１９７３年11月　　天　気　　Vol. 20, No. 11.

551. 51

対流圏内の重力波*

荒　川　正　一**

1. はしがき

大気中にも海の波と同じように重力波が存在することは，今や誰でも知っていることだが，実例をあげよといわれるとそう簡単ではない．実際に，地上風や気圧のスペクトル分布を見ると，４日，１日，半日，１min 程度の周期は卓越しているが，内部重力波固有の周期である 10 min 程度の周期は卓越していない〔Gossard (1960), Monin (1972)〕．すなわち Rossby 波，潮汐波などはふつうの状態でよく観測されるのだが，重力波となるといつでも観測されるわけではない．こういう理由からか，あるいはスケールが小さくて天気に直接影響しないためか，大気中の重力波は余り重要視されてこなかった．

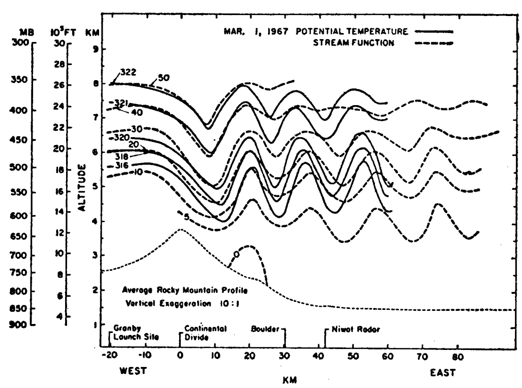
大気中の重力波が注目されたのは，はじめ山岳波の問題においてであった．山岳波は雲や鳥の観察を通して，またグライダー・パイロットの経験を通して早くから認識されてきた．しかし山岳波以外の重力波では，カリフォルニア西部で観測された風や気圧の周期変動〔Gossard and Munk (1954)〕や波状雲〔Ludlam (1967)〕ぐらいのものであった．ところが最近の高感度レーダーの開発にともなって〔Richter (1969)〕，これまで認識できなかった現象が数多く観測されるようになり，重力波の認識が急に深く広くなってきた〔Atlas et al. (1970), Browning and Watkins (1970), Gossard et al.(1970)〕．

大気中の重力波に関しては電波伝搬と関連づけて電離層じよう乱を扱ったものが多いが〔例えば Hines (1960, 1972)〕——むしろその方が主流とも言えようが——その方面は筆者の任でないのでほとんど触れない．これに関しては他に適当な方の解説を希望している．

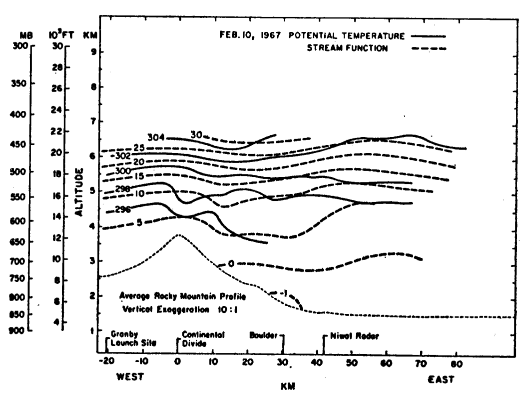
本文では大気下層に発達する重力波に主眼をおく．はじめにそれらの例をあげ，ついでそれらがどんな条件のもとで発達し易いか，またなぜ発達するのかを説いてみようと思う．また本文は，研究の展望というよりは，“解説” に力点をおくことにした．

2. 大気中の重力波の例

まず最初に，具体的な現象として大気中に見られる重



（a）山岳波の発達したばあい．1, Mar. 1967.



（b）山岳波の発達しなかったばあい．10, Feb. 1967.

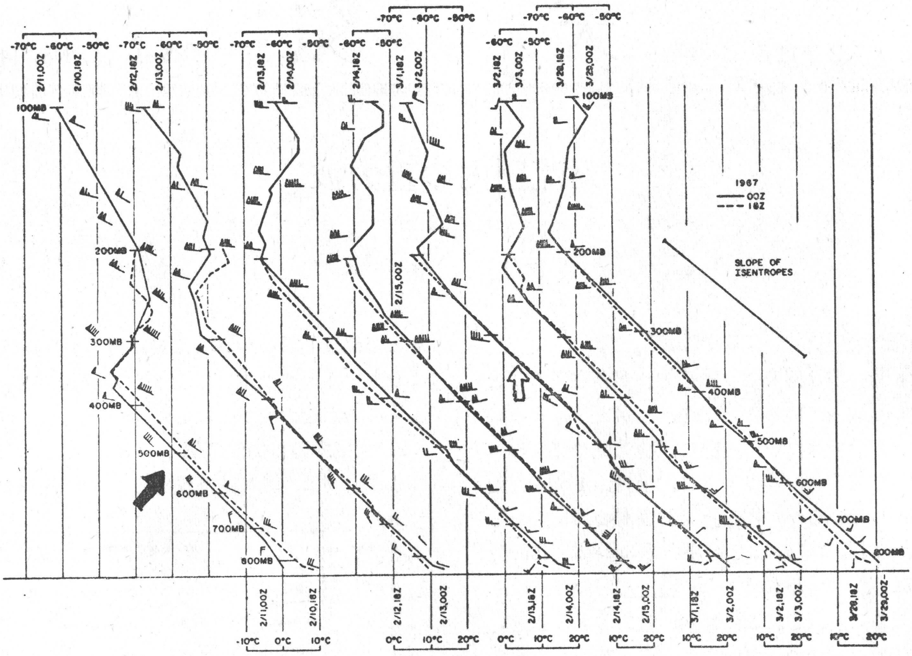
第１図　コロラド・ローキーの山岳波．実線は流線，点線は等温線（Vergeiner &. Lilly, 1970)

---

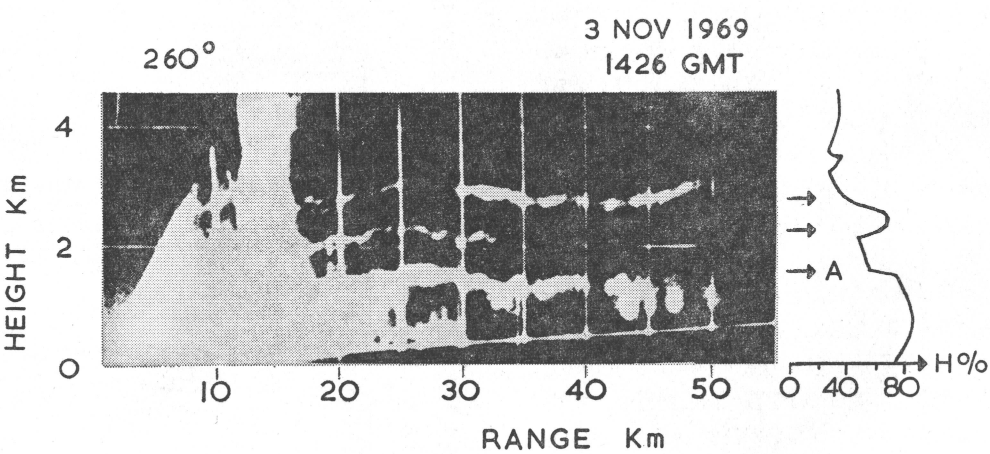
* Gravity Waves in the Troposphere.

