

≡≡≡ 質 疑 応 答 ≡≡≡

質問は、東京都千代田区大手町 1-3-4、気象庁内

日本気象学会天気編集委員会宛、にどうぞ

問：パワースペクトルを求める新しい方法として **Maximum Entropy Method** というのがあることを聞きました。その原理、計算法、応用例、文献などを教えてください。(京都 東山三郎)

答：従来用いられてきたパワースペクトルの解析方法としては、ペリオドグラムによる方法と Blackman-Tuckey の自己相関法があるが、最近 J.P. Burg が提案した Maximum Entropy Method (MEM) は、多くの点において従来の方法より優れていることから、時系列データ解析を必要とする多くの分野で用いられはじめています。

まず MEM の概説をする前に、情報理論におけるエントロピーの概念について簡単にふれておこう。情報理論では、数個の可能性のうち i 番目の状態が起る確率を p_i とすると、伝達される情報量は

$$I = -\log p_i$$

によって定義され、観測時間 T の間のその系についての全情報量は

$$I_{\text{total}} = -p_1 T \log p_1 - p_2 T \log p_2 - \dots$$

で表わされる。また単位時間間隔あたりの平均情報量

$$H = I_{\text{total}}/T = -\sum_i p_i \log p_i$$

を情報のエントロピーと定義し、情報の秩序のなさ、または系の実際の構造についての不確かさを表わす。有効な情報は完全に記述するが、有効でない情報に関しては最大限の不確かさを示すような確率分布のエントロピーは最大となり、統計力学の場合のマックスウェル-ボルツマン分布がこれに対応する。

この原理を利用すれば、従来のスペクトル解析で用いられる非現実的な条件（たとえばデータは周期的で、しかも一周期はデータの長さと同じという仮定 [ペリオドグラム] や観測されたデータ以外の自己相関は 0 とみなす制限 [自己相関法]）を考えないで、パワースペクトルを求めることができる。

正規確率過程のスペクトル密度 $P(f)$ とエントロピー H の間には次の関係が成り立つ

(Smylie *et al.*, 1973):

$$H = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{+f_N} \log P(f) df \quad (1)$$

ただし $f_N = 1/2\Delta t$ は Nyquist 周波数、 Δt はサンプリングの時間間隔である。(1) 式を過程の自己相関関数 ϕ_k を使って書き換えると、

$$H = \frac{1}{4f_N} \int_{-f_N}^{+f_N} \log \left[\sum_{-\infty}^{+\infty} \phi_k \exp(-i2\pi f k \Delta t) \right] df \quad (2)$$

となる。ここで観測された時系列データから評価される自己相関関数の最大のずらし数を m としたとき、既知の自己相関関数 $\phi_k (k \leq m)$ はスペクトル密度 $P(f)$ との間に

$$\phi_k = \int_{-f_N}^{+f_N} P(f) \exp(i2\pi f k \Delta t) df \quad (k \leq m) \quad (3)$$

が成り立ち、しかも未知の自己相関関数 $\phi_k (k \geq m+1)$ に対して (2) 式を最大にするという条件のもとで、極値問題

$$\frac{\partial H}{\partial \phi_k} = 0 \quad (k \geq m+1)$$

を解けば、最も観測される確率の高い (エントロピーの大きい) パワースペクトル

$$P_E(f) = \frac{P_m \Delta t}{|1 + \sum_{k=1}^m a_{mk} \exp(-i2\pi f k \Delta t)|^2} \quad (4)$$

が得られる。これが MEM によって求められるパワースペクトルである。ここで a_{mk} は既知の信号と予報する信号との間の誤差を出力とするようなフィルタで予報誤差フィルタとよばれる。 P_m はその平均出力であり、予報誤差フィルタの長さは $m+1$ である。 P_m, a_{mk} は次のマトリックス方程式

$$\begin{bmatrix} \phi_0 & \phi_1 & \dots & \phi_m \\ \phi_1 & \dots & \dots & \phi_1 \\ \vdots & \dots & \dots & \vdots \\ \phi_m & \dots & \phi_1 & \phi_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 \\ a_{m1} \\ \vdots \\ a_{mm} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_m \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

