

## 波による平均流の加速について\*

—学会賞受賞記念講演—

瓜 生 道 也\*

このたびは学会賞を頂きまして、大変ありがたくまた光栄に存じます。それに賞金まで頂戴し、しかも増額されて一なんとなく博多は中洲の光がちらついてまいります。

私の仕事は、今までは地球流体力学と呼ばれる分野に属しております。それは気象学と正面から結びつくというより、はずかひに交わるような分野ですから、そういう仕事に目を向けて頂いたことに心から感謝致しております。その意味で、今回の私の受賞は、私ども地球流体力学の研究仲間への激励でもあらうと思っている次第です。

今日は何か講演するよという学会からの要請でございますが、そのためには、私がその一部を生業としてい地球流体力学がどんなものであるかをお話するのがあるいは適当かも知れませんが、それについては海洋研究所の木村さんがすでに「天気」などにお書きになってありますし、また私には少々荷がかちすぎますので、やはり慣例に従いまして、自分の仕事についてお話することに致します。しかし内容については、「天気」の1976年1月号にかなり詳しく書いておりますので、ここでは専ら、それらの仕事を通して私は、いったい何がわかりかかったのか、私にとって何が問題であったのか、そういうことをお話したいと思います。

ところで、古今集の春の歌の中に、紀貫之の「さくらはな散りぬる風の名残りには水なき空に波ぞたちける」という歌があります。これは私の大変好きな歌ですが、ここ数年私はその「水なき空」に立ちわたる波を仕事の対象としてまいりました。気象学ではむしろ「水ある空」が大切なわけですが、地球流体力学的センスではまず「水なき空」を相手とします。

波といえば、ここではプラネタリー波や内部重力波が主たる相手ですが、私はそのプラネタリー波や内部重力

波とバックグラウンドの平均帯状流との、いわゆる非線型相互作用、とりわけ「波による平均流の加速あるいは減速」の問題を取り扱ってまいりました。これは、「成層圏突然昇温」や「赤道成層圏の26ヶ月周期振動」などと密接に関係しております。

もうよく知られていますように、松野先生の「突然昇温のモデル」やリンツェン氏とホルトン氏の「26ヶ月周期のモデル」は、下層で何らかの原因によってつくられたプラネタリー波や内部重力波が上層に伝わっていくうちに、もともとある平均帯状流を変えてしまうという効果を取り入れることで、事柄の大筋を説明することに成功しました。

松野先生のモデルは1971年に発表されましたが、その頃の私にはよくわかりませんでした。ただ、どうやら波は流れを変えるらしいことを知っただけでした。しかし、波が平均的な流れを変えるあるいはつくるということは不思議に思えました。波は状態の変化が一定の周期で繰り返すだけですから、一周平均すればもとのもくあみで何も残るはずはないからです。

ところが、たとえば松野モデルが語るように、有限振幅のプラネタリー波は上層へ伝わる時南から北へ熱を運び、その結果、北側が加熱され南側が冷却される。そうすると、北側に上昇流、南側に下降流を伴う平均子午面循環ができて、それにコリオリ力が作用して、結局、波の先端部に東風がつけられることになる。なるほど非線型効果とはそんなものかなという気がしました。

しかし、帯状流が変化するというのに、この説明には東西方向の力が直接あらわれてこないわけです。こういうところが私にはよくわからなかったように思います。松野モデルで仮定されている波は、地面に対して動かないけれど上方に伝わりつつあるプラネタリー波ですから、それは西風が、たとえば山を越える時につくられた波なわけで、したがって、空気は山を越えるとき西向きに押されていることとなります。その西向きの力が波の先端部にあらわれているわけです。

\* On the acceleration of mean zonal flow by planetary wave.

