

大規模大気擾乱のスペクトル解析*

丸 山 健 人**

1. はじめに

大気中にはさまざまな周期的現象がみられる。日変化、年変化のように地球の自転、公転と直接対応するものもあるが、多くは地球大気自体の特性と複雑に関係しあって振動あるいは波動を生み出しているものであり、その機構も十分解明されていないものが少なくない。周期的現象を記述するための手法であるスペクトル解析は、電子計算機の発達と普及とともに多量のデータ処理が容易になり、ますます広い分野で用いられるようになっていく。

気象学の諸分野のなかで、スペクトル解析が最も有力な手段となっているのは大気乱流を対象とする分野であろう。今日では、測定からスペクトル解析まで自動的に処理する測器が活用されている。この分野の諸問題については、「気象研究ノート」第114号（島貫；塩谷・岩谷，1973）等を参照してほしい。気象学と同様、海洋学諸分野でもスペクトル解析が用いられている。本稿の主題である大規模大気擾乱のスペクトル解析は、実は海洋学における低周波波浪解析で用いた手法（Munk *et al.*, 1958；高橋他，1966等）にもとづいている。

大気大規模擾乱の研究には同時観測データの空間分布をしらべる総観解析、いわゆる天気図解析が極めて有力な手法であり、総観気象学の分野をひらいた。中高緯度の対流圏と成層圏下層は、広大な海洋上を除けば、大規模擾乱の総観解析に見合うちょう密な観測網でおおわれている。しかし、低緯度や海洋上の空白地域では、総観解析が十分に出来ないでいる。スペクトル解析は、この領域の擾乱の特性をさぐる有力な手段として1960年代の後半になって積極的に用いられるようになった。

熱帯大規模擾乱に対するスペクトル解析のさきがけは Rosenthal (1960) である。彼は熱帯太平洋のマーシャル諸島で1956年4-7月に行われた高層観測のデータを用いて5,000 ft (約1.5 km) と40,000 ft (約12 km) の風の東西成分と南北成分のパワースペクトル解析をこころみている。なお、彼の用いた方法は、1960年代後半以来めざましく行われているもの（共分散のフーリエ変換）とはちがいで、いろいろな時間幅をとって移動平均による時系列データを求め、その分散からスペクトル値を求めるというものである。詳細は同論文を参照してほしい。

大規模擾乱に対するスペクトル解析が精力的につかわれてきたのは、成層圏赤道波の発見以来である。Yanai and Maruyama (1966)★とそれにひきつづく Maruyama (1967)★では主として垂直時間断面解析と若干の総観解析により成層圏赤道波（理論上は Matsuno (1966)★が $n=0$ モードと呼んだ西進波）の存在を示したが、以後 Yanai *et al.* (1968)★は1962年4-7月の熱帯太平洋の対流圏から成層圏にいたる領域で風の南北成分のスペクトル解析を行い、Maruyama (1968 a, 1969)★はスペクトル解析により成層圏赤道波の強さの長期的ふるまいについて検討している。

一方、Wallace and Goussy (1968) は、最初からスペクトル解析を積極的に用いて、もう一つの成層圏赤道波（理論上 Matsuno が $n=-1$ モード、あるいはケルビン波と呼ぶ東進波）を見出している。以来、成層圏赤道波や熱帯対流圏の大規模擾乱について、スペクトル解析を用いた仕事が多数発表され、「気象集誌」の誌上でも少からぬ部分を占めている。これらについては、柳井・丸山 (1969)、Wallace (1971, 1973) などの総合報

* Spectrum Analysis of Large-Scale Atmospheric Disturbances.

** Taketo Maruyama, 気象研究所・予報研究部

★印を付けた文献は、「気象集誌」に掲載されているもので、文献リストから割愛した。

告を参照してほしい。

スペクトル解析は、中緯度の大規模擾乱にも適用され、たとえば Nitta *et al.* (1973)★は東シナ海域を通過する擾乱について調べ、また Ninomiya (1973, 1974)★や Yoshizaki (1974)★も同領域の擾乱について解析している。また気象衛星による雲量データにも適用され、たとえば Tanaka and Ryūgūji (1971, 1973)★や Murakami, T. and Ho (1972)★は熱帯太平洋領域について、また Ninomiya and Akiyama (1973) は東シナ海領域について解析している。さらに中間圏ロケットデータへの適用もこころみられている (Hirota, 1975)★。

大規模擾乱だけではなく、いわゆる中間規模、中小規模とよばれている現象に対してもスペクトル解析が適用されはじめている。熱帯地域では ITCZ 附近の降雨について、Murakami, M. (1972)★が中間規模擾乱を指摘しているし、Ninomiya and Akiyama (1974)★や Akiyama (1974)★はわが国の梅雨期のレーダーエコーデータを用いて中規模擾乱の波長を評価している。

以上、スペクトル解析は、大気乱流にはじまって、熱帯、中緯度の大規模擾乱、さらには中間規模、中小規模へと、気象学のあらゆる分野で適用されつつあることを概観してきた。このことは、スペクトル解析が気象学における解析手法の一つとして定着しつつあることを示しているといえよう。スペクトル解析の適用されるばあいについて、共通していえることは、1) 十分な観測網をもたないが、一点の時系列としては多量のデータがあること、2) 周期性あるいは波状構造をより客観的により定量的に評価したいことであろう。一方、スペクトル解析が多方面に適用されるにつれて、スペクトル解析の数値計算法とか、有意性についての考え方、計算結果の解釈の仕方等についての質問や意見が多くよせられるようになってきた。数式や統計学上の諸問題については、多くの参考書があるが、その気象学上の取扱いについてわかりやすい解説が少いことを考慮し、本稿では若干の計算例を示して、読者の関心と理解の一助としたいと思っている。

2. スペクトル解析とは

気象学でスペクトル解析といえば、一つは一定時刻にとらえた波の波数分析、もう一つは一定観測点でとらえた振動の周期分析である。いずれも波動や振動がサイン/コサインの重ねあわせであるとみなして分析をおこなうものである。波数分析がこころみられるもっとも典型的な例は半球天気図を用いた超長波、長波の分析であ

り、これに関する研究は多数あるだけでなく、気象予報業務にも直接用いられている。本稿では波数分析についてこれ以上述べないが、“気象集誌”に掲載されている Iwashima (1973)★, Arai (1973)★の仕事等も参考になると思う。

周期分析の方法としてはさまざまな手法があるが、大きく二つにわけられよう。一つは単純フーリエ変換とでもいうべきもので、与えられた時系列データをそのままサイン/コサインに分解してしまうものである。もう一つは共分散函数というものを求め、これをフーリエ変換するものである。単純フーリエ変換では、与えられた時系列データが長くなるほど、スペクトル値の分解が細くなり、個々のスペクトル値自体はあまり意味をもたなくなる。たとえば、1日1回の観測データが90日分あるとき、10日周期附近は、12.9日、11.3日、10.0日、9.0日、8.2日というふうに分解されるが、実際の大規模擾乱についてこれほど細かい区別は意味をもたないので、数個のスペクトル値を移動平均するなどして用いる。

共分散函数のフーリエ変換は、このようにある程度長い時系列データが与えられ、比較的分解能のあらいスペクトル値を求める上で好都合な方法であり、はじめにのべた大規模擾乱に関するスペクトル解析は、ほとんどすべてこの方法によっている。したがって、本稿では、これについてのみ扱うことにする。

