１９７３年７月　天　気　Vol. 20, No. 7.
551. 508. 9 : 551. 511. 32 : 551. 513

回転水槽実験のはなし*

瓜　生　道　也**

1. はじめに

地球大気の運動は，輻射過程では解消できない温度の不均一をならすようにおこっている，つまり対流運動である．

さて，一般的にいって対流運動には二種類あって，一つは上下の温度差に基づく「垂直対流」，他は水平の温度差に起因する「水平対流」である．地球大気の場合，前者は地表面と位の高さとの間の温度差によっておこされており，運動の水平スケールも 10 km 程度で，自転の影響もほとんどうけない．後者の水平対流は，赤道と極の間の温度差に基づくもので，スケールも 10^3～10^4 km と大規模であり，自転の影響を大きくうけていて，水平運動が卓越している．これら二つの対流運動は，スケールの極端なちがいによって，一応きりはなして考えることができる．ここでは，水平対流のみに焦点をしぼることにする．

海や大陸の分布を無視すれば，地球大気にとって，赤道は熱源，極は冷源と考えてよい．つまり，軸対称な熱冷源の配置である．したがって，この配置から予想されるのは，生じる運動が経度によらず，緯度だけの函数で表わされるであろうということである．

ところで，実際の大気の運動は，北半球天気図をみれば，明らかに軸対称ではなく，緯度圏に沿って波動状の運動が存在している．勿論，海陸分布などの軸対称でない要素も，大気の運動に寄与していようが，陸地が北半球にくらべてはるかに少い南半球でも，大気が同様の運動状態にあるところをみると，海陸分布の影響は，第一義的ではないと考えられる．とすれば，大気の非軸対称な運動は，軸対称な熱・冷源の分布から，「必然的」にひきおこされていると考えられる．

そこで，たとえば次のような問題が生じうるであろう．

（a）　軸対称な熱・冷源の分布から，非軸対称な運動がおこるかどうか．

（b）　回転していなければ，軸対称な熱・冷源分布は，軸対称な子午面循環しかおこさない．しかし，回転がすこしでもあれば，たちどころに非軸対称運動になるとは考えにくい．したがって，軸対称流と非軸対称流との間には，どこかに境い目があるはずである．では，どんな条件の下で，それらの運動の間の転移がおこるのであろうか．

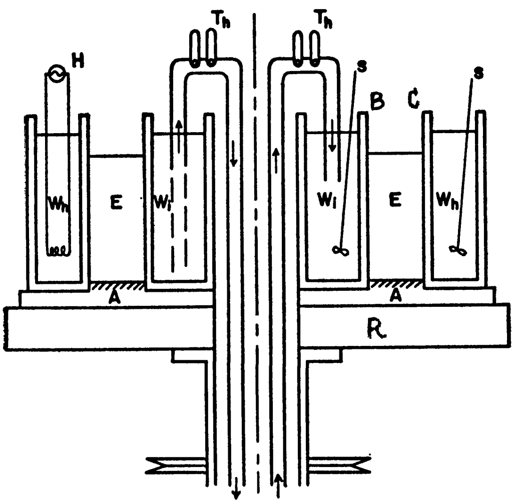
（c）　このような運動の転移は，熱輸送の仕方もしくは対流の様式の変化と考えられる．では，これら二つの運動は構造にどんなちがいがあるだろうか．又，熱輸送量はどんなちがいを示すだろうか．等々．

われわれは，こうした問題を，簡単な実験装置で試めしてみようとするわけである．室内実験は，こうしてみれば，生の自然からの一つの抽象であり，原因と結果の論理の道すじをはっきりさせるところに意義があると思われる．以下の各章で略述するわれわれの実験に沿っていえば，水平温度差と回転を，外部パラメタとして流体に与えたとき，どんな現象がおこるかを明らかにすることである．

勿論，実験のシチュエーションは，実際の地球大気とは，いろいろな面でちがっている．実験装置の壁やその付近の摩擦層，あるいは重力の方向などは，室内実験が，いわば宿命的にもつ「欠点」である．かくて，相似性の問題が生じてくる．これは，室内実験を生の自然と

* Introduction to rotating fluid annulus experiment

** M. Uryu 九州大学理学部物理教室
—1973年５月24日受理—



第1図　実験装置主要部分の模式図
W_i：冷水，W_h：温水，E：対流槽，A：アクリル樹脂，H：電熱器，T_h：サーミスタ，S：攪拌器，R：回転台．対流槽Eに作業流体が入れられていて，内壁BとC外壁の間に温度差がつけられる．

比べてみようとするときには，きちんと考えられねばならない．

しかし，相似性に短絡的にこだわる必要もあるまいと思われる．先に述べたことに沿っていえば，軸対称な熱・冷源分布と回転という要素だけをとり出して，その下で，いろいろな流体は，どんなふるまいをするかという，広い視野の中で地球大気をながめなおしてみるのも面白いことではないかと思われる．

以下の各章では，先に述べた（a）〜（c）などの問題を含みながら，われわれの室内実験のあらましを述べてみよう．用いるデータは，ほとんどすべて，われわれの実験室でえられたものである．

2. 実験装置の概要

軸対称的な熱・冷源の分布および回転によって，流体がどんなふるまいをするかを，実験的にしらべるには，円筒型の容器に水などを入れて，それをターンテーブルにのせて回転しかつ円筒壁を加熱してやるのが，最も手軽な方法である．Fultz は，初期にはこの方式で実験をすすめたが，温度の制御や現象の再現性に困難があるので，いわゆる ‘Annulus’ にきりかえた．‘Annulus’ 方式は，すでに Hide が採用していたものである．われわれも，この方式でやってきた．

第1図には，われわれの実験装置の主要部分の鉛直断面図が示されている．二つの円筒状の壁で囲まれた，ドーナツ状空間（Annulus）E に，水その他実験に用いる流体を入れる．内側の壁Bを低温の水 W_i で冷却し，外側の壁Cを高温の水 W_h で加熱する．これで作業流体Eに，軸対称な水平温度差 ΔT を与える．この装置は，回転数の連続的に変えられる回転台の上にのせられている．

低温水 W_i は，2つの大きな水溜め*を通過させることによって，一定温度（通常の実験では，15°C）に保たれ，高温水 W_h はヒーターHで加熱され，サーミスタ温度調節器で制御されている．いずれも，温度調節の精度は ±0.05°C 以内には十分おさまっている．攪拌器Sによって，温度の非一様性は 0.01°C 程度におさまっている．

