551.558.21；551.511；532.5

山の上流側におけるよどみ領域の発生について*

北 林 興 二** 下 形 茂 雄**

要 旨

筆者等は安定成層状態にある大気中で山の上流側に発生するであろうよどみ領域に興味をもち，その研究を始めている．Long や Yih 等の非粘性モデルではフルード数が $1/\pi$ 以下でよどみ流が発生することが示されているが，筆者は粘性をも取入れたモデルによりフレード数0.5程度でもよどみ流が発生する可能性があることを示した．

最近，風洞実験により，よどみ流についてある程度の知見を得たので報告し，あわせて識者の御意見を期待している．

1. まえがき

最近，大気汚染防止の問題に関係して微気象現象の研究が盛んに行なわれている．多くはプラネタリ境界層の特性，主に，乱流特性であるが海陸風等を考慮した平均気流場の研究も行なわれている．四面を海に囲まれ，山岳が多く地形の複雑な我国では大気乱流だけでなく，平均流場に関する研究も重要なことと思われる．特に強い安定成層状態では，鉛直方向の気塊の運動が抑えられるため，熱的に中立な場合とはかなり異った気流状態となることが考えられる．たとえば盆地における大気のよどみや，孤峰を迂回する流れ等は安定大気で顕著となるであろう．ことに上層風が弱く，強い安定成層大気の状態では，山の前面で気塊が山の斜面を昇り得ず，そこに空気の動きの少ないよどみ領域が形成されることが考えられる．

このような現象が環境問題，とくに大気汚染にとって重要なことは言うまでもない．筆者らはこのようなよどみ流に興味をもち，その支配的なパラメータは何であり，どの程度の状態でよどみ流が発生するかを知るため理論的な考察を試み，風洞実験による観察を行った．

安定成層中でのよどみ流（stagnant flow）の研究は筆者の知るかぎりあまり多くはなく，Long (1953, 55), Yih (1958, 1965), Kao (1965) 等がある程度である．また大気中での観測は皆無であろう．

2. 従来の研究

ここで，これまでに発表されている密度成層流中のよどみ流の研究を簡単に紹介しておく．

密度成層流の理論および実験で著名な Long は流れを支配するパラメータとして，密度勾配を考慮したフルード数

$$F_r=\frac{U}{\left(g\dfrac{1}{\rho_0}\left|\dfrac{\partial\rho}{\partial z}\right|\right)^{1/2}}$$

を導入し，Barrier を過ぎる流れの非粘性成層流モデルから F_r 数が $1/\pi$ 以下でよどみ流が発生すると推理した．彼の推理は F_r 数が $1/\pi$ 以下で流れを記述する方程式の解の唯一性が疑われることに基ずいている．

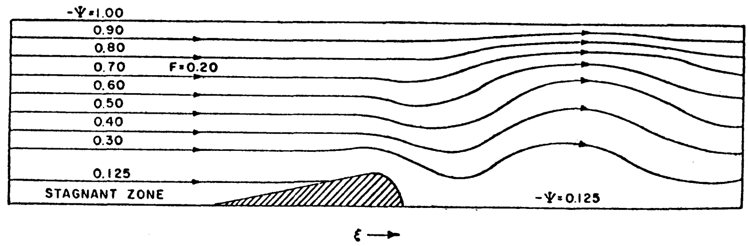
よどみ流が発生するときの F_r 数がほぼ $1/\pi$ であることを明確に示したのは Yih (1958) であると思われる．彼の理論的モデルはここでわれわれが問題としている Barrier 上流側のよどみとは少しく異なり，平板の間を流れる密度成層流体が床面の一点に吸込まれる場合である．しかしながら，彼の結果が Long の推理と一致し，F_r 数 $1/\pi$ がよどみ流と強い関係があることを示した点で重要な意味を持っている．

