

霰のレーダ反射係数 Z と降水強度 R との関係*

藤原 美幸 柳瀬 利子 高橋 克己**

1. はしがき

レーダを降水検出の道具として用いる場合に問題となってくるのは個々の降水粒子の電気的性質とその空間粒度分布である。その降水粒子の空間分布については雨滴の場合には多くの観測結果が報告され (Marshall and Palmer 1948, Best 1950, Fujiwara 1965, Imai 1960, Stout and Mueller 1968) ており、雪片についても若干の報告がある。(Langleben 1954, Imai et al 1955)。しかし霰についてはほとんどその報告がない。しかしながらレーダによる北陸の降雪観測が現在すでに各気象管署で実施されているので取りあえず多少の仮定を折込みながら求めてみることにした。

2. 前提となる散乱式

ビームを目標物で満たしたときの反射物体よりの反射強度は(1)式で表わされる。

$$\frac{P_r}{P_t} = \frac{C}{r^2} \sum \sigma \quad (1)$$

$$\text{ただし } C = \frac{Ae \cdot h}{8\pi} \quad (2)$$

ここに P_r , P_t はそれぞれ反射波、電波発射の電界強度、 r は目標物までの距離、 Ae はアンテナの実効面積、 h はパルス幅である。この論文で問題にしているのは降水粒子の後方反射の断面積の和 $\sum \sigma$ である。波長 λ が降水粒子の直径 D の2倍以上の大きさであることを仮定 (レーレー散乱) すると

$$\sigma_r = \frac{\pi^5}{\lambda^4} \left| \frac{\epsilon - 1}{\epsilon + 2} \right|^2 D^6 \quad (3)$$

ϵ は粒子の電媒常数である。雨滴の場合には(3)式で ϵ に水の複素誘電率を用いばよいが雪片の場合には氷と空気の混合物であるからそれが一様に混合していると仮定して、Ryde の質量比例配分の方法により雪片に対しては

結局(4)式のようになる (小平1967)。ただし f は粒子の形の factor で球の場合は1になる。 σ_r は粒子が融解した場合の後方散乱断面積である。

$$\sigma_s = 0.22\sigma_r \cdot f \quad (4)$$

従って個々の霰を融かしてその直径をはかり D^6 を計算すればよい。ただし落下中の雪片を平板上に受けて採集する場合は霰の状態在空中に存在するときの空間密度が必要である。このため落下速度を仮定しなければならない。

3. 降水粒子の落下速度

美川付近で降水粒子の落下速度の直接測定を行なう予定であったが、ストロボの故障のため資料がとれなかった。しかし2年前高田市において測定した資料 (成雨機構研究成果報告2報P89) を用い、かつ半理論式 (Fujiwara 1957) を適用して落下速度を求めた。

一般に空気中の落下の速度は(5)式で与えられる。

$$\frac{\sigma}{2} \cdot \frac{\pi}{4} d^2 C_D v^2 = mg \quad (5)$$

ただし σ : 空気の密度、 d : 粒のみかけの直径、 m : 粒の質量、 g : 重力加速度、左辺は速度の2乗と断面積に比例する抵抗の力で右辺はこれに均り合う重力である。抵抗係数 C_D はレーノルズ数のみの函数であるが、レーノルズ数は空気の密度が一定とすれば主として速度 v と直径 d の積の函数となる。また流体力学の教科書 (例えばGoldstein: Modern development in fluid dynamics 1) 等によるとレーノルズ数が100~3,500間はほぼ $n = \text{一定}$ (例えば球形では1/4) で近似できる。従って

