1974年5月　天気　Vol. 21, No. 5.

551. 51

ベナード型対流について*

北出武夫**

1. はじめに

大気におけるほとんどすべての運動は，その起源を太陽からの熱に持っている．すなわち一種の対流と考えられる．大きなものは大気大循環から小は局地的な海陸風や雲，さらに台風や竜巻も一種の対流と考えられる．これらの現象は，地球の自転，水蒸気の相変化さらに地形の影響等によって非常に複雑な現象として現われる．さらに問題を複雑にしているのは，大気中にはさまざまな時間，空間スケールの現象が共存し，ある場合には，お互いに非線形相互作用を行っていると考えられることである．この様な複雑な大気現象を理解するにあたって，現象を出来るだけ単純化して，その現象を支配する物理的過程の性質を研究する事は極めて有効な方法である．このような意味において，大気現象の理解を助けるモデルの一つとしてベナード型対流モデルがある．このモデルは，主にスケールの小さな対流現象，例えば雲や境界層の中で起こっている対流等の理解を助ける．より複雑なモデルは色々考えられるが，このモデルには次のような利点がある．

（1）もっとも単純化されたモデルであるだけに，現象の基本的なメカニズムを明確にできる．

（2）多くの室内実験が行われており，理論の検証が容易である．

（3）その理論は，線形論の範囲内ではほとんど完成している．

（4）（2）と（3）の特徴から，非線形項の性質を詳しく調べることができる．

（4）の問題は現在盛んに行われ，今後も行われるのであろう重要な問題の一つである．なぜなら空間，時間スケールの異なる現象間の相互作用は，主に非線形項を通じて行われており，その基本的性質を理解することは，大気現象の理解にとって欠くべからざるものであるからである．

2. ベナード型対流の性質と線形論

下から一様に水平な流体層を熱した時，その加熱がある限度を越えると，流体は不安定となり細胞状の対流が生ずる．この現象を初めて実験によって明確にしたのがBénard であり1900年のことであった．それでこのような下からの一様な加熱による水平な流体層における細胞状対流はベナード型対流と呼ばれる．

Bénard による実験結果の主な特徴をまとめると次のようになる．

（1）対流は下からの加熱による逆温度傾度が，ある臨界的な値を越した時，はじめて起こる．

（2）起こった運動は定常な細胞状のパターンを持つ．Bénard の実験では流体は多くの正六角形の細胞状対流によって分割された．

以上の現象に理論的解明を初めて与えたのは Rayleigh (1916) であった．

彼の理論の大要は次のようである．密度変化の効果は浮力の項以外では無視して，Boussinesq 方程式系を書き下すと

$$\frac{D\boldsymbol{v}}{Dt}=-\frac{1}{\rho_0}\nabla P+\alpha g(T-T_0)\boldsymbol{k}+\nu\nabla^2\boldsymbol{v}$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}=0$$
$$\frac{DT}{Dt}=\kappa\nabla^2 T \qquad (1)$$

となる．

ここで $\boldsymbol{v}$ は速度，T は温度，P は圧力を表わし ρ_0 は一定の密度，T_0 は一定の温度，g は重力の加速度，α は流体の体膨張係数，ν は動粘性係数，κ は熱伝導率，$\boldsymbol{k}$ は垂直方向の単位ベクトルを表わす．今下から一様に

* Bénard Convection

** T. Kitade 気象研究所

熱せられたとして，上下の境界での熱力学的条件

$$T=T_0+\varDelta T \qquad \text{at } z=0$$
$$T=T_0 \qquad \text{at } z=d \qquad (2)$$

を考える．$\varDelta T$ は上下の境界に与えられた温度差を表わす．また，上下境界で面摩擦がないとすれば，運動学的条件は，

$$\boldsymbol{v}_n=\frac{\partial \boldsymbol{v}}{\partial s}=0 \qquad \text{at } z=0 \text{ and } z=d \qquad (3)$$

となる．

ここで $\boldsymbol{v}_n$ は速度の境界面への法線方向成分を表わし $\frac{\partial}{\partial s}$ は接線方向への微分を表わす．この時，方程式系は次の定常解を持つ．

$$\boldsymbol{v}_S=0$$
$$T_S=T_0+\varDelta T-\frac{\varDelta T}{d}z$$
$$P_S=\frac{-\alpha g\rho_0\varDelta T}{2d}z^2+\alpha g\varDelta T\rho_0 z+C \qquad (4)$$

ここで C は z に関して一定の積分定数である．この定常解は下から熱せられた流体が熱伝導によって一定の温度傾度を持つことを表わす．

次にこの定常解が任意の擾乱 ($\boldsymbol{v}'$, T', P') に対して安定かどうかを調べよう．今，

$$\boldsymbol{v}=\boldsymbol{v}_S+\boldsymbol{v}'$$
$$T=T_S+T'$$
$$P=P_S+P'$$

を（1）式へ代入し擾乱の2次の項は小さいとして無視すれば

$$\frac{\partial \boldsymbol{v}'}{\partial t}=-\frac{1}{\rho_0}\nabla P'+\alpha g T'\boldsymbol{k}+\nu\nabla^2\boldsymbol{v}'$$
$$\nabla\cdot\boldsymbol{v}'=0$$
$$\frac{\partial T'}{\partial t}=\frac{\varDelta T}{d}w+\kappa\nabla^2 T'$$