Kao (1965) は Yih の研究をさらに進め，Barrier 上流側に発生するよどみ領域の形状を理論的に研究した．彼の非粘性密度成層流モデルでは Barrier は Source, Sink, Vortex sheet により置きかえられており，よどみ領域の発生，消滅の機構や限界 F_r 数についての議論はできないように思われる．彼は F_r 数が $1/\pi$ 以下の場合についてよどみ領域の形状がどのようになるかを示している（図1）．Long, Kao, Yih 等の理論では流体の粘性，拡散は無視されている．また風速分布，密度分布も直線的な分布など簡単なかたちに仮定されている．し

* On the stagnant flow up stream of a hill

** K. Kitabayashi and S. Shimogata：公害資源研究所

——1972年12月4日受理——



第1図　Barrier 上流側に発生するよどみ流 $F_r=0.20$ (Kao による)

たがって，粘性や拡散の効果の大きい境界層については流れを正しく記述し得ないように思われる．

Sheppard (1956) は山越え気流についてのコメントで，密度成層をした気流がすべて山を越えて流れると考えて良いのかという疑問を発し，よどみ流の可能性をエネルギー保存の関係から検討している．しかしながら，流れに沿う圧力の変化が流速と結びついており，圧力項を明確に表わし得ないため，厳密な議論はできないと述べている．

3. 斜面風モデルによるよどみ流の発生

筆者 (1972) は Howarth (1938) によって示された層流剝離を表わす境界層方程式を応用し，冷却された昇り斜面での風速分布を計算した．その結果，地面の冷却効果により流れの剝離が発生することが示された．筆者はこの剝離がよどみ領域の生成と直接結びついていると考えている．以下で斜面風モデルの概略を述べてゆく．

気流が斜面に達するまで一様な風速分布と温度をもち，それが昇り斜面により (U_0+u_1x) で加速されるものと考えると，昇り斜面についての流れ方向の運動方程式は次式で表わされる．

$$u\frac{\partial u}{\partial x}+w\frac{\partial u}{\partial z}=u_1(U_0+u_1x)+\frac{\Delta\rho}{\rho_0}g\sin\phi+K_M\frac{\partial^2u}{\partial z^2} \qquad (1)$$

ここで x は斜面開始点から測った流れ方向の距離，z は斜面に直角で上方に測った距離，U_0 は斜面より上流側での一様流の速度，ϕ は斜面角度，K_M は粘性係数である．

熱エネルギー保存の方程式は，

$$u\frac{\partial\theta}{\partial x}+w\frac{\partial\theta}{\partial z}=K_H\frac{\partial^2\theta}{\partial z^2} \qquad (2)$$

で表わされる．

流れ方向の長さスケール L として

$$L=\frac{U_0}{u_1}$$

z 方向の長さスケールを D，斜面と一様流の温度差を ΔT_0，水平面と斜面のなす角度を ϕ とし，無次元パラメータとして，

$$u_*=\frac{u}{U_0},\quad \theta_*=\frac{\Delta T}{\Delta T_0},\quad \delta=\frac{D}{L},\quad \beta=\frac{\sin\phi}{\delta F_r{}^2},$$

$$F_r{}^2=\frac{U_0{}^2}{gD\dfrac{\Delta T_0}{T_0}},\quad x_*=\frac{x}{L},\quad z_*=\frac{z}{D},\quad P_r=\frac{K_M}{K_H},$$

$$R_e=\frac{UL}{K_M},$$

を導入すると $\delta^2R_e=0(1)$ の状態に対して，運動方程式，熱エネルギー方程式は次のような無次元方程式に書き換えられる．

$$u_*\frac{\partial u_*}{\partial x_*}+w_*\frac{\partial u_*}{\partial z_*}=(1+x_*)-\beta\theta_*+\frac{\partial^2u_*}{\partial z_*{}^2} \qquad (3)$$

$$u_*\frac{\partial\theta_*}{\partial x_*}+w_*\frac{\partial\theta_*}{\partial Z_*}=P_r\frac{\partial^2\theta_*}{\partial Z_*{}^2} \qquad (4)$$

