

種々の液滴の落下中の形について*

岩 井 邦 中** 小 山 隆 文***

要旨

表面張力、密度等の異なる比較的大きな、種々の液滴の落下中の形、主にその変形の仕方について実験的に調べた。その結果、落下中の液滴の形状が扁平による度合である a/b ($2a$ は高さ、 $2b$ は水平方向の最大直径) は表面張力、液滴周囲の空気力学的影響 (落下速度、空気の密度)、液滴内の静水圧 (密度、大きさ) で作る無次元数 $\frac{1/2 \rho_a V^2 + 2 \rho_L g a_0}{2\sigma/a_0}$ をとればほぼ定まることがわかった。すなわち液滴の落下中の

形は上の無次元数をとれば液体の種類によらないで、ほぼ相似性のあることがわかった。しかしエチルアルコール、 n -ブチルアルコール、イソプロピルアルコール等の一価のアルコール類は前述の無次元数をとると a/b が大きい領域にずれる。またアルコール類の落下中の形の特徴は底面から側面にかけてのわん曲が鋭くなっており他の液滴と異なった形状を示していた。

1. はじめに

水滴の落下中の形、落下速度、分裂等に関してレナード以来多くの研究が行われてきた。

孫野 (1954)、熊井と板垣 (1954) は落下中の水滴、雨滴の写真をストック法により撮影した。McDonald (1954) は Magono (1954) による水滴の写真をもとにして落下中の水滴に関して定量的な解析を行い、その形を支配する物理的因子として、表面張力、水滴のまわりの空気力学的な影響 (空気の密度、落下速度等)、水滴内の静水圧 (大きさと密度)、水滴の電荷、水滴内の渦流等を考え、主に初めの3つの項が重要であることを指摘した。

液滴が無重力状態で静止しているならば、表面エネルギー最小、したがって表面張力一定ならば表面積最小である球形になることはよく知られている。しかし液滴が重力場の中を空気の抵抗を受けながら終速度で落下するときの液滴の形を理論的に解くことはかなりむずかしいとされている。何故なら液滴はまわりの圧力分布に局所的につり合うような形になるが、まわりの圧力分布は形がわからなければ理論的に求めることができないからである。すなわち液滴のように変形しながら落下する場合、形と圧力分布は相互に関係し合っており、両者とも未知

であることによる。またある程度レイノルズ数が大きくなると、境界層が剝離し、液滴後面に非定常の渦流域が生じ、それらが液滴の形にも関係してくるからである。

今井 (1950) は落下中の水滴の形を理論的に求めた。彼は水滴の変形に関してのみ、そのまわりの圧力分布を球のまわりのポテンシャル流による圧力分布と仮定して解いた。その結果水滴の落下中の形は回転楕円体になり、中心を通る水平面に対して上下対称になることを示した。Pruppacher と Beard (1970) は垂直風洞に水滴を浮遊させその形を求めた。その結果相当半径 a_0 (体積が等しい球の半径) が 140μ から 500μ の間では今井 (1950) による結果と非常によく一致することを見出した。しかし大きな水滴の形は孫野 (1954) 等の結果から知られているように下部は平らで上部はなめらかで丸みを帯び、中心を通る水平面に対して上下対称性からかなりずれており、今井 (1950) による理論の結果とずれていることを示した。

最近 Pruppacher と Pitter (1971) はレイノルズ数が大きいところでは、水滴のまわりの圧力分布を Fage (1973) による球のまわりの圧力分布を用いて理論的に形を求めることを試み、ほぼ実験による水滴の形と一致する結果を得ている。しかし大きな水滴では、彼らの理論によれば実験の結果によるよりも水滴の a/b ($2b$ は水平方向の最大直径、 $2a$ は水滴の高さ) が少し大きくなっている。

水滴の形を正確に知ることは雲の中での雲粒の捕捉、

* On the Shape of Falling Drops of Various Liquids

** K. Iwai, *** T. Koyama 信州大学教育学部地学教室

—1974年11月28日受理—

分裂等に関して降水機構を知る上で重要であるばかりでなく、虹の色、強度等気象光学に関しても重要である。これまで虹の色について気象学の教科書（例えばHumphreys 1964）では水滴を球形として取り扱っているの