なお、これを拡張した、時間、空間の二次元スペクトル解析もこころみられている。これについては、たとえば Leese and Epstein (1963), Hayashi (1971)★, Izawa (1972)などを参照してほしい。二次元スペクトル解析のばあい、時間・空間スペクトルであれば、たとえば東西方向に十分な観測点が必要であるし、東西・南北の空間スペクトルであれば、相当広範囲にわたって二次元的に十分な観測点が必要であることから、今なお解析例は少い。しかし、一次元スペクトルでは分析できない、周期は同じでも進行方向のちがう波の分離などに有力な手段である。Hayashi (1974) は、アメリカ GFDL (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory) の大気大循環数値モデルにあらわれる熱帯擾乱の解析に二次元スペクトル解析を適用している。スペクトル解析が単に実際大気中の観測データだけでなく、今後ますますさかんになると思われる数値実験の結果の解析にも大いに役立つことが期待される。

二次元スペクトル解析になると、また一次元スペクトル解析でも多量のデータを処理しなければならない場

合、計算量は電子計算機を用いても相当のものとなる。計算機使用料金の節約のためからも、能率的方法が開発されてきている。これは略称 FFT (fast Fourier transformation) とよばれ、一定の条件下で与えられた時・空系列データのフーリエ変換から直接各種のスペクトル値を求めるものであり、ある程度多量のデータの場合共分散関数を求めてからこれをフーリエ変換して各種のスペクトル値を求めるよりも計算機時間は有効に節約できる。上記 Hayashi (1974) の計算も Williams (1969) による FFT を用いている。今日 FFT に対してもさまざまな改良が行われているが、これについては別の機会に解説されることを期待して、本稿では扱わない。

3. 共分散関数のフーリエ変換

ここでは計算手順の概要を示す。数式の詳細は、たとえば前述の“気象研究ノート”第114号を参照してほしい。

いま等時間間隔 Δt の N 個のデータ A_i と B_i ($i=1, 2, \dots, N$) があるとすると、これらの平均値は共に 0 になるようにしておく：

$$\sum_{i=1}^N A_i = 0, \quad \sum_{i=1}^N B_i = 0.$$

そこで A_i と B_i を互に l 個だけずらして積の平均値を求める：

$$L_l(A, B) = \frac{1}{N-l} \sum_{i=l+1}^N A_{i-l} B_i.$$

これは l の関数であり、ふつう共分散関数とよぶ。最大ずらし数を M とすると、 $l=0$ から M まで $M+1$ 個の数値がえられる。同様に

$$L_l(B, A) = \frac{1}{N-l} \sum_{i=l+1}^N B_{i-l} A_i.$$

を求める。

この両者の和と差は、それぞれ共分散関数のコサイン成分 (偶函数部分) とサイン成分 (奇函数部分) を与える：

$$L_{cl}(A, B) = \frac{L_l(B, A) + L_l(A, B)}{2},$$

$$L_{sl}(A, B) = \frac{L_l(B, A) - L_l(A, B)}{2}.$$

とくに $l=0$ のとき

$$L_0(A, B) = L_{c0}(A, B) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N A_i B_i$$

となり、これを共分散とよんでいる。

共分散関数のコサイン成分、サイン成分をそれぞれコサイン級数、サイン級数に展開することにより、それぞれコー・スペクトル (cospectrum)、コードラチュア・スペクトル (quadrature-spectrum) とよぶものがえられる：

$$c_k(A, B) = \frac{2}{M} \sum_{l=0}^M L_{cl}(A, B) \cdot \cos \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l,$$

$$q_k(A, B) = \frac{2}{M} \sum_{l=0}^M L_{sl}(A, B) \cdot \sin \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l.$$

これらは $k=0$ から M まで、 $1/(2M\Delta t)$ の振動数間隔でえられるが、ふつうは単位振動数当りの値 (スペクトル密度とよぶ) で表示し

$$C_k(A, B) = 4\Delta t \sum_{l=0}^M L_{cl}(A, B) \cdot \cos \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l,$$

$$Q_k(A, B) = 4\Delta t \sum_{l=0}^M L_{sl}(A, B) \cdot \sin \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l$$

により与えられる。ここで δ_l は区分求積にもなる荷重で $l=0$ と M で $\frac{1}{2}$ 、その間で 1 である。 D_l はラグウィンドウ (lag window, ずらし窓とでも訳しておく) とよばれるもので、 $l=0$ で 1、 $l=M$ で 0 になめらかに減少する函数、たとえば

$$D_l = \frac{1 + \cos \frac{l\pi}{M}}{2}$$

と与える。共分散関数は $l=0$ から M までの限られた区間でのみ与えられているから、これを直接フーリエ変換すると、スペクトル値は真の振動数の周辺にひろがってしまう。上記の D_l をかけることにより、ある程度真の振動数附近に集中させる作用をする。

フーリエ級数の性質から

$$L_{cl}(A, B) \cdot D_l = \sum_{k=0}^M C_k(A, B) \cdot \cos \frac{kl\pi}{M} \cdot \frac{\delta_k}{2M\Delta t}$$

が成り立つから、 $l=0$ のとき

$$L_{c0}(A, B) = \sum_{k=0}^M C_k(A, B) \cdot \frac{\delta_k}{2M\Delta t},$$

すなわち、コー・スペクトルを振動数 0 から $1/(2\Delta t)$ までの区間で積分すると共分散となる。

とくに、同じ時系列データ同士の共分散関数を自己共分散関数といい、

$$L_0(A, A) = L_{c0}(A, A) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A_i)^2$$

$$L_{c0}(A, A) = \sum_{k=0}^M C_k(A, A) \cdot \frac{\delta_k}{2M\Delta t}$$

であるから、自己共分散関数のコー・スペクトルの積分は分散となる。分散のことをパワー (power) とよび、このコー・スペクトルのことをパワースペクトル (power spectrum) とよぶ：

$$P_k(A) = 4\Delta t \sum_{l=0}^M L_l(A, A) \cdot \cos \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l,$$

$$P_k(B) = 4\Delta t \sum_{l=0}^M L_l(B, B) \cdot \cos \frac{kl\pi}{M} \cdot D_l \cdot \delta_l.$$

次に、二つのスペクトル

$$X_k(A, B) = \sqrt{P_k(A) \cdot P_k(B)},$$

$$Y_k(A, B) = \sqrt{C_k^2(A, B) + Q_k^2(A, B)}$$

を定義すると、 $Y_k(A, B)$ は $X_k(A, B)$ より大きくはならない。同じ振動数をもつ完全なサイン波が A_i と B_i にふくまれているときにその振動数に対する $X_k(A, B)$ と $Y_k(A, B)$ とがひとしくなる。そこで、比

$$R_k(A, B) = \frac{Y_k(A, B)}{X_k(A, B)}$$

を定義し、コーヒーレンス (coherence) とよぶ。これは、各振動数について両データにふくまれる振動の類似をみる一つの尺度となる。

さらに

$$\Theta_k(A, B) = \text{ATAN 2}(Q_k(A, B), C_k(A, B))$$

によって各振動数について両データにふくまれている振動の位相角の差 (位相差) が求まる。ATAN 2 は、直交座標において、原点と点 $(C_k(A, B), Q_k(A, B))$ とをむすぶ線分が、横軸正の方向となす角度を与える函数である。