$$C_D = f(Re) = K (vd)^n \quad (6)$$

$$m = \frac{\pi}{6} \rho d^3 = \frac{\pi}{6} D^3 \quad (7)$$

ρ は偏平率で ρ は粒の密度、 D は粒の融解した密度1の水滴球の直径である。(5)-(7)式から粒の落下速度 v は

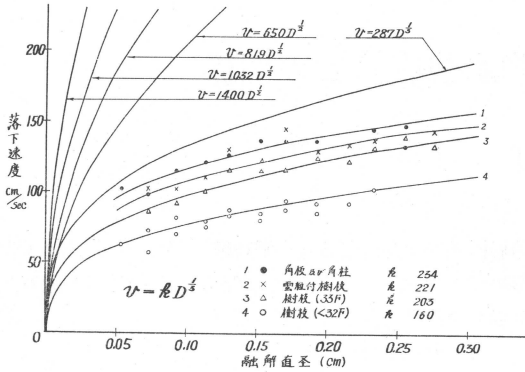
$$v = k \cdot D^{\frac{1}{s}} \quad (8)$$

となる。ただし

* Relationships between Radar Reflectivity Z and the Rainfall Intensity R on Snowflake and Graupel.

** M. Fujiwara, T. Yanase and K. Takahashi
気象研究所。

—1971年6月21日受理—



第1図

$$k = \left(\frac{4g}{3d\sigma} \right)^{\frac{1}{n+2}} \cdot \rho^{\frac{1}{n}} \cdot \rho^{\frac{1}{n}} \quad (9)$$

$$s = \frac{n+2}{n-1}$$

(8)の式は雨滴の落下速度にも、雪片の落下速度にも Spihans の式ないし、Langleben—今井の式にも合っており、近似的に粒子の落下速度を表わし得ることを示している。

ここで両者の実験式を代入して係数をきめると

$$v = 778 \cdot \rho^{\frac{1}{3}} \cdot D^{\frac{1}{3}} \quad (\text{雪片}) \quad (10)$$

$$v = 1400 \rho^{\frac{1}{3}} D^{\frac{1}{2}} \quad (\text{雨滴}) \quad (11)$$

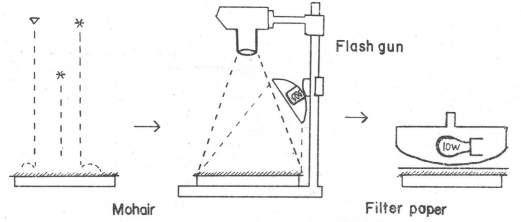
当然のことながら(10)式は今井他の測定結果 (Imai et al 1955) ともよく一致する (第1図)。

雪片の落下速度は孫野 (1950) の測定結果もあるが変数をみかけの直径にとっている。2節に述べた通りレーダ反射係数は融解水滴の大きさに直した理論に基いているので第1図では今井他、Langleben の資料を用いた。曲線1, 2, 3, 4, は雪片の凝集型が異なるに従って (当然密度も変化していると考えられ) k の値も変化している。k の値はここでは160ぐらいから254まで変化している。

霰の落下速度の測定資料は現在まだ極めて乏しく(8), (9)式の適用をためすことはできないが、粒子が扁平型よりもむしろ球によって近似できることを考えて(11)式すなわち

