1979年6月　天　気　Vol. 26, No. 6

551. 501. 45

最近のアメリカにおける気象，気候の統計手法*

鈴 木 栄 一**

はしがき

昨年7月～9月，筆者は，短期研究留学の形でアメリカのコロラド大学および NCAR (National Center for Atmospheric Research) を訪問し，とくに NCAR では一研究室を与えられ，ASP (Advanced Studies Program) の方々や summer visitors の研究者と討論する機会に恵まれた．

コロラド大学では，主に Medical Center (この大学では医学部といわずに Medical Center，工学部といわずに Engineering Center と称されている) の大学院で数理統計学 (主として時系列解析) の指導教授である Dr. R.H. Jones を中心とする方々 (大学院博士課程学生を含む) とも交流を深めることができた．

NCAR の ASP 部門の状況については古川武彦氏 (1977) もすでに述べられたように，多くの summer visitor がきて交流を深めている．

ここでは，そこで筆者が見聞してきた，気象学や気候学に関する最近の統計的諸話題を中心に，関連ある最近のテーマを紹介するとともに，本年11月に予定されている気候統計の国際的ミーティングとも関係がありそうないくつかのトピックに言及してみたい．

気象学や気候学の研究に利用された統計手法の分野としては，観測される物理量やその解析結果を要素とする時，

要素の統計的性格を示すような度数分布則の提示

要素の時間的変化を記述するための時系列解析，マルコフチエンモデル，正規回帰モデルの応用

要素の空間的相互関係を分析するための主成分分析，空間的相関パタンの分析，クラスター分析，ベクトル相関論の応用

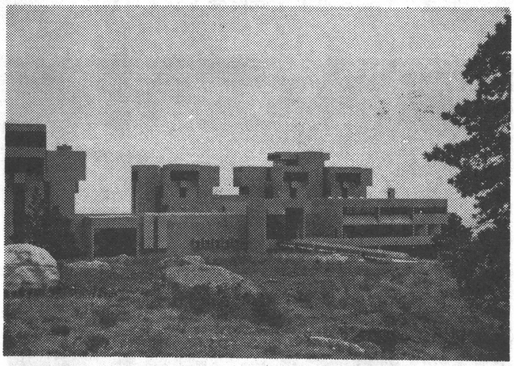

写真1　山側からみた NCAR 本館．

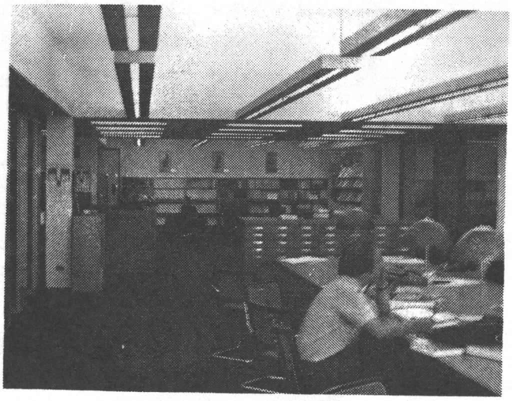

写真2　NCAR 図書室．

要素の時間的空間的相互関係を分析するためのクロス相関とその相関行列分析，コスペクトル分析の応用

要素の予測，推定のための重回帰分析，判別分析，ベーイスの定理からスタートする諸手法の応用

二つ以上の要素を同時に扱うためのベクトル回帰，複

* Modern Statistical Approaches in Atmospheric Science of U.S.

** E. Suzuki，青山学院大学経済学部．

写真3　コロラド大学医学センター病院．

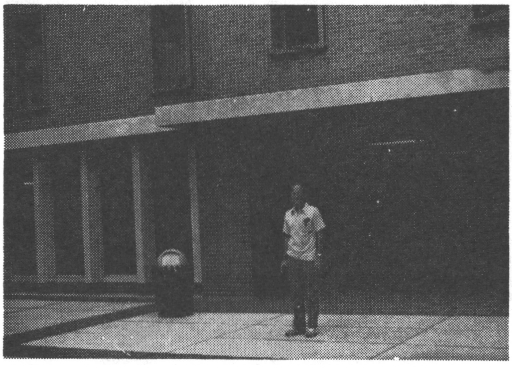

写真4　コロラド大学医学センター正面入口．

素変数回帰，正準回帰，数量化技法の導入（鈴木，1978）

実際と予測ないし理論計算との比較検証に必要な統計的指標（スコア，χ^2-的統計量）の提示

となろう．この他にも特殊な取扱い（ノンパラメトリック法，定性関連分析，情報理論の応用など）が，それぞれの特殊目的に応じて考えられてきた．

つまり，“目的に応じて，目的に適応しそうな統計手法”が工夫されてきたといえる．これが簡単なアウトラインであるが，隣接科学分野（河川学，水文学，応用物理学など）の統計手法をそっくり転用するか，統計学テキストの方法を多少変形工夫して応用するかにとどまり，意欲的な手法自身の開発はほとんどなく，“物理的考察”が強調されてきた（アメリカではそんな動向は見当たらなかった）．