回転台は，誘導モーターとプリーで駆動され，その間に連結された2台の無段変速器によって，回転数が制御される．回転数の検出は，回転台の回転軸にとりつけられた，ディジタル回転計でおこなわれる．回転軸は重力と平行である．その平行からのずれ，つまり回転軸の鉛直線に対する傾きは，回転台の外周（半径は 25 cm）の上下運動が 0.1 mm 以内におさまる程度には，鉛直になるように調節されている．

こうして軸対称な水平温度差および回転をあたえられて，作業流体Eは，様々な運動をおこなうが，その表面流のパターンは，アルミニウム粉末をうかべて，ながめることができる．そうした観察には，「ロトスコープ」とよばれる装置を用いる．この装置は，回転体の静止した像を得るもので，回転体の上方に鏡をおき，それに映った像を，その回転体の半分の回転速度で回わる反転プリズムを通てしながめれば，回転体は止ってみえるという原理によっている．われわれの場合，流体Eは，Annulus に相対的に運動するので，ロトスコープによれば，あたかも回転台に乗っているかのように，その相対運動をながめることができる．

内部の運動の模様をみるには，染料を流したり，電気分解によって発生する水素の気泡をトレーサーとして用いるなどの方法があるが，われわれは今のところ定量的な測定に成功していない．但し，温度分布（後述）は比較的精密に測定できるので，その結果と表面流速分布と

* これら2つの水溜めの1つは，60 cm 立方程度の風呂桶で，冷却器とサーミスタ温度調節器で，その温度が制御されており，他の1つの水溜めも同程度の大きさのもので，その水は，前者との間を循環している．

から，‘適当な’仮定（地衡風運動の仮定）を用いて，内部流速分布を見積ることはできる．

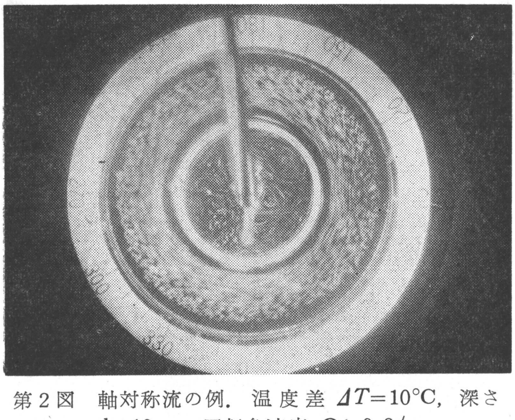
また，流体の運動に伴って，高温の外壁Cから低温の内壁Bに向って運ばれる熱流量は，低温側の循環水 W_i の入口と出口の温度差を検出して測定される．それには，サーミスタを用いている．

実験に用いられる annulus の大きさは，内壁Bと外壁Cの間隔（以下Dとする）が，6 cm，高さ 20 cm，平均半径が 15 cm のものである．これが直径 50 cm のターンテーブルにのせられている．われわれの実験室には，もう1つの装置があり，それは D＝11 cm，平均半径 45 cm の大型の Annulus があり，これは専ら流体運動の内部構造をしらべるのに使用されている．前者の小型のものは，熱流量の測定などに使われている．

以下の各節では，これまで略述した実験装置によってえられる，作業流体（通常，水が使用される）の運動，その構造などにかんする実験結果を，かいつまんで述べる．

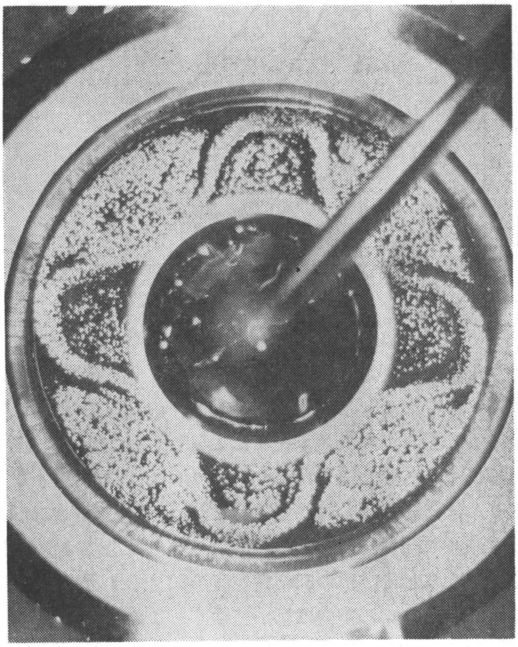
3. 流体運動の2つのレヂーム

作業流体として水を用い，深さ（以下dとする）は10 cm に保つ．加える水平温度差 ΔT を 10°C に保って，回転台の回転数（Ωと書く）を上げていくと，ある回転数 Ω_c までは，第2図に示すような軸対称な流れがあらわれる．図からもわかるように，この時水は容器に対して静止してはいない．水平温度差，つまり水平密度差によって，軸対称な気圧傾度が生じ，それによって子午面循環がひきおこされ，それが回転によって曲げられ，図のような帯状流が生じるわけである．上層と下層では逆向きの流れである．こうして生じた帯状流は，円筒壁や底面付近の，摩擦の影響の大きな領域をのぞけば，ほぼ地衡流と考えられる．

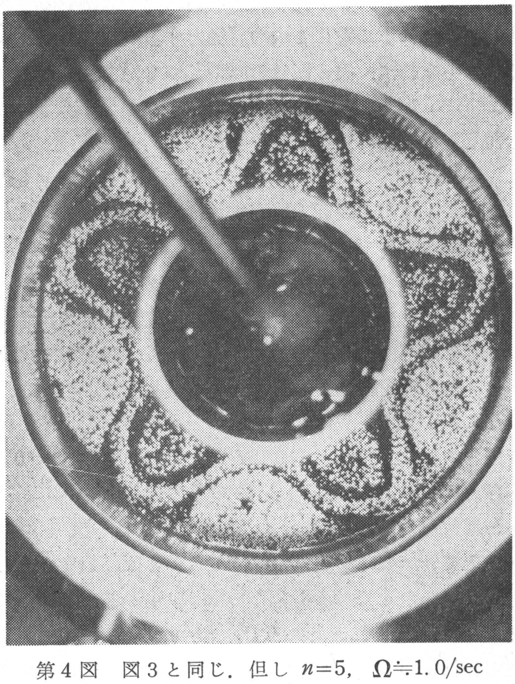


第2図　軸対称流の例．温度差 ΔT＝10°C，深さ d＝10 cm，回転角速度 Ω≒0.3/sec

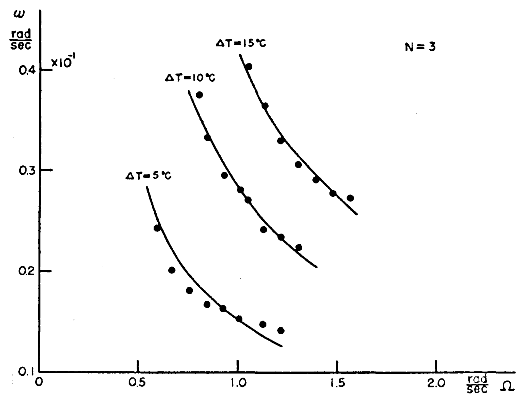
さて，回転数がある値をこえると（ΔT はそのまま一定に保たれている），突然，流れが変化し，第3，4図の