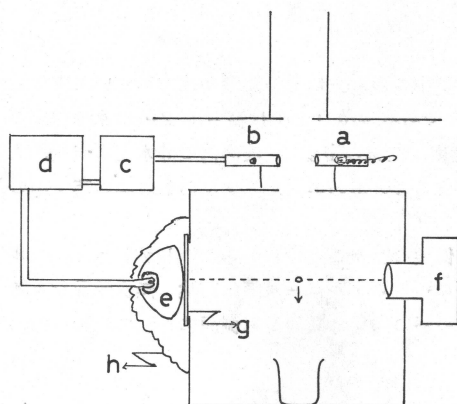
で、太陽、水滴、観測者が作る面内での水滴による反射、屈折は対称性から考えて虹の弧の場所による違いはない。しかし水滴が球形から変形すると太陽、水滴、観測者が作る面での水滴の断面の形は虹の弧の場所によって異なり、反射、屈折の様子が球の場合と異なるので虹の弧の場所により、色、強度に違いが出るのが指摘されている(Fraser 1972)。このように気象学的には落下中の水滴の形が重要であることはいうまでもないが、落下中の液滴の変形の仕方という流体力学の立場からすると先に McDonald (1954) が指摘している物理的因子—表面張力、密度、落下速度等—の違いによる液滴の変形の仕方を知ることは興味ある問題である。しかしこれまで種々の液体内を上昇する気泡の形に関する実験的研究はあるが、空気中を落下する種々の液滴の形に関する研究は余りない様である。