$$v \propto D^{\frac{1}{2}} \quad (12)$$

の形を適用することができるであろう。これと前記、市村、藤原による高田市における測定値を代入して実験式を出した。パラメーターρは第6節でのべる方法で求め



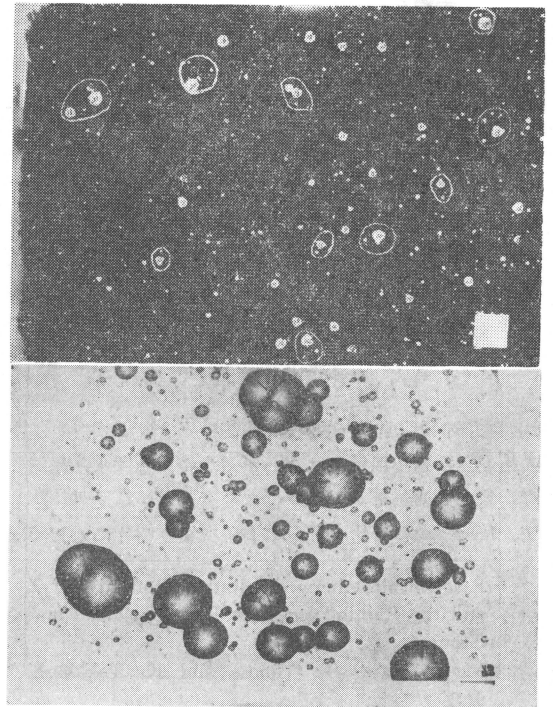
第2図

た。

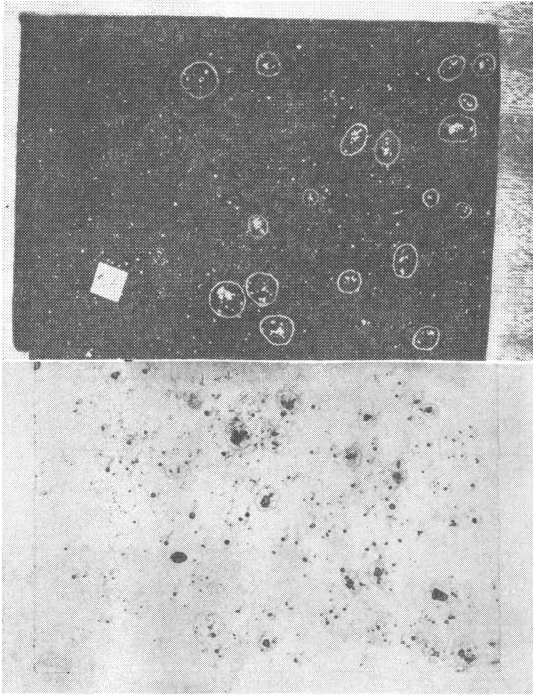
4. 観測の方法

地上の観測網を張る上で簡単容易で特に熟練の必要のない方法として第2図に示すような観測法を採用した。雪片ないし霰を黒いビロードないしモヘア (霰のとき) にうけ、ストップウォッチで露出時間を正確にはかり、融けないうちに速かにフラッシュによる接写撮影を行なう。撮影がおわればウォータブルーの処理をほどこした沓紙をあてて10W位のヒーターの入ったプレス版でゆっくりおさえ沓紙にしみこませる (Imai et al 1955)。この方法により数と凝集型とみかけ上の大きさ、質量分布を同時に観測することができる。

しかしこのような簡単な方法でも実際の作業となると



第3図



第4図 (雪片)

色々の困難がつきまとう。先づ

- (1) 霰はうけるとき跳ねて転んでモヘヤー板の外に出してしまうものがある。特に大粒ほどひどい。これにはモヘアよりも真綿の方がよい(佐粧純男氏の示唆による)。ただしこの場合焦点面をなるべく適切にするよう心掛ける必要がある。
- (2) 温度が低くなると、軽い雪片、落下速度の大きい雲粒づき雪片などは落ちると同時に受け板の上でこわれて広がってしまい、沱紙の中でも一つの斑点として取れないことがある。
- (3) また雨滴のときも同様であるが、風が出ると雪片の捕捉は雨滴よりもはるかに困難となる。ドームを作るとか建物の陰を利用する方法があるが、その影響を補正することも実際は困難である。今回は半ば建物の陰を利用した。

5. 資料整理の方法

第3図に、霰の接写、沱紙の資料の1例を示す。沱紙は裏返しの写真で真中を軸にして対称の位置の斑点が接写の写真と対応している。これは粒の大きさの割に数が多すぎた為、小粒の斑点が大粒がカバーしてしまった例である。このようなものはその資料の計算の段階において、小粒の見かけ上の直径から平均の密度を用いて

