

回転流体力学を学ぶために

遠 藤 昌 宏*

1. まえがき

回転流体力学は、文字通り回転効果の重要な流体の力学を取り扱う学問であるが、同時に、気象学の一分野として、大気の運動の流体力学的な「位置付け」の役割を担っている。基礎的な流体力学に立ち返って地球大気の運動を見直すというこの姿勢は、近年、地球流体力学的アプローチとして確立されてきた。回転する流体の基本物理の理解を目指すのであるから、記述はやや抽象的・数学的で、閉じた系の得られる回転容器を使って理論の検証が行なわれることが多い。そこで、重要な事は、大気の運動と回転容器内の流体の運動との間の力学的な相似性がどこに成立しているのかということ、学習にあたって確認しながら進むことであろう。そうすることによって、一見特殊な回転容器内の水の運動も、宇宙から見た地球大気の流れと同じく興味の尽きぬ現象と変容する。

ここでは、回転流体力学の分野のきわめて多岐にわたることを考えて、各節でもなるべく全般的な展望の得られる教科書・解説を紹介し、古典的な文献を除いて、学習に便利のように、総括的な論文を数を抑えて選んである。

2. 入門参考書

最初は、本格的な教科書よりも具体的なイメージを与える解説がよい。その意味で、木村^{1,2,3}が推奨される。

次に、一般的な流体力学を勉強したい。非回転系（静止系、慣性系）での流体力学の知識は、回転流体力学の理解に欠かせない。とくに、渦運動の諸定理、平行流の安定性、層流粘性境界層の知識は以下の各節で前提とされるのでいねいに勉強したい。しかし、ポテンシャル流についての詳細な知識はあまり必要でない。古典的な Lamb⁴ や最近の成果も取り入れ、学習に配慮の見られる Batchelor⁵, Yih⁶ が明快でよい。

回転流体力学は、主に非圧縮の流体を取り扱うが、これに抵抗を感じる人は、Boussinesq 近似の限界を認識し

てから以下の勉強を始めるとよい（小倉⁷, Veronis⁸）。

3. 密度一樣の回転流体の力学

静止系から見て、回転している流体に直接作用する外力（body force）を重力のみに限定すると、重力の影響を全く感じない密度一樣流体の場合と、浮力を通して運動が起きる密度成層流体の場合とに分けて考えた方がすっきりする（自由表面のある場合は、このように分けることができない）。

一樣な密度の回転流体の力学の教科書は、Greenspan⁹ が最も系統的に書かれている。一樣な密度の回転流体の基礎的性質を教えるにとどまらず、回転流体力学の研究の原点でもある。

(1) 時間的に定常な流れの場の構造

回転流体力学で流れという場合、一樣に回転している（剛体回転あるいは solid rotation）流体に相対的な運動を指す。それは、もし、流れが存在して外力が作用しなければ、粘性のため、時間が経つにつれて一樣回転に落ち着くからである。何らかの外力で引き起こされた流れは、Rossby 数 $\epsilon(=U/\Omega L$; 流れの加速度とコリオリ力の比) と Ekman 数 $E(=\nu/\Omega L^2$; 粘性力とコリオリ力との比) で整理され、地球大気・海洋を頭において、 $\epsilon < O(1)$, $E \ll O(1)$ の場合を考える。 $\epsilon < O(1)$ は、地衡流が定常流となること、したがって、Taylor¹⁰-Proudman¹¹ の定理が成立することを意味し、 $E \ll O(1)$ は、Ekman 層や Stewartson¹² 層などの境界層の存在を要請している。

Taylor-Proudman の定理に関連して、地衡流領域では、流れの障害物による 2 次元的なよどみの柱 (Taylor column¹⁰) ができる。これに関連して、Hide・Ibbetson¹³ の実験的研究と Jacobs¹⁴ の理論的研究がある。

β 効果の存在する時の定常流の問題は、海洋循環に関連して、Pedlosky・Greenspan¹⁵ が物理的なモデルを提出し、Robinson¹⁶ は詳しい境界層解析を行なっている。

(2) 定常な流れの場の形成

剛体回転している容器内の流体を考え、ある時刻に回

* A. Endoh, 東大海洋研究所.