以上、あれこれのスペクトル値が定義されたが、具体的内容は第5節、第6節の計算例を見るとわかりよいと思う。

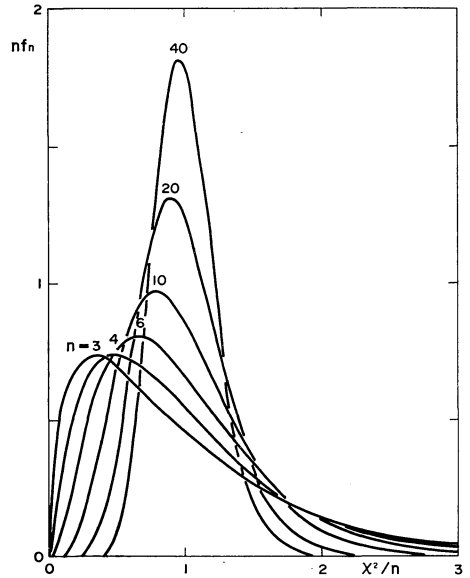
4. パワースペクトル値の信頼度

パワースペクトルは、分散すなわちパワーをいくつかの振動数帯にわけて評価したものであり、スペクトル解析のなかでもっともよく用いられるものであろう。とくに、風速の時系列データのパワースペクトルは、擾乱の運動エネルギーのスペクトルに相当するので、大気乱流の分野では定量的にも厳密に評価されている。大規模擾乱に対しては、このように厳密に評価することが必ずしも適切ではないが、パワースペクトル値の信頼度についての考え方について概要を示しておく。

正規分布する母集団からとった n 個の標本 (観測値) の2乗和 (ふつう χ^2 とかく、あるいはこれを n でわ

ったもの一分散) の分布を統計学では自由度 n のカイ2乗分布とよんでおり、

$$f_n(\chi^2) = \frac{\left(\frac{1}{2}\chi^2\right)^{\frac{n}{2}-1}}{2\Gamma(n)} \exp\left(-\frac{1}{2}\chi^2\right)$$



第1図 カイ2乗分布。自由度 n が増加するほど母集団の分散 (= 1) に集中する。

第1表 母集団の分散を1としたときの観測値から求めた分散の値の分布範囲

自由度	信頼度		
	95%	90%	80%
3	0.068-3.124	0.113-2.606	0.190-2.082
4	0.116-2.782	0.173-2.367	0.261-1.940
5	0.161-2.562	0.224-2.209	0.317-1.842
6	0.201-2.403	0.268-2.094	0.362-1.769
7	0.236-2.283	0.305-2.005	0.400-1.712
8	0.267-2.187	0.337-1.933	0.431-1.665
9	0.295-2.109	0.364-1.875	0.458-1.627
10	0.320-2.043	0.389-1.826	0.482-1.594
15	0.412-1.828	0.479-1.661	0.565-1.482
20	0.474-1.704	0.538-1.566	0.617-1.416
30	0.555-1.561	0.611-1.454	0.682-1.337
40	0.606-1.479	0.658-1.389	0.721-1.290
50	0.642-1.424	0.690-1.345	0.749-1.258
60	0.670-1.383	0.715-1.313	0.769-1.235
70	0.692-1.353	0.734-1.288	0.785-1.217

第2表 観測値から求めた分散の値を1としたときの母集団の分散の存在しうる範囲

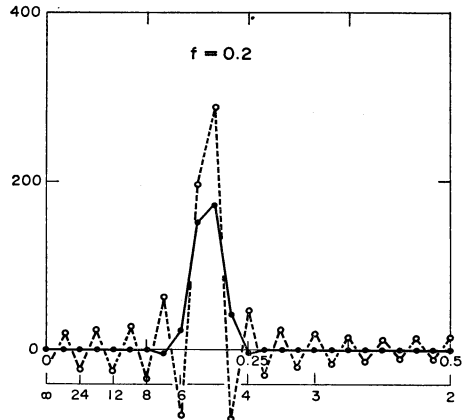
自由度	信頼度		
	95%	90%	80%
3	0.320-14.757	0.384-8.851	0.480-5.251
4	0.359- 8.610	0.422-5.789	0.515-3.832
5	0.390- 6.202	0.453-4.463	0.543-3.154
6	0.416- 4.970	0.478-3.738	0.565-2.760
7	0.438- 4.231	0.499-3.283	0.584-2.502
8	0.457- 3.739	0.517-2.971	0.601-2.319
9	0.474- 3.390	0.533-2.744	0.615-2.183
10	0.489- 3.128	0.548-2.571	0.627-2.077
15	0.547- 2.425	0.602-2.087	0.675-1.771
20	0.587- 2.108	0.639-1.860	0.706-1.620
30	0.641- 1.803	0.688-1.636	0.748-1.467
40	0.676- 1.651	0.720-1.520	0.775-1.386
50	0.702- 1.557	0.743-1.449	0.795-1.336
60	0.723- 1.493	0.762-1.399	0.810-1.300
70	0.739- 1.446	0.776-1.362	0.822-1.273

であらわされ、第1図に示すように、自由度 n が増加するほどずるといピークをもって母集団の分散に近づく。すなわち、自由度は観測値から求めた分散の値の信頼度を示す一つの尺度である。カイ2乗分布の集中度を示すため、積分値の両端2.5%、5%、10%を除いた範囲、すなわち95%領域、90%領域、80%領域の範囲を第1表に示す。しかし、第1表に示したものは、母集団の分散に対して観測値から求めた分散がどれほどの範囲にひろがっているかを示したものである。実際は母集団の分散が未知で、観測値から求めた分散に対して母集団の分散がどの範囲にあるかを適当な信頼度で示すのがふつうである。そのためには第1表で示した範囲の逆数をとる。この範囲を第2表に示す。

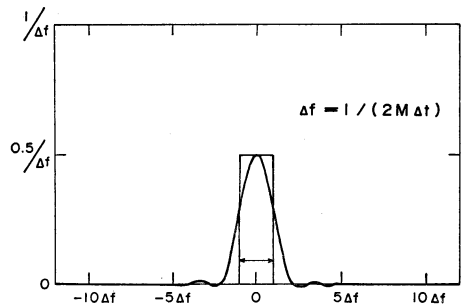
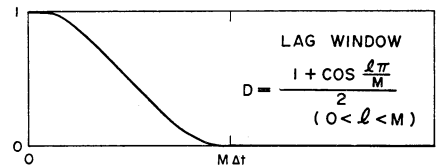
さて、時系列データ A_i が正規分布する母集団から N 個とったものとみなすと、分散すなわちパワー

$$p = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (A_i)^2$$

は自由度 N のカイ2乗分布する。いま、自由度 N で求めたパワー p を M 個のスペクトル値に分解する。最大ずらし数を M とすると $M+1$ 個のスペクトル値がえられるが、両端 ($k=0$ と M) の荷重は $1/2$ なので M 個とみなせる。この場合、パワー p が完全に独立に M 個のスペクトル値に分解されるなら、1個のスペクトル値に対して N/M の自由度がわりあてられるとみなせ



第2図 ラグウィンドー D_l (本文参照) をかけた場合(実線)とかけない場合(破線)のパワースペクトルの例。周期5、振幅4のサイン数列300項を最大ずらし数24で求めた。



第3図 ラグウィンドー(上)と対応するスペクトルウィンドーの形。矢印は相当振幅数幅。

る。しかし、実際は1つの振動に対するスペクトル値が真の振動数の附近である程度のひろがりをもつことがさけられない。このひろがり方はラグウィンドーのかけ方によってかわってくるが、いずれにせよ、隣同士の振動数に対するスペクトル値が互に独立ではないことを示している。第2図にはラグウィンドーをかけることによりスペクトル値がどの程度真の振動数の附近に集中するかを示す。

ラグウィンドーに対応するスペクトル値のひろがり方

を与える函数をスペクトルウィンドー (spectrum window) とよんでいる。スペクトルウィンドーの横幅の代表値として、ピークに接する等面積矩形の横幅の大きさを相当振動数幅として用いることにする。前述のラグウィンドー

$$D_l = \frac{1 + \cos \frac{l\pi}{M}}{2}$$

に対応するスペクトルウィンドーの相当振動数幅はほぼ $2.0 \Delta f$ ($\Delta f = 1/(2M\Delta t)$) である。このことは、振動数幅 Δf ごとにスペクトル値が求まるが、一つのスペクトル値が振動数幅 Δf を代表する値ではなく、約 $2.0 \Delta f$ を代表する値とみるべきことを示している。第3図にラグウィンドーの形と対応するスペクトルウィンドーの形を示す。