質量を求め、大粒の質量から差引いて誤差を少なくするよう、可能なかぎりの補正方法を採用した。

この見かけ上の体積は接写写真上の面積(見かけ上の最大断面積とみなし得る)と等積の断面積をもつ球の体積をもって近似させた。

第4図には雪片の接写と沱紙の一对を例示する。これは雪片のうちで、比較的乾燥しており落下と同時に破碎飛散した例である。観測の経験と、接写写真の観察から一つの雪片からこわれたと思われるものは鉛筆でかこって区別し、そのかこいの中の沱紙上の斑点は一個々々質量を測定した後合計してもとの雪片の質量を算出した。雪片のみかけ上の体積も霰と同じ方法によった。これは北陸地方で落下中の雪片をストロボで接写したものをみると屢々引合に出されるような小さな紙切れのような形をしておらず上下方向にも水平方向に近い厚みをもっていることがわかっているからである。

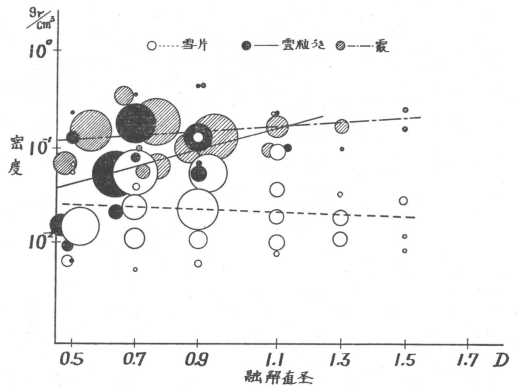
本論文では「雲粒づき」として雪片と霰の中間的降水粒子として次のように定義した。北陸地方には昇華成長型の氷晶が多数集合して一つの雪片を作っているもの他に多量の雲粒をつけて霰に近くなった粒子が降ることが多い。これは中谷の雪の分類で雲粒づきと名付けられているものとは別に、本論文ではほとんど昇華成長の結晶型がかくれてしまう位多量に雲粒をつけた樹氷雪片のことを指すことにする。