\*\* M. Uryu. 九州大学理学部

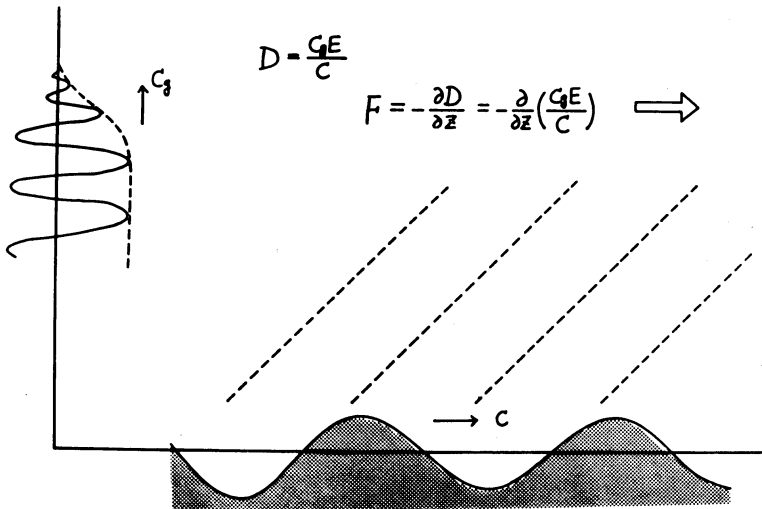
とはいえ、こういうことを納得するためには、私はまことに初歩的な事柄から始めねばなりません。つまり、ベータ平面上に静止した流体層を考え、底板は一定の波長でこぼこしているとして、その板を徐々に動かして一定の速さにしてやります。そうやってロスビー波をつくり東風ができてくるプロセスを見たわけです。妙な譬えかも知れませんが、藤原定家の短歌理論に「本歌取り」という考え方があります。それは先人の歌のいいことばをとり練習せよということですが、私はそれを地で行ったようなものです。もちろんこのまゝでは論文になるようなしるものではありませんでしたが、後で論文に仕立てることができたのは、松野先生の「波によるスピン・アップ」というヒントでした。

スピン・アップまたはダウンというのは、容器の中に流体を入れて一定の回転数で回しておきますと、その状態では流体は容器と一緒に回っていますが、回転数をちょっと変えてやったとき、流体はどのようにして新しい回転状態に入っていくかという問題です。紅茶をかきまわして、ぱっと匙を上げますと、紅茶のはっぱが次第に真中に寄ってきて、そうするうちに紅茶も止まってしまう。それと同じ問題です。これは、結局、容器の底や壁が及ぼす粘性摩擦力が次第に流体内部に伝達されていくプロセスなわけです。それで、「波が流れをつくる」ことを「波によるスピン・アップ」と考えるということは、波をでこぼこした底板によって造れば、底板は造波抵抗を感じるわけですから、その分だけ流体は力を

受けるはずで、その力の伝達過程を考えることになります。そのプロセスが、プラネタリー波の場合、先ほどの平均子午面循環を媒介としてあらわれているわけです。「波によるスピン・アップ」というヒントをこういう風に理解したとき、ようやく私は少し前へ進むことができましたようです。

このあと、波によってつくられる平均流の大きさを波のエネルギーや位相速度などで表現することを考えました。それから、流体が力を受けるわけですから、力学的には流体粒子の運動が問題です。それでそういうことを考えていきました。以下、図(スライド)で御説明致します。

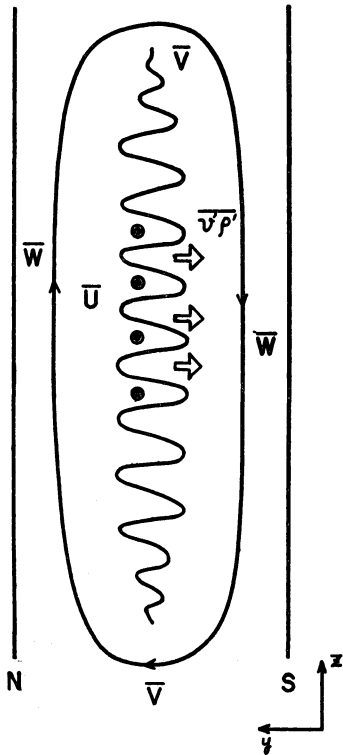
第1図がでこぼこした底板をひきずって波をつくっているところです。左端に示していますが、過渡状態で波はこのような波束として上層へ伝わっていきます。その群速度を  $C_g$ 、波のエネルギーを  $E$ 、波の位相速度(板の速度)を  $C$  とすると、底板が感じる造波抵抗  $D$  は  $D = C_g E / C$  で与えられます。そうすると、流体はこの抵抗に見合う力を及ぼされているわけで、その力  $F$  は  $F = -\partial D / \partial Z$  となると予想されます。つまり、この力  $F$  は波の振幅が変化する先端部に現われることになります。あとは、プラネタリー波や内部重力波について、この力に見合う平均流加速が生じることをきちんと証明すればいいわけです。そして、その平均流が流体粒子の平均運動量に全体として等しいことを示せばよいことになります。この流体粒子の平均運動がこれまでほとんど問題に