したがって、 N 個の時系列データから最大ずらし数 M として求めたパワースペクトルの1個のスペクトル値は $2.0 N/M$ の自由度をもつとみなすのが適切である。そこで

$$n \approx \frac{2.0 N}{M}$$

をパワースペクトル値の相当自由度として、カイ2乗分布の特性を準用する。なお共分散函数によりパワースペクトルを求めたばあい、ずらし数がふえると共分散函数を与えるデータの個数がへるので、ラグウィンドーの荷重も考慮して相当自由度を

$$n \approx \frac{2.0 Ne}{M}$$

$$Ne = N - \frac{1}{M} \sum_{l=0}^M l \cdot D_l \cdot \delta_l \approx N - \frac{M}{4}$$

で与えることもある。

相当自由度を用いると、パワースペクトル値の有意性を評価することができる。すなわち、 P_{k1} と P_{k2} を自由度 n で求めた2つのパワースペクトル値とし

$$P_{k1} > P_{k2}$$

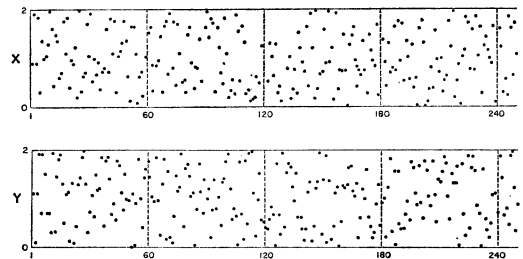
であるとする。この不等式がたとえば95%の信頼度で成立つには、自由度 n で P_{k1} の真の値の存在しうる下限が、 P_{k2} の真の値の存在しうる上限よりも大きければよい。すなわち、 P_{k1}/P_{k2} が第2表の上限と下限の比より大きければよい。第3表には、第2表の上限と下限の比を示してある。注目しているピークが有意であるかどうかは、ピークのスペクトル値とまわりのスペクトル値(ふつうノイズレベルといっている)との比を第3表で

示した比より大きいかどうかをしらべる。なお、スペクトルウィンドーに示されるように、ピークは数個の振動数幅にわたる裾野をもってあらわれ、まわりの値にくらべてただ1つのスペクトル値だけが飛びはなれて大きな値をもつようなことはない。

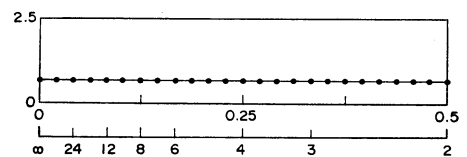
以上、パワーとそのスペクトル値について統計学的信頼度の考え方をのべた。くわしくは Blackman and

第3表 観測値から求めた分散の値の分布範囲の上限と下限の比

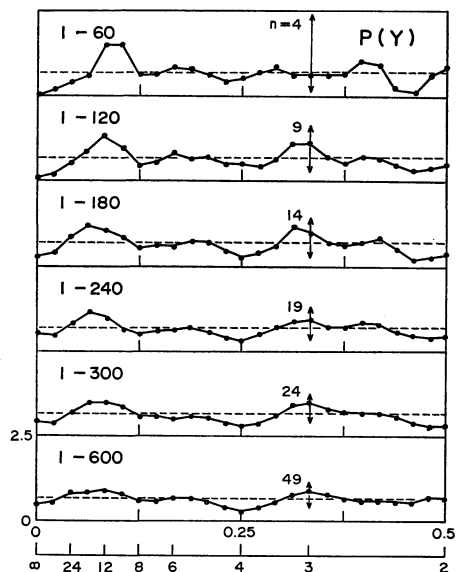
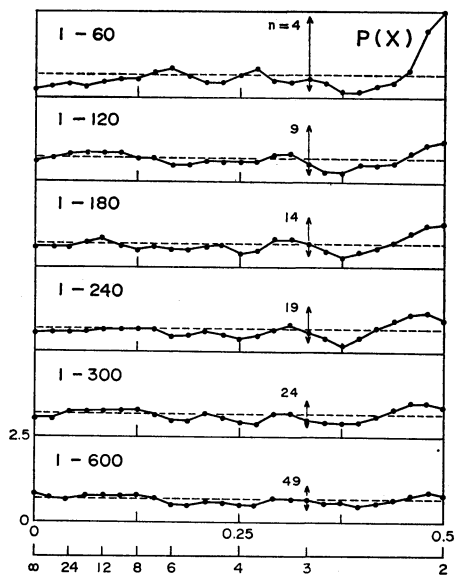
自由度	信頼度		
	95%	90%	80%
3	46.10	23.07	10.93
4	23.95	13.71	7.43
5	15.89	9.86	5.81
6	11.94	7.83	4.88
7	9.66	6.58	4.28
8	8.18	5.75	3.86
9	7.15	5.15	3.55
10	6.39	4.69	3.31
15	4.43	3.47	2.62
20	3.59	2.91	2.29
30	2.81	2.38	1.96
40	2.44	2.11	1.79
50	2.22	1.95	1.68
60	2.07	1.84	1.61
70	1.96	1.76	1.55



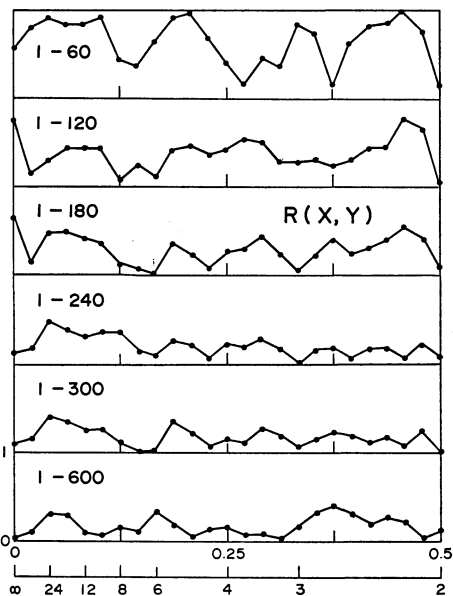
第4図 ランダム数列の例。



第5図 ランダム数列のパワースペクトルの理想的な形。



第6図 ランダム数列のパワースペクトルの例。スペクトル値の平均を真のスペクトル値とみなして、95%の信頼度での計算値の分布範囲を相当自由度の値とともに矢印で示す。