第3図　波動（渦運動）の例．波数 n＝4，ΔT＝10°，d＝10 cm，Ω＝1.0/sec



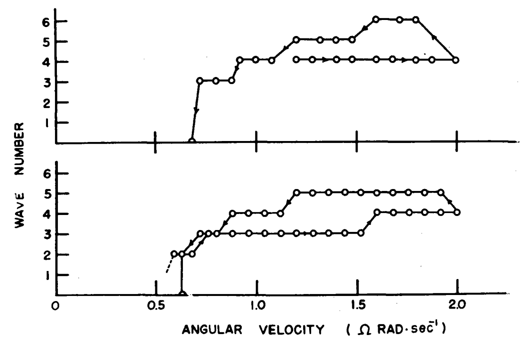
第4図　図3と同じ．但し n＝5，Ω≒1.0/sec



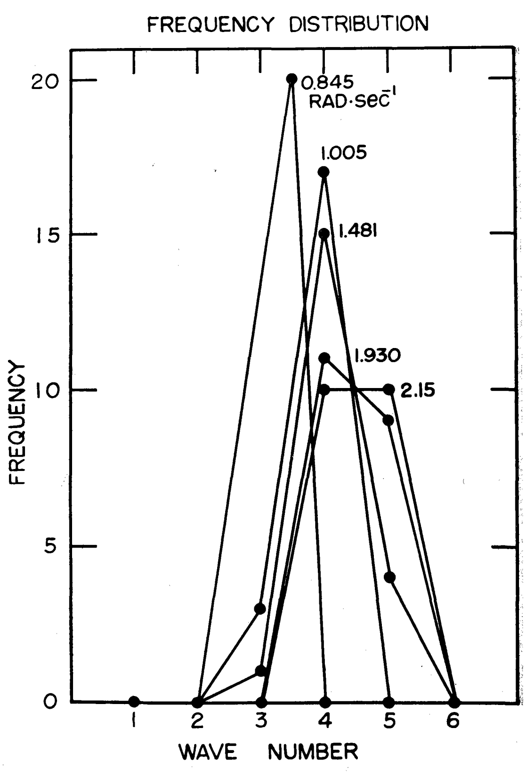
第5図　波動の移動速度と回転数の関係

ような波動状（あるいは，蛇行するジェット流を伴った渦列）の流れになる．流体の運動は，内部までほとんど水平的である．ロトスコープによって観察すると，蛇行するジェット流の速さは 2〜3 cm/sec で，この内側（つまり，低温壁B側）には反時計まわりの渦，外側には時計まわりの渦がある．この流れのパターン全体はきわめてゆっくりと（容器の回転角速度の30分の1程度の角速度），容器の回転方向に動いてゆく．この移動速度は，ΔT が大きければ大きく，回転数が大きくなれば減少する，という傾向をもっている．これらのことは，第5図に示されている．この種の渦（地衡風渦）は，場の平均流速で流されるのを，1つの特徴とするが，平均流を温度風と考えれば，第5図はほぼつじつまがあうようである．第3，4図には，波数（蛇行の凸又は凹部の数．n と書く）が4と5の場合を示したが，同じ温度差の下で，回転数に応じて $n=3$ や $n=6$ などのパターンも得られる．n は，温度度を固定すれば，回転数と共に増加する傾向をもっている．

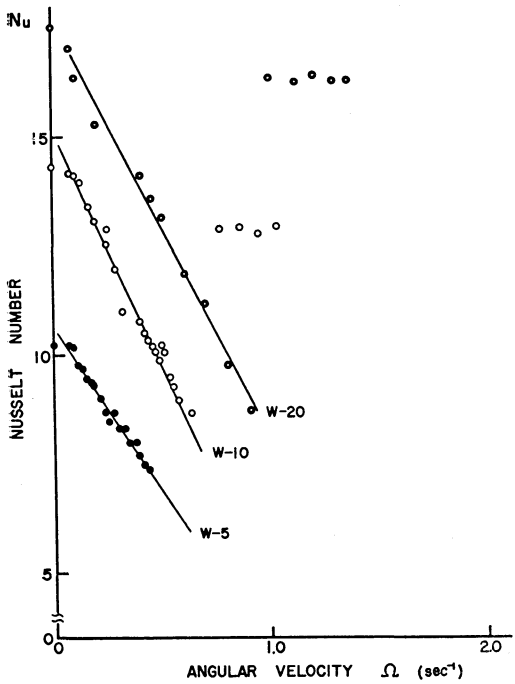
しかしながら，波数 n は ΔT と Ω という2つパラメタだけではきめることができない．第6図を見て頂きたい．この図は，温度差を 10°C に保って，回転数を変化させ，各回転数においてえられた定常状態での波数を示したものである．矢印は回転数の変化の方向を示す．第6図（F）によれば，$\Omega \cong 0.6$/sec で軸対称流（$n=0$）から，$n=2$ の波に転移し，Ω の増大と共に $n=3$ があらわれ，それが $\Omega \cong 1.5$/sec 位まで存在し，次に $n=3$ がきえて $n=4$ に移る．逆に，そこから回転数をへいくと，往路からみて $n=3$ あるいは $n=4$ があらわれるであろうと予想されるところで，$n=4$ あるいは $n=5$ があらわれている．しかし波の発生するところは，波のきえるところとほぼ同じである．第6図（上）も，予め波をつくっておいて（つまり，はじめからある大きさの回転数にしてしまう）実験した点をのぞけば，第6図（下）の場合と同じことを行ってえられたもので，やはり同じ傾向を示している．そこで，次のようにいえる．波の発生するところは（容器の大きさ，流体層の深さおよび流



第6図　回転数の変化に対する，いろいろなパターンのあらわれ方（温度差は一定に保たれたままである）．矢印は回転数の変化の向きを示す．



第7図　いろいろなパターンの出現頻度



第8図　熱輸送量の回転数に対する変化の仕方. Nu は無次元化された熱輸送量（Nu＝実際の熱輸送量／同じ流体が熱伝導だけで運ぶ熱輸送量). W—10は，作業流体が水で，温度差 10°C を意味する.