これらの方程式の解として流線函数 ψ_*，θ_* を次のように仮定する．

$$\psi_*=x_*{}^{1/2}\{f_0(\eta)-(8x_*)f_1(\eta)+(8x_*)^2f_2(\eta)-(8x_*)^3f_3(\eta)+\cdots\cdots\}$$

$$\theta_*=g_0(\eta)-(8x_*)g_1(\eta)+(8x_*)^2g_2(\eta)-(8x_*)^3g_3(\eta)+\cdots\cdots$$

$$\eta=\frac{1}{2}z_*/x_*{}^{1/2}$$

これにより (3)，(4) の方程式は次のような常微分方程式群に書き換えられる．

$$f_0{}'''+f_0f_0{}''=0$$

$$f_1{}'''+f_0f_1{}''-2f_0{}'f_1{}'+3f_0{}''f_1=1+\beta g_0$$

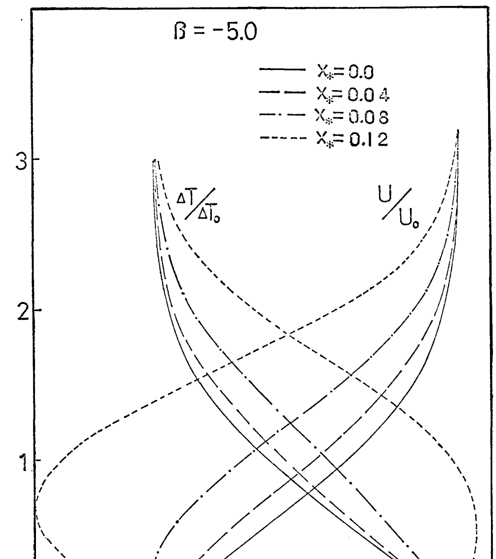
$$f_2{}'''+f_0f_2{}''-4f_0{}'f_2{}'+5f_0{}''f_2$$

$$=-\frac{1}{8}+\beta g_1+2f_1'^2-3f_1f_1''$$

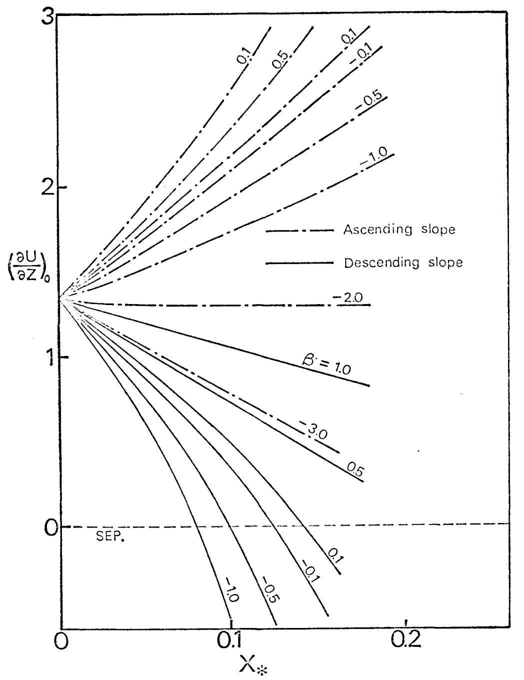
$$f_3'''+f_0f_3''-6f_0'f_3'+7f_0''f_3$$
$$=\beta g_2+6f_1'f_2'-3f_1f_2''-5f_1''f_2$$
$$\vdots$$
$$P_rg_0''+f_0g_0'=0$$
$$P_rg_1''+f_0g_1'-2f_0'g_1=-3f_1g_0'$$
$$P_rg_2''+f_0g_2'-4f_0'g_2$$
$$=2f_1'g_1-3f_1g_1'-5f_2g_0'$$
$$\vdots$$