** S. Arakawa, 気象大学校

——1973年９月20日受理——



第2図　第1図に対応する状態曲線（デンバー）．白矢印は（a）に黒矢印は（b）に対応している (Vergeiner &. Lilly, 1970)



第3図　高感度レーダで観測した Welsh 山脈の山岳波の RHI 表示．1.6, 2.2, 2.8km の3つの高さに山岳波がある．右側の図は相対湿度の鉛直分布．3, Nov. 1969.（Starr & Browning, 1972）

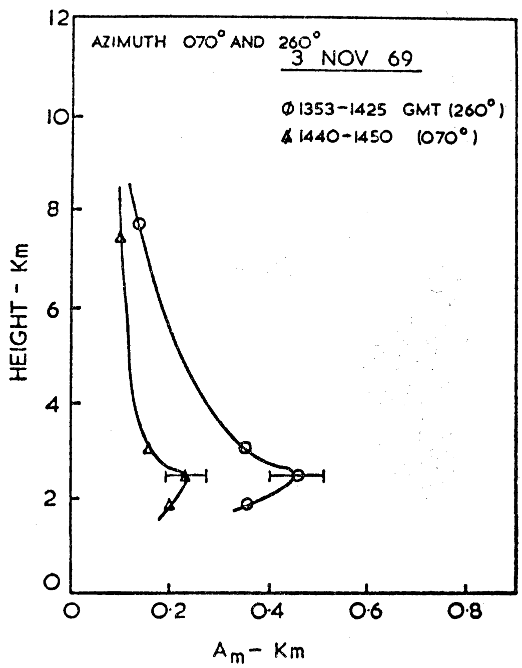
力波の例をあげよう．またそれが発達する環境についても述べてみよう．

2.1　山岳波

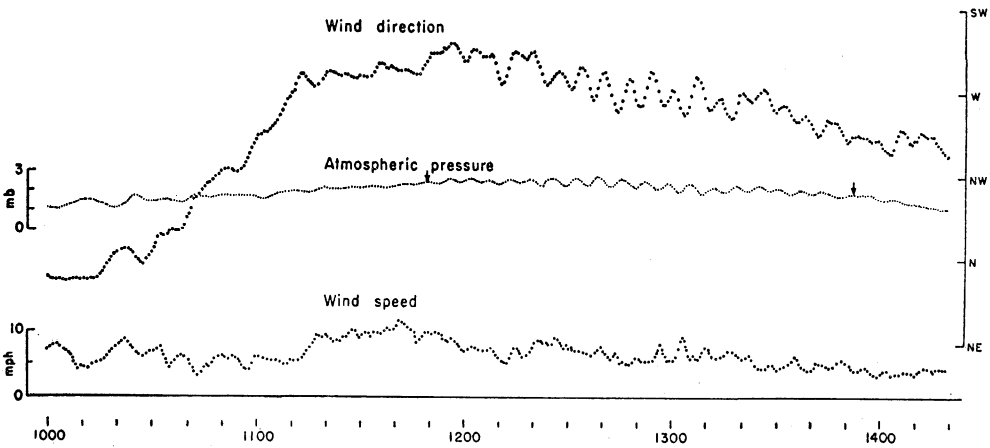
山岳波は地表風が山岳や丘陵に当たるときに発生する上下運動の波動で，われわれはこれを波状雲として直接見ることができる．山岳波の定量的観測には，初期のころグライダーや飛行機が用いられた．1951～1952年に北米でなされた Sierra Wave Project は，これの最も典型的な例といえよう〔例えば Alaka (1960)〕．しかし最近では定容積バルーンや高感度レーダーなどが用いられるようになり，いろいろなタイプの山岳波の特徴や三次元的構造などが明らかにされてきた．

第1図は中部コロラド・ロッキー山脈で NCAR グループにより観測された山岳波の例である〔Vergeiner and Lilly (1970)〕. この図は飛行機観測から得られた結果で, 流線と等温線の分布を示したものである*. 第1図 (a) は山岳波のよく発達したばあいであり, 第1図 (b) は波動が見られなかったばあいである. この両者の違いについて Vergeiner 達は内部フルード数の違いでもって説明しているが, これは対流圏内の状態曲線によく現われている. 第2図は第1図に対応する温度状態曲線を示す. 山岳波が強く発達したばあいの状態曲線では(白矢印), 約 500mb 付近に逆転層が存在するが, 山岳波の起らなかったばあいには (黒矢印), 対流圏内に逆転層が存在しない.

同じような事実は他の山岳波のばあいにも報告されている. 第3図は英国 Welsh 山脈の山陰に生じた山岳波を高感度レーダーでキャッチしたものである〔Starr & Browning (1972)〕. 波長 25km, 全振幅 300m の波状エコーが高さ1.6, 2.2, 2.8km に見られる. このエコーは非降水性のもので, 温度や湿度の鉛直傾度の急変層に現われる. このばあい近くのラジオゾンデ観測によれば, 高さ1.5～1.7km と 2.6～2.9km に二つの逆転層が存在していた. さらに第3図の右端にみられるようにエコーの見える高さは湿度の急変層となっている. すなわち温度逆転層とそれに伴う湿度急変層は山岳波の発生にも, 晴天エコーの観測にも好都合となっている. この山

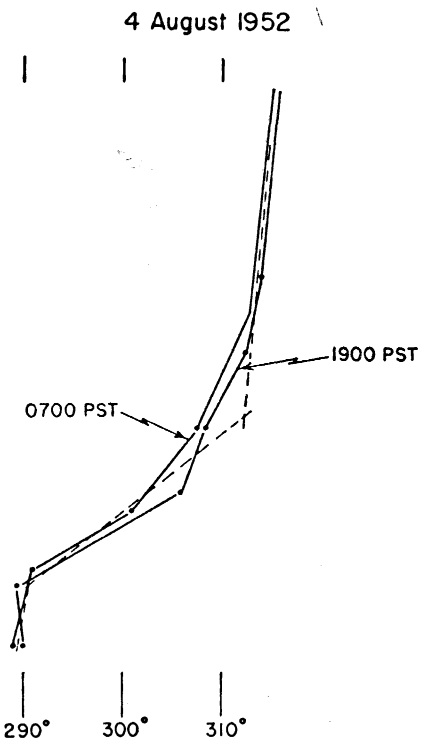


第4図　山岳波の全振幅の高さによる分布. 3, Nov. 1969. レーダー観測から得たもの. 水平の線分は代表的な振幅のスケール. (Starr & Browning, 1972)

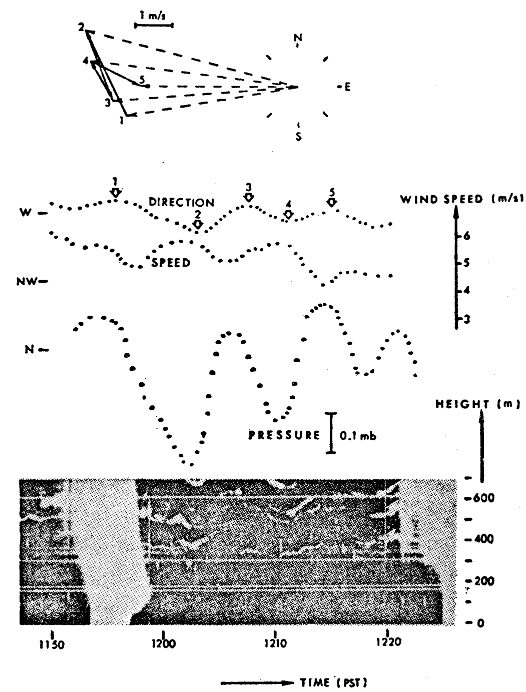


第5図　カリフォルニア沿岸 La Jolla で観測された (上から) 風向, 気圧, 風速の周期変動. 4, Aug. 1952. (Gossard & Munk, 1954).

* このプロジェクトでは定容積バルーンによる観測も行われたが, 失敗が多く, 総合的に飛行機観測の方が優れているとのことだった.