である．ここで $w=\boldsymbol{k}\cdot\boldsymbol{v}'$ である．

以上の式から v', P' を消去すると

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nu\nabla^2\right)\left(\frac{\partial}{\partial t}-\kappa\nabla^2\right)\nabla^2 T'$$
$$=\frac{g\alpha\varDelta T}{\mathrm{d}}\nabla_1{}^2 T' \qquad (5)$$

が得られる．

ここで $\nabla_1{}^2=\frac{\partial}{\partial x^2}+\frac{\partial}{\partial y^2}$ である．

長さ d, 時間 d^2/ν を単位として選んで（5）式を無次元化すると

$$\left(\frac{\partial}{\partial t}-P_r\nabla^2\right)\left(\frac{\partial}{\partial t}-\nabla^2\right)\nabla^2 T'=R\nabla_1{}^2 T' \qquad (6)$$

となる．また境界条件（2），（3）を T' で書き直すと

$$T'=\frac{\partial^2}{\partial z^2}T'=\frac{\partial^4}{\partial z^4}T'=0$$
$$\text{at } z=0 \text{ and } z=1 \qquad (7)$$

となる．ここで

$$R=\frac{g\alpha\varDelta T}{\kappa\nu}d^3$$
$$P_r=\frac{\nu}{\kappa}$$

であり，それぞれ Rayleigh 数，Prandtl 数と呼ばれる無次元パラメーターである．Rayleigh 数は上下の境界に与えられた温度差に比例するパラメーターであるが，Prandtl 数は物質に固有なパラメーターである．無次元化された基本方程式は，これ以外のパラメーターを含まないのだから対流の特性はこの二つのパラメーターによって完全に記述される．

（6）式に境界条件（7）を満たす擾乱

$$T'\propto e^{i\pi(a_x x+a_y y)+\sigma t}\sin n\pi z \qquad (8)$$

を代入すると特性方程式が得られる．すなわち

$$\left(\frac{\sigma}{\pi^2}+a^2+n^2\right)\left\{\frac{\sigma}{\pi^2}+P_r(a^2+n^2)\right\}(a^2+n^2)$$
$$-\frac{R}{\pi^4}a^2=0 \qquad (9)$$

ここで

$$a^2=a_x{}^2+a_y{}^2 \qquad (10)$$

である．

（9）式は σ についての2次方程式であり，Rayleigh 数 R, Prandtl 数 P_r, 水平波数 a, 垂直波数 n が与えられれば擾乱の成長率 σ が求まる．下からの加熱を除々に増大することは Rayleigh 数を増大させることに対応し，その時（9）の解 σ は負の値から正の値に変化する．$\sigma=0$ に対応する Rayleigh 数 R_l は擾乱の安定，不安定の境を表わし，水平波数 a と垂直波数 n の関

数である．この $R_l(a, n)$ の最小値を critical Rayleigh 数 R_C と呼び，Rayleigh 数がこの値を越えた時はじめて擾乱が発達し，その時発達する擾乱の波数 a_C と n_C は求まる．$n_C=1$ であり $R_l(a, 1)$ は第2図に点線で示されている．

以上の議論から Bénard の実験の二つの特性が説明出来る．すなわち対流は Rayleigh 数が臨界値 R_C に達した時はじめて起こり，その時の対流は細胞状をしている．実際の実験は上下の境界に剛体壁を置いて行われる．すなわち上下の境界での面摩擦の影響を考慮しなければならない．この問題は Pellow and Sowthwell (1940) 等によって調べられ，彼等の得た R_C, a_C の値は実験とよく一致した．これらの理論は数学的によりエレガントに Chandrasekhar (1961) によってまとめられている．

以上に述べた線形論は Bénard 型対流の基本的性質を見事に解明したと言える．しかしその理論では解明されえない多くの問題が残されており，それらは非線形項を考慮に入れて議論されねばならない．それらの問題の主なものをあげると，

（1）細胞状対流の形

（2）細胞状対流のサイズ

（3）対流の振幅と熱輸送量

（4）乱流的対流

がある．それぞれの問題を以降の節で述べる．

3. 細胞状対流の形について

（9）式から Rayleigh 数 R と Prandtl 数 P_r が与えられれば，擾乱の成長率 σ が最大になる $a_{\max}$, $n_{\max}$ を求める事ができる．しかし (10) 式から一つの $a_{\max}$ の値に対応して無限個の (a_x, a_y) の組合わせが存在することが解かる．このことは実現する細胞状対流の x 方向の波長と y 方向の波長が一意的に求まらない事を意味する．言いかえれば，一つの固有値 $\sigma_{\max}$ に対応して固有関数が無限個存在しているという意味で解は無限に縮退しており，実現する細胞状対流の形は一意的に求まらない．例えば，