筆者はいくつかの β について f_i, g_i に関する方程式の解を求めた．図2は $\beta=-5.0$ に対する風速分布と温度分布をいくつかの x_* に対して示したものである．$x_*=0.08$ ですでに剥離状態に達していることがわかる．流れの剥離は $(\partial u/\partial z)_{z=0}$ が0となる点で発生する．図3は種々の β について風速勾配が距離と共にどう変化するかを示している．

図3に示されているように昇り斜面では，$|\beta|\geq 3$ について剥離流が発生することがわかる．この値から比較的ゆるい斜面 ($\delta\fallingdotseq\sin\phi$) の場合，剥離限界 F_r 数として0.6程度が得られる．したがって，昇り斜面での剥離がよどみ流と直接結びつくなら，F_r 数が Long によって



第2図　冷却された昇り斜面での風速分布と温度分布の風下方向変化．風速分布から $x_*=0.08$ では剥離が発生していることが知られる．



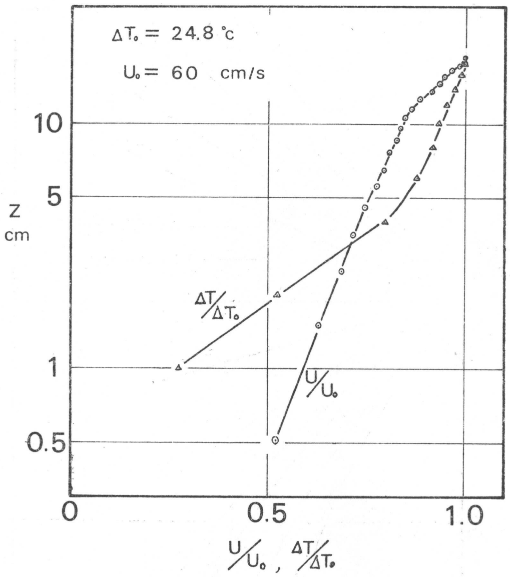
第3図　冷却あるいは加熱された斜面での風速勾配 $\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0}$ と風下距離の関係．$\left(\frac{\partial u}{\partial z}\right)_{z=0}=0$ が剥離の発生条件である．

示された値の2倍程度でもよどみ流が起り得ることを示している．ただ剥離がただちによどみ流に発達するかは議論の残るところであり，その中間的状態としてよどみ流が不安定に存在する β の範囲があるように思われる．

4. 風洞実験によるよどみ気流の観察

筆者らは Barrier の上流側のよどみ流がどのような安定度状態で発生するかをみるため風洞による観察を試みた．実験には公害資源研究所の拡散風洞（測定部長さ約10 m，幅3 m，高さ1.5 m）が用いられた．この風洞の測定部の床は長さ9 mにわたって二重の鋼板で作られており，その鋼板の間を加熱あるいは冷却された媒体を流すことにより，不安定あるいは安定に成層した気流が作られる．熱媒体の加熱，冷却の限界温度はそれぞれ＋60°C，−5°C 程度であり，かなり強い温度勾配を作り得る．

今回の実験では床面を −5°C 程度に冷却し，風速は20 cm/s から 60 cm/s の範囲に設定した．気流の観察は2種類の Barrier について行った．一つは長さ 55 cm，幅 27 cm の鉄板を風洞床上に斜面を作るように横たえたものであり．Barrier としての寸法は，流れに直角方向



第4図　風洞実験時の風速および温度分布

の幅55 cm，高さ6 cm，斜面に沿う長さ27 cm である．これを Barrier A と呼ぶ．他の Barrier は二次元 Bell 山形モデルであり，Barrier A に較らべて斜面はなめらかに変化する．これを Barrier B と呼ぶ．Barrier B の寸法は流れに直角方向の幅 130 cm，斜面の長さ 50 cm，高さ 8.8 cm である．

安定成層状態での境界層厚さは中立時より少し薄く，風速分布はよりフラットになっている．これは強い冷却により，床面近くの気流が層流化され風速勾配が大きくなっているためと思われる．図4に Barrier の上流側1 mのところでの風速分布，温度分布を示してある．風速分布は境界層下部では対数分布に従うが，温度分布は対数分布とはいえない．