体の物性が同じならば)，温度差と回転数の組み合わせでほぼ一意に決るが，波数は，これら2つのパラメタだけでは一意に決められない．とはいえ，n は Ω の増加と共に増えるようにみえる．

そこで，波の発生頻度をしらべてみる．方法としては，一定の温度差，一定の回転数ででき上ったパターンを，流体をかきまぜて消してしまい，その後にあらわれるパターンをみるということを繰り返す．そうして得られたのが，第8図である．確に，発生する波数のピークは，回転数の増大と共に，大きな波数の方へずれている．

これまでは，流れのパターンについてのみ述べてきたが，流体の運動に伴って熱も移動するので，熱機関としてながめるとどうであろうか．第8図は，一定の温度差の下での熱輸送量の，回転数に対する変化の仕方を示したものである（Nu は無次元化された熱輸送量である). Ωが小さい領域では，熱輸送量はΩに対してほとんど直線的に減少し，流れのパターンは軸対称流である．Ωがある回転数をこえると，熱輸送は急激に大きくなり，同時に流れも波動に移る．波動領域では，熱輸送はほぼ一定値をとる．熱機関としてみると，まず軸対称流の領域では，熱輸送は専ら子午面循環によっておこなわれているが，回転数の増大と共に流れが曲げられ，子午面循環が弱くなり，したがって熱輸送量も小さくなる．つまり，熱機関としての効率が悪くなる．次に，ある回転数を境にして，子午面循環にかわって，ほとんど水平的な渦（波）運動によって熱が輸送されるようになる．いいかえれば，軸対称流と波動とは，対流の様式の違いを示している．

最後に，以上のべてきたことを要約すれば次のようにいええる．

（a）　水平温度差と回転の影響の下での，Annulus 内の流体運動は，大きく2つのレヂームにわけられ，1つは軸対称流のレヂーム（Hadley 又は Symmetric Régime）で，他は波動又は蛇行するジェットを伴った渦運動のレヂーム（Rossby 又は Wave Regime）である．これらの間の転移は，温度差と回転数の組み合わせでほぼ一意に決まる．

（b）　この2つのレヂームは，熱輸送量の回転数に対する変化の仕方によっても特徴づけられ，Hadley Regime では，熱輸送量は回転数に対してほぼ直線的に減少し，Rassby Regime では回転数に対して有意な変化は見出されない．これら2つのレヂームは，異った対流の様式である．

（c）　Rossby Regime でのパターン（あるいは波数）は，温度差と回転数の組み合わせだけでは，その出現を一意に決めることができず，発生頻度だけが今のところわかるだけである．とはいえ，その頻度分布は，回転数の増大と共に，波数の大きい方へずれれる傾向がある．

4.　2つのレヂームの間の転移：傾圧不安定

前章では，流体運動が2つのレヂームに分けられることを述べた．ここでは，これらのレヂームの間の転移の，簡単な力学的解釈を試みよう．

4.1　Stability Diagram

すでに述べたように，軸対称流から波動への転移は，温度差と回転数の組み合わせで，ほぼ一意に決まる．Hide (1955) は，作業流体としては水を用い，サイズのちがういくつかの容器によって，流れの転移が，次のような無次元量

$$\Theta = \frac{gd\frac{\Delta\rho}{\rho_0}}{\Omega^2 D^2} \qquad (1)$$

の一定値でおこることを見出した．ここで，Ωは回転角速度，D は Annulus の幅，d は流体層の深さ，ρ_0 は流体の平均密度，$\Delta\rho$ は加えた水平温度差 ΔT に対応する水平密度差，g は重力の加速度である．すぐわかるように，Θ は，ロスビー数は U/fL（U 代表的な流速，L は代表的な水平スケール，f はコリオリ因数）にあらわれる．代表的な流速を温度風でおきかえたものである．Θ は熱ロスビー数（Thermal Rossby number）とよばれる．

次いで，Fowlis (1964) は流体の粘性を変えてしらべた結果，この転移点がテイラー数（Taylor number）

$$T_a = \frac{\Omega^2 D^4}{\nu^2}\cdot\frac{D}{d} \qquad (2)$$

によって変化することがわかった*．ここで ν は，流体の動粘性係数である．この結果を図示したものが，第9図である．これは，Stability Diagram といばれている．温度差を一定に保って回転数を変化させていくと，この図の上では，右下りの 45° の勾配の直線上を動くことになる．図からすぐわかることは，

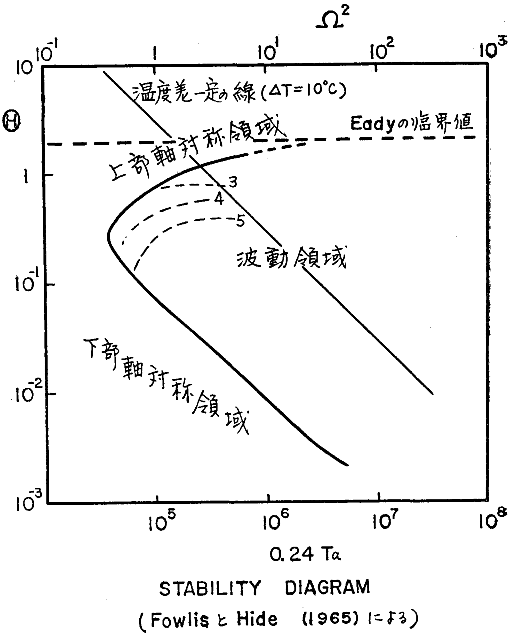
（a） Θ の大きいところと小さいところに軸対称流がある．前者は上部軸対称流領域（Upper symmetric regime），後者は下部軸対称流領域（Lower symmetric regime）とよばれている．

（b） 上部軸対称流領域から波動領域の転移曲線は，T_a が大きくなるにつれて，一定値に近づいている．Θ も T_a も大きいので，この付近の転移には，粘性はあまり作用していないと思われる．

（c） 下部軸対称流領域からの転移曲線は，ほぼ等温度差線に平行である．Θ が小さく，この付近では流体の粘性の作用が大きいので，転移がおこるには，粘性摩擦力に打ちかつだけの浮力をもたらす温度差が必要であることを示している．