従って以下に列記するような方法によって接写写真から降水粒子型を分類した。

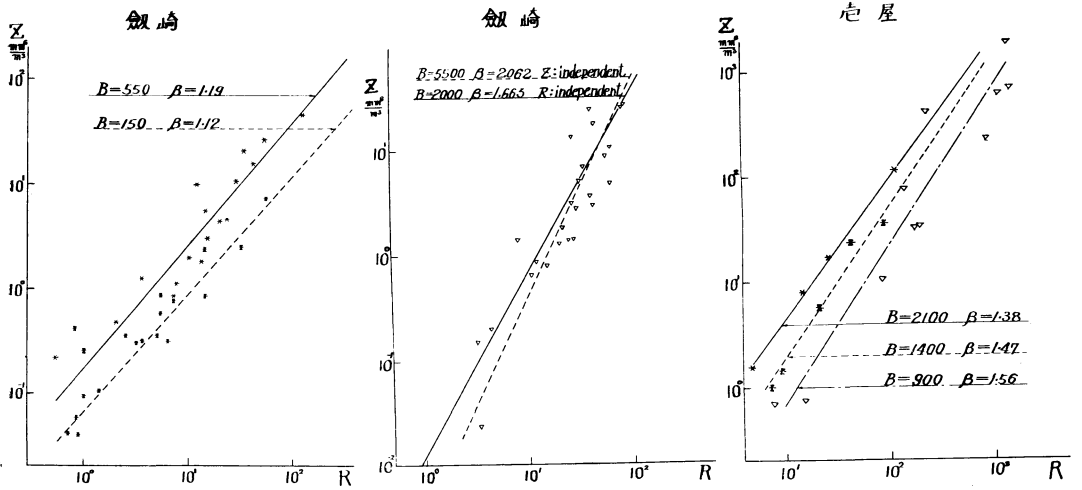
(雪片) 多数の孔があり、縁が不規則で円みのないもの

(雲粒づき) 長い形、曲った形または凹凸はあるが縁に円みがあるもの、孔は1つないし2つ以下のもの

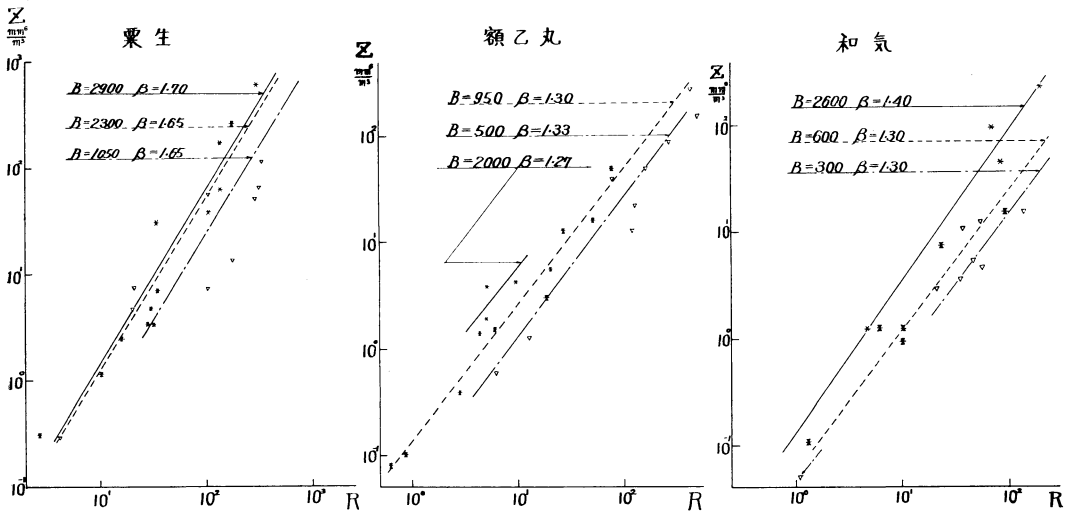
(霰) 凹面のほとんどない単一粒子



第5図



第6図



第7図

北陸では降水粒子の成長に関する別論文でのべるように雪片と霰が混って降ることが多い、また雲粒づきはもっと一般的に混入してみられる。従って非常に多くの採集資料から、上のような分類方法によって3種類の粒子により分けた後に落下速度、密度の算出、適用を行ない空間分布 Z の計算を行なった。

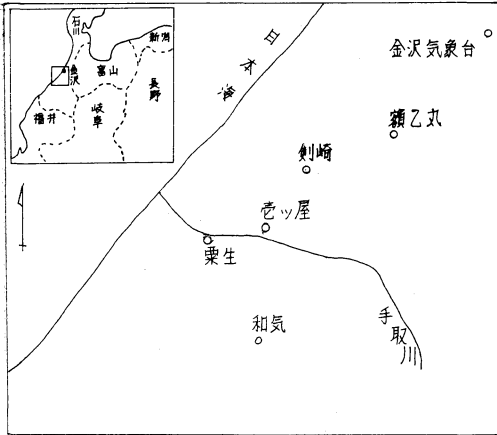
6. 粒子の密度

前節で述べたような方法により雪片、雲粒づき、霰の区別を行ない、第4節にのべたような方法で見かけ上の体積と質量を求め個々の粒子を求めてプロットしたのが第5図である。このような広いパラつきは勿論、これら

のみかけ上の体積の出し方の困難性にもよるが、資料自身雪片から霰に到るまでの広範囲の変化を含んでいるのである。丸のおおのの直径は点の数に比例している。これによると雪片(白丸)はサイズの大きくなるに従ってやや密度が小さくなる傾向をもち、霰(影丸)は反対に大粒になると増加する傾向がみられる。黒丸で示したのが雲粒づきであるが当然のことながら霰と雪片の中間に分布している。粒径が大きくなるに従って霰に近くなることはその成長過程を考えると当然であろう。