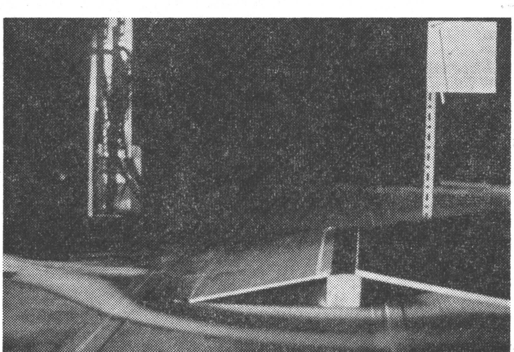


写真 1　Barrier をまわる流れ
$U_0 \doteqdot 40$ cm/s，$Fr \doteqdot 2.5$

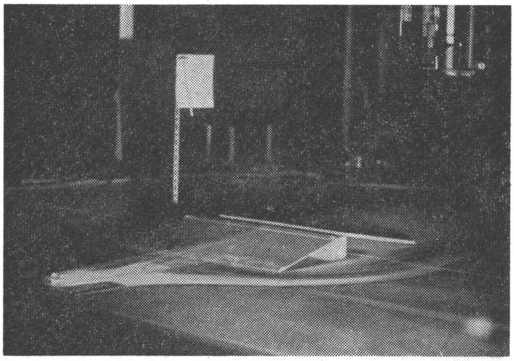
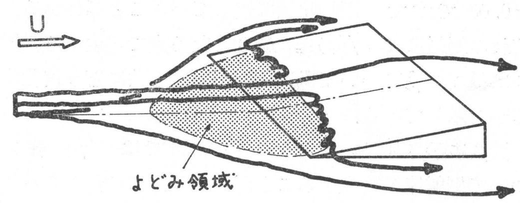


写真 2　Barrier をすぎる流れ
$U_0 \doteqdot 60$ cm/s，$Fr \doteqdot 5$



第5図　Barrier をすぎる流れの模型化

風洞内での気流の観察は Barrier 上流側に置かれた小皿に四塩化チタンを注ぎ，そこから発生する白煙の写真撮影により行った．

写真1は風速が 40 cm/s 程度のときの Barrier A のまわりの煙の流れの状態を示している．この場合には Barrier の上流側によどみ領域がかなり安定に存在するため，煙はほとんど Barrier を迂回して流れている．写真2は風速が 60 cm/s 程度のときの状態である．この流れを模型的に示すと・5図のようである．つまり，流れの状態は床面からの高さによって異なり床にごく近いところでは，気流は Barrier を大きく迂回して流れる．それより上部の床から 2 cm 程度までの領域では Barrier につきあたるまで真直ぐに流れるが，そこから横に漂よい Barrier の端から流れ去る．このことから，Barrier 上流側に第5図に示されるようなよどみ域が存在していると推測される．

風速が 40 cm/s の場合，高さスケールとして Barrier の高さをとると Fr 数は2.5程度となり，よどみ流に対する理論的予測値 $1/\pi$ よりかなり大である．これは Barrier A の幅が斜面長さに比較して十分長くなく，流れが完全な二次元流となっていないためであろう．