などである．なお，波動領域も，発生頻度の最も大きな波数によって，一応区分けできる．すでに述べたように，$n=3$ の領域でも $n=4$ や $n=5$ があらわれうるし，これらの小さな領域の区分けは，この図では一意には決められない．

* Fultz (1958) も同様の結論をえている



第9図 Stability Diagram．実線で軸対称流から波動への転移曲線．Θ と Ta が大きいところでは，この曲線はおよそ $\Theta \fallingdotseq 2.0$（鎖線）に近づく．$\Theta$ が大きいところの軸対称流領域は，上部軸対称領域，Θ の小さいところのそれは，下部軸対称領域とよばれている．波動領域内の点線は，波数の転移を示す．但しこれは統計的なものである．

4.2 Eady 型傾圧不安定

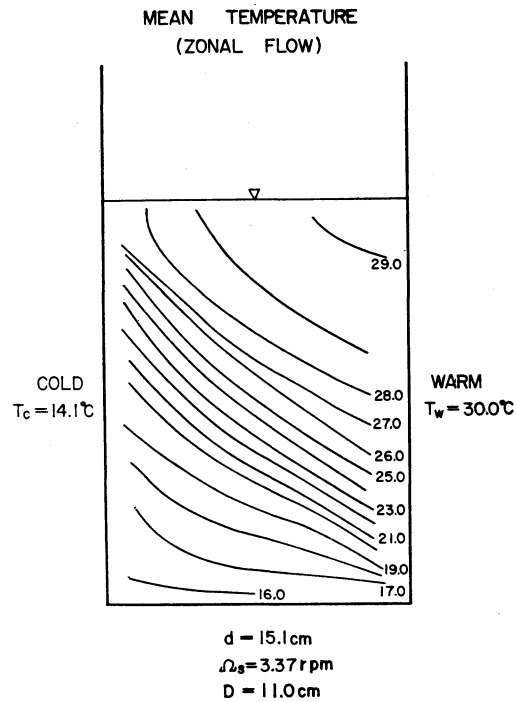
軸対称流から波動（渦運動）への転移を力学的に解釈するわけだが，ここでは上部軸対称流からの転移に焦点をしぼって考えよう．

さて，軸対称流から波動への転移は，前者が力学的に不安定になっておこるものと考えられる．第10図によれば，温度差が大きいときには，Θ の臨界値 Θ_c は T_a の大きい方によっていて，しかも一定値に近づいていく．又，Θ_c は，実験誤差の範囲で一意に決まる．したがって，上部軸対称流からの転移は，第一近似として，非粘性流体の線型理論でとりあつかえるであろう．

ところで，ここで思い出すのは Eady (1949) の傾圧不安定論である．彼は，地球大気の傾圧不安定を論じたさい，

（a） コリオリ因数が緯度変化しない

（b） 大気を非粘性の Boussinesq 流体（非圧縮性だけれど，浮力と成層の効果はとり入れられている）としてあつかう



第10図　軸対称流内の温度分布．実線は等温線であり，そばの数字は温度（°C）を示す．$\Delta T \fallingdotseq 16$°C，d=15.1 cm，$\Omega \fallingdotseq 0.34$/sec．対流槽の幅D=11.0 cm，$\Theta \fallingdotseq 2.4$，$T_a=4\times 17^7$．

（c）　流体層の深さは有限で且つスケール・ハイトにくらべて小さい，つまりその意味で浅い

という近似を用いているので，液体（たとえば水）をあつかう，われわれの実験を解釈するのに適している．以下，Eady の理論を実験に沿って（あるいは逆に，実験を彼の理論に沿って）考えなおしてみよう．

簡単のために，Annulus の曲率を無視して幅 D の長い溝（Channel）でおきかえる．この溝の中に Boussinesq 流体が入っていてっ角速度Ωで回転する系の上にのっているとする．座標軸は，溝に沿う方向（zonal）に x，外壁Cから内壁Bに向う方向（meridional）に y，鉛直上向きに z をとる．

不安定論は，ある基本平衡状態に微小擾乱が加ったとき，この基本状態が安定か不安定かを論じる．われわれも，軸対称流を基本状態として考え，それに非軸対称な擾乱が加ったとき，その擾乱が発達するかどうかをしらべることになる．

軸対称流の近似的な姿は次のようにつくられる．内壁Bと外壁Cの間に加えられた一定の温度差に基づいて，y 方向には平均密度勾配$\dfrac{\partial\bar{\rho}}{\partial y}$がある．この密度頻度は高さに無関係で一定とする．子午面内の平均密度傾度は，同じ面内の平均圧力傾度を生じ，子午面循環がひきおこされる．すると，溝の底部には，流体の冷くて重い部分がやってき，上部には暖くて軽い部分が流れてくる．つまり，流体は鉛直には安定成層をする．ここでは，こうして生じた鉛直密度傾度$\dfrac{\partial\bar{\rho}}{\partial z}$も一定としよう．

さて，子午面循環は，コリオリで曲げられて，x 方向（zonal 方向）に一様な帯状流 $U(z)$ がつくられる．この帯状流は，上層と下層とでは向きが逆だから，垂直シアー$\dfrac{dU}{dz}$をもっている．これが軸対称流の大まかな構造である．水平密度差が大きくなれば，Uも子午面循環にくらべて大きくなるので，ここでぐっと簡略化して，水平密度差による圧力傾度がコリオリ力とつりあって，Uだけが存在している平衡状態を考え，これを軸対称流の近似的な姿としよう，つまり，一定の垂直密度傾度$\dfrac{\partial\bar{\rho}}{dz}$で安定成層していて，温度風の関係からきめられる一定の垂直シアーをもつ帯状流 $U(z)$ がある状態である．

さて，この平衡状態に加わった微小擾乱を記述する方程式系をつると，その中には，一般に2つの異ったモードの運動が含まれていることがわかる．1つは慣性重力波で，$f(=2\Omega$：コリオリ因数）に比べて大きな周波数の現象であり，他の1つは，ゆっくりした渦運動（地衡風運動）である．この種の運動では，擾乱の渦度の鉛直成分 ζ が，水平発散 χ にくらべて大きい：$\zeta \gg \chi$（重力波では $\zeta \sim \chi$）．実験でみられる渦運動（波動領域）も，ゆっくりしておりしかも水平運動にちかいので，準地衡風的と考えてよいであろう．準地衡風近似の下では，ζ は次式で与えられる．

$$\zeta=\frac{1}{f\rho_0}\nabla_H{}^2 p \qquad (3)$$

ここで，p は圧力の擾乱，ρ_0 は平均密度，$\nabla_H{}^2$ は水平ラプラシアンである．かくて，渦度方程式は

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\zeta=f\frac{\partial w}{\partial z} \qquad (4)$$

