

# 温度計の遅れによる特異点高度の補正について\*

山 本 敏 一\*\*

## 要 旨

環境大気調査等に使われている接地逆転層高度や混合層高度の見積りに関して、高層観測における気温測定結果を用いた場合に、その高度は見掛けの高度より数10パーセント以上も過小評価されることもあることを、数式から数値解析した。

## 1. ま え が き

気球や飛行機等に温度計の感部を懸吊して、それを移動させることによって、素早くそして広範囲に大気温の測定が可能となったことは、大きな利点である。しかし、観測塔やカイツーンによって、ある一定位置で長時間、定常的に温度測定する場合には、あまり問題とされないことが、より大切な要素として考慮しなければならない場合がある。

例えば、ゾンデ観測の場合には、気球がある速度をもって上昇するために、温度計の感部に熱容量があると、これが大きい程、気温に対する応答が遅れ、感部の時定数が気温測定に直接関係してくることが、すでに指摘されている (Middleton, 佐貫, 矢島)。

察するに、比較的時定数の大きい温度計による測定結果に逆転層が現われた場合、その現われた時点は、実際に現われている時点よりも遅れて記録されるはずである。また気温変動の周期が時定数に対して十分に長くなければ、温度の絶対値は過小に記録され、弱い逆転層の場合には、記録に現われぬ場合も生じることになる。

飛行機等による水平及び鉛直飛行によって気温測定する場合にも、気温変化の特異点の起点が、懸吊した感部の性能とその速度に影響されることになる。

ここでは、環境調査等で、特に接地逆転時やフェーミゲーション時の場合に最も問題とされるその高度を算出する際に、温度計の特性やゾンデの上昇速度から、その高度にどの程度の誤差を考慮する必要があるかを検討す

ることとする。

## 2. 一階型の応答特性

ここでは、応答特性の基礎的な理論について述べる。

気温  $\theta_e$  の大気中にある温度計の応答は、次の一階の線型微分方程式で表わされる。

$$\frac{d\theta}{dt} = \frac{1}{\lambda} (\theta_e - \theta) \quad (1)$$

$\theta_e$  が一定のときには、上式から次式が導かれる。

$$\frac{\theta - \theta_0}{\theta_e - \theta_0} = 1 - e^{-t/\lambda} \quad (2)$$

ここでは、 $\theta_0$  は温度計の最初の示度、 $\lambda$  は時定数である。(2)式は時定数  $\lambda$  の温度計に  $(\theta_e - \theta_0)$  の温度差を与えた時に、これに対する温度計の追従する変動量  $(\theta - \theta_0)$  の割合を示している。

実際の気温変動は、ほとんどランダム変動とみなされる場合が多いが、逆転層等の現われる変動では、これを模式的に周期変動とみなして、正弦的及び余弦的な変動として、次式で表わされる。

$$\theta = \bar{\theta}_e + \Delta\theta \sin \frac{2\pi}{T} t \quad (3)$$

$$\theta = \bar{\theta}_e + \Delta\theta \cos \frac{2\pi}{T} t \quad (4)$$

ここで、 $\bar{\theta}_e$  は平均気温、 $\Delta\theta$  は変動の振幅、 $T$  は変動の周期である。この時の温度計の応答は次式になる。

$$\theta = \bar{\theta}_e + C_1 e^{-t/\lambda} + \Delta\theta \cos \varepsilon \cdot \sin \left( \frac{2\pi}{T} t - \varepsilon \right) \quad (5)$$

$$\theta = \bar{\theta}_e + C_2 e^{-t/\lambda} + \Delta\theta \cos \varepsilon \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{T} t - \varepsilon \right) \quad (6)$$

$$\tan \varepsilon = \frac{2\pi\lambda}{T} \quad (\text{但し, } 0 < \varepsilon < \frac{\pi}{2}) \quad (7)$$

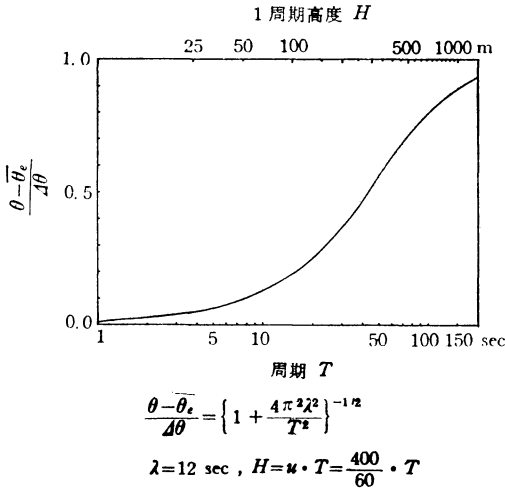
上式はいずれも  $t \rightarrow \infty$  では、大気温と温度計の振幅比は次式で示される。