によって表わされる $(m+1)$ 個の方程式を同時に解くことによって決定される。(5) 式は帰納的に解かれるが、その際左辺に現われる自己相関関数を前もって独立に評価せずに (最大エントロピーの概念に合致)、観測された時系列データ上に、予報誤差フィルタを前後両方向に走査させて入力信号とその予報との間の誤差の出力 P_m を最小にすることによって a_{mm}, P_m が求められる。

その数学的取扱いとフィルタの長さの決定法は Ulrych and Bishop (1975) の論文に詳しい。また計算機用の流れ図が Andersen (1974) により与えられており、これらを利用すれば簡単に Fortran プログラムを作ることができる。MEM によるクロススペクトルの決定法は Ulrych and Jensen (1974) により示されている。

パワースペクトルを評価するための従来の方法と MEM の比較 (Lacoss, 1971, Radoski *et al.*, 1975) によれば、MEM は分解能が高く (ペリオドグラム法の約 2 倍)、特にデータの長さが比較的短く、いくつかのスペクトルピークが接近している場合に優れており、一般的に、より現実的なパワースペクトルが得られることが示されている。

MEM によるパワースペクトル評価の実際例として、たとえば地球磁場逆転 (Ulrych, 1972)、極運動 (Wells and Chinney, 1973)、地磁気変動 (Currie, 1974 a)、太陽活動周期と地表面気温との関係 (Currie, 1974 b) などの解析に適用され、かなりの成功がおさめられており、これからも地球物理学の多くの分野において、パワースペクトル決定の有力な方法として用いられることになろう。 [京大理学部 福山薫]

文 献

Andersen, A., 1974: On the calculation of filter

coefficients for maximum entropy spectral analysis., *Geophysics*, **39**, 69-72.

Currie, R.G., 1974a: Harmonics of the geomagnetic annual variation., *J. Geomg. Geoelectr.*, **26**, 319-328.

—, 1974b: Solar cycle signal in surface air temperature., *J. Geophys. Res.* **79**, 5657-5660.

Lacoss, R.T., 1971: Data adaptive spectral analysis methods., *Geophysics*, **38**, 661-675.

Radoski, H.R., F.F. Fougere, and E.J. Zawalick, 1975: A comparison of power spectral estimates and applications of the maximum entropy method., *J. Geophys. Res.*, **80**, 619-625.

Smylie, D.E., G.K.C. Clarke, and T.J. Ulrych, 1973: Analysis of irregularities in the earth's rotation., *Methods in Computational Physics*, vol. 13, Academic Press, 391-430.

Ulrych, T.J., 1972: Maximum entropy power spectrum of long period geomagnetic reversals., *Nature*, **235**, 218-219.

—, and O.G. Jensen, 1974: Cross-spectral analysis using maximum entropy., *Geophysics*, **39**, 353-354.

—, and T.N. Bishop, 1975: Maximum entropy spectral analysis and autoregressive decomposition., *Rev. Geophys. Space Phys.*, **13**, 183-200.

(52ページより続く)

12. 亜熱帯高気圧の動向からみた梅雨期の天候

富田正夫 (大阪管区)

1974年度に「ブロッキング高気圧と亜熱帯高気圧の動向からみた1973, 1974年の比較」を中心に本庁の長期予報担当者が行った解析と天候予想の検討について述べ

た。ここでは特に亜熱帯高気圧の動向と梅雨期との関連を調査したものについて紹介した。

以上12題にわたり大阪、京都、神戸、奈良付近の会員45名の参加で熱心な討論が行なわれ盛会の内に例会を終った。 (関西支部常任理事 田中 勝)

(16ページより続く)

今後の課題としては風速計等の測定器とそれらからのデータ処理技術の開発が必要であり、また群落の物質生産に対して気象がどのような影響があるかについてモデルによる simulation も行なわれている。しかし理論の現状はまだ不満足であるが、計算の単純化は、時に問題の本質を失わせるおそれがある。 (丸山栄三)

(16ページより続く)

日本付近の異常高温は、もちろん Z 型系のときに現われることが多く、II 象限 (極東域) 以外のいずれかひとつの象限に優勢な尾根が存在するような場合、つまり Z₁₂₃, Z₁₂₄, Z₂₃₄ 各型のときに多い。このようなときは、極うずがタイミル半島付近に位置しており、特に冬に異常高温となる。異常低温は M 型に多いが、S 型で起こることもある。 (関根勇八)