第6図　第5図のときの温位の高度分布（実線）．点線は理論計算に使ったモデル（第13図参照）．(Gossard &. Munk, 1954)



第7図　カリフォルニア沿岸サン・ディエゴで観測されたレーダー映像と地上風と気圧の自記紙．11, July 1969．ベクトル図は風の振動を示す．ベクトルの先端に記入した数字は風向自記上に付した数と対応するもの．(Gossard et al., 1970)

岳波の振幅は第4図にみられるように逆転層付近で最大で，そこから上方および下方に向って指数関数的に減っている．すなわちあとで定義する外部波の様相を呈している．さらに Starr 達は Scorer の l^2 パラメータの分布を解析した結果，山岳波の波長は $2\pi/l$ の最大値と最小値の間にあることを指適している．4節以下でいう trapped mode が卓越していたことになる．

2.2　低層に現われた短周期振動

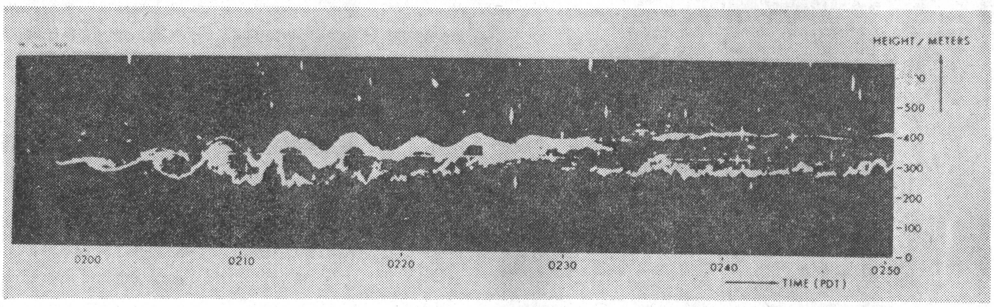
明らかに山の影響が及ばない場所で，地上風や気圧に周期的変動を観測することがある．最初これを見つけて重力波と見なしたのは，おそらく Gossard and Munk (1954) であろう．彼らはカリフォルニア西岸のスクリプス海洋研究所で観測された，気圧，風向，風速の短周期変動を詳しく解析した．その1例を第5図に示す．風も気圧も3時間以上に亘って約6.5min の周期変動をしている．このような周期変動が観測されるときには，1,000m 以下の下層に顕著な逆転層の存在するのがふつうである．このばあいにも例にもれず，第6図に示すように200～700mの高さに逆転層が存在していた．地表面で観測された周期的変動は，この逆転層に生じた重力波であって，Gossard らの解析によればこの波の波長は5.4km で，進行速度 12m/sec で西から進んできたものであった．この値は，一般流が波速の約 1/10 であることを利用して一点観測の資料から推定したものである．

この解析を契機として Gossard らの一連の研究が現在まで続いている〔Gossard (1960, 1962), Gossard 他 (1970)〕．とくに Richter (1969) の開発した FM-CW (frequency-modulated-continuous-wave) レーダーを用いての内部重力波の研究は注目に値する．彼らはこのレーダーをカリフォルニア西岸の San Diego に鉛直に向けて設置し，風や気圧の記録のほかにレーダーの連続記録もとった．ここで二つのタイプの波動が観測された．その第一は比較的長周期（約8 min）の内部重力波で，もう一つは短周期（約1 min)の砕けやすい Kelvin Helmholtz 波とみなされる波であった．

第1表　July 11. 1969の内部重力波の特性

時　刻	位相速度 c_i m/sec	c_i の方向	観測された周期 (min)	波　長 (km)	振　幅 (m)	ν (sec^{-1})	k (km^{-1})
1150～1220	13.9	SSE	8.0	5.47	120	0.016	0.89
1300～1330	7 8	SE	8.0	2.54	100	0.020	2.51
1350～1430	13.2	S	11.0	7.06	60	0.012	1.15

注）$\boldsymbol{c}_i$ の方向は風向と同じセンスで測る．ドップラー振動数 ν と波数 $\boldsymbol{k}$ を求めるには一般流（$\boldsymbol{U}$）をNNW, 2.5m/sec とした．



第8図　安定なシヤー層内に発生した K-H 波．砕け波の様子がよくみられる．19. July 1969. (Gossard et al., 1970)

第一の例を第7図に示す．自記紙は上から風向，風速，気圧であって，下段の写真はレーダー・エコーである．300～600mの低層に波状の晴天エコーが観測され，これは自記紙上の周期と良く一致している．自記紙の解析からつぎのようにして重力波の位相速度を知ることができる．

線形化した水平方向の運動方程式をつぎのように書く．

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial t}+\mathbf{U}\cdot\nabla \boldsymbol{v}=-\frac{1}{\bar{\rho}}\nabla p \tag{2.1}$$

ただし $\boldsymbol{v}$, p は水平風および気圧のじよう乱，$\mathbf{U}$ は一般流の強さ，$\bar{\rho}$ は平均密度である．(2.1) の解を

$$\exp[i(\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{x}-\sigma t)]$$

と仮定して (2.1) に代入すれば

$$(-\sigma+\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{U})\boldsymbol{v}=-\boldsymbol{k}\frac{p}{\bar{\rho}} \tag{2.2}$$

を得る．ここで σ は固定点で測られた振動数，$\boldsymbol{k}$ は波数ベクトル，$\mathbf{x}(x,y)$ は水平位置ベクトルである．いま一般流 $\mathbf{U}$ と共に動く系からみた振動数を ν とすれば

$$\nu=\sigma-\boldsymbol{k}\cdot\mathbf{U} \tag{2.3}$$

であるから (2.2) は

$$\bar{\rho}\nu\boldsymbol{v}=\boldsymbol{k}p \tag{2.4}$$

ゆえに波の相対的位相速度 $\boldsymbol{c}_i$ とすれば

$$\boldsymbol{c}_i=\frac{\nu}{|\boldsymbol{k}|}=\frac{p}{v\bar{\rho}}\boldsymbol{v}_1 \tag{2.5}$$

となる．ただし $\boldsymbol{v}_1$ は $\boldsymbol{k}$ 方向への単位ベクトルで，$\boldsymbol{v}=v\boldsymbol{v}_1$ である．(2.4) より相対的位相速度の方向は風の変動の方向と一致し，その速度は (2.5) 式で計算される．

第7図の最上段は風ベクトルのベクトル図を示す．矢羽根の先端の数字は風速の記録上に記入された数字と対応する．このベクトル図から上の概念を用いて位相速度を決めることができる．この方向には 180° の任意性を伴うが，p の最大のときの $\boldsymbol{v}$ の向きを $\boldsymbol{c}_i$ の向きと決めれば良い．このようにして決めた当日の重力波の位相速度，その他の性質は第1表のとおりである．

このときの気象環境の特徴は，1）約2,000m までの低層は安定層となっていた．2）その上空は不安定成層となっており，時折シャワー（第7図の明るい縦長の領域）が観測された．これが重力波の波源と関係あるのかも知れない．