\* On the Correction of the Significant Level Errors due to the Lag of Radiosonde Thermometer

\*\* T. Yamamoto, 日本気象協会東京本部

—1975年6月4日受理—

—1975年10月25日改稿受理—



第1図 周期変動の場合の温度計の応答特性

$$\frac{\theta - \bar{\theta}_e}{\Delta\theta} = \left\{ 1 + \frac{4\pi^2\lambda^2}{T^2} \right\}^{-1/2} \quad (8)$$

(8)式では、気温変動の周期に対して、温度計の示度には(7)式で示される一定の位相ずれ  $\epsilon$  がある。しかし、ゾンデの飛揚直後は過渡的な状態を示し、位相ずれが漸増的な変化をする時間帯がある。この時間帯は時定数  $\lambda$  によって変り、これが大きい程位相ずれが大きく、また(8)式に示される振幅比は小さくなり、見掛けの振幅は実際の振幅より小さくなる。

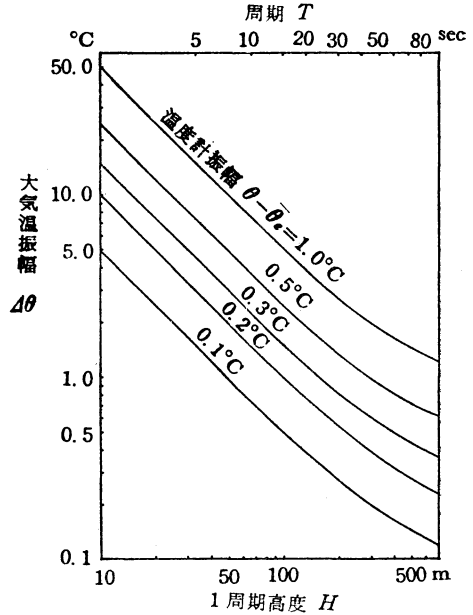
第1～2図は、 $\lambda=12$  secの時の定常的な周期変動の場合の応答特性と、温度計と気温の振幅の関係を示す。ここで  $u$  はゾンデの上昇速度である。

以上が大気に対する温度計の応答理論であるが、これをゾンデ観測による過渡的な応答特性にも、直接適用できる。つまり大気成層状態が相対的に急峻な減または逆転の場合には、正弦的な変動として、逆に緩やかな場合は、余弦的な変動として、(5)及び(6)式から実際の変動を内挿することができる。

ここで気温変化の急峻な場合と緩やかな場合、つまり正弦か余弦かの判別は、 $d\theta/dt$  が漸減的であるか漸増的であるかで決められる。しかし、温度計の応答では  $(d\theta/dt)_{t=0} = 0$  であるので、大勢的な見方をしなければ判別しにくい。その他、平均気温が変動のどの位置にあるかでも推定できる。

3. ゾンデの過渡応答

ゾンデを地上から飛揚させた場合には、大気とゾン



第2図 周期変動における大気と温度計の振幅の関係

$$\frac{\theta - \bar{\theta}_e}{\Delta\theta} = \left\{ 1 + \frac{4\pi^2\lambda^2}{T^2} \right\}^{-1/2}$$

$$\lambda = 12 \text{ sec}, H = u \cdot T = \frac{400}{60} \cdot T$$

デの温度示度とは等しくおけるので正弦的な気温変動の場合、初期条件は、 $(\theta)_{t=0} = \theta_0 = \bar{\theta}_e$  となるので(5)式より次式になる。

$$\theta_s = \bar{\theta}_e + \Delta\theta \left( \frac{1}{2} \sin 2\epsilon \cdot e^{-t/\lambda} + \cos \epsilon \cdot \sin \left( \frac{2\pi}{T} t - \epsilon \right) \right) \quad (9)$$

また、余弦変動では、 $(\theta)_{t=0} = \theta_0$  で  $|\theta_0 - \bar{\theta}_e| = \Delta\theta$  とおけるので(6)式より次式になる。

$$\theta_c = \bar{\theta}_e + \Delta\theta (\sin^2 \epsilon \cdot e^{-t/\lambda} + \cos \epsilon \cdot \cos \left( \frac{2\pi}{T} t - \epsilon \right)) \quad (10)$$