この論文では表面張力、密度の異なる液滴の落下中の形、主に球からの変形の仕方について述べそれらの間の類似性、相異性について論ずる。

2. 実験装置と方法

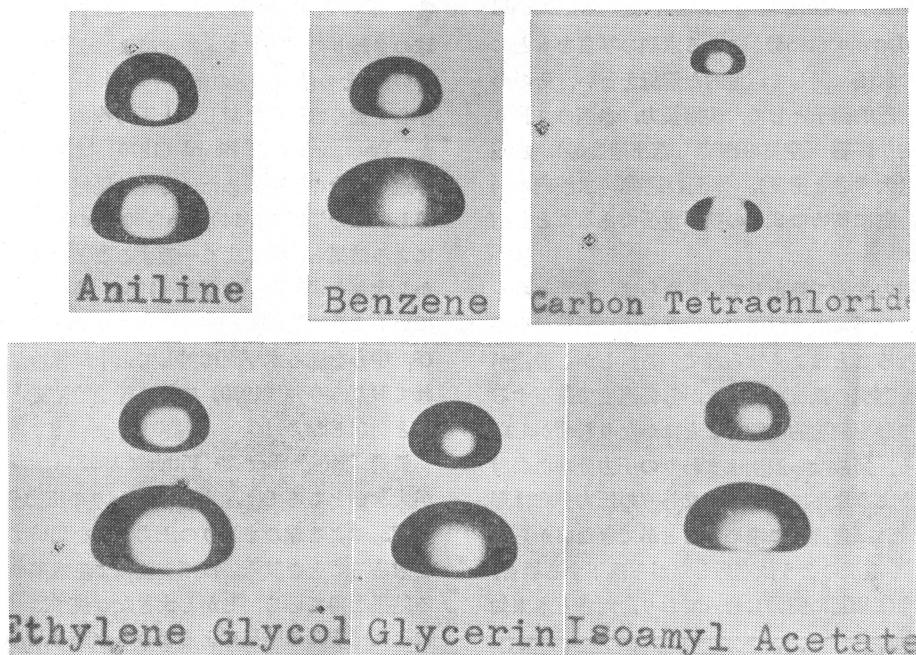
落下中の液滴の写真撮影装置の概略を第1図に示す。

aは光源bはフォトセルである。信州大学のビルの中で

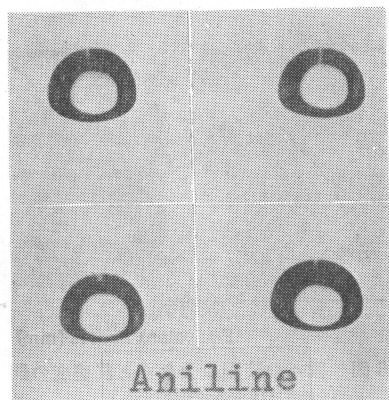


第1図 落下中の写真撮影装置の概略図

a: 光源 b: フォトセル c: フォトピック
d: 遅延装置 e: ストロボ f: 接写用カメラ
g: 散光板 h: 暗幕



第2図 アニリン ($a_0=1.81, 2.29\text{mm}$), ベンゼン ($1.67, 2.27\text{mm}$), 四塩化炭素 ($1.4, 1.86\text{mm}$), エチレングリコール ($1.80, 2.51\text{mm}$), グリセリン ($1.73, 2.57\text{mm}$), 酢酸イソアミル ($1.56, 2.1\text{mm}$) 液滴の落下中の代表的写真



第3図 相当半径1.81mmのアニリン液滴の写真

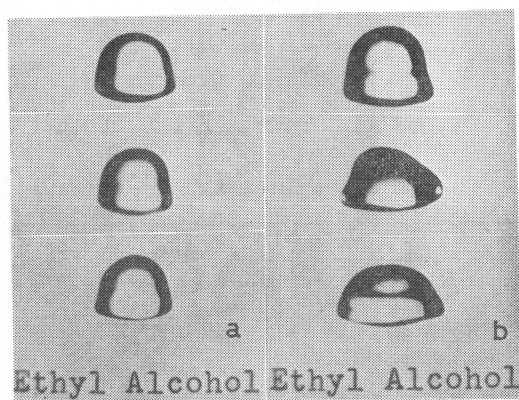
3階より落とした液滴が1階の床に置かれた装置のa, bの間を通過すると光をさえぎりフォトピック(c)によってパルスを生じる。このパルスを遅延装置(d)によって適当な時間遅らせると液滴が接写用カメラ(f)の視野の中心部にきたとき、ストロボ(e)を単一発光させることができる。落下速度 V はフォトピックとカメラの視野の中央部までの距離 S と遅延時間 t により $V=S/t$ で求まる。遅延時間は1m sec から1sec まで連続可変でオシロスコープにより校正した。液滴は滴定用のビューレットを用いて2・3秒に1個の割り合いで落とす。液滴の相当半径 a_0 は1~2ccに要する液滴の数(体積)から逆算して求めた。

この装置の特徴は従来孫野(1954)や熊井と板垣(1954)によるストロボ法による反射光での撮影に比べて、透過光によって撮影が行えるので、液滴の輪廓が明瞭に写ること、および落下速度は遅延時間により求めることができるので写真撮影のとき倍率を上げることができる点にある。

3. 結果と考察

a) 液滴の落下中の形

アニリン、ベンゼン、四塩化炭素、エチレングリコール、グリセリン、酢酸イソアミル液滴の落下中の写真を第2図に示す。これらの液滴はこれまで知られている水滴の落下中の形と類似している。すなわち液滴の底部はかなり平になっており上部は比較的丸みを帯び鏡もちの形をしている。同じ種類の液滴では大きい方が扁平になっている(a/b が小さい)。6種類だけであるのでこれから一般性を論ずることは早計かも知れないが、表面張力が同じ程度なら密度の大きい方が扁平になっており、密度が同程度なら表面張力が小さい方が扁平になってい