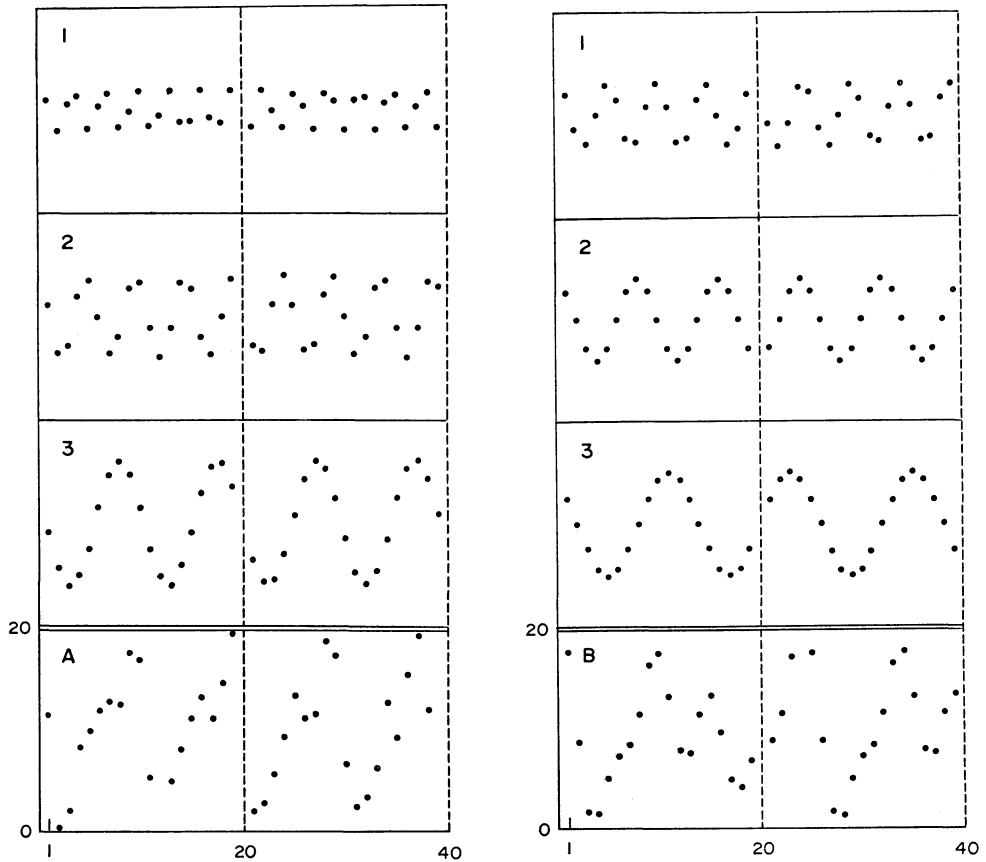
第7図 二つのランダム数列同士のコーヒレンスの例。

Tukey (1958) や力石 (1973) などを参照してほしい。さらに、二つの数列間の種々のスペクトル値についての統計学的信頼度の議論は、Panofsky and Brier (1958) などを参照してほしい。

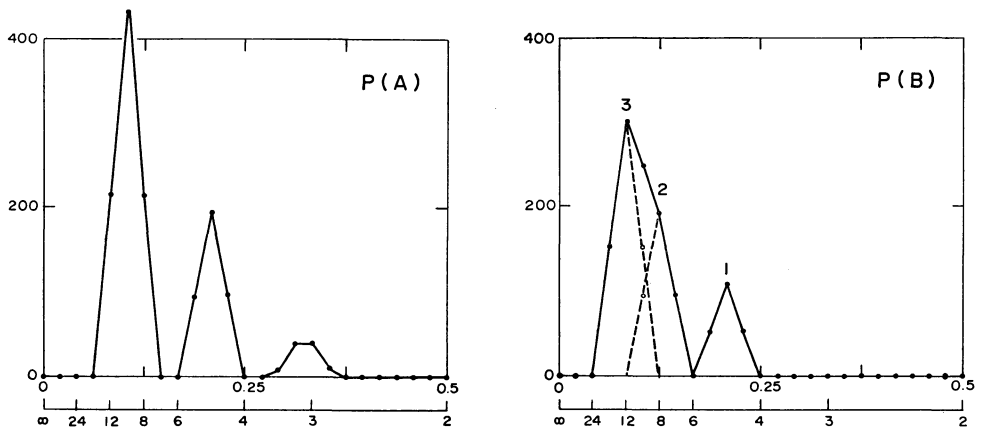
第4表 サイン数列の重ねあわせの例 (第8, 9, 10図参照)。

	周 期	振 幅	初期位相
A_i	3.1	2.0	0
	4.8	4.0	90.0
	9.6	6.0	150.0
B_i	4.8	3.0	60.0
	8.0	4.0	90.0
	12.0	5.0	120.0

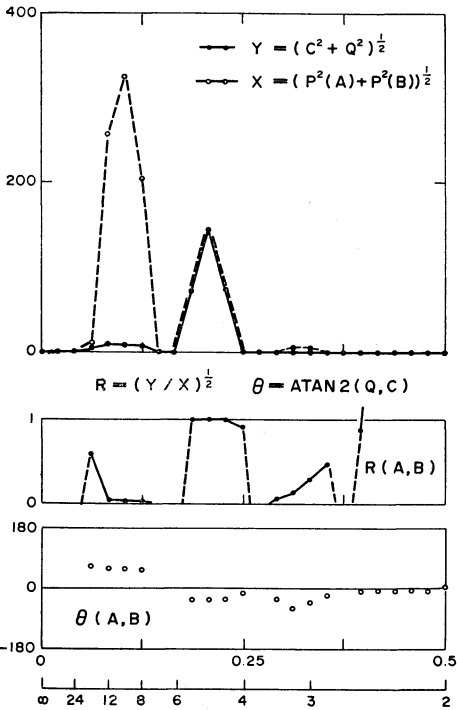
いずれにしても、統計学的信頼度を高めるには、 M を小さくするか N を大きくするかにより相当自由度を大きくすることが必要である。ところが M を小さくすれば分解能がわるくなるし、 N を大きくすれば、とくに大規模大気擾乱に適用するような場合には、季節変化などによってそのふるまい自体が変化していく。つまり統計学的に言えば、母集団の分布自体が大きいかわってしまう。したがって期間を長くすることが必ずしも擾乱の解析には得策でない。一方期間を一定にしておいて、その期間内の観測回数をふやすことも実際上不可能である。このような事情から、大規模大気擾乱の解析例は、



第8図 3つのサイン数列を重ねあわせた数列の例, 第4表参照.



第9図 3つのサイン数列を重ねあわせた数列のパワースペクトルの例, 最初の300項を最大ずらし数24で求めた.



第10図 サイン数列の重ねあわせ同士のコーヒレンスと位相差の例。

統計学的信頼度が低いものが多い。

しかし、統計学的信頼度が高いことと、気象学的に有意であることは区別して考えなければならない。

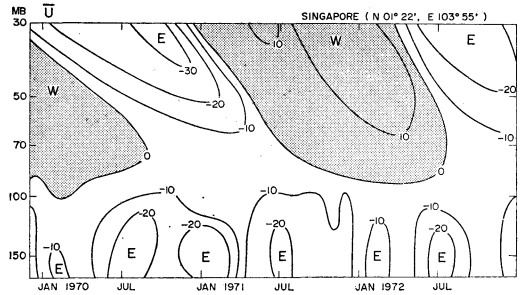
5. ランダム数列およびサイン数列の解析例

実際の気象データを用いた解析例を理解する上で、まず人為的に与えたデータがどのようにスペクトル評価されるかをみておくことは有益であろう。ここでは極端な例として、一つはランダム数列、もう一つはサイン数列を与えて、その結果を検討する。

(i) ランダム数列

一定幅（ここでは0から2まで）の間をランダムに分布する二つの数列 X_i と Y_i を与える（第4図）。もし、完全にランダムならどの振動数に対しても同じスペクトル値をとるようなスペクトルが期待される（第5図）。実際にはデータの個数が少いため一定値にはならないが、個数が大きくなるほど一定値に近づいていくことがわかる（第6図）。参考のため、スペクトル値の平均に対する95%信頼域の幅を示す。ほとんどすべてのスペクトル値がこの領域に入り、この領域をこえるものも統計学的に有意なピークを形成していない。