ここで w は速度擾乱の鉛直成分である．Boussinesq 流体だから，密度擾乱 ρ に関して

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\rho+v\frac{\partial\bar{\rho}}{\partial y}+w\frac{\partial\bar{\rho}}{\rho z}=0 \qquad (5)$$

が成り立つ．ここで v は速度擾乱の y 成分である．（5）式は，Boussinesq 流体の断熱方程式である．ま

た，非圧縮性の仮定から

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}+\frac{\partial w}{\partial z}=0 \qquad (6)$$

であり，u は速度擾乱の x 成分である．

さて，（5）式の v は地衡風近似では，地衡流 $\frac{1}{f\rho_0}\frac{\partial p}{\partial x}$ とみなされ，この第2項は高温の外壁から低温の内壁へ，地衡風擾乱による熱輸送の源であり，不安定化の要素である．（5）式第3項は，安定成層による安定化効果を示している．したがって，われわれの系の安定度は，力学的につくられる上昇流（（4）がそれを示す）が，安定成層を通して寄与する安定化作用と，地衡流による熱輸送を伴った不安定化作用の大小によってきまる——といえる．

さて，擾乱が垂直には静力学平衡にあると仮定（これは，実験においても，水平渦運動が卓越しているので無理な仮定ではない）して，（4），（5）および（6）式から次式をうる．

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x}\right)\left(\frac{\partial^2 p}{\partial z^2}+\frac{N^2}{f^2}\nabla_H{}^2 p\right)=0 \qquad (7)$$

ここで $N=\left|\frac{\rho_0}{g}\frac{\partial\bar{\rho}}{\rho z}\right|^{1/2}$（ブラント・バイサラの周波数）である．（7）は渦位（Potential vorticity）の保存を意味している．

擾乱の形として，x 方向に波形を仮定し且つ内外壁上で $v=0$ という境界条件を考慮して，次のような解を考える．

$$p=p(z)\sin\frac{\pi}{D}y\; e^{i\frac{2\pi}{L}(x-ct)} \qquad (8)$$

ここで，L は擾乱の波長，C は位相速度で，一般に複素数である：$C=Cr+iCi$．もし Ci が正ならば，擾乱は時間と共に成長して，不安定であり，Ci が負ならば安定である．われわれの目的は，どんな条件の下で $Ci>0$ なる解が存在するかをしらべることである．

（8）を（7）に代入し，流体層の上面・下面で $W=0$* という境界条件をおいて，固有値 C をもとめると，次の条件をみたすときに，$Ci>0$ となる，つまり不安定解があることがわかる．

$$\lambda d>2.4 \qquad (9)$$

$$\lambda^2=\frac{N^2}{f^2}\left(\left(\frac{4\pi^2}{L^2}\right)+\frac{\pi^2}{D^2}\right)$$

* 上面が自由表面の場合でも，運動が準地衡風的だから $w=0$ でよい．Eady のモデルでは，流体層の深さが有限という点が重要である．

これが，Eady の臨界条件である．（9）によれば，不安定の臨界波長は，系の静的安定度 N だけできまり（f は与えられたとして），基本流のシアーには無関係である．しかも，ある波長より長い波はすべて不安定である．

実験における，上部軸対称流から波動への転移に，（9）をあてはめるとき，工夫を必要とする．何故なら，パラメタ Θ は水平密度差を含んでいるが，垂直安定度 N は含んでいないからである．そこで次のように考える．

内外壁の間に水平温度差 ΔT を与えると，すぐ子午面内に循環がおこって，垂直にも同程度の温度差がつくはずである（実際，はかってみると，ΔT の80％ぐらいになっている）．したがって，垂直密度差も水平密度差と同程度 $\Delta\rho$ と考えられる．N の定義によって，

$$N^2\doteqdot\frac{g}{\rho_0}\;\frac{\Delta\rho(\text{垂直})}{d}$$

であるから，$\Delta\rho$（垂直）を，水平密度差 $\Delta\rho$ とみなしてもよいであろう．かくて，臨界条件（9）は，Θ の定義（2）を参照しながら，次のように書きなおすことができる．

$$\Theta<\Theta_c=\frac{2.3}{1+\left(\frac{2D}{L}\right)^2} \qquad (10)$$

上部軸対称領域から波動領域への転移曲線が T_a の大きくなると共に，一定値に近づくのが，実は Eady の臨界条件に漸近していることがわかる．

ところで，地球大気は水平スケールが垂直スケールにくらべてはるかに大きく，実験では，両者は同じ程度である．それにもかかわらず，上のような傾圧不安定論的解釈が，実験においてもなされうるのはなぜか．それは次ような理由によっている．臨界条件（9）にあらわれる λd は，

$$\lambda d=\frac{N}{f}\cdot\frac{\text{垂直スケール}}{\text{水平スケール}}$$

の形をしていて，地球大気では，垂直スケールと水平スケールの比が 10^{-2} 程度だけれど，N/f が 10^2 程度，実験室では前者の比が1程度だけれど，後者の N/f も1程度となっており，結局，λd は地球大気においても実験室においても同じ程度の大きさになっているのである．この点において，つまり Θ が大気および実験室で同じ程度という点において，実験室でつくられる運動と大気の運動の間に，相似性（力学的）が成り立っている

といえる.

これまでは，流体は非粘性として考えてきたが，実際は壁付近や底面付近では，粘性摩擦の作用は大きい．殊に，下部軸対称流からの転移を考えるときには，粘性の影響は無視できない．そのさい，最も大きく作用するのは壁や底付近のエクマン層であり，これを勘定に入れて，Eady の理論を修正すれば，第10図に近いものがえられる（詳しくは，Barcilon (1965) などを参照).

この章を終るにあたって，Eady 型不安定波の構造を要約しておこう．この種の波は，

（a） 圧力のトラフ（又はリッヂ）は波の後方に倒れている．

（b） 温度の軸は前方に倒れており，圧力擾乱に対して 1/4 波長ほどおくれている．温度の最大振幅は上面と下面にあらわれる．

（c） それで，トラフの後方はつめたく，前方は暖い．冷い部分は北側（低温壁側）からの流れ込みがあり，且つ下降流となっている．暖い部分では，南側から流れ込んで，且つ上昇流である．かくて，熱は南から北へ，下から上え運ばれている．

といった特徴をもっている．次章で，実験でえられる波動領域での流れの構造をのべるが，そのさい，これらの特徴を参照することになろう．

5. 流れの構造

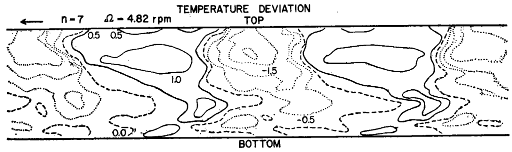
前章までのべてきたのは，Annulus の中にあらわれる流れの，いわば外側からみたふるまいであった．ここでは，その内部構造をかいつまんでのべよう*.