(9)式及び(10)式は、いずれもゾンデを地上から飛揚させた時の、 $t$ 時間後の気温を与える式である。ここで温度の時間変化を高度変化に変換するには、 $t = h/u$  とすればよい。

定常的な状態では、(8)式に示されるように正弦的な変動も余弦的な変動も変りがないが、過渡的な過程では異なった変動を示す。これは指数関数の項が初期程影響が大きくなるためである。つまり、余弦的な変動よりも正弦的な変動の方が応答が遅れることになる。

4. 特異点高度の補正

接地逆転や上層逆転がある時、てい減層と逆転層の境界は、特異点として記録される。周期変動では、この点は極大値または極小値とみなすことができる。従って特異点の現われる時点は、(9)式及び(10)式より極値を示す時間  $t_{s,c}$  を求めることによって決められる。実際には、これは測定結果と対応するものである。これに対して温度計がこの応答を示す時の大気温度変動の特異点つまり真の極値点は、(3)式及び(4)式より次のようになる。

$$\text{正弦的な変動} : \frac{2\pi}{T} t_{sn} = \frac{(2n-1)\pi}{2} \quad (11)$$

$$\text{余弦的な変動} : \frac{2\pi}{T} t_{cn} = n\pi \quad (12)$$

また、温度計に現われた変動の特異点は、(9)式及び(10)式より次式の関係を満たす  $t'_{sn}, t'_{cn}$  から得られる。

$$\left(\frac{d\theta_s}{dt}\right)_{t=t'_{sn}} = A \left( \cos \varepsilon \cdot e^{-t/\lambda} - \cos \left( \frac{2\pi}{T} t - \varepsilon \right) \right) = 0 \quad (13)$$

$$\left(\frac{d\theta_c}{dt}\right)_{t=t'_{cn}} = B \left( \cos \varepsilon \cdot e^{-t/\lambda} + \sin \left( \frac{2\pi}{T} t - \varepsilon \right) \right) = 0 \quad (14)$$

$A, B = \text{const.}$

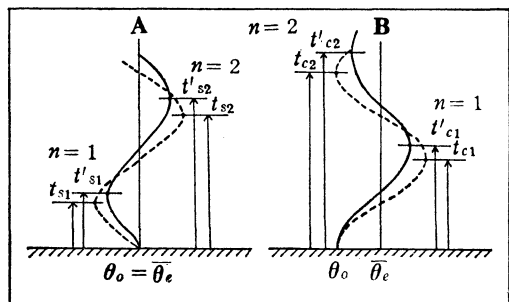
従って特異点の見かけの高度  $h'_{sn}, h'_{cn}$  は、

$$h'_{sn} = u \cdot t'_{sn} \quad (15)$$

$$h'_{cn} = u \cdot t'_{cn} \quad (16)$$

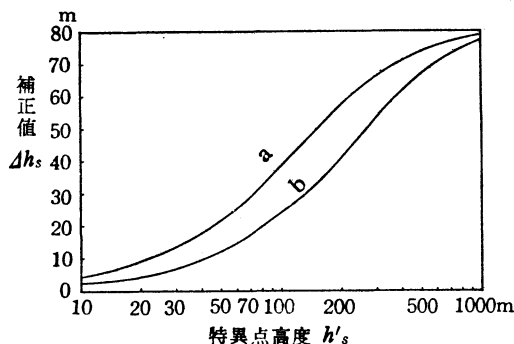
となる。ここで添字  $s, c$  は正弦と余弦の場合の区別を示す。 $n$  は特異点の地上からの順番に対応するもので自然数である。

実際の温度変動の特異点高度を  $h_{sn}, h_{cn}$  とすると、見掛けの特異点高度との差  $\Delta h$  は、



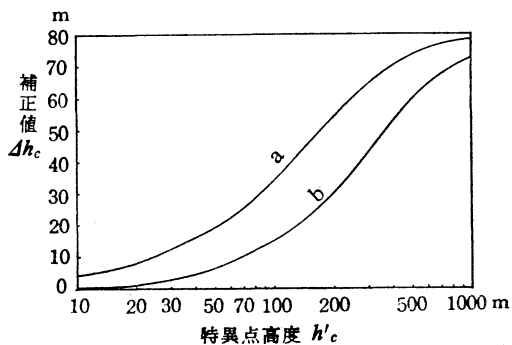
A. 正弦的な変動の場合  
B. 余弦的な変動の場合

第3図 測定気温分布(実線)と補正気温分布(点線)



a. SIN 第1極値点  $\left(\frac{1}{4}H\right)$   
b. SIN 第2極値点  $\left(\frac{3}{4}H\right)$   
 $\lambda = 12 \text{ sec}, u = 400 \text{ m/min}$   
 $h'_s - \Delta h_s = h_s$  (補正高度)