1975年6月



第11図 シンガポール上空における東西風速成分の月平均値の垂直時間断面。西風領域に陰影をつけた。

ランダム数列同士では相互のコーヒレンスも小さいことが期待される。しかし個数が少いときはかなり1に近い値も見出されるので注意を要する（第7図）。

(ii) サイン数列

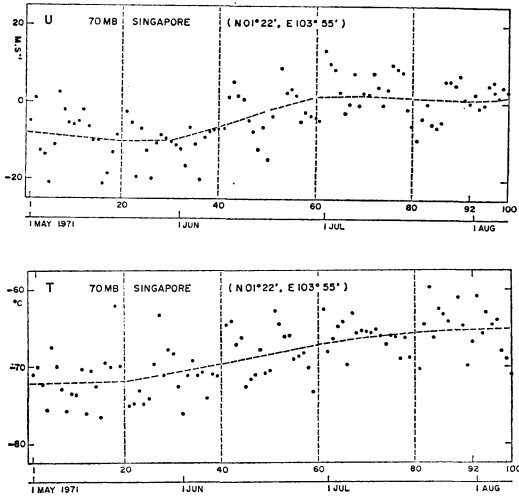
いま、第4表のように、それぞれ3種のサイン数列を重ねあわせた A_i , B_i 二つの数列をつくる（第8図）。これらの数列を最初から300項とって、最大ずらし数24としてパワースペクトル（第9図）とコーヒレンスと位相差等（第10図）を計算した。図からわかるように、一つの振動に対するスペクトル値が真の振動数を中心に両側に1~2個のひろがりをもつこと、 $P(B)$ の2と3のように振動数の接近した二つの振動を重ねあわせると両者を加算したスペクトル値がえられること、 A_i と B_i に共通する4.8日周期の振動に対してコーヒレンスが3つ連続して1で、これに対応する位相差もほぼ -30° をとっていることが示される。

実際の気象データは、ランダム数列とサイン数列の中間的なふるまいをしているものと理解することができる。

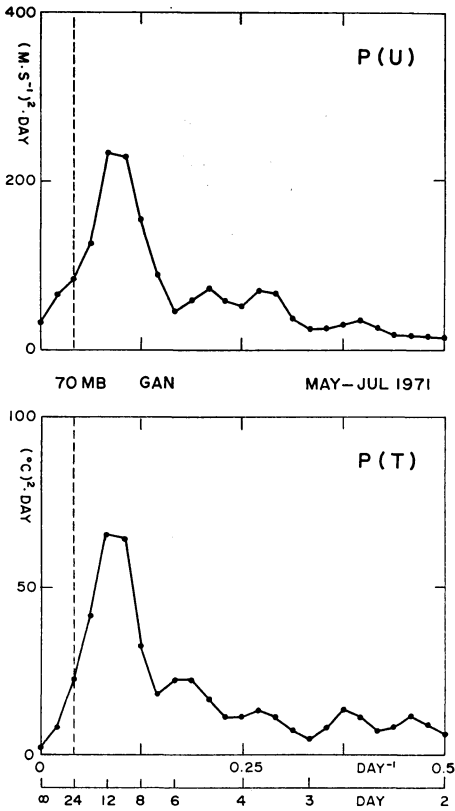
6. 大規模大気擾乱への適用例

大規模大気擾乱へのスペクトル解析の適用は、初めにのべたように多くの文献にみられる。ここでは、最近筆者が解析したインド洋上の赤道波の例を示そう。これまで赤道波の解析は主として太平洋域に限られ、インド洋上での赤道波の確認例はほとんどない。したがって、この解析により、インド洋域から太平洋域まで赤道波が伝播していることが積極的に示される。

第11図は、シンガポール上空の東西風速成分の月平均値の垂直時間断面である。熱帯成層圏の東西流の準二年周期振動が顕著にあらわれている。これまでの解析結果（Wallace and Kousky, 1968; Maruyama, 1969★,



第12図 シンガポールの 70 mb における u と T の時間推移 (1971 年 5 ~ 7 月). 破線はトレンド.

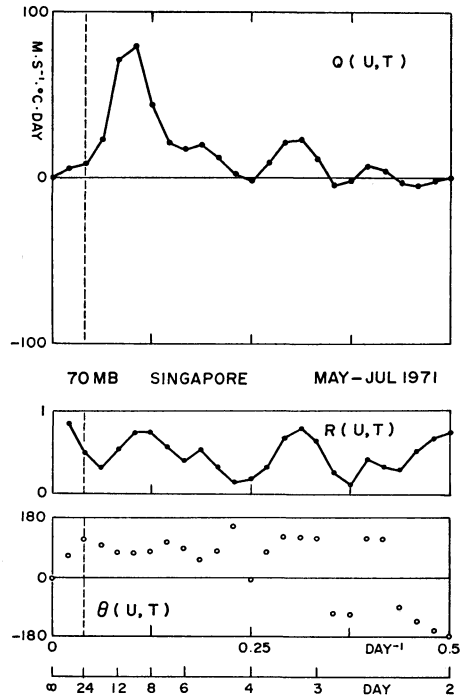


第13図 シンガポールの 70 mb における u と T のパワースペクトル (1971 年 5 ~ 7 月).

1971★; Angell *et al.*, 1973等) や理論的考察 (Holton, 1970; Lindzen, 1971等) から, ケルビン波は赤道成層圏の東風が西風に交代する領域にあらわれると予想される. そこで, 1971 年 5-7 月を解析期間としてえらんでみる.

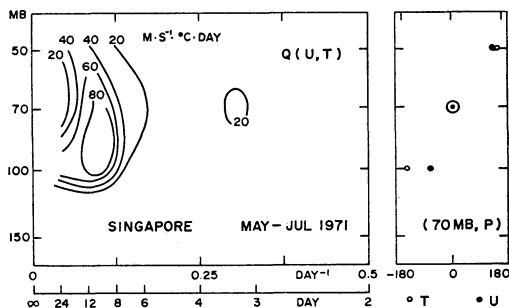
ケルビン波は, 風の u 成分と気温 (T) の変動をともなう. 第12図は, シンガポールの 70 mb の u と T の 1 日 1 回観測の時系列である. なお欠測は内挿してある. スペクトル解析を行うまえに, あらかじめ長周期のトレンドを除去しておくことが必要である. ここでは, 標準偏差10日の正規分布の加重移動平均を行ってトレンドを計算し (図中破線で示してある), これを除去することにより約20日以下の周期の擾乱を残す.

第13図は, こうしてえられた u と T のパワースペクトルである. 周期10~12日のところのピークが目される. さらに, これまでの解析結果から T の振動は u にくらべて約 90° 位相がすすんでいることが知られている. このとき, 共分散関数のサイン成分のスペクトルであるコードラチュア・スペクトル $Q(u, T)$ が顕著な

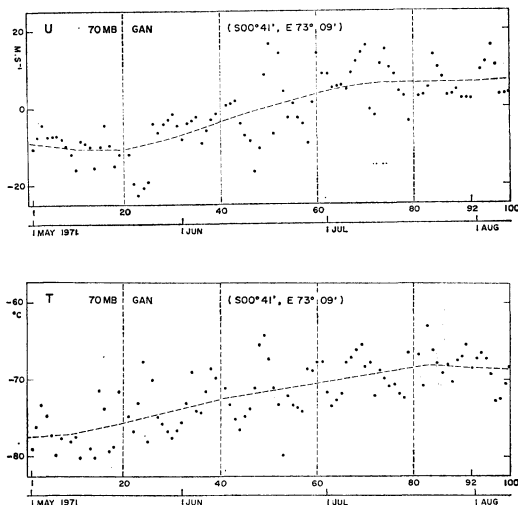


第14図 シンガポールの 70 mb における u と T のコードラチュアスペクトル $Q(u, T)$, コヒーレンス $R(u, T)$, 位相差 $\theta(u, T)$ (1971 年 5 ~ 7 月).