第1図

なっていなかった事柄でした。また、図のような transient wave を考えると、いわゆるチャーニー・ドレージンの定理「定常波はクリティカル・レベルも散逸もないならば平均流を変化させない」の意味がわかってきます。すなわち、定常波というのは波が立ちはじめ無限の時間が経過して得られるわけで、そのときには山によって加えられた力はすでに無限遠に到達してこの流体を加速していることになります。山の造波抵抗に見合った力は流体層にはあらわれないわけです。(図で言えば波の振幅が一定になっています)。逆に言いますと、チャーニー・ドレージンの定理に対するこの評価ができたとき、transient wave でものごとを考慮する意義がわかったといえます。

波が十分発達したところでこぼこをなくしますと、波は自由な波束として伝わっていきます。第2図は、プラネタリー波のポケットが上層に向かっていくところです。この波束に伴って、北向きの熱輸送がおこり、その結果北側で上昇、南側で下降する平均子午面循環が誘起され、その循環にコリオリ力が作用して波束の先端で東風、しっぽで西風がつけられることとなります。これが



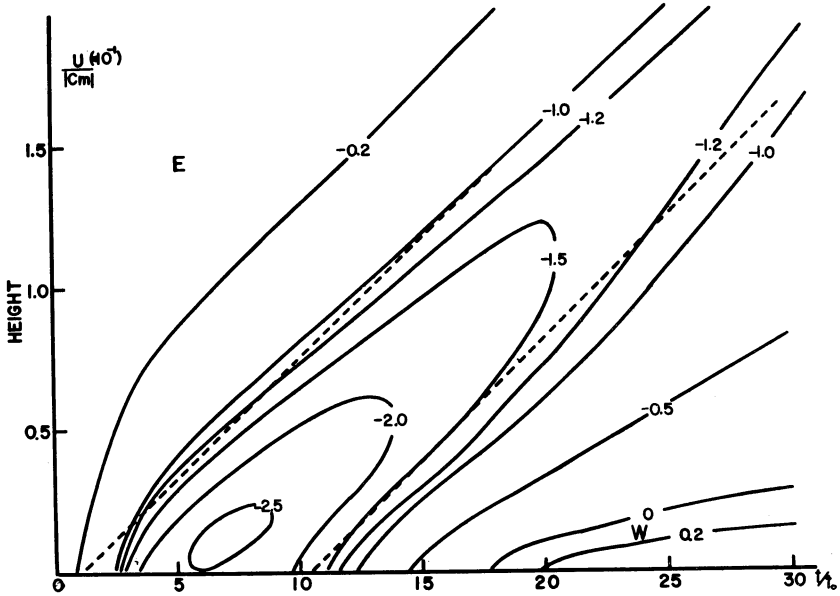
第2図

松野モデルの基本的なからくりですが、先ほどの力で申しますと、先端には波をつくる時の力があらわれ、しっぽでは波が消えるため逆向きの力となります。ポケットの中には山からもらった運動量が詰め込まれているというわけです。この図がかけたとき問題はほぼ解決したように思います。あとは、1次の方程式の解として波束の解を求めて、2次の平均流を計算すればよいことになります。余談になりますが、デカルトの「気象学」を見ますと、その虹の理論の冒頭で、小さなたくさんの水滴のかわりに空に大きな円を描くことを思いついたと書いていますが、なるほどと思います。簡単な絵がかけると問題が大部分解決することになるようです。

