_p}q$$

(3) 式を導くに当って用いた仮定は Matvejev 等が雲の中で速度や温度の微小変動を測定し，雲粒の統計的な分布を求めて裏付けている．さらに乱流輸送そのものは，方程式に含まれる他の項，例えば垂直移流の項と比較することによつてその大きさを知ることができる．上昇気流 w の代表的な値として 0.1～1.0cm/sec をとり，垂直方向の広がりを 10^4m とするとき，k が 10～100m²/sec ならばこれら2つの項は同じ大きさをもつ．一般に比水量 S は高さに対して指数的に減少していることを考慮すれば，k は 20m²/sec 程度で他の項と同じオーダーになりうる．接地気層での観測や自由大気中での航空機の観測によると，うず粘性係数のこのような値は通常起りうる値であるから無視することはできないとしている．

基本式 (3)，(4) を色々な仮定や境界条件の下で解く試みは Matvejev, Kuznetsov, Petrova, Lushev などによつて行われている．例えばひとつの気団内で霧が発生する場合のように水平移流を考慮しなくてもよいような場合とか，何らかの方法で移流項が評価できるような場合には，(3) 式または (4) 式は S または π に対して熱伝導型の方程式となり，その解析解から霧の発生に寄与する物理的な条件を知ることができるようになる．代

* On the studies of formation of layer cloud in U.S.S.R.
この報告は国際交流委員会の依頼によって作成したものである

** M. Toshya （気象研究所）
*** T. Yoshida （気象庁電子計算室）

—1968年4月1日受理—

表的な例として，Lushev は以下のような興味ある結果を得ている．今地表面で次のような熱平衡の条件が成立するものとする．

$$-c_p\rho k\left(\frac{\partial T}{\partial z}+\gamma_a\right)-L\rho\kappa\frac{\partial q}{\partial z}-\lambda\frac{\partial\tau}{\partial z^*}=R_a$$

ただし γ_a は断熱てい減率，τ を土の温度，λ は土の熱伝導率，z^* は深さを表わしある z^* の所で τ は一定になるとしている，R_a は地表面に入る放射である．一方ある高さ H では S と π とは一定，k と w とは $z=0$ と $z=H$ との間で適当な関数型で与えている．実際の計算には差分法を用いているが，(3) 式と (4) 式から S と π の時間変化が求まれば Clapeyron-Clausius 式によって，雲の中では

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial\pi}{\partial t}\left[\left(\frac{p_0}{p}\right)^{\frac{R}{c_p}}+\frac{\varepsilon L^2}{Rc_pp}\frac{E(T)}{T^2}\right]^{-1} \quad (5)$$

$$\frac{\partial\delta}{\partial t}=\frac{\partial S}{\partial t}-\frac{\varepsilon L}{Rp}\frac{E(T)}{T^2}\frac{\partial T}{\partial t} \quad (6)$$

によつて温度と雲水量 δ の分布を追跡することができる．雲の外 $(S>q_m)$ では

$$\frac{\partial T}{\partial t}=\frac{\partial\pi}{\partial t}-\frac{L}{c_p}\frac{\partial S}{\partial t} \quad (7)$$

$$\delta=0 \quad (8)$$

であるから雲の領域も予報することができる．以上の計算を行うために必要な雲水量 δ の初期の分布は直接観測によつて決めることは困難であるが，ソ連では非常に多くの雲粒観測結果を綜合して，混合比と温度の関数として使い易い実験式を導き，多くの場合はこの実験式を利用しているようである．彼は地表面に達する放射量 R_a，土壌の熱伝導率 λ に対して霧が発生する状況を数値計算から求めているが，例えば $R_a=0.10\,\mathrm{cal/cm^2\cdot min}$ では殆んど霧は発生できず，$R_a=0.18\,\mathrm{cal/cm^2\cdot min}$ では霧は2時間で発生し12時間で濃度が最大に達する．その後は放射による熱損失が減少するのに比べて地表面からの乱流熱輸送が増加するために霧はうすれることなどが知られる．さらに土壌の熱伝導率が2倍になると霧の厚さはほぼ半分に減少することを見出している．