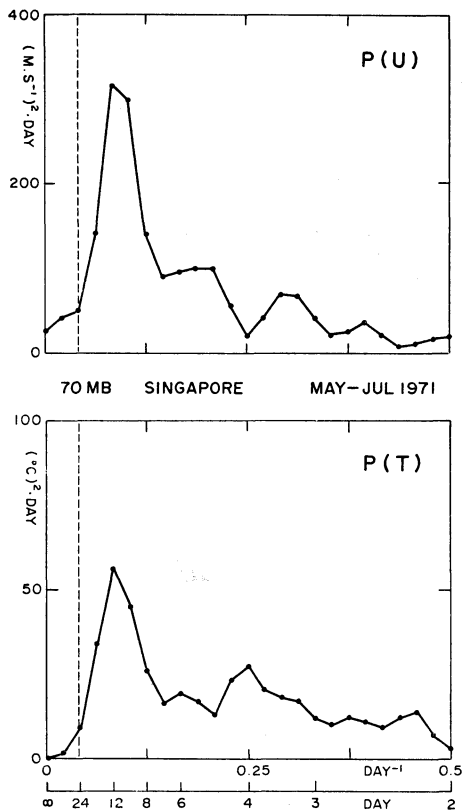
ピークをもつはずである。実際第14図に示されるように、 $Q(u, T)$ のピークがみられる。さらに 70 mb だけでなく、 $Q(u, T)$ のピークは上下にひろがりをもち u, T の上下の位相関係も上に進み、下に遅れるというこれまでの解析結果を支持する (第15図)。



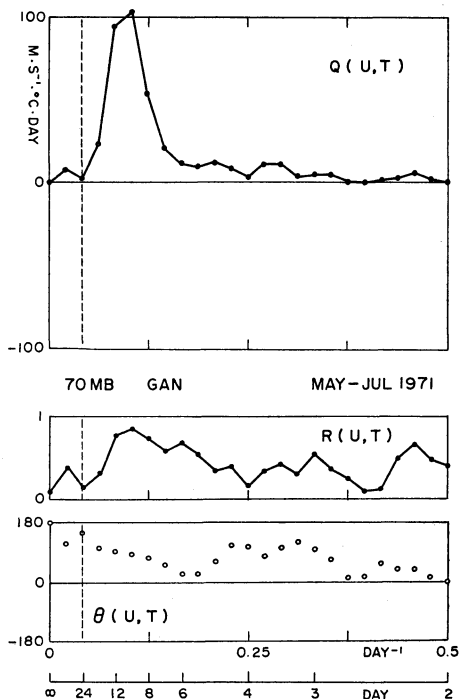
第15図 シンガポールの $Q(u, T)$ の振動数=高度断面と 70 mb を基準とする u, T と周期帯10~12日の位相差 (1971年5~7月)。



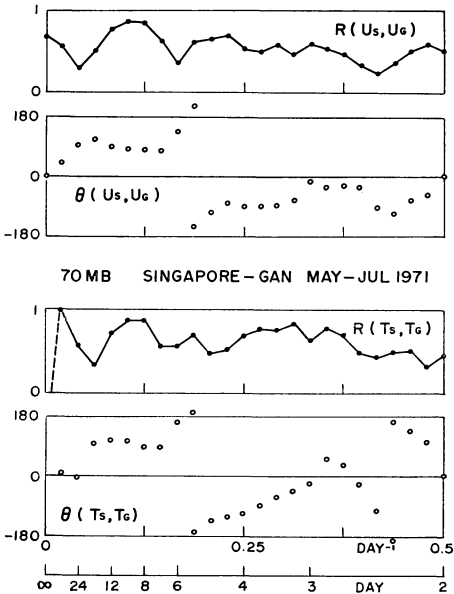
第16図 ガンの 70 mb における u と T の時間推移 (1971年5~7月)。破線はトレンド。



第17図 ガンの 70 mb における u と T のパワースペクトル (1971年5~7月)。



第18図 ガンの 70 mb における u と T のコヒーレンススペクトル $Q(u, T)$ 、コヒーレンス $R(u, T)$ と位相差 $\theta(u, T)$ (1971年5~7月)。



第19図 シンガポールとガンの 70 mb における u および T のコーヒーレンスと位相差。(1971年5～7月). 位相差はシンガポールの位相角を 0° としたときのガンの位相.

さらに、インド洋の中部にあるガンのデータと比較してみる。第16図はガンの u と T の時系列であり、第17図は u と T のパワースペクトルである。周期10～12日のところにシンガポールの場合と類似のピークがみられる。第18図に示した $Q(u, T)$ についても類似している。さらに、シンガポールとガンとについて、 u および T のコーヒーレンスと位相差を求めると、約10～12日周期のところでコーヒーレンスの高まりを見せ、 u で約 85° 、 T で約 110° 、ガンの方が位相が進んでいることが示される(第19図)。すなわち、シンガポールとガンでみられた約10～12日周期の擾乱は同じ波の伝播を反映したものであり、ガンからシンガポールへと東進している。波長は両地点間の東西距離が約 3,400 km であることから、 u の位相差からは約 14,400 km、 T の位相差からは約 11,100 km をえるが、この相違は誤差の範囲とみて、約 13,000 km (波数3) と考えられる。

本節で示した解析例は、前節で示したサイン波の例ほどするどいものではないが、ランダム数列の例とくらべると顕著なピークをもっている。しかも、3,400 km ほどはなれた二地点で類似のスペクトルをえて、両地点間でのコーヒーレンスも比較的高い。データの個数92、最大ずらし数24であるからパワースペクトル値の相当自由

度は約7であり、統計学的信頼度を80%くらいにおとし、やっこのピークが有意といえるかどうか、というところであるが、気象学的にはたしかに有意な東進波を検出していると見てよいただろう。しかもこれまでのいくつかの解析例がこれを支持しているわけである。

7. スペクトル解析適用上の若干の問題点

スペクトル解析は、とくに熱帯の大規模擾乱の解析に大きな成功をおさめ、今後ますます活用されるようになってきた。こうしたなかで、スペクトル解析を安易に適用して必ずしも適切でない解釈をするようなこともおこりうる。

第4節で説明したように、統計学的信頼度を高めるといことで、データの期間を延長するということは、大規模擾乱の場合必ずしも適切ではない。長期間のデータを用いて統計学的信頼度は増しても、気象学的意味が不明になることもある。逆に、短期間のデータを用いてわずかな結果だけで、そのような擾乱の存在を主張することも好ましくない場合が多い。地点をふやす、相互の関係をしらべる、同じような状況下での例数をふやす等々、気象学的有意性を高めるにはさまざまな可能な手法を駆使することが必要である。とくに、スペクトル解析で一定の仮説をえたら、元の時系列データにたちかえって詳細にしらべること、可能なかぎり総観解析を行うなどが大切である。

中小規模擾乱の場合にもこのような問題を伴う。しかも中小規模擾乱の場合、振動または波の形状がサイン波とかけはなれている場合が少なくない。そのようなものを機械的にスペクトル解析してえられたピーク等についてあれこれ議論しようにも、なにが実態なのかわからなくなるような場合が多い。したがって中小規模擾乱を扱う場合には、個々のピークに注目するよりも、かなり広い振動数帯にわたって積分した値を用いるとかある種の特徴的な周期性あるいは波動性が観測されたとき、それを客観的に定量化する一手段として活用するのが適切であろう。

大規模擾乱の場合でも、時間とともにげしく盛衰するようなものは、振幅や周期が大きく変動し、振動や波動の形状もサイン波からかけはなれることが多い。わが国の春秋のように天気変化が比較的周期的に変化する時期でも、スペクトル解析をすると意外とピークがはっきりしないことがある。

また、スペクトル解析を適用する気象要素の性格も考

慮する必要がある。大規模擾乱の場合、東西、南北の風速成分や気温は比較的好結果を与えることが多い。その変動が比較的サイン波に近いためであろう。気圧は、熱帯では、観測精度にくらべて大規模擾乱にともなう変動が小さすぎ、よい結果をえていない。雲量、湿度は上・下限がおさえられるため、分布のしかたによっては好ましくない結果となる。降水量は、ほとんど連続して降水があり、しかも周期性がはっきりみえているような場合でない和不都合であろう。