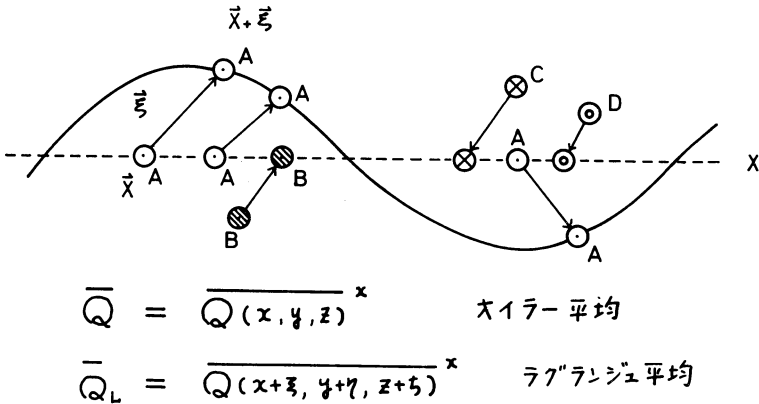
第3図は、先ほど申しましたように、一定時間底板を動かしてその後でこぼこを取り去って得られた、ロスビー波束による東風の誘導過程です。東風が群速度(点線)で上方に伝わっていくのがわかります。この東風の大きさを求める公式をつくることとなります。

これまで、平均流ということばと流体粒子の平均運動ということばを使いましたが、これには理由があります。そのことは流体が受ける力を考える際に大切であります。第4図によって説明しますと、まず流体中に一本の線(または面)  $x$  を考えます。波のない状態ではこの線(面)は一本(枚)の物質線(面), material line (surface) とみなすことができます。たとえば等温線(面)です。ところが、波がやって来ますと、この物質線(面)は波打って、この線(面)上の粒子  $A$  は元の位置  $\vec{X}$  から  $\vec{X} + \xi$  ( $\xi$  は変位) に移動します。このときには空間に引かれた線  $x$  はもはや物質線ではありません。線  $x$  上には、他の線上にあった粒子  $B$  や  $C$  や  $D$  が並ぶこととなります。

さて、ここで、ある物理量  $Q$  の平均値を考えることにします。それには次のような二様のやり方があり得ます。ひとつは線  $x$  に沿って平均する ( $\overline{Q(x, y, z)}$ ) 方法で、これはオイラー平均と呼ばれ、通常「平均流」というときはこの平均操作で得られる流れです。もうひとつは、流体粒子の運動の1周期(または1波長)に従う平均です。はじめまっすぐな物質線(面)上にあった粒子の運動は、どの粒子を見ても初期位相に違いがあるだけですから、一つの粒子の運動に伴う1波長平均は粒子全体の平均と同じになります。これがラグランジュ平均と呼ばれるもので、 $\overline{Q(x+\xi, y+\eta, z+\zeta)}$  で与えられます。たとえば、ラグランジュ平均の速度は、波の振幅の2次のオーダーまで書きますと、



第3図



第4図

$$\vec{U}_L = \vec{U}_0 + \vec{U} + (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla}) \vec{u}' + \frac{1}{2} \overline{\vec{\xi} \cdot (\vec{\xi} \cdot \vec{\nabla}) \vec{\nabla}} \vec{U}_0 \quad (1)$$

となります。  $\vec{U}_0$  は基本流速、  $\vec{u}'$  は波に伴う流速の乱れであり、これは通常の1次の摂動方程式（オイラー的）から求められます。変位  $\vec{\xi}$  は  $\vec{u}'$  から求めることができます。上式で  $\vec{U}$  はオイラー平均流速で、これも  $\vec{u}'$  がわかっておれば、2次のオーダーの平均運動方程式から決められるわけです。第2、3項はストークス・ドリフトと呼ばれる補正項です。このように、ラグランジュ平均

はオイラー平均と異なっております。

そこで、  $\vec{U}_L$  や  $\vec{U}$  が従う方程式を見ますと、

$$\frac{\partial \vec{U}}{\partial t} + \vec{\nabla} \frac{\partial U_0}{\partial y} + \vec{W} \frac{\partial U_0}{\partial z} - f \vec{V} = -\frac{\partial \vec{u}' \cdot \vec{v}'}{\partial y} - \frac{\partial \vec{u}' \cdot \vec{w}'}{\partial z} \quad (2)$$

$$\frac{\partial \vec{U}_L}{\partial t} + \vec{\nabla}_L \frac{\partial U_0}{\partial y} + \vec{W}_L \frac{\partial U_0}{\partial z} - f \vec{V}_L = \frac{\partial}{\partial y} \left( \frac{p'}{\rho_0} \frac{\partial \eta}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial z} \left( \frac{p'}{\rho_0} \frac{\partial \zeta}{\partial x} \right) \quad (3)$$