転数を増加させた後、新しい剛体回転に達するまでの過程を調べる spin-up の問題は、定常流の形成機構、とくに、Ekman 層の役割を考える上で古典的な研究課題である。Greenspan・Howard¹⁷ の詳細な理論的研究、Greenspan⁹ による紹介、本質をよくかみ砕いた木村¹⁸ の解説が役に立つであろう。

(3) 安定波動

回転軸方向の運動を強制的に与えると、地衡流のバランスが崩れて、慣性波が生じる (Long¹⁹)。この種の慣性波 (振動数 $\omega \leq f$) の性質は、Bretherton²⁰ に詳しい。spin-up に伴っても慣性波は生じる。種々の形をした容器内の慣性波の振舞いは、Greenspan⁹ の紹介に詳しい。

流体の深さが、回転軸に直交する面内で変化していると、流体が伸び縮みを起こして、低周波 ($\omega \ll f$) の慣性振動が生じる。回転容器内では、この慣性波は容易に実現できるので比較的詳しく調べられている。(Ibbetson・Phillips²¹)。渦管の伸び縮みは非一様回転 (β 効果) によっても起きる。気象学では、この効果による低周波が Rossby 波^{22,23} として知られている。その Elementary wave の性質は数多くの教科書に見出されるが、Platzman²⁴, Longuet-Higgins^{25,26}, Pedlosky²⁷ が明快でよい。

(4) 流れの場の不安定性

(2) で学んだ地衡流と Ekman 層の流れは、常に安定な状態で存在できるわけではない。遠心力の半径方向の分布の仕方に起因する慣性不安定現象は、その一例である。Taylor²⁸ 以来、詳しい解析があるが、Rayleigh や Kármán による説明 (Rayleigh の criterion) が直観的に分かりやすい (Yih⁶ に簡潔にまとめられている)。室内実験では、Coles²⁹ が非常によく調べている。

地衡流領域で起きるもう一つの不安定は、流れの渦度分布に起因する。Taylor-Proudman の定理によって 2 次元な流れが実現しやすい回転系では、非回転系の平行流不安定の問題が適用されやすい。順圧不安定の研究も Yih⁶ によく紹介されているが、Drazin・Howard³⁰ や古典的な Lin³¹ には数学的に厳密な議論がある。 β 効果の安定性に対する影響は、木村³² の実験的研究がある。

Ekman 境界層もスパイラル状の流れのシアアの為に力学的に不安定になり得る。実験では、Faller³³ が、理論的には、Faller・Kaylor³⁴ が詳しい。また、Greenspan⁹ の紹介も簡潔でよい。

(5) 2次元乱流と β 効果

回転系では、層流が不安定化しても、2次元性が維持され、非回転系の3次元乱流のように、粘性のコントロールを一時的に受けることがない。2次元乱流で平均エントロフィーの保存則の重要性に最初に注目したのは、Fjortoft³⁵ であった。本格的な乱流論からスペクトル形を求めようとする Kraichnan³⁶、密度成層の強い大気にもこの性質を見出そうとする Charney³⁷, Barros・Nielsen³⁸、有限個の渦の相互作用の形態を調べる Merillees・Warn³⁹ などがある。 β 効果が存在する時の議論も数多いが、渦同志の相互作用の結果、東西流が発達することを示した Rhines⁴⁰ の一連の数値実験がよくまとまっている。

また、回転流体中の乱流 plume の性質が、新野⁴¹ によって実験的に調べられている。

4. 安定密度成層流体の回転流体力学

安定な密度成層をした流体の運動は、大気や海洋の運動と直接結びついていて、気象や海洋物理の立場からの議論が圧倒的に多い。ここでは、ぜひ押さえておきたい流れのメカニズムを議論するものに限定して紹介することにする。また、密度一様の回転流体系で生じる流れに対する、安定な密度成層の影響を調べる形で学習を進めるのが系統的でよい。

(1) 流れの場の構造と形成

直接粘性力の効かない地衡流の構造はいわゆる温度風で、回転軸方向の流れのシアアが、パラメータ $B (= \frac{N}{f} : N$ はバイサラ振動数) に比例する。成層のため、 $P_r B^2 > E^{1/2}$ (P_r : プラントル数) の時には Ekman 境界層の構造が崩れて、内部領域が粘性による消散を直接受ける。その一般的な議論は、Barcillon・Pedlosky⁴² にある。また、密度成層のため新たに生じる、Lineykin layer や Hydrostatic layer などの境界層の性質は、山形⁴³ の解説がわかりやすい。

Taylor column も成層によって $B^{-1}a$ (a : 障害物の水平スケール) までしか延びないことが知られている (Davies⁴⁴, Rhines⁴⁵)。

成層流体の spin-up の問題もパラメータ B に依存して、spin-up に要する時間は短くなる。Holton, Walin, 桜井の理論に続いて、Buzyna・Veronis⁴⁶ の実験が総括的である。

また、基本場の回転数を変化させる spin-up の問題に対して、流れの場あるいは圧力場の一方を、局所的に強制変化させて、新しい地衡流の実現性を調べる地衡風調

節の問題も基礎的で重要。Blumen⁴⁷の解説が最も系統的である。

(2) 成層回転流体の安定-不安定波動

安定成層流体では、浮力による復元力が働いて重力波が生じる。これと慣性波やロスビー波が組み合わされて、種々の分散特性を示す。Eckart⁴⁸や梶浦⁴⁹の教科書、赤道での自由波を調べた松野⁵⁰、流れとの相互作用に関連して伝播の問題を解説した瓜生⁵¹がある。