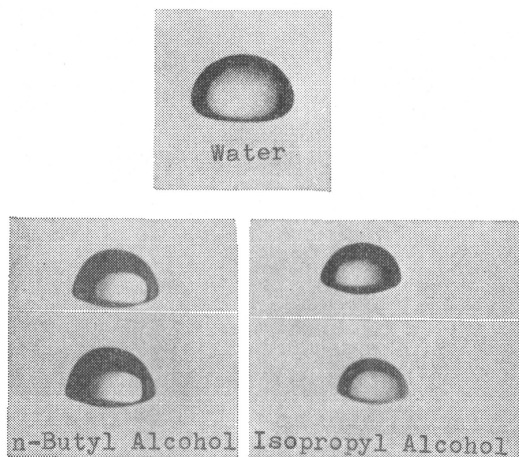
第4図 a) は相当半径2.0mmのエチルアルコール液滴の写真

b) は相当半径2.2mmのエチルアルコール液滴の写真

る。変形の仕方については後節のc)で論ずる。第2図の写真のうちアニリンの小粒は液滴上部が他より丸くなっている。第2図ではわかりにくいですが、第3図に示すようにアニリンの小粒の場合例外なく中央上部に光がよく通る線状の部分が見える。これはおそらく液滴内部に軸対称の流れがあり、みかけ上屈折率が異なり光をよく透過させるものと思われる。このすじ状のものは他の液滴では見られなかった。

第4図にエチルアルコール液滴の落下中の写真を示す。エチルアルコールは第2図に示した種類の液体より表面張力が小さいので、かなり扁平になることを予想していたが第4図aに示すように a/b はむしろ大きくなっている。またエチルアルコールの形は底面から側面にかけて他の液滴よりわん曲が鋭くなっているのが特徴である。また中央部に水平方向の縞模様が現れ、くびれが見られる。第4図bにはaよりわずかに大きいエチルアルコール液滴の写真を示す。この場合写真撮影する毎に形がかなり異なっていた。おそらくかなり大きい振幅をもって振動しながら落下しているものと考えられる。この現象は液滴がある大きさ以上になると不安定になることを示すものと考えられ、液滴の分裂に関して興味ある示唆を与える。

Komabayasi 等(1964)は水滴の分裂について表面張力-重力波による不安定性が重要であることを示唆した。彼等の理論をそのままアルコール液滴に適用すると不安定になる臨界直径は5.1mmになる。直径4.4mmのアルコール液滴は臨界値に近い。しかし彼等の考



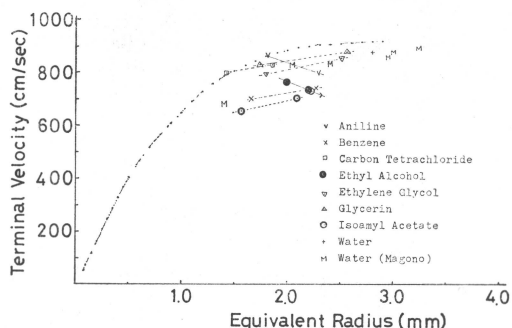
第5図 水滴 ($a_0=2.8\text{mm}$), n-ブチルアルコール ($a_0=2.24\text{mm}$), イソプロピルアルコール ($a_0=2.32\text{mm}$) 液滴の落下中の写真

は液滴の底部が不安定になるはずであるが、第4図bに示されているように底部は比較的安定しているように見える。但し写真は透過光により撮影しているため底部に凹みがあっても見えないので凹みがあるかどうかは明らかではない。

エチルアルコールが第2図に示した液滴と異なった形をしていることを示したが、第5図にn-ブチルアルコールとイソプロピルアルコール液滴の落下中の写真を示す。つぶれの度合である a/b はエチルアルコールより小さいがこれは相当直径が大ききことによる。水滴の落下中の形と比較してわかるように、底面から側面にかけてわん曲が鋭くなっていることはエチルアルコール液滴と類似している。

b) 落下速度, レイノルズ数, 抵抗係数

第6図に液滴の相当半径と落下速度の関係を示す。同一種類の液体では大小2個の液滴しか測定していないので、破線で示した直線は内挿値ではなく傾向であると見ていただきたい。長い曲線で示した実線は Gunn と Kinzer (1949) による水滴の落下速度である。大部分の液滴では同じ大きさの水滴に比べて落下速度は小さい。これは、液体の密度が違うためばかりでなく、落下中の液滴が水滴に比べて扁平になっていることにより抵抗が大きくなっているためである。アニリンとアルコール類をのぞいて相当半径が大きき程落下速度は大きい傾向がある。アニリンとアルコール類はこの範囲で大粒の方がかえって落下速度が小さくなっており、前節で述べたよう