1．気象要素，気候要素の確率分布則

昔から，気圧，気温，風速については正規分布，降水量についてはガンマ分布か n 乗根正規分布（$n=1/2$, $1/3$）といわれ，湿度についてはベータ分布，風速統計量についての菱田の確率分布* などが示されたことがあるが，アメリカで関心をもたれているのは，依然として降水量の確率分布則である．

Shenton・Bowman（Amer. Met. Soc., 1973）は，降水データにガンマ分布を適合させるとき，パラメータ推定に必要なデータサンプリング上の注意（独立標本としての条件など）を述べ，Crovelli（Amer. Met. Soc., 1973）は，2地点降水量同時分布に2変量ガンマ分布則を適合させる簡便的手法を提示した．

一方，Johnson・Mielke（Amer. Met. Soc., 1973）は，すでに B.I.M.S.（Bulletin of Institute of Mathematical Statistics）誌上に提出しておいた5パラメータをもつ一般化 Kappa 分布

$$f(x;\ A,\ B,\ C,\ D,\ e) = Ax^{\beta}\exp\{-C\ln(D+x^{e})\} \qquad (1.\ 1)$$

を基本にして，降水量分布に種々提案されてきた各確率分布の比較検討を試み，実際の適合性を調べているが，パラメータの最尤推定が連立超越方程式の解でしか得られず，かつその漸近的誤差分散行列もたいへん面倒であり，理論的興味はあっても，実際上のパラメータの意味（shape parameter と size parameter など）から考えて問題が残る（残念ながら，筆者の提示した超ガンマ分布の適合性は検討されていない）．

Flueck・Mielke（Amer. Met. Soc., 1975）が提起しているように，必ずしも2変量正規分布でない2変量確率分布則を気象諸要素の同時分布モデルとして開発検討する必要があろう（将来の多変量確率分布則確立のために）．

これと並行して現在アメリカで研究されているのは，気象極値の確率分布，$m\ (\geqq 1)$ 位極値（大きさ n の標本変量のうち $m\ (<n)$ 番目に大きい標本変量）の確率分布の二つである．

前者については昔から Gumbel（1934）の2重指数分布，Jenkinson（1955）の変形指数分布その他が用いられてきた．

最近，Jenkinson（Amer. Met. Soc., 1975; 1977）

* 10分か20分の平均風速 $\bar{V}$ の $p.d.f.$ が $f(\bar{V};\ \alpha)=\alpha^2\bar{V}e^{-\alpha\bar{V}}(\bar{V}\geqq 0)$ である．α は平均の仕方できまるパラメータで，これはガンマ分布の特別な場合となっている．

は，気象学上の極値（最大値）解析に有効な彼なりの極値分布として2パラメータモデル，

$$F(x)=\exp\left\{-\left(1-\frac{k(x-x_0)}{\alpha}\right)^{k^{-1}}\right\}\quad(x>0) \tag{1. 2}$$

を示した．

Stevens (Amer. Met. Soc., 1975) は，m 位極値分布の2パラメータモデル，

$$f(x)=\frac{m^m}{\beta_m(m-1)!}\exp\left\{\frac{-m(x-\alpha_m)}{\beta_m}-\exp\left\{-\frac{(x-\alpha_m)}{\beta_m}\right\}\right\} \tag{1. 3}$$

α_m=location parameter, β_m=shape parameter

をスタートにして，α_m, β_m の最尤推定量がそれぞれ，

$$\alpha_m=-\beta_m\ln\left\{\sum_{i=1}^{N}\exp\left(-\frac{X_i}{\beta_m}\right)/N\right\},$$

$$\sum_{i=1}^{N}\frac{X_i}{N}+\frac{\sum_{i=1}^{N}X_i\exp(-X_i/\beta_m)}{\sum_{i=1}^{N}\exp(-X_i/\beta_m)}=0 \tag{1. 4}$$

の解として得られることを示した．ただし，標本の大きさ N で，データは，X_1, $X_2,\cdots$, X_N である．

p.d.f.(1. 3) の形でなく，確率分布 $F(x)$ の形としては，

$$F(x)=\exp\left[-m\exp\left\{\frac{-(x-\alpha_m)}{\beta_m}\right\}\right]$$

$$\sum_{\nu=0}^{m-1}\left[m^\nu\exp\left\{\frac{-\nu(x-\alpha_m)}{\beta_m}\right\}/\nu!\right] \tag{1. 5}$$