5.1 軸対称流の温度構造

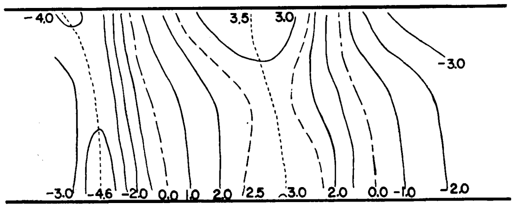
第10図には，不安定となる直前の軸対称流中の壁から高温壁に向って，かなり急に下降しているのがみえる．ここには示していないが，もっに回転が小さいときには，等温線の傾きはゆるやかで，$\Omega=0$ のときには，ほとんど水平となっている．軸対称流では，熱輸送は専ら，子午面循環によっておこなわれているのであるが，回転の増大と共に，熱機関としての効率が悪くなっているさまが，この図によってわかる．

流れの構造は，上層で回転方向，下層ではその逆向きとなっているが，壁や底付近では摩擦がきいて複雑である（図は省略した．Bowden と Eden (1965) などをみられたい).

* これらのデータは，平均半径およそ 45 cm，幅 D =11.0 cm の大型 annulus でえられたものである，波の波長は $2\pi\times45/n$ となる．



第11図 波動に伴う温度分布．但し平均からのずれだけが示されている（数字はそのずれの温度 (°C))．実線は平均より暖い部分，点線は冷い部分を示す．測定点の位置は，内外壁間の中央部．左上方の矢印は波の進行方向．$n=7$．データは図 10 と同じ．但し，$\Theta\fallingdotseq1.0$，$T_a\fallingdotseq8\times10^7$.



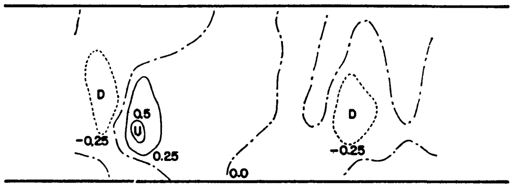
第12図 波動に伴う圧力分布(平均からのずれ)．数字は c.g.s 単位をもっている正負の値は，それぞれ平均より高圧，低圧を示す．波の進行方向は，右向きである．データは図11と同じ．

5.2 波動領域の流れの構造

さて，第10図の状態から，温度差はそのまま保って回転数を上げていくと，波があらわれる．第11図は，内外壁の間の中央部での，波に伴う温度分布である．実線部が平均より暖く，点線部が冷い．図左上方の矢印は，波の進行方向を示す．明らかに，温度の位相は，上方にいくにつれて，波の前方に倒れている．これは，前章の終りで述べた Eady 波と同じ傾向である．温度の最大振幅が，上面より下の方にあらわれているのは，蒸発などの影響であろう．下面付近の軸の傾きは，後方になっていて，これはエクマン層の存在を示唆している（時岡氏の数値実験も，よく似た結果を示している).

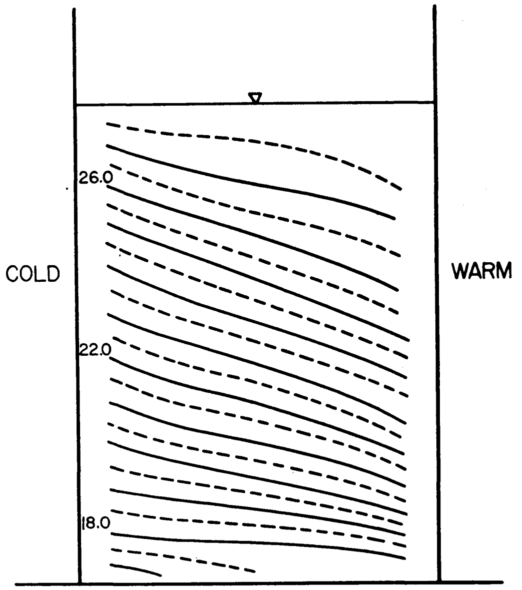
さて，次にこの波の力学的構造であるが，それに直接に知ることが，今のところできていない．そこで，運動が地衡風的であることを仮定して，この温度分布と表面の流速分布から内部の力学的構造をにじき出すことを試みた（Riehl と Fultz (1955) が，すでに試みている).