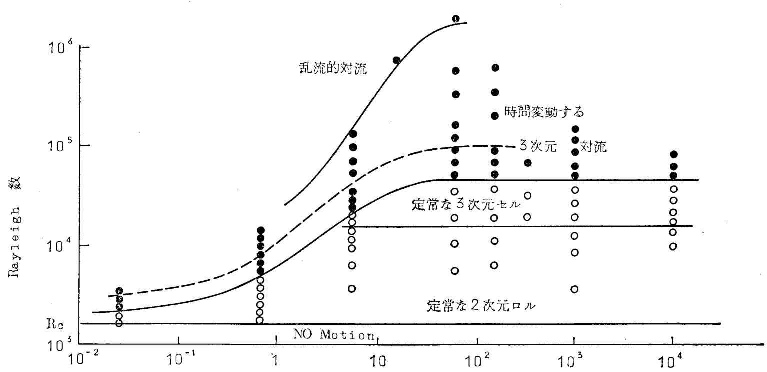
$$T_1' \propto \sin \frac{\pi}{\sqrt{2}} x \sin \pi z$$

$$T_2' \propto \sin \frac{\pi}{2} x \sin \frac{\pi}{2} y \sin \pi z$$

$$T_3' \propto \left\{ 2 \cos \frac{\sqrt{3}}{2\sqrt{2}} \pi x \cos \frac{\pi}{2\sqrt{2}} y + \cos \frac{\pi}{\sqrt{2}} y \right\} \sin \pi z$$

は，それぞれロル，正方形，正六角形の細胞状対流を表わす解であるが，同一の a^2 と n の値を持ちその成長率は等しい．どの様な形をした細胞状対流が実現しやすいかという事を決めるためには非線形項を考慮に入れなければならない．

Bénard の行った実験では，見事な正六角状の対流が得られたが，この現象を説明するため Malkus and Veronis (1958) 等によって非線形項を考慮に入れた研究が行われた．しかしその後 Bénard が得た正六角形の対流は，流体上面の表面張力の影響によって生じたものである事が Nield (1964) 等によって示された．また下層からの加熱が比較的急激に行われる事によっても正六角形の細胞状対流が生ずる事が Krishnamurti (1968) によって示され，その後そのような効果が入らないよう充分注意した純粋なベナード型対流の室内実験が幾つか行われた．



第1図　実現する対流の性質．○：定常な対流が実現した場合，●：時間変動する対流が実現した場合 (Krishnamurti, 1973)

第1図はそのようなベナード型対流実験において Krishnamurti (1973) により得られた対流の形を示している．横軸に Prandtl 数，縦軸に Rayleigh 数を取ってある．この図は臨界値 R_C の近傍では2次元ロル状対流が実現し，Rayleigh 数が増大するにつれて，3次元対流が実現する事を示している．さらに Rayleigh 数が大きくなると，ついには乱流的対流に移行する．このような対流の性質の遷移にともなって，熱輸送量の勾配の遷移が起こることは5節で述べる．

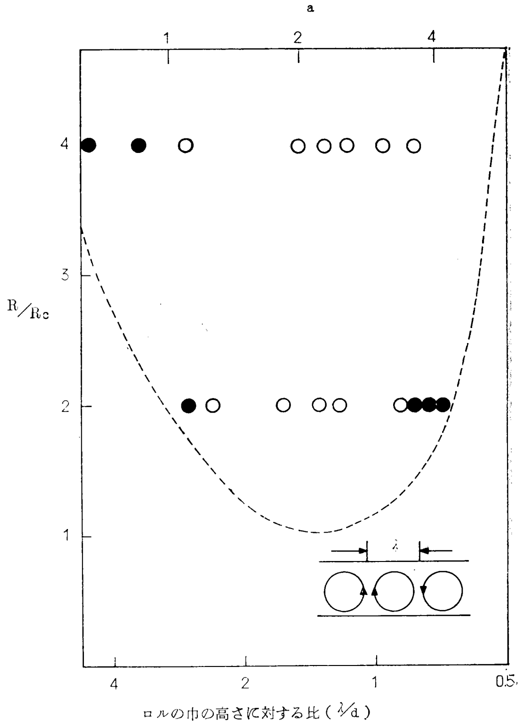
2次元対流から3次元対流への遷移については履歴現象すなわち，下から Rayleigh 数を増大して行った実験での遷移点と，Rayleigh 数を減小させながら行った実験において，遷移点が異なることがあることが Krishnamurti (1970) によって見い出されている．この事は，言い変えれば，実現する対流の形は初期条件にも依存することになる．