この他にもさまざまな数値解や解析解を求める試みが行われ，英文の論文 (Matvejev; Tellus 1964) として発表されているものもあるので興味ある方は参照されたい．これらの研究から得られた成果は，モノグラフ化され霧の予報法として現業的に活用されているが，下層雲や霧の発生に対する理解を深めることに役立つものと考えられる．

3. 自由大気中での層状雲の形成

自由大気中の雲に対しては，前節でのべたような地表面の物理的性質やうず粘性よりも移流項などの力学的な効果がむしろ重要な因子となってくる．そのような意味で (3) 式と (4) 式を，速度成分の予報式と共に時間積分することが問題になってくる．ソ連邦ではこのような正統的な方法に入る前の段階として極めて独特な方法によって層雲の予報が行われていたのでそのことを紹介してみたい．

水蒸気の変化を考慮した場合に，次にのべるような2つの不変量の存在することが Kuznetsov と Shvetz によつて見出されている．露点に対する飽和蒸気圧を E_d とすれば，大気が飽和していないときには

$$\frac{dq}{dt}=\frac{d}{dt}\left(\frac{\varepsilon E_d}{p}\right)=0$$

今 $(d/dt)_2$ を水平面内での個別時間微分，$dp/dt\doteqdot-\rho gw$ とすれば

$$\frac{1}{E_d}\left(\frac{dE_d}{dt}\right)_2+\left(\frac{1}{E_d}\frac{\partial E_d}{\partial z}+\frac{\rho g}{p}\right)w=0$$

と表わすことができる．上式の第2項を Clapeyron-Clausius の式を用いてかき直せば

$$\frac{1}{E_d}\left(\frac{dE_d}{dt}\right)_2+w\left[\frac{c_p}{R}\frac{\gamma_a}{T}-\frac{L}{RT_d{}^2}\left(-\frac{\partial T_d{}^2}{\partial z}\right)\right]=0 \quad (9)$$

となる．一方絶対うず度を η とし，η の垂直輸送項を無視すれば次のようなうず度方程式が成立つ．

$$\left(\frac{d\eta}{dt}\right)_2=\eta\cdot\frac{\partial w}{\partial z} \quad (10)$$

簡単のために w は z の関数として

$$w=w_s\varphi(z)$$

のように与えられるものとすれば，(9) 式と (10) 式より

$$\left(\frac{d}{dt}[ln(E_d\cdot\eta^{c_1})]\right)_2=0 \quad (11)$$

すなわち Kuznetsov の不変量

$$I_K=Ed\cdot\eta^{c_1} \quad (12)$$

$$c_1=\left[\frac{c_p}{R}\cdot\frac{\gamma_a}{T}-\frac{L}{RT_d{}^2}\left(-\frac{\partial T_d}{\partial z}\right)\right]\frac{\varphi(z)}{\varphi'(z)}$$

が求められ，この I_K は水平面内の乾燥領域では流れと共に一定に保たれる．一方凝結を考慮した場合には，若干の仮定の下に飽差 $T-T_d$ に対して次式が成立することが証明される．

$$\left(\frac{d}{dt}(T-T_d)\right)_2+bw=0 \quad (13)$$

ただし

$$b=\gamma_a\left(1-\frac{c_p}{R}\frac{RT_d{}^2}{LT}\right)$$

(13) 式とうず度方程式 (10) を用いれば I_K を求めたと同様な手続きによつて，相対湿度 $f=e/E$ とうず度に関する次のような Shvetz の不変量を導くことができる．

$$I_S=f\cdot\eta^{c}{}_2 \tag{14}$$

$$c_2=\gamma_a\left[\frac{c_p}{R}\cdot\frac{1}{T}-\frac{L}{RT^2}\right]\frac{\varphi(z)}{\varphi'(z)}$$

(12) 式と (14) 式で与えられる I_K, I_S は特に図計算法による予報には便利な量で，これらを用いた湿度場の予報は Kuznetsov, Doushkin, Lomonosov, Lunin などによつて試みられ，かなり良好な成績をあげていることが報告されている．

