

質疑応答

質問は、東京都千代田区大手町 1-3-4、気象庁内

日本気象学会天気編集委員会宛、どうぞ

問：シア一不安定という言葉をよく聞きますが、具体的な内容を教えて下さい。(東管一会員)

答：第1～4図に示されるような平面平行流を考え、流れに平行に x 軸、それに直角に y 軸をとる。流れの速度 U が y 方向にプロファイルをもつ、したがってシア一 $\left(\frac{dU}{dy}\right)$ のある流れがここでの対象となる。このシア一のある平面平行流の流体力学的安定性については古来多くの研究があり、いわば流体力学の主要なテーマの一つでもあった。完全流体の平面平行流の安定性については19世紀、Helmholtz, Kelvin, Rayleigh 等の研究に始まり、その後粘性流体や、成層流体、回転流体へも拡張され、粘性、重力、遠心力、コリオリ力等の作用がシア一流の安定性に加わり、今日まで興味深い種々の流体力学的現象が発見され、解明されてきた。これらの内容について詳しく知りたいならば、C.C. Lin, 1955, "The theory of hydrodynamic stability", S. Chandrasekhar, 1961, "Hydrodynamic and hydromagnetic stability", Advances in Applied Mechanics, Vol. 9, 1966の P.G. Drazin and L.N. Howard, "Hydrodynamic stability of parallel flow of inviscid fluid" などがよい参考書となる。

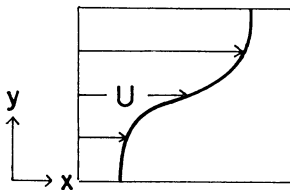
さて、Rayleigh (1880) は完全流体の平面平行流が不安定となるためには、その流れが少なくとも1カ所で変曲点 $\left(\frac{d^2U}{dy^2}=0\right)$ となるようなプロファイルをもつことが必要であることを示した。換言すれば、流れのシア一 $\left(\frac{dU}{dy}\right)$ が y 方向に単調に変わるような同じ符号の曲率をもつ(変曲点をもたない)ならばその平行流は安定である。その後、かなりの年月を経て、Fjørtoft (1950) や Høiland (1953) は Rayleigh の必要条件の不備を指摘し、平行流が不安定化するためには更にその流れのどこかで $\frac{d^2U}{dy^2}(U-U_i) < 0$ となることが必要であること

を証明した。ここで U_i は $\frac{d^2U}{dy^2}=0$ となる点での U である。すなわち、平行流のシア一の絶対値 $\left|\frac{dU}{dy}\right|$ が極大値をもつことが不安定の必要条件である。第1図と第2図は共に Rayleigh の必要条件を満たしているが、Fjørtoft 等によれば第2図は不安定の必要条件を満たさず、したがって安定となる。ここで注意を要するのは、上述の結果は、いずれも平行流が不安定になるための必要条件を示したのであって必要十分条件ではないということである。

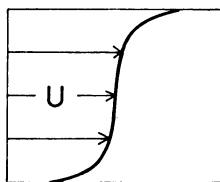
Tollmien (1935) は対称な速度プロファイルや境界層型のプロファイルをもつ平行流について、 $\frac{d^2U}{dy^2}=0$, すなわち変曲点の存在は不安定な十分条件でもあることを示した。これらのことから、第1図と第3図は不安定、第2図は安定な流れということになる。この型の不安定を Rayleigh 不安定あるいは変曲点不安定と呼ぶこともある。

上記のことからも明らかなように、平面平行流ではその流れのシア一、すなわちうず度の分布が安定性の決定的要因であり、流体の密度分布が決定的要因となる重力不安定や角運動量分布が決定的要因となる純慣性不安定などと較べ極めて対照的である。また、基本場の密度分布が再調整されその時解放される位置エネルギーがじょう乱の運動エネルギーに転換される重力不安定と異なり、不安定の発現にともなって基本場としての平行流のうず度の再分布が行われ、その時放出される基本流の運動エネルギーがじょう乱が発達するための補給源となっている。

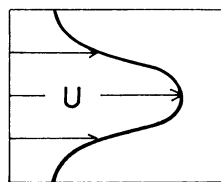
第1図で示された流れのシア一が中央部の線上に集中した極端な場合が不連続な流速分布を示す第4図と考えることができるであろう。すなわち、うず層 (vortex (以下 422 ページに続く))