回転成層流体特有の傾圧不安定波については、Eady⁵²、Charney⁵³が古典的であるが、Pedlosky⁵⁴が総まとめをして系統的。日本語では、時岡⁵⁵(理論)や瓜生⁵⁶、木村⁵⁷(実験)の解説がある。また、Phillips⁵⁸、Kuo⁵⁹の総合報告は、それぞれ、物理的・数学的によく整理されている。一般流に水平シアがある時は、傾圧不安定波と込みになっていて、フロント波の問題として研究されている(Orlanski⁶⁰)。

5. 不安定成層をした回転流体の力学

不安定成層流体では熱対流が生じるが、回転効果は、Ekman 数をパラメータにしてこの熱対流を抑制する。

Chandrasekhar⁶¹は、熱対流の回転効果を線型理論に基づいて示している。回転球の内部加熱による熱対流は、Busse⁶²に詳しい。

その他、台風など、Ekman 層を通して条件付不安定大気の熱対流を維持する現象(山岬^{63,64}、Carrier⁶⁵)やEkman 層内部の対流不安定問題(Asai・Nakasuji⁶⁶)、熱塩対流に対する回転効果を論じた増田⁶⁷がある。

6. 回転流体力学全般にわたる総合報告・参考書

個々の現象についての勉強が終わると、復習を兼ねて、Stern⁶⁸、Kuo⁵⁹などを読みたい。Hide⁶⁹、Lighthill⁷⁰、Pedlosky²⁷は、やはりまとめの意味で、役に立つであろう。

最後に、論文を最少限に精選しようと努力したが、かなりの数にのぼってしまったことをお詫びします。さらに詳しい論文紹介は、木村³が充実しているので参照してほしい。

原稿に目を通して筆者の不勉強を補っていただいた、東大海洋研究所の木村助教授、吉崎助手に感謝します。

文 献

1 木村竜治, 1973: 回転流体の性質について, 天気, 20, 517-531.
 2 ———, 1975: 地球流体力学, 日本物理学会誌, 30, 506-515.

3 ———, 1976: 地球流体力学について, 天気, 23, 591-612.
 4 Lamb, H., 1932: Hydrodynamics, 6th ed., Cambridge Univ. Press, 738 pp.
 5 Batchelor, G.K., 1967: An Introduction to Fluid Dynamics, Cambridge Univ. Press, 615 pp.
 6 Yih, C. S., 1969: Fluid Mechanics, McGraw-Hill, 622 pp.
 7 小倉義光, 1966: 最近の気象力学, 気象研究ノート, 17, 1-61.
 8 Veronis, G., 1973: Large Scale Ocean Circulation, Advances in Applied Mechanics, 13, Academic Press.
 9 Greenspan, H.P., 1968: The Theory of Rotating Fluids, Cambridge Univ. Press, 328 pp.
 10 Taylor, G.I., 1923: Proc. Roy. Soc. London, A, 104, 213-218.
 11 Proudman, J., 1916: Proc. Roy. Soc. London, A, 92, 408-424.
 12 Stewartson, K., 1957: J. Fluid Mech., 3, 17-26.
 13 Hide, R., and A. Ibbetson, 1966: Icarus, 5, 279-290.
 14 Jacobs, S.J., 1964: J. Fluid Mech., 20, 581-591.
 15 Pedlosky, J. and H.P. Greenspan, 1967: J. Fluid Mech., 27, 291-304.
 16 Robinson, A. R., 1970: Boundary layers in ocean circulation models, Annual Review of Fluid Mech., 2, 293-312.
 17 Greenspan, H.P. and L.N. Howard, 1963: J. Fluid Mech., 17, 385-404.
 18 木村竜治, 1977: スピンアップの話, 海洋科学, 9, 686-692.
 19 Long, R.R., 1953: J. Met., 10, 197-202.
 20 Bretherton, F.P., 1967: J. Fluid Mech., 28, 545-570.
 21 Ibbetson, A. and N. Phillips, 1967: Tellus, 19, 81-87.
 22 Rossby, C.G. and collaborators, 1939: J. Marine Res., 3, 38-55.
 23 Haurwitz, B., 1940: J. Marine Res., 3, 254-267.
 24 Platzman, G.W., 1968: Quart. J. Roy. Met. Soc., 66, 225-248.
 25 Longuet-Higgins, M.S., 1964: Proc. Roy. Soc., A, 279, 446-473.
 26 ———, 1965, Proc. Roy. Soc., A, 284, 40-54.
 27 Pedlosky, J., 1971: Mathematical problems in the Geophysical Sciences., Ame. Met. Soc., 383 pp.