7. Z_s-R 実験式

種々の固体降水粒子は前述のように雪片、雲粒付、霰



第8図

の3種類に大別して、この3種類毎に粒子のサイズの関数として平均密度を前節の要領で求め、個々の粒子の落下速度を求め粒子の Z_s の空間分布を求めた。即ち(3)式を用いることになる。粒子の密度 ρ は k の中に入り従って k は融解直径 D の函数となる。

$$Z_s = \sigma_r = \sum n_D D^6 \cdot \frac{1}{k(D)D^2} \quad (3)$$

また $Z-R$ 関係は実験的に次式で定める。

$$Z_s = BR^\beta \quad (4)$$

第6図、第7図に Z_s-R の Scatter diagram を示す。(横軸 R は $\text{mmhr}^{-1} \times 10^{-3}$ の単位になっている。) 第6図で、第2線の一番北にある観測点剣崎(第8図)ではかなり最大粒2.5mm(直径)位の霰の資料がとれたが、全体としてはかなりバラついている。雪片は*印、雲粒付はX、霰はVで表わしてある。霰だけについて言えば真中のグラフのようになる。 Z を独立変数にとったときと R を独立変数にとった時の二本の回帰直線を示した。

両者の傾斜はかなり近いが、全体の R の平均が数10分の1mm/hr位であるから $Z-R$ 関係式の B の値にはかなり大きな差が生じてくる。この直線による R の推定の際に生ずる誤差は標準偏差として0.068即ち+16%、-15%で 2σ の値は+36%、-27%である。従ってレーダ観測では標本容積が増えるから大体この数値以下になるであろう。

右端の老ツ屋ではかなりの雲粒付が降ったので3種類の直線が引けた。雪片と雲粒付とを比較すると前者の B の値は後者よりもかなり大きい。それらの中二つの外れた点はそれぞれ2個及び4個の少ない採集なのでその回

帰直線を引くとき無視した。この B の値の変化は老ツ屋でも同様で雪片、雲粒付、霰の順に小さくなる。

第7図は更に5~6軒内陸に入った第3線における観測結果である。粟生の場合は雪片と雲粒付とがほとんど同じ大きさの B となっている。しかし霰の点はかなりバラついているが B の値は相対的にかなり低くなっている。このバラつきは採集量が特に少なかった為であるからレーダ観測の場合はもっと標本量が大きく、バラつきは小さくなる筈である。

額乙丸は地理的に今回のしゅう雪の北端にあたり、雪片が非常に少なく、雪片の B 、 β の値は信頼度が少ない。しかし霰と雲粒付に関する結果はかなり信頼できよう。この場合も霰、雲粒付の順での値が大きくなっている。

和気でPPIレーダエコーはかなり拡散型となり、雪片の方が多かった。バラつきが少ないため資料数の割りに B の値2,600はかなり信頼できると思われる。

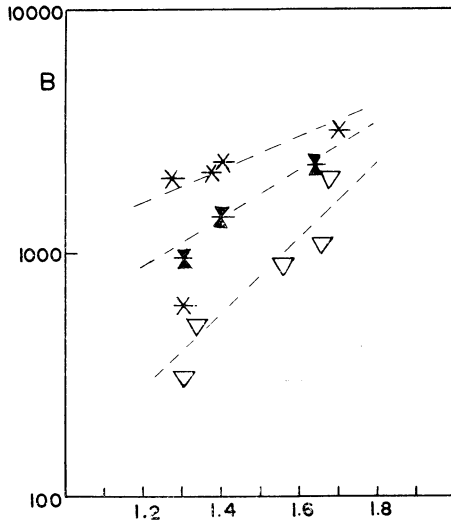
8. 結論

以上の結果を一覧表にすると第1表のようになる。横に見て行くと同じ霰でも地点による変化がかなりあることがわかる。しかし雪片の場合は非常に資料の少なかった剣崎を除いてほぼ2,000になっておりGunn & Marshall (1958)の2,000とImai et al (1955)の2,400に近い。