Schlüter, Lortz and Busse (1965) は理論的に R_C の近傍ではロル状対流がもっとも実現しやすいことを示した．また Busse (1967) は Rayleigh 数が大きくなると，有限振幅を持つ2次元対流は3次元擾乱に対して不安定となることを Prandtl 数の非常に大きい場合に対して証明した．これらの結果は室内実験の結果と一致すると言える．しかし Rayleigh 数が大きくて Prandtl 数のあまり大きくない値に対する理論は今後の問題である．

4. 細胞状対流のサイズについて

Rayleigh 数が R_C の充分近傍にある時得られる対流のサイズは線形論より a_C で与えられるが，さらに大きな Rayleigh 数を与えた場合の対流のサイズは有限振幅効果によって a_{max} と異なるかも知れない．

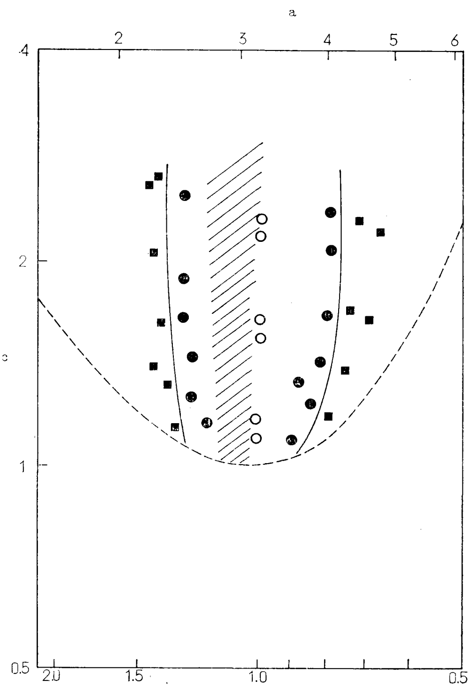
3節で述べたように余り大きくない Rayleigh 数の所ではロル状対流が実現することが知られている．このロルのサイズを数値実験によって調べようという試みが幾つかなされた．Ogura (1971) は20数個のロル状対流が同時に発達出来るよう，水平方向に充分広い領域を取り，さまざまな初期条件のもとに2次元の数値実験を行った．第2図には，初期に与えた擾乱のサイズが示されており，そのままのサイズで発達し定常状態に達した場合は白丸で，初期に与えたサイズの擾乱は衰えて他のサイズの対流に移行した場合を黒丸で示してある．点線は線形論による擾乱の安定，不安定の境界を示している．点線の中のサイズを持つた擾乱の成長率は正であり発達する．実際は有限振幅の効果があるので，そのまま線形



第2図　2次元数値実験において実現したロル状対流のサイズ．
○：初期に与えたサイズの対流が，そのまま発達し定常状態に達した場合．
●：初期に与えたサイズ以外の対流が定常状態として得られた場合．
この数値実験においては，上下の境界で表面摩擦はないとして行われた．点線は線形論による中立曲線を示す．(Ogura, 1971)

論に従って発達するとは限らず，あるものは発達して定常状態に達するが，あるものは減衰し他のサイズの擾乱が発達する．この図から，実現するロルのサイズは一意的に決まらず，ある幅を持ち，それは初期条件に依存して決まることがわかる．

しかしこの結果は問題を2次元に限定して取り扱かったことによるかも知れない．すなわち最終的には2次元ロルになるとしても，ロルのサイズの調整は3次元的な対流を通じて起こるかも知れない．この問題の3次元的な取り扱いは，数値実験ではまだ行われていないが室内実験では Chen and Whitehead (1968) 等によって調べられている．第3図は彼等の結果を示す．彼等は初期にさまざまなサイズのロル状擾乱を与え，それらがどうなるかを調べた．○印は初期に与えたロル状擾乱



第3図　3次元の室内実験において実現したロル状対流のサイズ．
○：初期に与えたサイズのロル状対流が，そのまま発達して定常状態に達した場合．
●：初期に与えたサイズのロル状対流の幅が広がったり縮んだりして異なるサイズのロル状対流が得られた場合（すなわち2次元的なサイズの調整が起った場合）．
■：3次元的なサイズの調整が起った場合．
点線は線形論より得られた中立曲線を示し，実線は実験結果による3次元擾乱に対する中立曲線を示す．斜線はサイズ調整の後に得られたロルのサイズを示す．この実験の場合上下に剛体壁を置いているので第2図の場合とは異なるサイズの対流が得られている．(Chen and Whitehead, 1968)

が，そのままのサイズで発達し定常状態に達した場合を示し●印はロルの幅が広がったり縮んだりして初期に与えたロルとはサイズの異なる定常なロル状対流が得られた場合を示し，■は3次元的なロルのサイズの調整が起こった場合を示す．3次元的なサイズ調整の主なものは初期に与えたロルに直交するロルが発達し，初期擾乱として与えたロルが消滅することによって起こる．

