1970年8月　天　気　Vol. 17. No. 8.

551.510.5

重力波と地衡風運動*

松　野　太　郎**

1. はしがき

近年，低緯度や赤道域の気象現象への関心がたかまっているが，その際ひとつの問題となるのは従来中高緯度の現象について発展させてきた力学の諸理論がどの程度低緯度にも適用できるか，ということであろう．コリオリの力が働かなくなる赤道の近くで一体地衡風運動はどうなるのだろうか，というのは自然な疑問である．この問題に答えることをひとつの目的として，筆者は赤道域での波動の性質を論じ，慣性重力波と地衡風運動の中間の性質をもつ波が，運動方程式の解として存在することを示した（Matsuno, 1966）．その後この波に相当するとみられる現象が Yanai と Maruyama (1966) 及び Wallace と Kousky (1968) によって赤道成層圏中に見出され，さらにこの波の作用で赤道成層圏中の奇妙な現象，26ヶ月周期の東西風の変動がおこるとする仮説も提出されている．これらの話題についてはすでに柳井・丸山氏により本誌（1969年6月号）に詳しく解説されている．そこでここでは赤道波をふくめ“重力波と地衡風運動の区別”という点について多少考察してみたい．

2. 中緯度での地衡風運動

まずはじめに地衡風運動と慣性重力波の区別がはっきりしている中高緯度の条件下で両者の違いを見よう．それを論ずるために最も簡単なモデル，非圧縮性流体の，うすい層の二次元運動を考えよう．

$x-y$ を経度緯度方向の局所直角座標とし，$\boldsymbol{v}$ を水平面内の速度，h を流体面の変位とすると，運動方程式および連続の式は

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+f\boldsymbol{e}_z\times\boldsymbol{v}+g\nabla h=0 \qquad (1)$$

$$\frac{\partial h}{\partial t}+H\nabla\boldsymbol{v}=0 \qquad (2)$$

とかける．ここに $\boldsymbol{e}_z$ は垂直上向き単位ヴェクトル，H は流体の平均の深さ，g は重力加速度である．コリオリ因数 f は，$f=f_o+\beta y$ とする．

最初に $f=f_o>0$，$\beta=0$ の場合（回転平面）の場合を考えてみよう．この時上記の方程式は $e^{i\omega t+ikx}$ の形の解をもちその振動数 ω は

$$\omega^2=f_o{}^2+gH\boldsymbol{k}^2 \qquad (3)$$

$$\omega=0 \qquad (4)$$

となる．(3) は慣性復元力と重力復元力の和になっており慣性重力波の振動数である．(4) によれば定常運動が (1) の解としてあり得るがこれは e^{ikx} の形に限ることなく，$\boldsymbol{v}=\frac{1}{f_o}\boldsymbol{e}_z\times\nabla gh$ をみたす $\boldsymbol{v}$ と h であればよい．既ち地衡風運動の解であり．要するに渦がじっとしているということをあらわす．二つの型の運動についてポテンシャル渦度 $q=\boldsymbol{e}_z\cdot(\nabla\times\boldsymbol{v})-f_oh$ をつくってみると慣性重力波は $q=0$，地衡風渦では $q\neq 0$ である．このように最も単純な場合二つの型の違いは極めてはっきりしている．