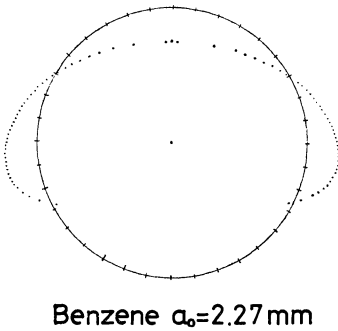
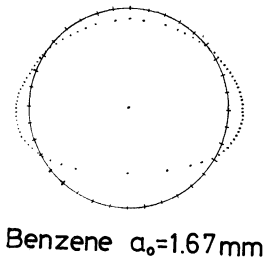
第6図 種々の液滴の大きさと終速度の関係

に、形の特異性が落下速度に影響していると思われる。

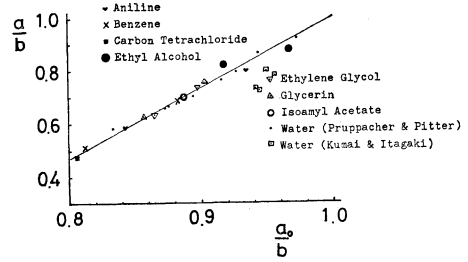
液滴は3階(約7.5m)から落として1階の床で受けているので終速度になっているかどうかが問題であるが、水滴の場合 Gunn と Kinzer (1949) の結果よりわずかにおそくなっているが、孫野 (1954) による12mの高さから落とした結果と大体一致していることからほぼ終速度に達していると考えてよいであろう。

次にレイノルズ数および抵抗係数を計算するにあたって、水平方向の最大直径 $2b$ を求める必要がある。この水平方向の最大直径 $2b$ は液滴が扁平になるほど相当直径 $2a_0$ より大きくなるはずであるが写真から $2b$ の絶対値を測定するのは必ずしも易しくない。液滴の落下するところにスケールをおき、比較すれば液滴の大きさを簡単に測定できると考えられるが、実際はそれ程簡単ではない。これは写真撮影の際、カメラから見て、焦点深度内で液滴が少し近づいたり遠くへ落ちたりするために同じ大きさのものでも見かけ上、大きさが異なって写るためである。ここでは次のような方法で $2b$ の長さを測定した。第7図にその方法の1例を示す。液滴の代表的写真を大きく引き伸ばしその縁を底から高さ ΔZ (この場合1mm) 毎に点を打ち、中心軸から各点までの距離を r_i とすると、この液滴の体積は $\sum \pi r_i^2 \Delta Z$ で求めることができる。これともの液滴の体積を比較すると体積倍率が求まるのでその3乗根をとると大きさの倍率が求まり、実際の大きさ $2b$ を求めることができる。また液滴の質量中心(重心)もこの方法で求めることができる。第7図には重心を中心とした相当半径 a_0 の円も描いている。この方法で求めた a_0/b と a/b の関係を第8図に示す。液滴の種類によらず a/b と a_0/b の関係は直線的である。すなわち a/b を写真から測定して、 a_0 がわかればこれから絶対値 b の大きさを知ることができる。