実線は実験によって得られた3次元的な擾乱に対する中立曲線を示し，点線は線形論による中立曲線を示す．斜線はサイズ調整の後に実現したロルのサイズを表わし，これもある幅を持っている．すなわち実現するロルのサイズは一意的に求まらず初期条件に依存する．

このような一種の履歴現象は，回転流体の実験においても見い出されており，非線形項から起こる一つの特徴的な性質であるように思われる．ロル状対流の3次元的サイズ調整の理論は Nwell and Whitehead (1969) や Busse (1967) 等によって提出されているが，未だ完全なものではない．

5. 対流の振幅と熱輸送量について

線形論によれば，対流の振幅は時間と共に指数関数的に増大する．しかし実際は非線形効果によって成層は安定化し対流は定常状態に達する．その時の対流の振幅を決める必要がある．また対流に伴う垂直熱輸送量はその物理的重要性と共に，室内実験において最も測定容易な量であることのため問題にされる場合が多い．無次元化された垂直熱輸送量 H は

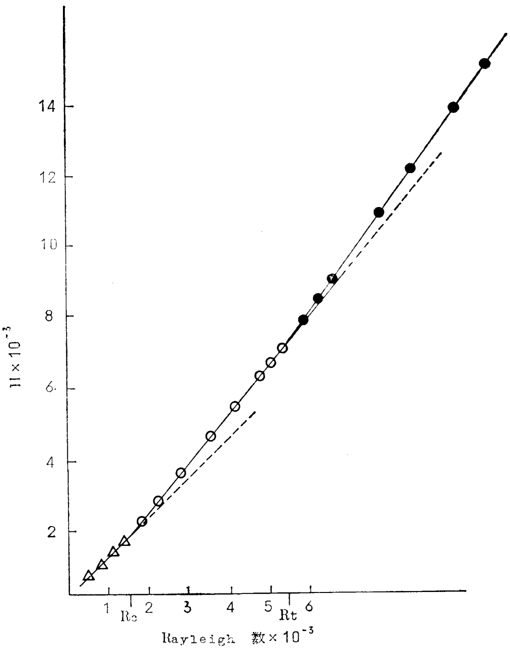
$$H=\left(\overline{wT}-\kappa\frac{\partial\overline{T}}{\partial z}\right)H_0 \qquad (11)$$

$$H_0=\frac{g\alpha}{\kappa^2\nu}d^4$$

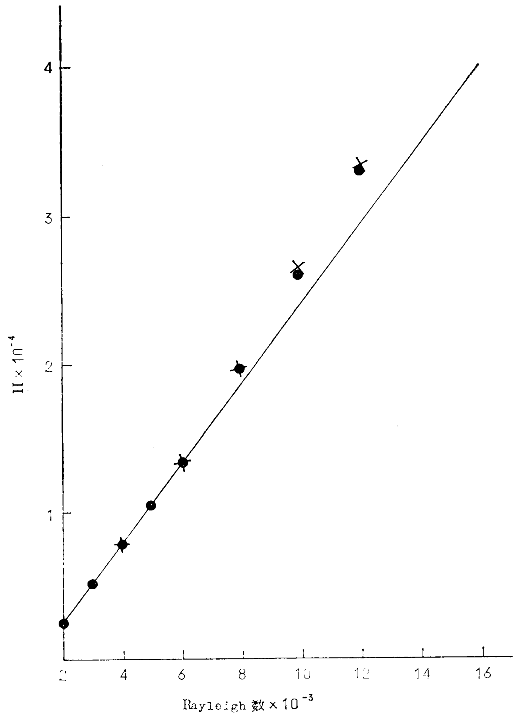
である．ここでバーは水平方向にとられた平均量を表わし，H_0 は無次元化のための定数である．(11) 式の右辺第一項は対流による熱輸送量であり，第2項は熱伝導による輸送量を表わす．

第4図は非常にゆっくり Rayleigh 数を増大させた室内実験において得られた垂直熱輸送量 H と Rayleigh 数 R との関係を示している．Rayleigh 数が R_C に達するまでは H は R に比例して増大する．これは熱伝導による熱の垂直輸送が温度傾度に比例することに対応する．R が R_C を越すと比例定数は不連続に変わる．これは成層が不安定となってベナード型対流が生じ，対流による熱輸送が加わったことに対応する．

さらに R が増大すると Rt において再び比例定数は不連続に変化する．この不連続な変化は Malkus (1954) 等によって見い出されていたが，最近 Krishnamurti (1970) によって，この不連続な比例定数の変化は，定常なロル状対流から3次元対流への遷移に対応することが見い出された．R_C の値は物質に依存しないが，Rt の値は物質に依存する．第4図は空気 ($P_r=0.71$) の場合



第4図　垂直熱輸送量と Rayleigh 数の関係（Pr=0.71の場合）.
△：対流が生じない場合
○：定常なロル状対流が生じた場合
●：時間変動する3次元対流が生じた場合（Krishnamurti, 1973）



第5図　垂直熱輸送量の室内実験による値と，数値計算による値の比較（P_r=6.7 の場合）.
—：Krishnamurti（1970）による室内実験の値.
●：Plows（1968）による数値計算の値.
×：Shneck & Veronis（1967）による数値計算の値.