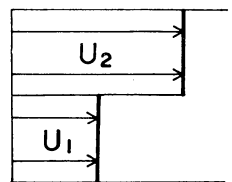
第1図



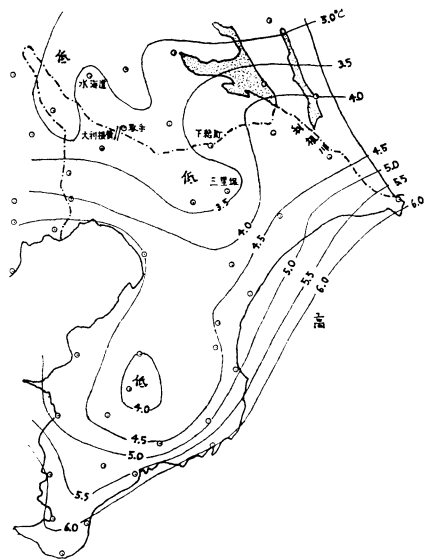
第2図



第3図



第4図



第2図 千葉県1月平均気温(昭和36~40年)

(以下 410 ページの続き)

sheet) と呼ばれる、一カ所にすべてのうず度が集中した状態と見做すことができる。このような流速の異なる二つの流体間の界面に起因する流体力学的不安定は上述の平行流の特殊な、あるいは最も顕著な一例とみることができ、気象学の分野では、この場合が専らシア不安定 (shearing instability) として通用しているようである。摂動論によるとこの vortex sheet でのすべての微小振幅じょう乱は不安定となり、流速がそれぞれ U_1 , U_2 の半無限幅の流体を考えると、その増幅率 σ は

$$\sigma = \frac{\pi}{L} |U_1 - U_2|$$

となる。ここで L はじょう乱の波長である。この波動じょう乱は Helmholtz 波とも呼ばれ、両者の平均流速に等しい位相速度 $C = \frac{1}{2}(U_1 + U_2)$ で移動する。

大気中では不連続面や逆転層で風の大きなシアが見出されるが、同時に気温差、したがってまた密度差のある場合が普通でシアの他に重力の効果が組み合わされる。重力の安定化作用のため、上記シア不安定は

$$L < \frac{2\pi}{g} \frac{\rho_1 \rho_2}{\rho_1^2 - \rho_2^2} (U_1 - U_2)^2$$

なる波長のじょう乱は不安定となる。 g は重力の加速度、 ρ_1 , ρ_2 はそれぞれ下層、上層の密度で $\rho_1 > \rho_2$ である。この不安定は Helmholtz (1868) や Kelvin (1871) により最初に手がけられたもので、Helmholtz 不安定あ

る。 3.1°C なのに、すぐ傍の利根川岸の下総町では 3.6°C で 0.5°C の差があり、利根川の昇温効果が、はっきりしている。

ところが最近のように、上流にダムが増えて来ると、下流の流量が減り、乾いた河原の面積が増えて、熱容量の大きい河水による気温変動の緩和作用がすくないということになると、兩岸の気候は今までと反対に、冬寒く、夏暑い砂漠状態へと悪化することが心配される。現在河水の汚れが公害として問題視されているが、川の気候公害への関心を喚起したい。

付記：なお、この観測は一組のアスマン通風温度計を用いた移動観測であるから、特に気温の不規則変動は考慮されていない。したがって、第1図下段には3本の柱状暖気を書いてあるが、実際には1本の暖気流が風によって揺れ動いていたのかも知れない。上の推論をたしかめるために、今後も詳細な観測を行ってみたい。

るいは Kelvin-Helmholtz 不安定と呼ばれている。billow cloud の発生は Kelvin-Helmholtz 不安定の一種と考えられている。

1930年代、Bjerknes, Solberg 等北欧学派の人達は温帯性低気圧を極前線上のシア不安定波動の一種と考えた。すなわち、地球自転の影響を考慮してフロントのシアに伴う不安定にその発達の原因を求めたのである。そして Solberg (1930) は二つの異なる波長帯で不安定波の出現することを示した。一つは波長数 km 以下のもの、他の一つは 1,000km 程度のものである。前者の短波は Kelvin-Helmholtz 不安定に対応し、後者は温帯性低気圧に対応するとした前線波動説は有名である(詳しくは V. Bjerknes *et al.*, 1934, "Physikalische Hydrodynamik" や C.L. Godske *et al.*, 1957, "Dynamic meteorology and weather forecasting" 等の教科書が参考になる)。

平面平行流の安定性の問題はさらに Kuo (1949) 等によって地球上の帯状流に拡張された。これは、上述の平行流のうず度分布を絶対うず度分布で置きかえて考えればよく、今日順圧不安定と呼ばれているものがこれに対応する。また、上記完全流体の不安定理論によれば、放物線状のプロファイルをもつ平行流、すなわち平面 Poiseuille 流は安定であるが、粘性流体では不安定化する場合があり、粘性の果す特異な役割を示す例としてしばしば引き合いに出される。

(東京大学海洋研究所 浅井富雄)