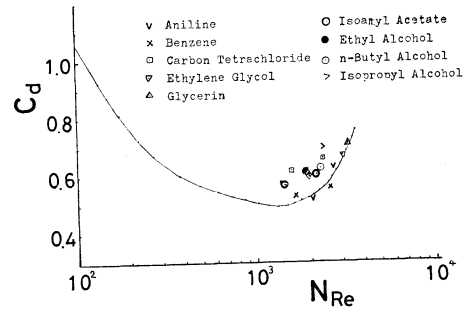
レイノルズ数 N_{Re} を計算するときここでは代表的長



第7図 水平方向の最大直径 $2b$ と重心の位置を求めるための子午面断面図の例



第8図 つぶれの度合 a/b と相当半径 a_0 と水平方向の最大半径 b の比 a_0/b との関係



第9図 レイノルズ数 N_{Re} と抵抗係数 C_D の関係

さとして $2a_0$ ではなく $2b$ を用いると、レイノルズ数 N_{Re} は次の式で与えられる。

$$N_{Re} = \frac{2 \rho_a b V}{\eta} = \frac{2 b V}{\nu} \dots\dots\dots (1)$$

ここで ρ_a : 空気密度, η : 空気粘性率, V : 落下速度, ν : 空気動粘性率

重力と抵抗がつり合っているとして抵抗係数 C_D は次の式で与えられる。

$$C_D = \frac{4/3 \pi a_0^3 \cdot \rho_L \cdot g}{1/2 \rho_a V^2 \cdot \pi b^2} = \frac{8 \rho_L g}{3 \rho_a V^2} \left(\frac{a_0}{b} \right)^2 \cdot a_0 \dots\dots\dots (2)$$

ここで ρ_L : 液滴の密度, g : 重力の加速度

第9図にレイノルズ数と抵抗係数の関係を示す。実線は Gunn と Kinzer (1949) による水滴のものである。アニリンの小粒とベンゼンの大粒をのぞいて一般に同じレイノルズ数なら抵抗係数は水滴の場合より大きい。ただここで注意しておかなくてはならないが、Gunn と Kinzer (1949) によるレイノルズ数、抵抗係数の計算の場合代表的な長さ、あるいは水平断面の最大面積として水滴の変形を考慮しておらず、相当直径で計算している。したがって Gunn と Kinzer (1949) のレイノルズ数、抵抗係数の計算で、水滴の変形を考慮すると、レイノルズ数は少し

大きくなり、抵抗係数は少し小さくなるはずである。熊井と板垣 (1954) はすでにこの点を指摘しているが彼らは写真から $2b$ を測定しているので $2b$ の測定には多少誤差があると思われる (第8図参照)

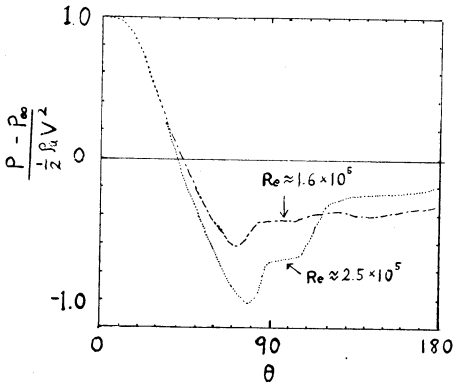
C) 落下中の液滴の変形

前節の第7図に示した子午面内の断面図において、重心を原点とし前方よどみ点 (下方) の方向を極軸とする極座標を考える。原点と液滴の縁までの距離を $r(\theta)$ とすると液滴の形を支配する基礎的な式として次のように与えられる (Pruppacher と Pitter 1971)。

$$\sigma \left\{ \frac{1}{R_1(\theta)} + \frac{1}{R_2(\theta)} \right\} = g \rho_L (r_0 + r \cos \theta) - [p_c(\theta) - p_\infty] + P_{ic}(\theta) + [p_i(\theta = \pi) - p_\infty] \dots\dots\dots (3)$$

ここで σ : 表面張力, R_1, R_2 : 主曲率半径, r_0 : 液滴の頂部と原点の長さ,

左辺は曲率の項であり、右辺第1項は液滴内の静水圧、第2項は液滴外の空気力学的圧力、第3項は液滴内の渦流による圧力、第4項は液滴の頂部での内外の圧力差の項を表している。第7図のような子午面断面から2つの主曲率半径を簡単に測定することはむずかしいが、



第10図 Fage (McDonald 1954) による球のまわりの圧力分布。横軸は前方よどみ点からの角度である。

この面内での最大曲率の点はアルコール類をのぞいて液滴の種類、大きさによらず、角度 θ が約75度から80度の点にある。エチルアルコールの最大曲率の点は前方よどみ点から約70度の点にある。