の結果を示す．その他の物質に対する R_t の値は第1図における，2次元対流と3次元対流の境界を示す実線からわかる．

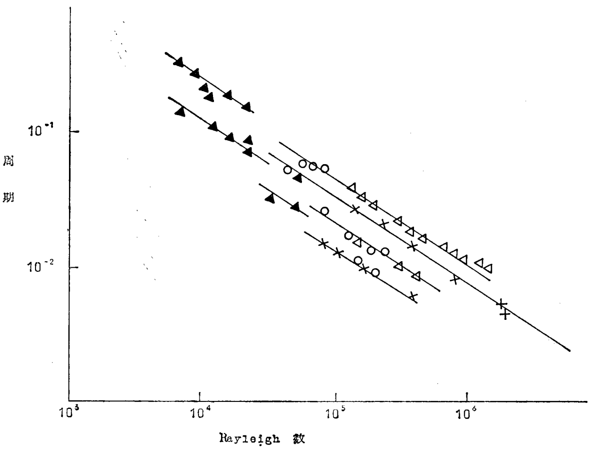
一方解析的に熱輸送量を求めようという努力が，Malkus and Veronis（1958）や Kuo（1961）等によって行われ，R_C 近傍での熱輸送量の値が求められた．さらに電子計算機の出現により，さらに大きな Rayleigh 数での熱輸送量を数値計算によって求める事が Herring（1964），Veronis（1966），Plows（1968）等によって行われ，室内実験の結果と比較された．第5図の実線は水（P_r=6.7）に対する室内実験より得られた熱輸送量を示し，●印および×印は数値計算により得られた値を示す．$R \leq 6000$ では両者の結果はよく一致している．それより大きな R の値においては，数値計算による値の方が室内実験から得られた値より大きい．これは主に数値計算における格子点による対流の表現が不充分である事から起こっていると思われる．すなわち数値計算において，さらに格子点を多く取れば両者は一致すると考えられる．

しかし，これらの数値計算はいずれも定常な2次元ロルについてのものであり，R_t より大きな Rayleigh 数の所での室内実験では3次元対流が生ずるのだから，たとえ2次元の数値計算において格子点を増やしても R_t より大きな Rayleigh 数のところでは両者は一致しない．

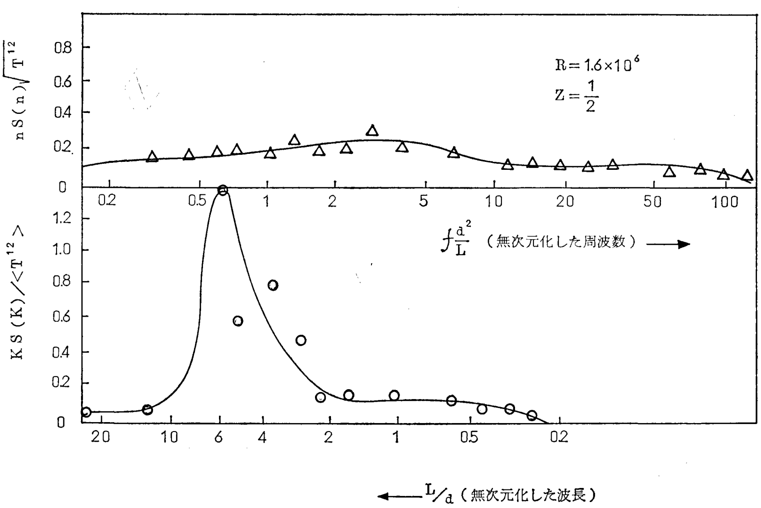
3次元対流の数値計算は非常にぼう大な計算時間を要するため，まだほとんど行われていないが，Kitade（1974）は余り大きくない Rayleigh 数の場合に3次元対流と2次元対流の数値実験を行い，熱輸送量の対流の形に対する依存性を調べた．将来電子計算機を使った数値計算の手法は，2次元対流から3次元対流への遷移のメカニズムの解明にとって有力な手段になると思われる．

6. 乱流的な対流について

3節で述べたように Rayleigh 数があまり大きくない時には定常な細胞状対流が生ずるが，Rayleigh 数が大



第6図 振動する対流の周期と Rayleigh 数の関係. ▲ : Prandtl 数=0.71 (空気), ○ : Prandtl 数=6.7 (水), △ : Prandtl 数=57, × : Prandtl 数=194, 周期は d^2/κ によって無次元化されている. (Krishnamurti, 1970)



第7図 大きな Rayleigh 数における対流の温度のパワースペクトル分布. 上図はある一点における時間変動に関するもの. 下図はある高度における横方向の空間変動に関するもの. (Deardorff and Willis, 1965)