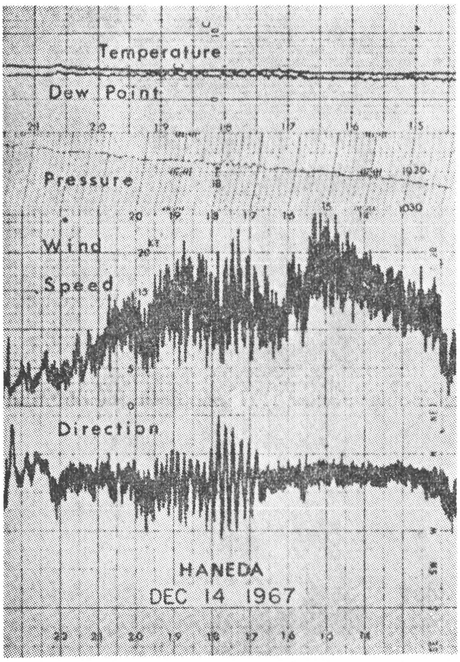
またレーダーで見える限りにおいて，この波動は鉛直

方向に基本モードの振動が卓越していた．Gossard らは成層状態に応じて大気を3層に分け，鉛直シヤーのないばあいの線型解を吟味して，その基本モードの波が実測と一致することを見つけた（4.2 節参照）．

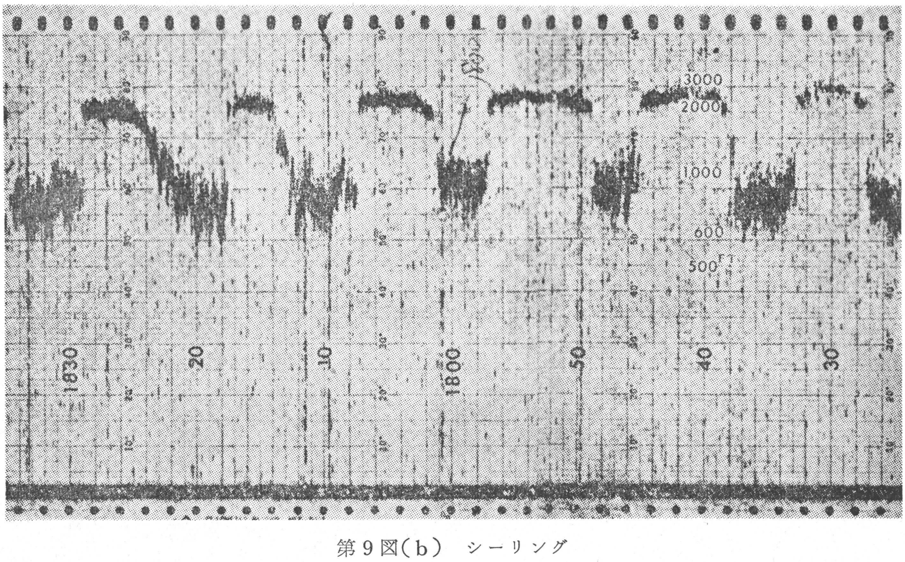
Gossard ら（1970）が見つけた第2の波動性じよう乱は，第1の例よりも短周期のもので，シヤー不安定を起こしている例である（第8図）．これはシヤーをもった安定成層中に発生した Kelvin-Helmholtz 波（K-H 波）であって，波長 320m，周期 50sec 程度のものである．この波が起っている高さでは Richardson 数 R_i が 1/4 より小さくなっていることがわかった．航空機に障害を及ぼす CAT はこの類の波動性じよう乱であろう．

地上付近で観測された短周期変動の例をもう一つ示す．第9図は羽田空港で観測されたもので，気温，露点，気圧，風のみならず，雲高も約10min の周期変動を約3時間にわたって繰返している（草野と庄山，1969）．同じような現象は南関東各地で観測され，その発現時刻を追跡してみると横浜付近を発生源とし，波面が北東—南西方に長軸をもつ楕円を描きながら伝搬して行った．伝搬速度は長軸方向に120km/hr，短軸方向に60km であった．このときの舘野の状態曲線によれば，高さ 700m 付近まで逆転層が存在していた．草野（1971，1972）はその後透過率にも同じくらいの周期変動が現われることをスペクトル解析によって見出している．

このほか深森（1972）は東京湾周辺で約25min の周期変動を，村松（1971）は稚内で約50min の周期変動が20時間も続いた例を報告している．これらの全てが重力波として報告されているのではない．後者は利尻岳の陰に生じた Karman 渦であるということになっているが，重力波という面から再検討してもよいのではないかと思っている．



第9図（a） 気温，気圧，風速，風向



第9図（b） シーリング

第9図 羽田において観測された短周期振動の例．14, Dec. 1967.（草野・庄山，1969）

最後に重力波の発生源について一言述べておこう．対流圏内での発生源としては3通り考えられる．第1は言うまでもなく山岳である．その第2はフロントである．フロントの進行速度が適当な大きさのとき，その陰に波動列を生ずる．この種の波は持続時間が短く，2時間以下である．第3の発生源には対流性活動があげられる．すなわちこの発生源は台風やシノプティック・スケールの擾乱が関係する．しかし後2者の発生源についてはその確認は容易ではない．何れにしろ下層に安定成層が必要のようである．

3. 外部重力波と内部重力波

これまで下部対流圏に重力波が卓越し，ばあいによっては地上でも記録される例をあげてきた．そしてこのようなばあい例外なく安定成層が存在し，そこで最大振幅となっていることが多い．本節以下で「なぜ安定成層があれば重力波が持続して現われ易いのか」．「またそれが地上にまで現われるのはどんなばあいか」などについて説いてみたいと思う．そのため本節では小じよう乱としての重力波の性質について述べてみよう．

まず10km 程度のスケールの現象を扱うのであるから地球回転の影響を無視する．またまさつも無視する．事柄は x，z－2次元内で考える．基本状態としては x 方向への一様流 $U(z)$ があり，また鉛直方向には静力学平衡を仮定する．すなわち

$$\frac{\partial\bar{p}}{\partial z}=-\bar{\rho}g$$

ただし $\bar{p}(z)$，$\bar{\rho}(z)$ はそれぞれ基本場における気圧，密度であって z のみの関数である．これに小擾乱 (u, w, p, ρ) を与える．小擾乱を支配する方程式は

$$u_t+Uu_x+U_zw+\frac{1}{\bar{\rho}}p_x=0 \tag{3.1}$$

$$w_t+Uw_x+\frac{1}{\bar{\rho}}p_z+\frac{\rho}{\bar{\rho}}g=0 \tag{3.2}$$

$$u_x+w_z=0 \tag{3.3}$$

$$\rho_t+U\rho_x+\bar{\rho}_zw+\frac{\bar{\rho}g}{c_s^2}w=0 \tag{3.4}$$

これらは上から順に，水平方向および鉛直方向の運動方程式，連続の方程式，断熱変化の式であって，いわゆる Boussinesq 近似を用いてある．(3.4) 式で，気圧の局所変化，水平移流の項は鉛直移流の項（末尾項）に比べて小さいとして無視した．c_s は断熱過程における音速で，他の記号は慣例どおりである．また自変数の添字は偏微分を表わす．いまつぎのような変換を行う．

$$\sqrt{\bar{\rho}}u=u^*,\quad \sqrt{\bar{\rho}}w=w^*$$

$$\frac{\rho}{\sqrt{\bar{\rho}}}=\rho^*,\quad \frac{p}{\sqrt{\bar{\rho}}}=p^*$$

すると (3.1)～(3.4) はつぎのように書き換えられる．

$$u_t^*+Uu_x^*+U_zw^*+p_x^*=0 \tag{3.1$'$}$$

$$w_t^*+Uw_x^*+p_z^*-\beta p^*+g\rho^*=0 \tag{3.2$'$}$$

$$u_x^*+w_z^*+\beta w^*=0 \tag{3.3$'$}$$

$$\rho_t^*+U\rho_x^*-Sw^*=0 \tag{3.4$'$}$$

ただし

$$\left.\begin{aligned}\beta&=-\frac{1}{2}\frac{d}{dz}\ln\bar{\rho},\\ S&=\frac{d}{dz}\ln\bar{\theta}=2\beta-\frac{g}{c_s^2}\end{aligned}\right\} \tag{3.5}$$