以上のような問題点をあたっていくと、成層圏赤道波の場合、比較的長期間にわたって周期、振幅ともに安定しており、スペクトル解析のもっとも適した対象だったといえよう。

8. むすび

スペクトル解析は、与えられた時系列データの特徴を知るのに有力な手段の一つである。従来、統計量として平均値や分散などが時系列データの特徴をあらわす指標として用いられてきたが、電子計算機の普及にとともに、分散（パワー）の周期別分析値であるパワースペクトルはじめ、種々のスペクトル値を容易に求めることができるようになった。

したがって、多量の時系列データが与えられたとき、いきなり手間のかかる作業にかかるまえに、スペクトル解析で周期性についての特徴の概略をみておくことは、しばしば有効である。もちろん、電子計算機の使用が前提となるから、データは電計入力可能な形にあらかじめしておくことが必要である。

スペクトル解析は、あくまで与えられた数列をサイン/コサインに機械的に分解してしまいうすぎない。スペクトル解析でピークがでたからといってただちにそういう擾乱が実在すると断定することができない。スペクトル解析の結果をどう判断し、気象の実態に迫っていくかは研究者の仕事である。

謝 辞

本稿をまとめるにあたり、「天気」編集委員会からたえず激励をいただきました。また気象研究所の二宮洗三氏、村上勝人氏はじめ各位の積極的な討論と助言をいただきました。

データの準備は常岡好枝さんに、図面は今井博子さんにお願いました。計算は気象研究所電子計算機室で行い、西田圭子さんのご援助をいただきました。

文 献

★印で本文中に示した文献は「気象集誌」に収録されているものである。

- 高橋竜太郎, 相田 勇, 永田 豊, 1966: 海底設置用長波計による大船渡湾の静振観測結果について, 日本海洋学会誌, 22, 7-16.
- 柳井迫雄, 丸山健人, 1969: 熱帯成層圏大気の運動一準2年振動と大規模波動について, 天気, 16, 239-260.
- 力石国男, 1973: スペクトル計算における等価自由度について, 九州大学応用力学研究所所報, No. 40, 431-438.
- Angell, J.K., G.F. Cotton, and J. Korshover, 1973: A climatological analysis of oscillations of Kelvin wave period at 50 mb, *J. Atmos. Sci.* 30, 13-24.
- Blackman, R.B. and J.W. Tukey, 1958: *The Measurement of power spectra*, Dover Publications (New York), 190 pp.
- Hayashi, Y., 1974: Spectral analysis of tropical disturbances appearing in a GFDL general circulation model, *J. Atmos. Sci.* 31, 180-218.
- Holton, J.R., 1970: The influence of mean zonal wind shear on Kelvin waves, *Tellus*, 22, 186-193.
- Izawa, T., 1972: Some considerations on the continuous space-time spectral analysis of atmospheric disturbances, *Papers Meteor. Geophys.*, 23, 33-71.
- Leese, J.A. and E.S. Epstein, 1963: Application of two-dimensional spectral analysis to the quantification of satellite cloud photographs, *J. Appl. Meteor.*, 2, 629-644.
- Lindzen, R.S., 1971: Equatorial planetary waves in shear: Part I, *J. Atmos. Sci.* 28, 609-622.
- Munk, W.H., F.E. Snodgrass, and M.J. Tucker, 1958: Spectra of low-frequency ocean waves, *Bull. Scripps Inst. Oceanogr.*, 7, 283-362.
- Ninomiya, K. and T. Akiyama, 1973: Characteristic features of cloud and echo distribution and their temporal variation over the east coast of the Asian continent in February 1968 as revealed by satellite and radar observations, *Papers Meteor. Geophys.*, 24, 357-378.
- Panofsky, H.A. and G.W. Brier, 1958: *Some Applications of Statistics to Meteorology*. The Pennsylvania State Univ., 224 pp.
- Rosenthal, S.L. 1960: Some estimates of the power spectra of large-scale disturbances in low latitudes, *J. Meteor.*, 17, 259-263.
- Wallace, J.M., 1971: Spectral studies of tropospheric wave disturbances in the tropical western

- Pacific, *Rev. Geophys. Space Phys.* 9, 557-612.
- Wallace J.M., 1973: General circulation of the tropical lower stratosphere, *Rev. Geophys. Space Phys.*, 11, 191-222.
- Wallace J.M., and V.E. Kousky, 1968: Observational evidence of Kelvin waves in the tropical stratosphere, *J. Atmos. Sci.*, 25, 900-907.
- Williams, G.P., 1969: Numerical integration of the three dimensional Navier-Stokes equations for incompressible flow, *J. Fluid Mech.*, 37, 727-

750.

上記の諸文献のほか、“気象研究ノート”第114号(日本気象学会, 1973)*を随所で参照した:

大気境界層内の理論と乱れの測定

I. 境界層と乱流(島貫陸); II. 風の乱れの測定(塩谷正雄, 岩谷祥美)

*既に品切である。

構造物の耐風性に関する第3回シンポジウム報告

土木, 建築, 気象, 電気の各学会ならびに日本鋼構造協会の共催による標記シンポジウムが昭和49年12月5~6日の二日間にわたって, 気象庁講堂において開催された。このシンポジウムは二年に一回開かれることになっており, 今回は気象学会が幹事学会となって準備が進められた。それぞれ分野を異にする者が集まったの合同シンポジウムではあったが, 準備委員会から終了まで大したトラブルもなく, すべてがスムーズに運んだ。参加者は全国の大学の関係学部, 研究所, 建築および土木の業界その他の広い層にわたって300名を越え, 講堂がほぼ満員になる程の盛況であった。

講演題目の詳細は“天気”Vol. 21, No. 7, 1974を参照いただきたいが, 研究内容でこれを大別すると, 次のようであった。

- | | |
|------------------------------|----|
| (a), 自然風の性質に関するもの | 8 |
| (b), 設計風速および風荷重に関するもの | 4 |
| (c), 風と構造物との相互関係に関するもの | 14 |
| (d), 計測方法に関するもの | 1 |
| (e), 研究内容が(b), (c)の両方にまたがるもの | 15 |

この他に, 次のごとき特別講演が各 section の初めと終りに行われた。

- (1) 多良間島における台風観測について
京大防災研 光田 寧
- (2) 強風の乱流構造
日大生産工 塩谷 政雄
- (3) 高層建造物の風荷重
大阪市大工 川村 純夫

(講演者の御都合により中止)

- (4) 各国の耐風設計基準について
京大防災研 石崎 潑雄
- (5) 最近の長大橋梁構造とその耐風性に関する諸問題
京大工 小西 一郎

一般講演, 特別講演何れも風(強風)に密接な関係のある問題で, 気象専門の者にとっても興味深いものが多かった。なお, プログラムから明らかなように, 全講演の2/3は風洞を用いた実験的研究であった。これは, この種の研究のために, 風洞施設はなくてはならぬ存在になりつつあることを示すものであろう。それにつけても, この研究手法には自然風との相似則の問題が内在している訳で, それぞれが, これをどのように扱うべきかを苦心していることと思われる。各分野の風洞を扱っている研究者が積極的に協力し合い, また, 流体力学の専門家に参加していただいて, この問題の解決のために, 真剣に対処しなければならぬ時期にきている。

なお, この種の研究は国際的にみても極めて活発であり, 最近だけのものを見ても, 昭和49年6月には, カナダで Symposium on Full Scale Measurements of Wind Effects on Tall Buildings and Other Structures および8月には, 京都で Wind Effects on Structures の US-Japan Research Seminar が開催されている。また, 今年の9月には, 英国ロンドン市で, 第4回の International Conference on Wind Effects on Buildings and Structures が開催されることになっている。

(気象研究所, 相馬記)