次に $f_o>0$，$\beta\neq 0$ の場合を考えてみよう．中緯度 β 面といわれる場合である．β を小さな量として振動数の近似値を求めると

$$\omega_g{}^2=f_o{}^2+gH\boldsymbol{k}^2+\theta(\beta) \qquad (5)$$

$$\omega_R=\frac{\beta k_x}{\boldsymbol{k}^2+\dfrac{f_o{}^2}{gH}} \qquad (6)$$

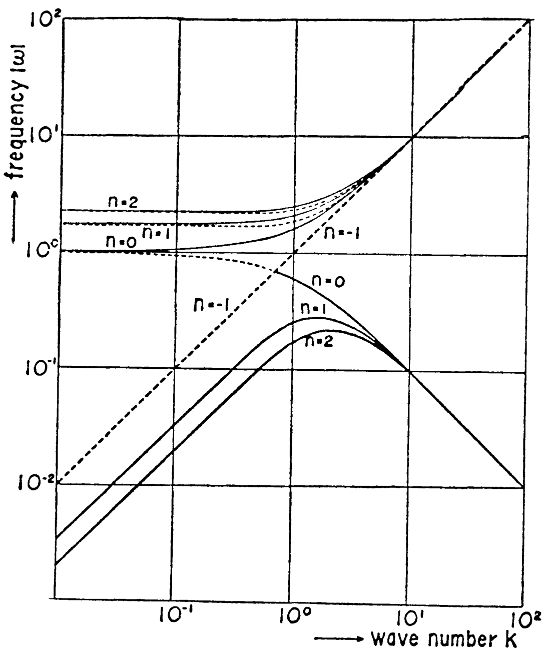
となる．但し k_x は波数 $\boldsymbol{k}$ の x 成分である．ω_g は慣性重力波，ω_R は先には $\boldsymbol{k}$ によらず0であったもので β 効果によって縮退がとけた形になっている．いうまでもなくロスビー波である．中緯度での代表的な値を採用すると ω_g は ω_R より1けた位大きく，振動数の上で二

---

* Gravity Wave and Geostrophic Motion

** T. Matsuno 九州大学理学部

—1970年6月25日受理—



第１図　赤道 β 面近似による分散曲線
太実線：ロスビー波（西進）
太破線：ケルヴィン波（東進）
細実線：慣性重力波（東進）
細破線：同上（西進）

種の波の間にはギャップがある．波と渦という分け方はなおあてはまるが，慣性重力波は０でないポテンシァル渦度をもち一方ロスビー波は多少とも発散成分をもつ．

3. 赤道近くでの波

（５）（６）を導いた時の制限を無視し，赤道の近くでの波長の長い波を考えてみよう．$f_0\to 0$，$k\to 0$ とすると ω_g は小さく ω_R は大きくなって両者は接近してゆく．しかし ω_g はいくらでも小さくなるのではない．何故なら波の感じる f_0 を小さくするために，波のひろがりを赤道近くに限れば，重力復元力はかえってますからである．雑な計算によって ω_g の最小値とそれを与える南北幅を求めると，それぞれ $5/4\pi\beta\sqrt{gH}$，$\pi\beta/\sqrt{gH}$ となる．これらが厳密なとり扱いによるものと殆んどちがいがないのは面白い．

さて（１）式で $f_0=0$，$\beta\neq 0$ とした場合（赤道 β 面）の方程式は，Matsuno (1969)，Blandford (1966)，Lindzen (1967) らによって論じられた．その結果によると，東西波数 k の波の振動数は

$$\frac{1}{\beta\sqrt{gH}}\omega^2-\frac{\sqrt{gH}}{\beta}k^2+\sqrt{gH}\,\frac{k}{\omega}=2n+1 \qquad (7)$$

の３根として得られる．３根は東向きおよび西向きの慣性重力波およびロスビー波に相当する．これを無次元化した k と ω であらわしたのが第１図である．（７）式及び図中の n は y 方向のモードを示し v の節の数に等しい．また $n=-1$ は v 成分をもたない解である．図を見てわかるようにロスビー波の ω は一般に慣性重力波の ω より小さい．しかし $k=1$ のあたりで両者の開きはなくなり，$n=0$ の西進波はロスビー側から慣性重力波側にのり移っている．それ故この波は「混合ロスビー重力波」と呼ばれるようになった*．$n=-1$ の波は波長によらず $\sqrt{gH}$ の速さで東進し波の構造をみると方向には，$fu=-g\partial h/\partial y$ という地衡風の関係をたもち，一方 x 方向の断面では純粋の重力波と同じ n と h の関係を保っている．これは運河の壁に沿って動く波と類似しており Kelvin 波と呼ぶ．上の二つの例外を除けばロスビー波と慣性重力波は振動数の上では大小に別れその間に１ケタ近いギャップがある．その限りではこの分類（名のつけ方）は意味があるだろう．しかし第１図からもうかがえるように，同じロスビー波でも $k>1$ の部分と $k<1$ の部分では振舞がだいぶ違いそうだ．そこでそれぞれの型の波をさらに長短二つの波長域に分け，波の構造上の特徴をいくつか調べてみると第１表のようになる．