ソ連邦では最近新らしい計算機 BSM6 が数値予報を目的として導入され，この計算機を用いてルーチンの予報モデルを設定するための研究と，それに関連する多方面の開発研究が精力的に行われつつあるものとみられる．そのひとつとして (3) 式と (4) 式に基づいた凝結過程の数値予報が Lushev, Matvejevなどによつて試みられている．Marchuk によれば数値予報の力学モデルは次のような運動方程式，静力学式および連続式より成るプリミテイブ方程式系を用いている．

$$\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y}+\frac{\tau}{p_0}\frac{\partial u}{\partial \eta}=-g\frac{\partial \phi}{\partial x}+fv \tag{15}$$

$$\frac{\partial v}{\partial t}+u\frac{\partial v}{\partial x}+v\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\tau}{p_0}\frac{\partial v}{\partial \eta}=-g\frac{\partial \phi}{\partial y}-fu \tag{16}$$

$$T=-\frac{g\eta}{R}\frac{\partial \phi}{\partial \eta} \tag{17}$$

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{1}{p_0}\frac{\partial \tau}{\partial \eta}=0 \tag{18}$$

(15)～(18) 式は (x, y, $\eta=p/p_0$) 座標によって方程式を記述したもので τ は η の個別変化を表わしている．この方程式系に熱力学式を加えた完全系に対する計算スキいームについてはここでは詳しく紹介する余裕はながMarchuk, Kurbatkiin によつて詳細に研究されている．上述の方程式系と (3) と (4) に相当する．

$$\frac{\partial S}{\partial t}=a\frac{\partial^2 S}{\partial \eta^2}+\left(b-\frac{\tau}{p_0}\right)\frac{\partial S}{\partial \eta}-\left(u\frac{\partial S}{\partial x}+v\frac{\partial S}{\partial y}\right) \tag{19}$$

$$\frac{\partial \pi}{\partial t}=a\frac{\partial^2 \pi}{\partial \eta^2}+\left(b-\frac{\tau}{p_0}\right)\frac{\partial \pi}{\partial \eta}-\left(u\frac{\partial \pi}{\partial x}+v\frac{\partial \pi}{\partial y}\right) \tag{20}$$

ただし

$$a=k\left(\frac{g\eta}{RT}\right)^2,\quad b=k\left(\frac{g\eta}{RT}\right)^2\left(\frac{1}{\eta}-\frac{1}{T}\frac{\partial T}{\partial \eta}\right)$$

をつけ加えればこれらの方程式は (15)～(18) 式系と共に適当な初期条件，境界条件の下で解かれる．本来ならば凝結はせん熱の放出によって運動場に反映するはずであるが，モスコー　シンポジュウムの開かれた時点では (15)～(18) 式系と断熱方程式から得られた運動場の予報結果を (19) 式と (20) 式に代入して層雲を予報することを目的とした計算例が報告されたにすぎなかった．しかしこれらの方程式を解く場合に必要な S や π に対する境界条件に適当なものが考えられ，雲水量やその他の物理定数に色々な実験式を用いて試みられている．このように多くの仮定によっているにもかかわらず，上述のような方法によって実用上の目的に適つた結果の得られたことが報告されている．

4. その他

以上によってソ連邦における層雲の予報に関する色々な方法を概観したのであるが，もち論これが研究のすべてではないであろう．いままでの所では純粋な解析解を求めて境界の物理的性質による雲発生の過程を定性的に研究する方向や，観測事実に基づく経験則をかなり活用して実用上の目的を達することに主力が注がれていたかに見うけられるが，力学的な立場からみれば，雲が発生してそれが放射に及ぼすという2次的な効果よりも更に直接的には，せん熱の放出と降水を補償する水収支の問題などの大規模現象に関する完全な形での湿潤大気の取扱いの結果に期待したい．大容量の計算機が気象学に活用されるようになっていると見られるので，この方面の研究も組織的にすすめられることであろう．さらに対流による凝結熱や熱の再配分をどのようにして大規模現象にとり入れるかという問題も気象力学が当面する重要な課題であり，二三散見される所ではKibelなども深い関心をもつて基礎的な研究を行っているようなので，いづれ近い将来にはこの方面の成果も大いにあがるのではないかと思われる．