であって，$\bar{\theta}$ は基本場の温位である．

いまつぎのような x 方向へ c で伝搬する波動解を仮定する．

$$\begin{pmatrix}u^*\\ w^*\\ p^*\\ \rho^*\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}\hat{u}(z)\\ \hat{w}(z)\\ \hat{p}(z)\\ \hat{\rho}(z)\end{pmatrix}e^{ik(x-ct)} \tag{3.6}$$

これを(3.1)$'$～(3.4)$'$へ代入すると，$\hat{u}(z)$, $\hat{w}(z)$, $\hat{p}(z)$, $\hat{\rho}(z)$ の4つの場の変数に関する4つの方程式を得る．これらから $\hat{u}$，$\hat{p}$，$\hat{\rho}$ を消去すると $\hat{w}$ に関して

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2}+\{f(z)-k^2\}\hat{w}=0 \tag{3.7}$$

を得る．ただし

$$f(z)\equiv\frac{\nu_0^2}{(U-C)^2}-\frac{U_{zz}}{U-C}+\frac{2\beta U_z}{U-C}-\beta^2 \tag{3.8}$$

$\nu_0=gS$: Brunt 振動数

(3.8) 式の第3，第4項は第1，第2項に比べて1～2桁小さいので，以後省略する．したがって以後，(3.7)，(3.8) の代りに次式を用いることにする．

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2}+(l^2-k^2)\hat{w}=0 \tag{3.9}$$

$$l^2=\frac{\nu_0^2}{(U-C)^2}-\frac{U_{zz}}{U-C} \tag{3.10}$$

(3.9) 式はじよう乱の鉛直構造を支配する方程式で，適切な境界条件のもとで解けばよい．(3.9) 式の解の特徴を2つのばあいについて考えてみよう．

(i) 定常なばあい．$C=0$

このばあいは定常状態における山越え気流の問題において数多く扱われてきた［たとえば Scorer (1949), Alaka (1960), Eliassen & Palm (1960)］．このとき (3.10) 式は

$$l^2=\frac{\nu_0{}^2}{U^2}-\frac{U_{zz}}{U} \tag{3.11}$$

となる．これは Scorer のパラメータと呼ばれるものである．l^2 は成層状態，一般流の鉛直分布などによって高さと共に変化する．ここでは大気を l^2 一定のいくつかの層に分けて考えてみよう．

いま特定の波数 k をとって考えたとき，まず $k^2>l^2$ のとき (3.9) の解は，l^2 一定の層内で

$$\hat{w}=Ae^{\mu z}+Be^{-\mu z} \tag{3.12}$$

ただし

$$\mu^2=k^2-l^2,\ \mu>0 \tag{3.13}$$

A, B は任意定数である．(3.12) からわかるように，じよう乱（の振幅）は鉛直方向に指数関数的に変化する．このような波を外部波という．いま重力波を扱っているのだから外部重力波と呼ぶ．

つぎに $k^2<l^2$ のばあいを考える．このとき (3.9) 式の解は，l^2 一定の層内で

$$\hat{w}=Ae^{i\lambda z}+Be^{-i\lambda z} \tag{3.14}$$

ただし

$$\lambda^2=l^2-k^2,\ \lambda>0 \tag{3.15}$$

このときじよう乱は鉛直方向に正弦関数的に変化する．このような波を内部波または内部重力波という．もし断熱大気でシヤーのないばあいには $l^2=0$ となり，したがってあらゆる波長の波が外部波型となる．通常流体力学で扱う水の波はこの型に属する．もし大気が内部成層をもつときには $l^2\neq0$ となる．このとき $\lambda_0=2\pi/l$ より短波長の波は外部波であるが，λ_0 より長波長の波は内部波に属する．

別の見方をすれば外部重力波は鉛直上方へ向って位相が変らないような波であり，内部重力波は上方へ向って位相が変化するような波である．

(ii) 非定常なばあい

簡単のため $U=const.$ として考える．このとき (3.10) 式の第2項は消える．いま固定点に関する振動数を σ とすれば $c=\sigma/k$ 故

$$l^2=\frac{\nu_0{}^2}{\nu^2}k^2 \tag{3.16}$$

である．ただし

$$\nu\equiv\sigma-kU \tag{3.17}$$

であり，これは一般流 U で動く系からみた相対振動数——すなわち Doppler 振動数——であり，$\nu\neq0$ とする．すると (3.9) 式は

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2}+\frac{k^2}{\nu^2}(\nu_0{}^2-\nu^2)\hat{w}=0 \tag{3.18}$$

となる．いま Brunt 振動数 ν_0 が一定であるような層を考えると，$\nu^2>\nu_0{}^2$ のとき上式の解は指数関数 (3.12) 型となり，これは前の定義により外部波型に属する．ただしこのとき

$$\mu^2=\frac{k^2}{\nu^2}(\nu^2-\nu_0{}^2) \tag{3.19}$$

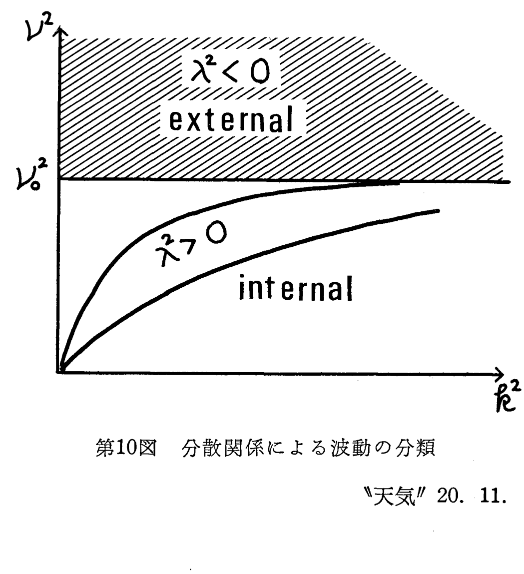
である．逆に $\nu^2<\nu_0{}^2$ のとき解は正弦関数 (3.14) 型となって，これは内部波型である．ただしこのとき

$$\lambda^2=\frac{k^2}{\nu^2}(\nu_0{}^2-\nu^2) \tag{3.20}$$

である．

すなわち非定常のばあいには相対振動数が Brunt 振動数より大きいか小さいかによって，波は外部波型となるか内部波型となる．分散式 (3.20)〔(3.19) も含めて〕を ν^2, k^2 ダイヤグラムにかいたものが第10図である．もちろん一般流がなければ上の議論は Brunt 振動数 ν_0 と σ との大小関係によってなされる．

定常なばあいと同様，このばあいにも断熱大気中（すなわち $\nu_0=0$）には内部重力波は存在し得ず，波は全て



第10図　分散関係による波動の分類

外部波型となる．内部重力波は成層の不均質性から生ずる内部振動によるものである．しかし不均質だからと言って全ての周期の波が内部波型になるというのではなく，固有周期に比べて短周期の波は外部波型となり，長周期の波は内部波型となるのである．これをエネルギーの鉛直流の立場からみれば（次節），短周期の波はより多く反射されて遠くまで及ばない．一方長周期の波は透過し易くて遠くまで波動のエネルギーが運ばれることを意味する．

同じような性質は結合振子やプラズマ流体中の電磁波のばあいにも見られる．もっとも大気は重力波に対して low-pass filter の役割をするが，結合振子やプラズマ流体は high-pass filter の役割をする．