但し p/v はポテンシアル渦度と南北風の比でその漸近的ふるまいを示し，また E_k/E_t は全エネルギーに対する運動エネルギーの比でやはり極限値である．これは Longuet-Higgins (1968) によった．下の表からわかるように Kelvin 波は見かけの地衡風バランスとはかかわりなく，本質的に重力波といってよいと思う．一方 $n=0$ の西進波は上記の性質に関してもⅡ型からⅢ型に移り変り，振動数の場合と全く同じ振舞い方である．

第１表

		q/v	E_k/E_t
Ⅰ	短波長慣性重力波	0	50%
Ⅱ	短波長ロスビー波	$\propto k$ のごとく大	100%
Ⅲ	長波長慣性重力波	1 の程度で一定	75%
Ⅳ	長波長ロスビー波	$\propto 1/k$ の如く大	25%
Ⅴ	ケルヴィン波	0	50%

* mixed Rossby gravity wave, mixed gravity Rossby wave の両方の呼び方があるようだ．

今までの所大気中に実在する波としては，混合ロスビー重力波とケルヴィン波の二つが確かめられているが，他のモードの波は見出されていない．その事とこの2つの波の振まいが特別であることと果して関係があるかどうかは不明である．Hayashi (1970) は対流活動と波の結びつきから上記二種の波が特に選択されるような自己励振機構をさがしているが決定的でないようだ．

なお混合波の議論は波長の極めて長い波（Yanai Maruyama の波は波長 10,000km）に適用されるもので通常シノプティック・スケールと呼ばれる程度の運動に関しては赤道でも渦と重力波の区別ははっきりしていると考えられる．

4. 成層流体中の強制波

次に慣性重力振動と地衡風運動の区別がつきにくいもうひとつの例を示そう．今までは一層の流体を考えてきたが，密度（大気の場合は温位）が一定の割合で変る流体層の中の内部波についても同様な議論が成り立つ．即ち（3）式に相当する内部波の振動数の式は

$$\omega^2=f_0{}^2+N^2\frac{k^2}{m^2} \tag{8}$$

と書ける．但し N^2 は Brunt-Väisälä の振動数，m は内部波の垂直構造を e^{imz} と表わした時の垂直波数である．（3）と比べてみればこの内部波の振動数は，

$$gH=N^2/m^2 \tag{9}$$

となるような H をもった一層流体の波のそれと等しい．

次に何らかの強制力によって波が生じている場合を考えるとその垂直構造は $e^{-\mu z}$（あるいは $e^{\mu z}$）であってもかまわない．この場合は（9）で $m=i\mu$ とおけば，$gH=-N^2/\mu^2$ となるから形式的に $H<0$ を考える必要がある．また不安定成層の場合は，温位を θ として，

$$N^2=g\frac{\partial ln\theta}{\partial z}<0$$

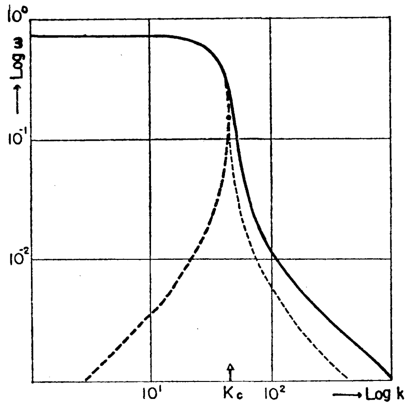
となるから，やはり負の深さを扱うことになる．さて，先の方程式（1）（2）から（3）～（6）を求めた過程は $H<0$ でも形式的に正しいのでそのまま利用できる．わかり易いように H の絶対値を，あらためて H' とかくことにすると（3）は