一方同じ地点でみると剣崎の霰をのぞき霰、雲粒付、雪片と次第に B の値が大きくなり粒の密度が大きくな

第1表

	粟生	老ツヤ	和気	額乙丸	剣崎
アラレ	B:1050	900	300	500	2000
	β :1.65	1.56	1.30	1.33	1.66
雲粒付	2.300	1400	600	950	150
	1.65	1.4	1.30	1.30	1.12
雪片	2900	2100	2300	2000	550
	1.70	1.38	1.40	1.27	1.19
雪片	Gunn & Marshall B=2000 $\beta=2.0$				
	Imai et al, 武蔵境(東京)				
	B=2400, $\beta=1.8$ 1701-1732				
	1500, $\beta=1.8$ 1601-1701				
雲粒付	今井・他, 塩沢(新潟県)				
	B=500, $\beta=1.8$				



第9図

るに従って同じ R では Z の値が小さくなることを示している。これはいわば粒子の落下速度を考えると当然の結果のように思えるが、一方粒度分布や降水強度の類似性や連続性の仮定がなり立つという事実を暗示しているとも言える。この傾向は密度の代りに温度の差によって示されている昼間から夜間への B の変化によってもうかがえる。

以上の結果を $\log B - \beta$ の座標にプロットしてみると第9図のようになる。 B の絶対値をとると霰の B の値は雲粒付よりも必ずしも小さいとは云えないが、一般の

傾向から言うと β の値に依存しており、これら3種の降水粒子の間に系統的な相異がみとめられる。

文献

- ① Best, A.C., 1950: The size distribution of raindrops. Q.J. Roy. Meteor. Soc. **76**, p. 16.
- ② 小平信彦, 1967: 気象レーダの基礎, 気象研究ノート86号 pp. 91-152.
- ③ Fujiwara, M. 1965: Raindrop-size distribution from individual storms Jour. atmos. Sci. **22**, p. 585.
- ④ Gunn, K.L.S and J.S. Marshall, 1958: The distribution with size of aggregate snowflakes. J. Meteor. **15**, p. 452.
- ⑤ Imai, I., 1960: Raindrop size distributions and Z-R relationships. Proc. 8th Weath. Radar Conf. Amer Met. Soc., p. 211.
- ⑥ Imai, I., Fujiwara, M., Ichimura, I., and Toyama, Y., 1955: Radar reflectivity of falling snow. Papers. Meteor. Geophys. **6**, p. 130.
- ⑦ Langlelben, M.P. 1954: The terminal velocity of snowflakes. Quart. J. R. Met. Soc. **80**, p. 174.
- ⑧ Magono, C. 1951: On the fall velocity of snowflakes J. Meteor. **8** p. 199.
- ⑨ Marshall, J.S. and Palmer, W. Mck. 1948: The distribution of raindrops with size. J. Meteor. **5**, p. 165.
- ⑩ Stout, E.G. and E.A. Mueller, 1968: Survey of relationships between rainfall rate and radar reflectivity in the measurement of precipitation. J. Appl. Meteor. **7**, p. 465.

気象学外国文献集刊行委員会からのお知らせ

1. 論文の著者との連絡の都合上、発行順が必ずしも一貫しない場合がありますが、文献集の番号は一貫させる方針です。即ち、既刊の3冊、General Circulation Part 1. 2; Tropical Cyclone は順に No. 1, 2, 3 としましたが、今回は Synoptic Meteorology and Weather Forecasting Part 2 で、これは No. 5 とします。そして、次々回に同 Part 1 を刊行し、No. 4 とします。御諒承下さい。
2. 現在、購読者は約400名で、まだ残部があります。購読御希望の方は、学会事務局まで御申込み下さい。但し、全巻購読者に限りません。定価は1冊1,000円です。
3. 購読者で、配布済の本の代金を未払いの方は、至急学会事務局宛御送付下さい。独立採算制で、かなり苦しいやりくりをしている現状です。