きくなると，時間変動する対流へ変化する．さらに大きな Rayleigh 数を与えるとやがて対流は乱流的となる．Deardorff (1964) 等はこの問題を調べるため非常に大きな Rayleigh 数を与えた2次元の数値実験を行ったが Rayleigh 数が大きいにもかかわらず，定常でかつ大きなサイズの対流が再現され，乱流的な対流は現われなかった．これはいずれの数値実験も問題を2次元に限定したためかも知れない．この事に関連して Deardorff and Willis (1965) は室内実験で対流を2次元に限定すると，乱流的対流は抑えられることを示した．また Krishnamurti (1970) によって，第1図で示されるように時間変動する対流は3次元対流である事が示され，時間変動する対流を数値実験によって調べるためには，3次元モデルを使わねばならない事が明らかとなった．しかし，その計算時間はぼう大となるため，現在のところもっぱら室内実験によってこの時間変動する対流の性質の探究が行われている．

空気の場合 Prandtl 数が0.71と小さいため，比較的

小さい Rayleigh 数で時間変動する対流に移行する．この場合，時間変動する対流の出現は，ロル状対流の横の境界が，波動状に振動する事から始まる事が Willis and Deardorff (1970) 等によって見い出された．第6図は，その時間変動の周期と Rayleigh 数の関係をさまざまな物質について示している．これによれば，Rayleigh 数が増大するにつれて周期は短かくなる．

さらに Rayleigh 数が大きい場合の室内実験の結果が第7図に示されている．この図では，ある一点での温度の自乗の時間変動とある層での空間変動をスペルトル解析した結果を示す．時間的には，もはや特定の周期を持った振動は現われず，周波数分布はほぼ一様となる．すなわち対流は乱流的になると考えられる．一方空間スペクトルは，ある特定のピークを持つ分布を示す．このピークに対応する対流の水平方向のサイズは流体層の深さの数倍のスケールを持つ．すなわち，このような大きな Rayleigh 数の場合においても，大きな空間スケールを持つ主対流が存在する．しかしこれらの乱流的対流の性質についてはまだ充分知られていない．

7. 大気現象へのモデルの適用

以上，ベナード型対流について現在行われつつある探究の方向をまとめてみた．これは単純化されたモデルであるだけに，対流の基本的性質を理解するうえで極めて有用なモデルではあるが，直接大気現象に当てはめうる場合は少ないかも知れない．しかしあえて色々な要素を単純化して考え，大気現象のモデルとして考えうるかどうかについて検討してみよう．まず空気は圧縮性流体であり，大気は密度成層を持つ事に注意しなければならない．Ogura and Philips (1962) は，大気中における対流現象についてスケール解析を行い，数 km 以下の浅い対流の場合には，温度の代わりに温位を用いれば2節で我々が基本方程式系として使った Boussinesq 方程式系が，そのまま大気における対流現象にあてはめうる事を示した．すなわちベナード型対流の議論は大気における対流現象に適用出来ると考えられる．実際地上 1 km 以下に数百m程度のスケールを持つベナード型対流によく似た対流が存在する事が幾つかの観測において知られている．この対流は太陽による地表加熱によって生じた不安定成層によって生じた対流と考えられる．この時

$$d \sim 500\text{m}$$
$$\beta \sim 1^\circ\text{C}/500\text{m}$$
$$\nu \sim 1.5\times10^{-5}\text{m}^2/\text{sec}$$
$$\kappa \sim 2\times10^{-5}\text{m}^2/\text{sec}$$

と考えれば $R \sim 1.4\times10^{16}$ となる．$R_C \fallingdotseq 1100$ であるから，このような大きな Rayleigh 数の場合には乱流的な対流が生ずる．しかしこの乱流的な対流においても6節において述べたように空間的には数百mのスケールを持つ主対流が存在すると考えてよいかも知れない．また水蒸気の凝結と水滴の蒸発を考えれば雲中では絶対不安定と考えられるので，以上のモデルは雲の中での乱流的対流の議論について示唆を与えるかも知れない．

大気においては数百m以上のスケールを持つ対流現象は色々存在する事が知られているが，このような現象を扱う場合に上に述べたように非常に大きな Rayleigh 数での乱流的対流として問題を取り扱う事は必要ではあるが問題は非常に複雑になる．そこで一般には，数百m以上のスケールを持つ主対流の振舞のみが主な興味の対象である場合には，より小さなスケールを持つ乱流的対流を渦動と考え，それらの効果をパラメタライズして取り扱う事が多い．パラメタライズの方法は幾つか考えられているが，その最も単純なものの1つは，分子粘性率 ν や分子拡散係数 κ の代りに，渦動による効果を考えて実効的な ν_e と κ_e を与える方法である．このパラメタライズの方法は，もし渦動が完全にランダムな運動であれば正確なものとなる．数 km スケールの対流を取り扱う場合は，普通

$$\nu_e \sim \kappa_e \sim 100\text{m}^2/\text{sec}$$

を与える場合が多い．この時 $d=1000$m, $\beta=3^\circ$C/1000m とすれば，実効的 Rayleigh 数は $R_e \sim 10^4 \sim 9R_c$ となり，ベナード型対流が生ずる事になる．これは地上1km以下におこる主対流のモデルと考えられるかも知れない．そしてベナード問題における議論はそれらの対流による熱輸送量，対流の形，サイズ等について多くの情報を与えるであろう．