$$\omega^2{}_g=f_0{}^2-gH'\boldsymbol{k}^2 \tag{10}$$

となり ω_g は慣性振動数よりも小さい．そしてある値より大きな波数

$$k>k_c=f_0/\sqrt{gH'} \tag{11}$$

に対しては重力不安定がおこる．(11) は昔の台風発生論の臨界条件であるが，今ここでの興味の対象ではない．



第2図　中緯度 β 面上の不安定流体層の振動
太実線：西進波
太破線：東進波
細破線：重力不安定波（東進）

さて $k>k_c$ ではこの一組の不安定波の他にロスビー波の解があり，その位相速度は（6）より

$$C_R=-\frac{\beta}{k^2-f_0{}^2/gH'} \tag{12}$$

とかける．この解は $H>0$ の通常のロスビー波と $H=\pm\infty$ 既ち，非発散のロスビー波を通ってつながっており，かつそれより速く西に動く．問題は $k\to k_c$ の時の ω_R の振舞だがもちろん (12) からは何も得られないので，あらためて (11), (12) の式から数値的に ω と k の関係を求め第2図に示す．定性的議論の為なので諸量は特に意味はない．k_c から離れた所では大体先に見当をつけたようになっている．問題の箇所だが，$k>k_c$ のとき西進を示す波は，k_c に近づくにつれ急に振動数をまし $k>k_c$ の側で (10) で表わされる解のひとつにつながっている．即ちこの場合もロスビー波から慣性波への連続的移行が見られる．

さて上の議論をした動機は「1日周期の潮汐波のうち上下に伝播しないモードは強制ロスビー波と考えられる」(松野，1968) かどうか疑わしく思ったからである．そこで問題にしている1日周期潮汐波の基底モードの $H\fallingdotseq-12$km; (Lindzen, 1967) について，前記のような見方をしてみると，丁度ロスビー型から慣性振動型に移り変る中間に位置して，どちらとも決め難くロスビー波とは言い切れない波動の垂直伝播特性という見地からみれば，大気に力や熱を加えた時，振動数と波長の組み合わせいかんによって，ある時は重力波として，ある時は

ロスビー波として垂直に伝播するが，場合によっては上下方向には波を形成しないこともある．先の議論はこのような場合にも適当な接続によってロスビー型と重力波型に分類しようとする試みでありそもそもあまり意味がなく無理なのかもしれない．

5. あとがき

この話は要するに波の分類のし方，名前のつけ方の話である．どうでもよいことに，もってまわったような理屈をつけただけで結局はっきりした事は何も得られなかった．しかしこれは結果論であって，ことによっては名前のつけ方にこだわることによって面白いものが出てくることもあり得ると思っている．

引用文献

Blandford, R. 1966; Deep Sea Res. **13**, 941-961.
Y. Hayashi, 1970; J. Meteor. Soc. Japan **48**, 140. -160.
Lindzen, R.S. 1967; Month Weath Rev.
Longuet-Higgins, M.S., 1968; Phil. Trans. Roy. Soc. A **262**, 511-607.
Matsuno T., 1966; J. Metesr Soc. Japan **44**, 25-43.
Wallace, J.M. and V.E. Kousky, 1968; J. Atmos. Sci, **25**, 900-907.
Yanai M., and Maruyoma T., 1966; J. Meteor. Soc. Japan **44**, 291-294.
松野太郎，1968：天気，**15**，13-20.
柳井迪雄，丸山健人，1969：天気，**16**，239-260.