4. 波動エネルギーの透過と反射

本節ではエネルギーの鉛直フラックスの立場から内部波と外部波を比較し，さらにダクト現象について述べてみよう．

簡単のために定常状態として取扱う．このばあい（3.1）′式は＊を省いて

$$\bar{\rho}Uu_x+p_x+U_zw=0 \tag{4.1}$$

となる．u, p, w の解として

$$(u,\ p,\ w)=Re(\hat{u},\ \hat{p},\ \hat{w})e^{ikx} \tag{4.2}$$

の形のものを仮定して，以後波数 k の一成分波のみについて考える．（4.1）式に（$Uu+p$）を乗じ，一波長（$2\pi/k$）に関して平均すれば

$$\overline{pw}=-U\,\overline{uw} \tag{4.3}$$

を得る．ただしバーは一波長に関する平均を意味する．ところで（3.3）′式を使って右辺を書き換えると

$$\overline{pw}=\frac{U}{k^2}\overline{w_xw_z} \tag{4.4}$$

ここで（2.2）式を考慮すると（4.4）式は

$$\overline{pw}=\frac{1}{2}Uk^{-1}\mathrm{Im}\ \{\hat{w}^*\hat{w}_z\} \tag{4.5}$$

のように表わせる．ただし＊は共役複素数を表わす．

前節で定義した外部波，内部波についてエネルギー・フラックスを計算してみよう．外部波〔(3.12) 式〕のばあい

$$\overline{pw}=U\frac{\mu}{k}\mathrm{Im}\{AB^*\} \tag{4.6}$$

を得る．すなわち外部波のばあいも一般にはエネルギーの鉛直フラックスはある．しかし A と B が同位相を持つときとか，A か B がゼロの時には $\overline{pw}=0$ である．

一方，内部波〔(3.14) 式〕のばあい

$$\overline{pw}=\frac{1}{2}U\frac{\lambda}{k}(|A|^2-|B|^2) \tag{4.7}$$

を得る．これからつぎのことがわかる．$e^{i\lambda z}$ の方の解は――同位相線が上に向って風上側に傾いている――$U>0$ と仮定すればエネルギーを上方へ運ぶ．一方 $e^{-i\lambda z}$ の方の解は――同位相線が上に向って風下側に傾いている――エネルギーを下方へ運ぶ．これら二種類の波を重ね合わせたとき，エネルギー・フラックスは可加算的である．このことから，解 $Ae^{i\lambda z}$ は地面の凹凸や熱源から発した入射波と解釈される．一方，上層に波源が無いとすれば，解 $Be^{-i\lambda z}$ はより上層からの反射波と解釈される．このばあい反射率はつぎのように定義される．

$$r=\left|\frac{B}{A}\right|^2 \tag{4.8}$$

l^2 一定の層内では r は一定である．以後具体的な層モデルにおいて r を求めてみよう．

(i) 二層モデル

大気が各層で l^2 一定であるような二層からなっているとしよう．下層の値に添字1を，上層（無限大まで続いている）の値に2を付して表わす（第11図）．また下層では内部波型であると仮定する．すなわち $k^2<l_1{}^2$ である．すると下層での解は

$$\hat{w}_1=A_1e^{i\lambda_1z}+B_1e^{-i\lambda_1z} \tag{4.9}$$

ただし　$\lambda_1{}^2=l_1{}^2-k^2$

である．A_1 は入射波の振幅であり，B_1 は反射波の振幅である．

上層では内部波型と外部波型の2通り考えてみる．まず内部波，$k^2<l_2{}^2$ としよう．このときの解は

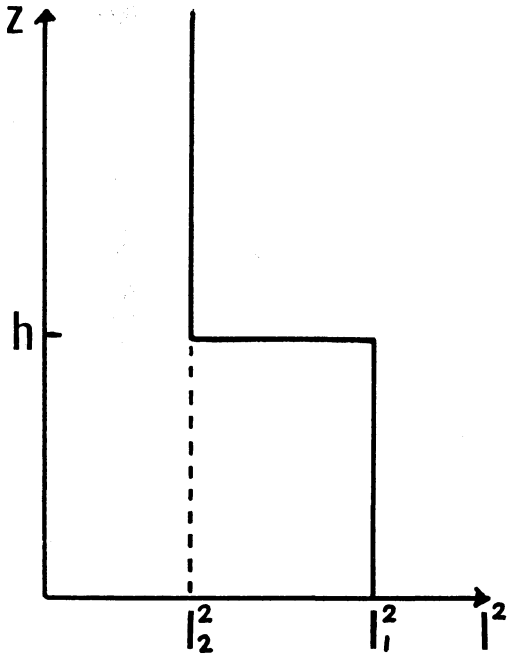
$$\hat{w}_2=A_2e^{i\lambda_2z}+B_2e^{-i\lambda_2z} \tag{4.10}$$

ただし　$\lambda_2{}^2=l_2{}^2-k^2$

である．(4.10) 式の右辺第1項は入射波（上向き）であり，第2項は反射波である．大気上端には波源も反射源もないと仮定すれば，$B_2=0$ である．すると

$$\hat{w}_2=A_2e^{i\lambda_2z} \tag{4.11}$$

である．第1層と第2層の境界で $\hat{w}$ と $d\hat{w}/dz$ が連続であるとして (4.9)，(4.11) を連結し，上層からの反射率 r を求めると



第11図 二層モデルにおける l^2 パラメーターの分布例

$$r=\frac{|B_1|^2}{|A_1|^2}=\frac{(\lambda_1-\lambda_2)^2}{(\lambda_1+\lambda_2)^2} \tag{4.12}$$

すなわち $\lambda_1=0$ か $\lambda_2=0$ のばあいには全反射が行われるが，一般には $r<1$で，部分反射である．

つぎに上層で外部波とすると，$z\to\infty$ で収束する解は

$$\hat{w}_2=B_2e^{-\mu_2 z} \tag{4.13}$$

ただし $\mu_2{}^2=k^2-l_2{}^2$ である．したがって反射率は

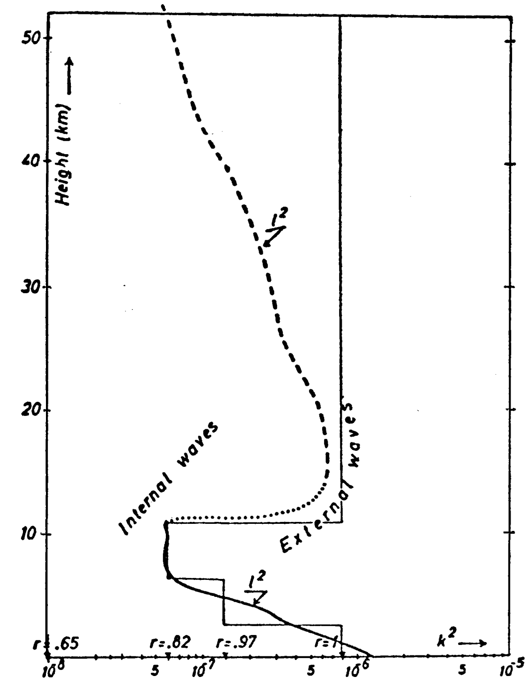
$$r=\left|\frac{\lambda_1-i\mu_2}{\lambda_1+i\mu_2}\right|^2=1 \tag{4.14}$$

となる．すなわち上層が外部波型のばあいには入射波は上層から全反射される．しかし，これは上層の厚さが無限大のためであって，有限の厚さならば部分反射である．いずれにせよ，上層が外部波に属する波長域の重力波は，そのエネルギーが下層に trap されて上方まで伝わらない．このばあい下層にはその波長域の波動が卓越する．