写真3は写真2を側面からみたものである．高さによ

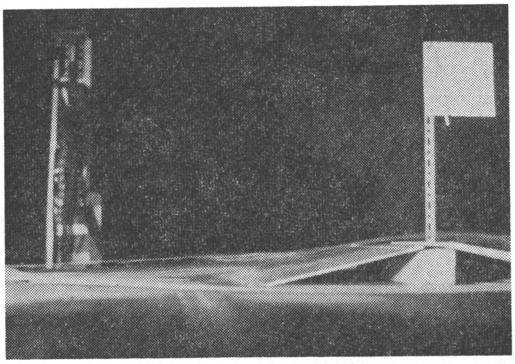


写真 3　側面からみた流れの様子
$U_0 \doteqdot 60$ cm/s，$F_r \doteqdot 5$

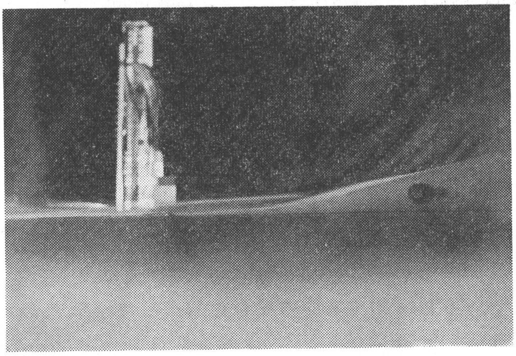


写真 4　正弦波山形モデル上流側のよどみ流．空間に白く見えるのが上流側から放出された煙
$U_0 \doteqdot 20$ cm/s，$F_r \doteqdot 1$

る流れの状態の変化がより明らかに示されている．

筆者等は二次元性のさらに良い Barrier B について同様の観察を行った．写真4は Barrier B の上流側での煙の挙動を示す例である．写真で床面のわずか上に白く写っている部分が四塩化チタンの煙であり，この煙は Barrier を越えて流れず，よどみ域の存在が確められた．この実験での風速は約 20 cm/s 程度であり，F_r 数はほぼ1程度である．したがって，よどみ域の発生に対する理論的な限界値 $1/\pi$ により近いといえる．Barrier で B は風速が低く，また煙の発生部分がよどみ域に入ってしまうため四塩化チタンの蒸発量が少なく，写真撮影はかなり困難であった．

今回流れの観察に用いた Barrier は A．B とも幅が充分長くなく，風洞の横幅いっぱいになっていないため完全な二次元流は得られず，理論との対比は厳密には可能ではない．ただ Barrier B については，上流側にほぼ安定したよどみ流が観察されており，Barrier の中心に関するかぎり，ほぼ完全な二次元流と言えよう．

4. あとがき

大気が強い安定層をなす場合，山の上流側に気流のよどんだ領域が形成されるであろうことは簡単に予想される．しかしながらよどみ領域が発生する時それを支配するパラメータがどのようなものであり，またその Critical な値がどの程度であるかを知ることは今後の環境問題とくに大気汚染問題にとって見過せないことのように思われる．現在までのところこの種の研究は理論的にも実験的にも少なく，とくに大気中の観測例は皆無のようである．筆者は密度勾配を考慮した F_r 数と斜角勾配の比をパラメータとして問題を解析しようと試みたが，それだけで済むとも思えない．なぜなら，斜面が充分急であれば，F_r 数が無限大の熱的に中立な大気中でも，よどみ領域が存在すると考えられるからである．この種の問題に興味をもたれる方々の御意見，御批判を期待する次第である．

文　献

1) Howarth, L., 1938: On the solution of the laminar boundary layer equations., Proc. Roy. Soc., ser. A, 164, pp 547.
2) 北林興二，1972：加熱あるいは冷却された斜面上の風速分布，日本気象学会春季講演会予稿集，No. 219.
3) Kao, T. W., 1965: The phenomenon of blocking in stratified flows., J. G. R., **70**, pp. 815.
4) Long, R. R., 1953: Some aspects of the flow of stratified fluids, 1, Tellus, **5**, pp. 42.
5) Long, R. R., 1955: Some aspects of the flow of stratified fluids, 3, Tellus, **7**, pp. 341.
6) Sheppard, P. A., 1956: Air flow over Mountains, Q. J. R. M. S., **82**, pp. 226.
7) Yih, C. S., 1958: On the flow of a stratified fluid, Proc. 3 rd US Nat. Cong. Appl. Mech., pp. 857.
8) Yih, C. S., 1965: Dynamics of Nonhomogeneous Fluids., Macmillan.