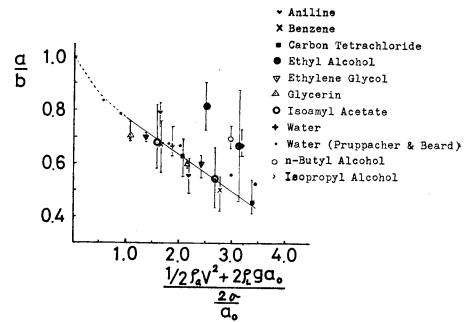
第10図に Fage (McDonald 1954) による球のまわりの圧力分布を示す。レイノルズ数が 1.6×10^5 では前方よどみ点から約75度のところに圧力最小の部分があり、84度の点で層流境界層が剥離することを示している。レイノルズ数が 2.5×10^5 になると約90度の点で境界層は層流から乱流に変わり約120度の点で剥離することを意味している。本実験の液滴の落下中のレイノルズ数は 10^3 のオーダーであるので、層流境界層として剥離するものと考えられる。液滴の曲率最大の点は液滴外の空気力学的圧力最小の点に対応していると考えられ、定性的には球のまわりの圧力最小の点と大体一致していることがわかる。

第11図に種々の液滴のつぶれの度合い a/b と無次元数 $\frac{1/2 \rho_a V^2 + 2 \rho_L g a_0}{2\sigma}$ との関係を示す。この式は

$1/2 N_{we} + N_{Bo}$ である。ここに N_{we} は Weber 数、 N_{Bo} は Bond 数である。

この無次元数の分子の第一項は空気力学的圧力の影響を表わしており、第2項は球形とした場合の液滴内の浮力を無視した静水圧の影響である。分母は表面張力による液滴内外の圧力差に関する量である。すなわち分子は液滴を球形からずらす効果であり、分母は液滴を球形に保とうとする効果をもつ。

図の各点は約30個の平均であり、縦棒は a/b の最大値と最小値を示し、落下中の液滴の振動の最大振幅に対



第11図 種々の液滴のつぶれの度合い a/b と無次元数 $\frac{1/2 \rho_a V^2 + 2 \rho_L g a_0}{2\sigma}$ との関係

応していると考えられる。図からわかるようにアルコール類をのぞいて、横軸に示した無次元数をとれば液滴の種類によらずつぶれの度合いを表す a/b が大体定まる。すなわち落下中の液滴の変形の仕方は、表面張力、空気力学的影響（落下速度、空気の密度）液滴内の静水圧（液滴の密度、大きさ）で作る無次元数をとれば液滴の種類によらないでほぼ相似性があることを意味している。

またアルコール類が特異な形をしていたが領域を異にして上記の無次元数をとればほぼ直線的な関係がある。

アニリンの小粒が多少特異なふるまいをしていたが図の直線から少しずれている。McDonald (1954), Pruppacher と Pitter (1971) は水滴の落下中の形に関して、水滴内部の渦流は余り影響を与えないことを示したが、おそらくアニリンの小粒は a の節で述べたように内部の渦流による影響が出ているものと思われる。

落下中の液滴の振動の振幅については液滴の粘性率が影響していると考えられる。エチレングリコール（粘性率0.199ポイズ (P) 20°C ）、グリセリン（14.9 P 20°C ）のように大きい粘性率をもっている液滴の振動の振幅は小さい。一方ベンゼン（0.0065 P 20°C ）、四塩化炭素（0.0097 P 20°C ）のように粘性率の小さいものでは振幅は大きい。酢酸イソアルミの粘性率はわからないがおそらくかなり小さいものと思われる。n-ブチルアルコール（0.347 P 20°C ）、イソプロピルアルコール（0.661 P 20°C ）の振幅がエチルアルコールの大粒に比較して小さいのは、エチルアルコール（0.012 P 20°C ）に比べて粘性率が大きいことによるのであろう。

1価のアルコール類の落下中の形の特異性については今のところ明きらかではない。アルコール類に共通の類

似性があることからアルコールの分子的液体構造と関係があるかも知れない。あるいは蒸発による荷電、表面温度の不均一性による表面張力の不均一性、さらに空気、液滴とその蒸気の3相系のつり合いが重要であるかも知れないが今のところは定量的議論はできない。