条件付不安定大気における雲の場合には水蒸気の凝結は上昇域中で起こり，補償下降域においては一般には断熱昇温が起こると考えねばならない．この結果対流の性質は絶対不安定大気中の対流とは異なった性質を持ってくる．そのような研究は Kuo (1965) 等によって行われたが，それはベナード型対流研究の一つの拡張であるとも考えられる．

積雲対流の研究において雲底下の乾いた対流との相互作用の研究は重要な問題である．なぜなら雲底下の対流が積雲対流への水蒸気や顕熱の補給に大きな役割を果たす可能性があるばかりではなく，積雲発生の初期インパルスとして大きな役割を果たす可能性があるからであ

る．この意味においても境界層での乾いた対流の研究は大気現象の理解にとって重要である．

謝　辞

この文章の下書きは気象研究所の山岬正紀氏に読んでいただき，有益なコメントをいただきました．心から感謝します．

文　献

Busse, F.H., 1967: On the instability of two-dimensional convection in a layer heated from below, J. Math. Phys. **46**, 140-149.

Chandrasekhar, S., 1961: Hydrodynamic and hydromagnetic stability, Oxford University Press.

Chen, M.M. and J.A. Whitehead, 1968: Evolution of two-dimensional periodic Rayleigh convection cells of arbitrary wave-numbers, J. Fluid Mech., **31**, 1-15.

Deardorff, F.W., 1964: A numerical study of two-dimensional parallel-plate convection, J. Atmos, Sci., **21**, 419-438.

—— and D.E. Willis, 1965: The effect of two-dimensionality on the suppression of thermal turbulence, J. Fluid Mech., **23**, 337-353.

Herring, J.R., 1964: Investigation of problems in thermal convection: Rigid bundaries, J. Atmos. Sci., **21**, 277-290.

Kitade, T., 1974: A numerical study of three-dimensional convection, To be published.

Krishnamurti, R., 1968: Finite amplitide convection with changing mean temperature. Part. 1. Theory., Part. 2. An experimental test of the theory, J. Fluid Mech., **33**, 445-455, 457-463.

——, 1970: On the transition to turbulent convection. Part. 1. The transition from two-to-three-dimensional flow. Part. 2. The transition to time-dependent flow, J. Fluid Mech., **42**, 295-307, 309-320.

——, 1973: Some further studies on the transition to turbulent convection, J. Fluid Mech., **60**, 285-303.

Kuo, H.L., 1961: Solution of the non-linear equations of cellular convection and heat transport, J. Fluid Mech., **101**, 611-634.

——, 1965: Further studies of the properties of cellular convection in a conditionally unstable atmosphere, Tellus, **17**, 413-433.

Malkus, W.V.R., 1954: Discrete transition in turbulent convection, Proc. Roy. Soc. A., **225**, 185-195.

——, and G. Veronis, 1958: Finite amplitude cellular convection, J. Fluid Mech., **4**, 225-260.

Newell, A. and J.A. Whitehead, 1969: Finite bandwidth, finite amplitude convection, J. Fluid Mech., **38**, 279-303.

Nield, D.A., 1964: Surface tension and buoyancy effects in cellular convection, J. Fluid Mech., **19**, 341-352.

Ogura, Y., 1971: A numerical study of wave-number selection in finite amplitude Rayleigh convection, J. Atmos. Sci., **28**, 709-717.

——, and N.A. Phillips, 1962: Scale analysis of deep and shallow convection in the atmosphere. J. Atmos. Sci., **19**, 173-179.

Pellew, A. and R.V. Sowthwell, 1940: On maintained convective motion in a fluid heated from below, Proc. Roy. Soc. A., **176**, 312-343.

Plows, W.H., 1968: Some numerical results for two-dimensional steady laminar Bénard convection, Phys. Fluids, **11**, 1593-1599.

Rayleigh, L., 1916: On convective currents in a horizontal layer of fluid when the higher temperature is on the under side, Phil. Mag., **32**, 529-546.

Schlüter, A., D. Lortz and F. Busse, 1965: On the stability of steady finite amplitude convection, J. Fluid Mech., **23**, 129-144.

Schnech, P. and G. Veronis, 1967: Comparison of some recent experimental and numerical results in Bénard convection, Phys. Fluids, **10**, 927-930.

Veronis, G., 1966: Large-amplitude Bénard convection, J. Fluid Mech., **26**, 49-68.

Willis, G.E. and J.W. Deardorff, 1970: The oscillatory motions of Rayleigh convection, J. Fluid Mech., **44**, 661-672.