- 28 Taylor, G.I., 1923: Phil. Trans. Roy. Soc., **A**, 223, 289-343.
- 29 Coles, D., 1965: J. Fluid Mech., **21**, 385-425.
- 30 Drazin, P. G. and L. N. Howard, 1966: Hydrodynamic Stability of Parallel Flow of Inviscid Fluid. Advances in Applied Mech., **9**, 1-85, Academic Press.
- 31 Lin, C.C., 1955: The Theory of Hydrodynamic Stability, Cambridge Univ. Press, 155 pp.
- 32 木村竜治, 1976: Geophys. Fluid Dyn., **7**, 205-230.
- 33 Faller, A.J., 1963: J. Fluid Mech., **15**, 560-576.
- 34 Faller, A. J. and R.E. Kaylor, 1966: J. Atmos. Sci., **23**, 466-480.
- 35 Fjortoft, R., 1953: Tellus, **5**, 225-230.
- 36 Kraichnan, R.H., 1971: J. Fluid Mech., **47**, 525-535.
- 37 Charney, J.G., 1971: J. Atmos. Sci., **28**, 1087-1095.
- 38 Barros and W. Niilsen, 1974: J. Atmos. Sci., **31**, 609-621.
- 39 Merillees, P.E. and H. Warn, 1975: J. Fluid Mech., **69**, 625-630.
- 40 Rhines, P.B., 1977: The Dynamics of Unsteady Currents, The Sea, **6**, 189-318, John-Wiley & Sons.
- 41 新野 宏, 1978, Turbulent Jet in a Rotating Fluid, to be submitted to J. Met. Soc. Japan.
- 42 Barcillon, V. and J. Pedlosky, 1967: J. Fluid Mech., **29**, 609-621.
- 43 山形俊男, 1974: 沿岸湧昇と回転流体中の境界層, 海洋科学, **6**, 387-391.
- 44 Davies, P.A., 1972: J. Fluid Mech., **54**, 691-717.
- 45 Rhines, P.B., 1970: Geophys. Fluid Dyn., **1**, 273-302.
- 46 Buzyna, G. and G. Veronis, 1971: J. Fluid Mech., **50**, 579-608.
- 47 Blumen, W., 1972: Geostrophic Adjustment, Rev. Geophys. Spacephys., **10**, 485-528.
- 48 Eckart, C., 1960: Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres, Pergamon Press, 290 pp.
- 49 梶浦欣二郎, 1976: 海洋における内部波, 東京大学出版会, 海洋学講座, **2**, 1-61.
- 50 松野太郎, 1966: J. Met. Soc. Japan, **44**, 25-43, (解説が 天気, 1970, **17**, 349-352 にある)
- 51 瓜生道也, 1976: 波とそのまわりの平均運動, 天気, **23**, 3-22.
- 52 Eady, E.T., 1949: Tellus, **1**, 33-52.
- 53 Charney, J.G., 1947: J. Met., **4**, 135-162.
- 54 Pedlosky, J., 1964: Part I - II, J. Atmos. Sci., **21**, 209-219, 342-353.
- 55 時岡達志, 1972~74: 回転流体中の波動, I ~ IV, 大気, **8**~10.
- 56 瓜生道也, 1973: 回転水槽実験のはなし, 天気, **20**, 323-333.
- 57 木村竜治, 1976: 実験室に見る傾圧不安定と傾圧不安定, 海洋科学, **8**, 239-246.
- 58 Phillips, N. A., 1963: Geostrophic motion, Rev. Geophys., **1**, 123-176.
- 59 Kuo, H.L., 1973: Advances in Applied Mechanics, **13**, 247-330, Academic Press, 341 pp.
- 60 Orlandi, I., 1968: J. Atmos. Sci., **25**, 178-199.
- 61 Chandrasekhar, S., 1968: Hydrodynamic and Hydromagnetic Stability, Oxford Univ. Press, 652 pp.
- 62 Busse, F.H., 1976: Icarus, **29**, 255-260.
- 63 山岬正紀, 1975: 条件付不安定大気中の対流, 海洋科学, **7**, 401-406.
- 64 ———, 1976: 台風の構造と発達力学, 気研ノート, **129**, 1-63.
- 65 Carrier, G.F., 1971: J. Fluid Mech., **49**, 145-158.
- 66 Asai, T. and T. Nakasuji, 1973: J. Met. Soc. Japan, **51**, 29-42.
- 67 増田 章, 1978: J. Oceanog. Soc. Japan, **34**, 8-16.
- 68 Stern, M.E., 1975: Ocean Circulation Physics, Academic Press, 246 pp.
- 69 Hide, R., 1966: Review article on the dynamics of rotating fluids and related topics in geophysical fluid dynamics, Bull. Ame. Met. Soc., **47**, 873-885.
- 70 Lighthill, M.J., 1966: Dynamics of rotating fluids, J. Fluid Mech., **26**, 411-431.