第4図 正弦変動の場合の特異点高度補正曲線



a. COS 第1極値点  $\left(\frac{1}{2}H\right)$   
b. COS 第2極値点  $(H)$   
 $\lambda = 12 \text{ sec}, u = 400 \text{ m/min}$   
 $h'_c - \Delta h_c = h_c$  (補正高度)

第5図 余弦変動の場合の特異点高度補正曲線

$$h'_{sn} - h_{sn} = \Delta h_{sn} \quad (17)$$

$$h'_{cn} - h_{cn} = \Delta h_{cn} \quad (18)$$

となる。ここに示された  $\Delta h_{sn}, \Delta h_{cn}$  は、大気温度が正弦変動または余弦変動する場合に、見掛け上現われた特異点高度  $h'_{sn}, h'_{cn}$  に対する補正值となる。

この補正值  $\Delta h$  は、ある時間経過した後には、一定値になるが、これを検証するには、極限の場合を想定することによって決められる。つまり見掛けの特異点高度を  $h'_\infty$ 、真の特異点高度を  $h_\infty$  とすると、次の関係式を見つけるとができる。

$$h'_{\infty} - h_{\infty} \leq u\lambda \quad (19)$$

これによれば、時定数とゾンデの上昇速度が決まれば、定常的な状態を判別することができる。

第3図は正弦的な変動と余弦的な変動の大気温鉛直分布と温度計のそれに対する応答の過程について、第1特異点と第2特異点の関係を示したものである。

### 5. 計算例

ここでは比較的热容量の大きいバイメタル式の温度計を例にとって、前述の数式に基づいた計算結果の一例を示す。

なお、温度計の時定数  $\lambda = 12 \text{ sec}$ 、ゾンデの上昇速度  $u = 400 \text{ m/min}$  とした。

第4～5図はこの条件で計算した時の、正弦的な場合と余弦的な場合の特異点に対する補正值を示す。

これによると、高度500m付近までは、徐々に高度ずれが増加し、高度200m付近では、正弦変動で40～60m、余弦変動で30～55m程の高度ずれが生じることになる。また、定常的な場合の高度ずれは80mとなる。

次に高度1000m単位の特異点の誤差については、10%以内でおさまるが、高度100m単位では15～40%の高度ずれを見積る必要がある。特に誤差の割合が大きいのは、正弦的な変動の場合の第1特異点、つまり地上から最も近い特異点である。これは接地層の強い逆転層やてい減層の高度に相当するもので、実際に特異点の最も現われやすいとみられている高度100～200m付近で、最も高度ずれの割合が大きいことになる。

### 6. あとがき

現在、高層観測で使用されている温度計は、数kmから数10km高度の温度測定が目的であるので、感部の時定数からみて、低層数100m付近の温度測定に使われるには、無理な要求ではある。しかし、環境大気調

査等で過去の上層データが必要な場合には、この高層観測のデータのみが頼りとなっている。

現在、日本気象協会で気温観測に使われている低層ゾンデは、応答特性がすぐれているので、以上述べたような測定誤差は、ほとんど問題とならないわけだが、バイメタルのように熱容量の大きい、つまり時定数の大きい温度計では、測定可能な温度変化率の限界や温度及び高度の誤差は無視できなくなる。特に接地逆転やフェーミゲーション現象が、応答特性の過渡的な過程で起きる場合には、定量的にそれらを把握することは必要となる。

これ以外にもゾンデによる測定誤差に関する問題は種々取り上げられている。例えば、高度計である気圧計の応答、その他測定系の電氣的または器械的な性能・特性や記録による測定誤差がある。またゾンデの上昇速度が大気温変動に比べて、十分に速くないと、気温プロファイルの同時性があるかどうかの問題もある。これらについては内外の文献が数多くあるので、特に触れなかった。

なお、本解析の計算には、マイクロコンピュータ SOBAX-ICC-2700 及び IBM システム/360 を使用した。

### 文 献

Middleton, W.E. Knowles, 1947: Meteorological Instruments II, The University of Toronto Press, Chapter 3.

佐貫亦男, 昭和28年: 地上気象器機, 共立全書, 91-101.

矢島幸雄, 1955: 温度計の遅れについて, 研究時報, 6, 615-625.

矢島幸雄, 1956: 気象測器の一階型応答, 研究時報, 8, 320-324.