第12図に，圧力擾乱の構造，第13図は上昇下降流の位置を示している．図を重ねれば，よくわかるのであるが，擾乱の構造は，大まかにいって，前章の終りにのべ

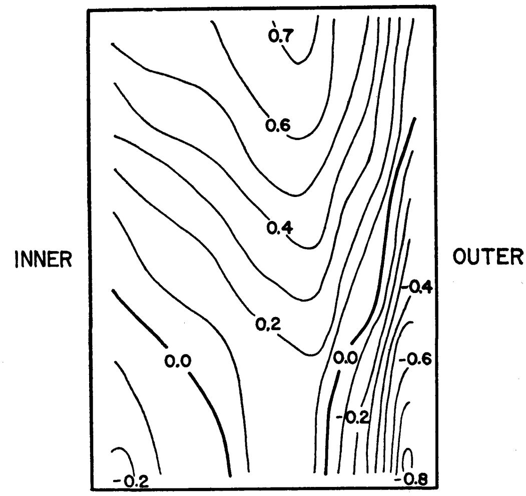


第13図　波動に伴う上昇・下降流．Uが上昇，Dが下降である．数字はc.g.s単位をもっている．波の進行方向は右向き．データは第11図と同じ．

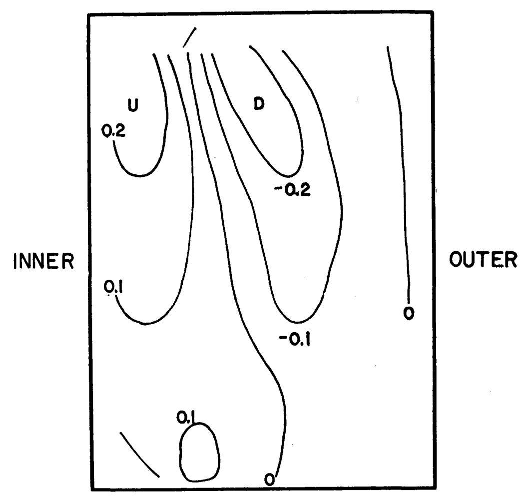
MEAN TEMPERATURE



第14図　波動領域の平均子午面内の温度分布．実線，点線共に等温線．数字は温度（℃）を示す．データは第11図と同じ．



第15図　波動領域での平均帯状流の子午面内分布．数字はc.g.s単位をもっている．正負の値はそれぞれ，回転方向および逆向きの流れを示す．



第16図　波動領域で平均子午面循環．Uは上昇，Dは下降を意味している．数字はc.g.s単位．データは第11図と同じ．

た Eady 波と本質的に同じ構造（底や上面付近をのぞいて）である．これは，測定点の位置が，両側の壁から最も遠い位置にあるために，粘性の影響をあまりうけていないからであろう．図で示すいとまはないが，壁付近の構造は，かなり歪んでいるし，測定点の数も少いのではっきりしたことはいえないのが現状である．

これまでえられた波の構造をもとにして，波動領域での平均子午面循環の構造をみてみよう．第14図は，子午面内の温度分布である．一見してわかるのは，等温線の傾きが，第10図にくらべてゆるやかなことである．渦運動に伴う熱輸送によって，温度勾配がゆるめられているわけである．これは，転移と共に熱輸送が急激にジャンプして，大きくなることと対応している．第15図は，この温度分布に対応した，平均帯状流の分布である．中層より上では，回転方向の流れがあり，上面付近で最も速い．底付近には逆流があり，しかも，壁付近によっていて，最も速い逆流は外壁のわずかに内側にあらわれている．

第16図は，子午面内の上昇・下降流を示している．平

均子午面流はかかれていないが，この図によって，ゆるやかな「間接」循環となっていることがわかる．この間接循環の存在は，渦運動による熱輸送と密接に関係している．擾乱による熱輸送が，水平温度傾度を減少させ，そのために気圧傾度が小さくなって地衡風バランスがくずれる．その結果，上層では外壁に向って，下層では内壁に向って力が働き，これが間接循環をつくっているといえるであろう．あるいは，擾乱による熱輸送の結果，内壁側に2次的な熱源，外壁側に冷源ができているといってもよいであろう．

大気大循環論で，しばしば3細胞循環といわれるモデルが登場するが，われわれの場合も，本質的にはそれに似ている．第17図で1つの循環（間接）しかみえないのは，波動が Annulus の壁の間にひろがってしまっているせいであって，壁付近には直接循環がわずかながらある（摩擦の作用が大きいけれど）．

エネルギー輸送や運動量輸送については，データが不足しているので述べることはできないが，これまでの結果からも大よそのことはいえる．つまり，第13図や14から，$\frac{d\bar{U}}{dz}$ $\overline{v\rho}<0$ および $\overline{w\rho}<0$（—は x 方向平均）がほぼ確にいえるから，Zonal potential energy→Eddy potential energy→Eddy kinetic energy という変換過程が想像される．また，間接循環は，それ自身エネルギー源たりえないので，Zonal potential energy→Mean meridional kinetic energy→Mean zonal kinetic energy という変換過程はきわめて弱いか，あるいは逆向きでさえあると考えられる．平均帯状流の維持は，擾乱による運動量輸送 $\overline{uv}$ によっていると想像される．

6. おわりに

これまで述べてきたことは，回転水槽実験のほんの一部にすぎない．紙数の都合で，いろいろなことを端折ってしまった．たとえば，温度差一定の下で，異なる回転数でも同じ波数の波が現われることは，くりかえし述べたが，ではそれらの波の間にどんな構造のちがいがあるのか．あるいは，波動領域の流れのパターンが時間的に変動するヴァシレーションといわれる現象，あるいは，軸対称流から波動領域への転移の直前にあらわれる，微小振幅の温度の振動（表面流をみているかぎり，軸対称流のままである）などなどである．また，これまでの実験は，主として水を用いて行われてきたが，流体の粘性をいろいろ変えて実験してみると，これまでにない面白いことがわかってきたのであるが，これなども省略してしまった．加えて，水槽実験に関する理論的研究も一切省略した．

この文章は，以前月・惑星シンポジウムのプロシーディングに発表したものに，いくつかの新しいデータを加え，加筆したものです．

前の原稿を書くにあたって，当時九大に在任中であった，東大・松野太郎先生に，実に沢山のことを教えて頂いたことを，深く感謝します．また，前稿の下書きに対して，いろいろなコメントを頂いた，九大・沢田竜吉先生，同じ研究室で楽しく実験や議論の相手をして下さった，松尾紃道氏（殊に，温度分布や構造解析は氏の努力の賜です）， 守田治氏（熱輸送の測定などは専ら氏との共同実験の賜です）に心から感謝します．原稿が期限をはるかにすぎたにもかかわらず，掲載を許可して頂いた「天気」編集部の方々にお礼申し上げます．

文献

Barcilon, V. 1964: Role of the Ekman layers in the stability of the symmetric regime obtained in a rotating annulus. J. Atmos. Sci. **21**, 291-299.

Bowden, M, H.F. Eden 1965: Thermal convection in a rotating fluid annulus: tempeature, heat flow and flow field observations in the upper symmetric regime. J. atm. Sci **22**, 185-195.

Eady, E.T., 1949: Long wave and cyclone wave Tellus **1**(3), 33-52.

Fowlis, W.W., 1964: Apparatus for visual and thermal studies of convection in a rotating annulus of liquid. Tech. Rpt. No. 5, Hydrodynamics of Rotating Fluids Laboratory, Dept. of Geol, & Geoph, Mass. Inst. Tech.

Fowlis W.W., R. Hide. 1965: Thermal convection in a rotating annulus of liquid: effect of viscosity on the transition between axisymmetric and non-axisymmetric flow regimes. J. atm. Sci. **22**, 541-558.

Fultz, D., 1959: Studies of thermal convection in a rotating cylinder with some implications for large-scale atmospheric motions. Meteor. Monogr. **4**(21), 1-104.

Hide, R. 1958: an experimental study of thermal convection in a rotating fluid. Phil. Trans. Roy. Soc. A 250, 441-478.

Richl, H., D. Fultz., 1958: The general circulation in a steady rotating-dishpan experiment. Q.J.R. M.S. **84**, 389-417