となります。これは、運動方程式の東西(x)成分だけ示

しました。(3)式は、(1)から  $\bar{U}$  を出して、(2)に代入すれば得られます。(2)が通常平均運動方程式で、右辺には波によるレイノルズ応力があらわれます。(3)の右辺は、圧力の乱れと物質面でのこぼことの相関に基づく力で、 $\rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial x}$  などは輻射応力 (radiation stress) と呼ばれています。これは言い変えますと、波打った物質面の一方側の粒子が他方の粒子にあたかも剛体壁のように力を及ぼしていることを示しています。(3)式はアンドリュース氏とマッキンタイア氏によって一般的に基礎づけられましたし、最近中村健治氏 (電波研究所) が少し異なった観点から導いておられます。

さて、第2図に示したロスビー波束の上方伝播の際のオイラー平均流やラグランジュ平均流を計算します。そうしますと、ロスビー波に伴う熱流束は  $C_g E/C$  と等価であること、 $C_g E/C$  は輻射応力に等しいことなどがわかります。そして、

$$\langle \bar{U} \rangle = \langle \bar{U}_L \rangle = E/C \quad (4)$$

が得られます。 $\langle \rangle$  は南北平均です。こうして、波によって誘導される平均流  $\langle \bar{U} \rangle$  は波のエネルギーを位相速度で割った大きさになることと、それが全体としてラグランジュ平均速度と等しいこと、それゆえに  $E/C$  は運動量と考えてよいことがわかります。この意味で波は  $E/C$  の運動量をもって、それが平均流  $\bar{U}$  としてあらわれると言えます。なお、この問題で粒子の上昇下降を計算しますと、 $\bar{W}_L = 0$  となり、粒子は平均としてはその高さを変えないことがわかります、 $\bar{W} \neq 0$  であることは、第2図に示したとおりです。

これで一応の目的は達したわけでした。\* ころでは省略しましたが、この種の一連の仕事をする前に、定常波に関するエアッセン・バームの関係式をそれまでとは違った観点から書き直すことを試みました。73年の論文です。エアッセン・バームの関係式は、平均流が定常波によっては変化しないことを支える重要なものですが、その意味がよくわからなかったわけです。流体粒子

の速度を持ち込んでもっとわかりやすい形にならないかと思ってやったのですが、そうしますと、粒子速度の相関—レイノルズ応力に似ていてちょっと違うものですが—の発散が0という結論が出ました。その相関を私は「波の運動量フラックス」と呼んだのですが、最近、中村健治さんがもっとわかりやすいやり方で議論され、それがラグランジュ平均運動方程式の右辺の輻射応力と同じものであることを証明されました。

ごく最近のことですが、中村さんのお仕事を含めて、アンドリュース氏とマッキンタイア氏、プレザートン氏などによってラグランジュ平均の流体力学の理論がつくり上げられております。また、松野先生と中村さんによって突然昇温のラグランジュ的考察がなされており、近く印刷になると思います。宮原三郎氏 (九大) も、大潮汐波による熱圏下部における平均風系の生成をやっておられ、近々 part II が発表されると思います (注: この講演で傾圧不安定のラグランジュ平均による考察をお話する予定でしたが時間の都合で止めました)。こういう最近の一連の動きに、私の仕事がかきかけをつくったのだとすれば、それは大変うれしいことだと思っております。

恥かしいことですが、実は73年のエアッセン・バームの関係式に関する論文を書くまで、10年間くらい何も書いておりません。全く書けませんでした。自分の表現がわからなかったということでしょうか。私は大変お苦手の人間のようなです\*。

最後になりましたが、大学院以来、学問のみならず人生万般に涉ってお教え頂いた 沢田先生 と、こゝにはいらっしやいませんが、私にたくさんのことを教えて下さりまた議論して下さいました 松野先生 に心から感謝致しております。いい先生方に恵まれて私はたいへん幸せ者でございます。また、いつも楽しい話相手であり研究仲間である宮原さん、守田さんはじめ研究室の人たちにも、いつも奇妙なことばかり言う私につきあって下さって、ほんとうに有難く思っております。

ありがとうございました。

(\* )ここから次の(\*)印までは時間がなくて喋れなかった部分です。