以上の議論は3層，それ以上の層モデルへ拡張することができる．

(ii) Sierra wave への応用

上の考えを Sierra wave のばあいに応用してみよう〔Eliassen &. Palm (1960)〕．第12図は Sierra wave が



第12図 Sierra wave が発達したときの l^2 の分布．16, Feb. 1952. 滑らかな曲線は実際の分布．階段状の線はここに用いた4層モデルの分布．(Eliassen & Palm, 1960)

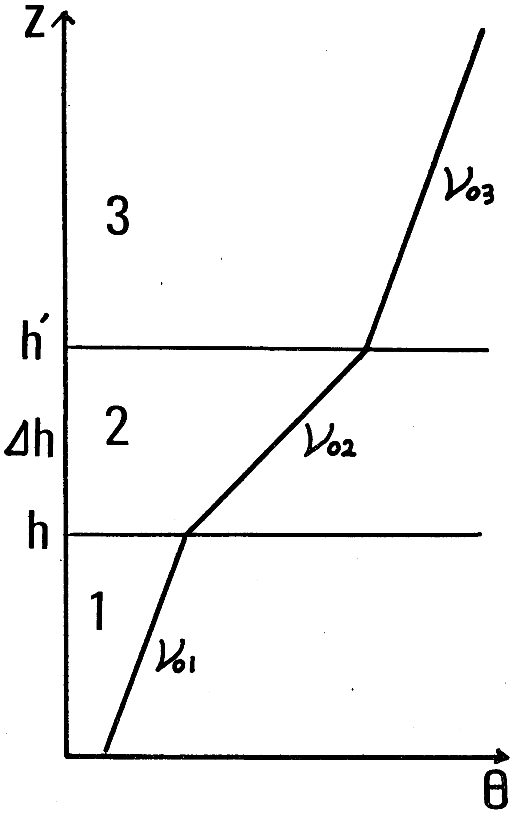
第2表

$k^2(\mathrm{m}^{-2})$	1×10^{-8}	6×10^{-8}	1.4×10^{-7}	0.8×10^{-6}
L(km)	63	26	17	7
r	0.65	0.82	0.97	1

激しく発達したばあいの l^2 の分布である．実際の l^2 は高さと共に連続的に変化しているが，これを l^2 が階段的に変化する4つの層に分けて考える．対流圏3層と成層圏1層とである．

そして上部対流圏からの反射率を波長の違う4つの波について計算した．その結果を第2表に示す．同じ r の値を第12図にも記入した．

26km より短い波長の波 ($k^2>6\times10^{-8}\mathrm{m}^{-2}$) は上部対流圏で外部波型であり，したがってこれらの波は上部対流圏によって大部分反射される．17km 以下の波はほとんど全反射する．したがって山岳によって誘起された波のうち17km 以下の波長の波は，ほとんど中・下層対流圏にトラップされ，山岳波として下流まで続く．2.1 節で山岳波の波長は対流圏内での $2\pi/l$ の最大値と最小値



第13図　3層モデルにおける温位の鉛直分布．第6図の分布に似せたもの．数字は層の番号．

の間にあったことを述べた．これは上に述べた理論的結果と良く一致している．このような現象は，電磁波が導波管内にトラップされてどこまでも減衰せずに伝わっていくのに似ているので，ダクト現象と呼ばれている．

26km より長い波長の波は中・下層対流圏と成層圏で内部波型である．このばあい対流圏での反射率は0.65ないし0.82である．したがって長波の波は短波に比べるとかなり成層圏まで透過する．電離層で観測されるじよう乱の代表的波長はほぼ40km くらいであり，これは下層で発生して上層へ透過していった重力波と解されている．

5. 固有解とダクト現象

この節では逆転層を含む3層モデルを与え，非定常なばあいの線形解を求めてみよう．これによってダクト現象が起っているときの $\hat{w}(z)$ や $\hat{u}(z)$，$\hat{p}(z)$ の鉛直分布を知ることができる．

2節の各例にみられたように低層に逆転層のあるばあいを考える．地上から高さ h と h' の間に逆転層がある3層モデルとし，下の層から1，2，3の番号を付して呼ぶ．簡単のため U は各層間で一定，すなわちシヤーなしと仮定する．Brunt 振動数は各層で一定で，

$$\nu_{02}>\nu_{01}=\nu_{03}>0$$

とする（第13図）．

解くべき方程式は非定常なばあいの波動方程式(3.18)式

$$\frac{d^2\hat{w}}{dz^2}+\frac{k^2}{\nu^2}(\nu_0{}^2-\nu^2)\hat{w}=0 \tag{5.1}$$

である．境界条件は

$$\left.\begin{array}{l} z=0 \text{ で } \hat{w}_1=0 \\ z=h \text{ と } h' \text{ で} \\ \hat{w}_j=\hat{w}_{j+1},\ \dfrac{d\hat{w}_j}{dz}=\dfrac{d\hat{w}_{j+1}}{dz},\quad (j=1,2) \\ z\to\infty \text{ で } \hat{w}_3=0 \end{array}\right\} \tag{5.2}$$

とする．これはそれぞれの境界における運動学的境界条件と力学的境界条件とである．問題は境界条件（5.2）のもとで（5.1）を解く固有値問題である．

つぎのような解

$$\hat{w}_j=c_je^{in_jz}+d_je^{-in_jz},\quad (j=1,2,3) \tag{5.3}$$

を仮定する．各層においてつぎの分散関係

$$n_j{}^2\nu^2=k^2(\nu_{0j}{}^2-\nu^2) \tag{5.4}$$

が成立っている．いま第1層と第3層が外部波型であると仮定する．すると $n_{1,3}{}^2<0$ である．ゆえに

$$n_{1,3}=i\gamma,\quad \gamma^2>0 \tag{5.5}$$

とおく．そうすると各層の $\hat{w}$ はつぎのように求められる．

$$\hat{w}_1=\hat{w}_h\frac{\sinh\gamma z}{\sinh\gamma h} \tag{5.6}$$

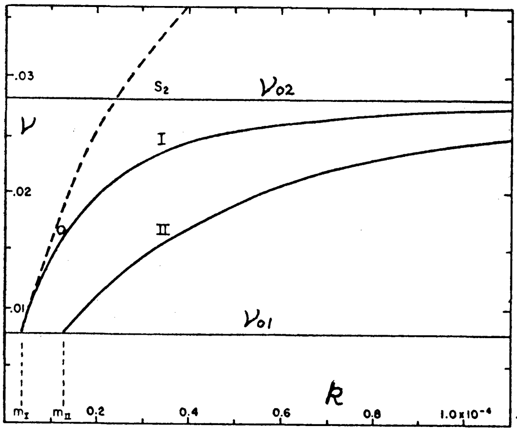
$$\hat{w}_2=\hat{w}_h\frac{\sin n_2(z-h)+K\cos n_2(z-h)}{K} \tag{5.7}$$

$$\hat{w}_3=\hat{w}_h\frac{\sin n_2\Delta h+K\cos n_2\Delta h}{K}e^{-\gamma[z-(h+\Delta h)]} \tag{5.8}$$

ただし $\hat{w}_h$ は $z=h$ における $\hat{w}$ の値で，

$$K=\frac{n^2}{\gamma}\tanh\gamma h \tag{5.9}$$

である．かつこの系の特性方程式は



第14図　ν-k ダイヤグラム．実線は3層モデルの基本モード（I）と第2モード（II）．点線は2層モデルの分散曲線．白丸は 4, Aug. 1952の ν と k の値．(Gossard & Munk, 1954)