4. まとめ

種々の液滴の落下中の形について実験的に調べた。その結果をまとめると、

1) 落下中の液滴の変形の仕方は表面張力、密度、大きさ、落下速度によって大体決まり、次のような無次元数 $\frac{1/2 \rho_a V^2 + 2 \rho_L g a_0}{\frac{2\sigma}{a_0}}$ をとると液滴のつぶれの度合であ

る a/b が大体決まる。すなわち上記の無次元数をとれば液滴の落下中の形にはほぼ相似性がある。

2) 1 価のアルコール類では上の無次元数をとれば他の液滴と異なった領域にある。またその形は底面から側面にかけて、わん曲が鋭くなっているのが特徴であった。しかしその原因は今のところわからない。

3) 相当半径 1.81mm のアニリン液滴の中央上部に光を透過させやすい部分があった。これはおそらく内部渦流による影響と考えられる。またこの液滴の上部はかなり丸くなっており、落下速度も大粒より大きくなっている特異性が見い出された。

4) つぶれの度合いである a/b と水平方向の最大半径 b 、相当半径 a_0 の間には次の実験式で示す関係が得られた。

$$a/b = 2.65 a_0/b - 1.65$$

5) 落下中の液滴の子午面断面において、最大曲率の点は多くの液滴で前方よみ点から角度 75 度～80 度のところにあった。しかしエチルアルコールの場合は約 70 度のところにあった。

5. 謝辞

遅延装置の遅延時間の較正に関して、当学部物理教室、親里政明助教授のお世話になりました。ここに深く感謝いたします。なおこの研究の一部は文部省科学研究費によった。

文 献

- Fraser, A.B., 1972: Inhomogeneities in the color and intensity of the rainbow, *J. Atmos. Sci.*, 29, 211-212.
- Gunn, R. and G.D. Kinzer, 1949: The terminal velocity of fall for water drops in stagnant air, *J. Met.*, 6, 243-248.
- Humphreys, W.J., 1764: *Physics of the air*, Dover Publication Inc., 1-676.
- 今井一郎, 1950: 雨滴の落下速度について, *気象集誌*, 28, 113-118.
- Komabayasi, M., T. Gonda and K. Isono, 1964: Life time of water drops before breaking and size distribution of fragment droplets, *J. Met. Soc. Japan*, 42, 330-340.
- 熊井 基, 板垣和彦, 1954: 雨滴の形と落下速度, *気象集誌*, 32, 69-76.
- Mc Donald, J.E., 1954: The shape and aerodynamics of large raindrops, *J. Met.*, 11, 478-494.
- Magono, C., 1954: On the shape of water drops falling in stagnant air, *J. Met.*, 11, 77-79.
- 孫野長治, 1954: 静止空气中を落下する水滴の形について, *気象集誌*, 32, 60-68.
- Pruppacher, H.R. and K.V. Beard, 1970: A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air, *Q. J. Roy. Met. Soc.*, 96, 247-256.
- and R.L. Pitter, 1971: A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops, *J. Atmos. Sci.*, 28, 86-94.

(以下 252 ページの続き)

このほか、熱源とその長期変動、2 年周期、成層圏循環との相互作用、モンスーンの入り、中休み、活動なども研究対象になっています。

日本も積極的に参加し、この方面の研究に寄与すべく、MONEX 小委員会と Study group が発足しました。7 月はじめに具体案の研究討論会が開催される予定です。いまのところ、亜熱帯反流、梅雨とモンスーン、シミュレーションが主題になりそうです。(朝倉 正)

1975 年 5 月

(以下 252 ページの続き)

しば再現期間が用いられる。対象期間を長くすればいくらでも大きい雨量があり得るという理論に立脚したものであるから、最大 DDA 値の考え方と矛盾する。

管見であるが、こういった問題を取扱うさいに降水のメカニズムにまで立入った洞察が必要であり、再現期間曲線から著しく外れる一群の降雨観測値が存在することが、一つのヒントになっているように思う。

(篠原武次)