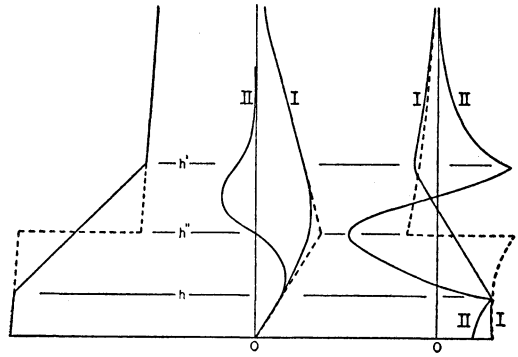
$$n_2 \cot n_2 \Delta h = \frac{-\gamma^2 \coth \gamma h + n_2{}^2}{\gamma \coth \gamma h + \gamma} \qquad (5.10)$$

(5.4) 式と第6図のばあいの ν_0 をもとにして (5.10) 式から ν, k 関係を求め，第14図の分散曲線を得る．図には基本モードと第2モードのみがかかれている．これら各モードに対応する $\hat{w}, \hat{p}, \hat{u}$ の鉛直分布（固有解）を第15図に示す．基本モードの分布は2層モデル（図中の点線）のそれと極めて似ており，$\hat{w}$ は逆転層内で最大となり，上下に向って急激に減衰している．$\hat{p}, \hat{u}$ の基本モードについていえば，逆転層の底で最大となり，地上までほとんど減衰していない．第2モードの解では，$\hat{p}, \hat{u}$ は逆転層の底から地上まで減衰するが，それでも地上の値は逆転層底の値の2/3程度である．

第14図中の白丸はこの例のばあい (4. Aug. 1952) の ν と k の値からプロットしたものである．この点は分散曲線のうち基本モードのものに極めて近い，このことから，このときの波動は基本モードのものが卓越していたと考えられる．Gossard ら (1970) は第7図の例のばあいにも同様の解析をして，基本モードの波が卓越していることを確めた．

以上のことからわかるように，低層に逆転層をもつようなばあいには ν_{03}（または ν_{01}）と ν_{02} の間の振動数をもつ重力波は逆転層付近に trap され易い．このばあい逆転層が低ければ，地上においても風や気圧の周期変動を観測することができる．

trapped mode のうちどの周期が卓越し易いかは，初期じよう乱のスペクトル特性や，それらの透過性，また記録方法などに支配されるので簡単に言うことはできない．



第15図　左側：温位分布．中：$\hat{w}$ の鉛直分布，右：$\hat{p}$ と $\hat{u}$ の鉛直分布．実線は3層モデルの基本モード（I）と第2モード（II）．点線は2層モデル．(Gossard &. Munk, 1954)

以上は層毎にシヤーのないばあいの議論であった．最近 Jones (1972) はシヤーのあるばあいの数値解を求めた．それによるとシヤーがあると高調波モードの波は trap されにくく，ますます基本モードの波が卓越し易くなるという．

あとがき

山越え気流や局地風の研究をしているうちに気がついたのだが，山岳などによる地上風の変形は，低層に逆転層があるほど増幅される．これはなぜであろうかと考えているうちに重力波に興味が湧いてきた．この2，3年コロキウムでそんなことばかりやっていたら，本誌に解説を頼まれてしまった．喜んで引受けたのだが，果して責任を果すことができただろうか．感違いや独断的なところがあれば御指摘願いたい．

最後にこの問題についていつも討論の相手となってくださった，気象大学校の菊池，駒林，斎藤，中山，矢花各氏に感謝する．

文　献

1) Alaka, M.A. (editor), 1960: The airflow over mountains. WMO Tech. Note No. **34,** 135pp.

2) Atlas, D. et al. 1970: The birth of "CAT" and microscale turbulence. Jour. Atm. Sci. **27,** 903-913.

3) Browning, K.A. and C.D. Watkins, 1970: Observations of clear air turbulence of high

power radar , Nature, **227**, 260-263.

4) Eliassen, A. and E. Palm, 1960: On the transfer of energy in stationary mountain waves. Geofys. Pub. **22**, 3, 1-23.

5) Gossard, E. and W. Munk, 1954: On gravity waves in the atmosphere. Jour. Met. **11**, 259-269.

6) Gossard. E.E., 1960: Spectra of atmospheric scalars. Jour. Geoph. Res. **65**, 3339-3351.

7) Gossard E.E., 1962: Vertical flux of energy into the lower ionosphere from internal gravity waves generated in the troposphere. Jour. Geoph. Res. **67**, 745-757.

8) Gossard E.E., J.H. Richter and D. Atlas, 1970: Internal waves in the atmosphere from high-resolution radar measurements. Jour. Geoph. Res. **75**, 3523-3536.

9) Hines, C.O., 1960: Internal atmospheric gravity waves at ionospheric height. Can. Jour. of Phys., **38**, 1441-1480.

10) Hines, 1972: Gravity waves in the atmosphere. Nature **239**, Sep. 8, 73-78.

11) Jones, W.L. 1972: Ducting of internal gravity waves on a stable layer with shear. Jour. Geoph. Res. **77**, 3879-3885.

12) Ludlam, F.H., 1967: Characteristics of billow clouds and their relation to clear-air turbulence. Quar. J.R. Met. Soc., **93**, 419-435.

13) Monin, A.S. 1972: Weather forecasting as a problem in physics. The MIT Press, 199pp.

14) Phillips, O.M. 1966: The dynamics of the upper ocean. Cambr. Univ. Press. 261pp.

15) Richter, J.H., 1969: High resolution tropospheric radar sounding. Radio Sci. **4**, 1261-1268.

16) Scorer, R.S., 1949: Theory of waves in the lee of mountains. Quart. J.R. Met. Soc. **75**, 41-56.

17) Starr J.R. and K.A. Browning, 1972: Observations of lee waves by high-power radar. Quart. J.R. Met. Soc. **98**, 73-85.

18) Vergeiner, I. and D.K. Lilly, 1970: The dynamic structure of lee wave flow as obtained from balloon and airplane observations. Mon. Weath. Rev. **98**, 220-232.

19) 深森信吾, 1972: 逆転層下に発達した東京湾における低層の強風について, 研究時報, **24**, 345-349.

20) 草野和夫, 庄山卓爾, 1969: 風と気圧の短周期変動, 研究時報, **21**, 85-98.

21) 草野和夫, 1967: 透過率のスペクトル解析. 研究時報. **23**, 391-400.

22) 草野和夫, 1972: 透過率の変動と重力波の役割り, 天気, **19**, 675-677.

23) 村松照男, 1971: 稚内地方における地上風の周期変化について, 天気, **18**, 307-313.

【新刊紹介】

Wickham, P.G. (Meteorological Office)

The Practice of Weather Forecasting

London Her Majesty's Stationery Office, 1970, £1.50

この本は70年の発刊だから新刊とは云えないが，紹介したい．今の予報が Electronic computations と human judgment との両方で行われていることは異論ないが，この本は後者の部分を扱っている．昔，Petterssen の天気予報の旧版に天気図解析の practice の部分が少し書かれていたが，この本はそれよりもずっと丁寧に書かれている．たとえば，昼と夜の観測値とはどう違うかとか，ちょっと気のつかないようなことまで詳細に述べている．スマートに誤差を論じたものは沢山あるが，この本のように泥くさい書き方をしたもものも必要であろう．昔は観測にたずさわってから予報に入った人が多かったが，最近のように観測を知らずに予報に入る人にはこのくらい泥くさく書かれた本も読んで見ることもよいことであろう．この本は始めて予報にたずさわる若い予報者のために書かれたもので数式は用いられていない．これからの予報者は数値予報と同時にこの種の本も読み，もう一度原点にもどって現象を見つめることが必要であろう．ただし，数値予報の本と違い余程覚悟を決めないと途中で馬鹿らしくなるかも知れない．ただし読み終った時点では私には参考となったことが多い．

（中山　章）