が得られている．Jenkinson や Stevens の諸結果はいずれも Conference の予稿集にある．

しかし， Dronkers (1958) 以来研究され，Kendall・Stuart (1969) のテキストにある漸近分布論以上の成果ではない．

気象界では，極値分布の適用を論ずるほとんどの論文が「結果としての Gumbel 型か他の分布型」をスタートにし，なぜ，どんな条件と仮定下で，こうした「結果」となっているか，基本にさかのぼって考察していない！　やはり基本的面から考察すべきであり，そこで用いられている条件や仮定を実際的にチェックしないと，結果だけの適合良否の議論では今後の発展はないだろう．そこで，少し脱線するがその点だけに絞り，定理の形で，簡単に要約しておこう．

〔定理1〕 確率変数 X の確率分布 $F(x)\equiv P(X\leqq x)$ とその *p.d.f.* $f(x)=dF(x)/dx$ が存在するとき，大きさ n の順序標本 $X_1<X_2<\cdots<X_n$ に対し $F(\operatorname*{Max}_i X_i)=\operatorname*{Max}_i F(X_i)=U_n$ とすると，$n(1-U_n)$ は $n\to\infty$ のとき，指数分布に近ずく．

〔定理2〕 確率分布については．一般に $F(+\infty)=P(X\leqq+\infty)=1$ であるが，これを逆関数の形でかいた $F^{-1}(1)=+\infty$ の左辺（　）における1の代わりに，$1-v$ とし，$\lim_{v\to0}v^\alpha F^{-1}(1-v)=c$ なる正実数 c,α が存在すれば，$Z=\operatorname{Max}X_i/cn^\alpha\equiv X_n/cn^\alpha$ の確率分布は $n\to\infty$ のとき，負の指数をもつワイブル分布に近ずく．

$$P(Z\leqq z)\sim e^{-z^{-1/\alpha}} \tag{1. 6}$$

ただし，ワイブル (Weibull) 分布とは $P(X\leqq x)\equiv F(x)=1-e^{-cx^\alpha}$ なる連続な分布をいう．

〔定理3〕 同じ確率分布の条件で，もし $\lim_{v\to0}(-\log v)^{-1}F^{-1}(1-v)=c$ なる正実数 c が存在すれば，$Z=\operatorname{Max}X_i-c\log n$ の確率分布は，$n\to\infty$ のとき，2重指数分布 (Gumbel 型) に近ずく．

$$P(Z\leqq z)\sim\exp(-\exp(-z/c)) \tag{1. 7}$$

〔定理4〕 上の定理をさらに一般化して，$\lim_{v\to0}(-\log v)^{-1/\alpha}F^{-1}(1-v)=c$ なる正実数 c, α が存在すれば，

$$Z=\alpha(\log n)^{1-1/\alpha}\{\operatorname{Max}X_i-c(\log n)^{1/\alpha}\} \tag{1.8}$$

の確率分布は $n\to\infty$ のとき，2重指数分布に近ずく．

この定理の具体例として，標準正規分布 $N(0,1^2)$ からの大きさ n の順序標本 Max X_i を考えた場合は，$n\to\infty$ のとき $Z=\sqrt{\log n}\,(\operatorname{Max}X_i-\sqrt{2}(\log n)^{1/2})$ の確率分布が2重指数分布に近ずくことをあげておく．

共通して要約できることは，「標本数 n に依存する二つのパラメータ a_n, b_n から作られる線型関数 $Z_n=a_n\operatorname*{Max}_i X_i+b_n$ は，$n\to\infty$ のとき，ワイブル分布型か2重指数分布型のいずれかの分布に近ずくが，この収束はそれほど早くない（場合によって $\sqrt{n}^{-1}$ のオーダー）」であり，よほど n が大きくないと ($n\geqq100$ でないと) こうした極限分布になるとは考えられないのである．

したがって，$20\leqq n<90$ くらいの n に対する極値 X_n については，今後とも研究が続けられようが，そこでは“基本からスタートする”ことが望ましく，次の四つがその出発点となろう．

(1) $X_1<X_2<\cdots<X_i<\cdots<X_n$ の同時分布 *p.d.f.*

$$g_n(x_1,\ x_2,\cdots,\ x_n)=n!\ f(x_1)f(x_2)\cdots f(x_n)$$

$$-\infty < x_1 < x_2 < \cdots < x_n < +\infty \quad (1.\ 9)$$

(2) Spacing の一般式

$$E\{X_{r+1}-X_r\}=\binom{n}{r}\int_{-\infty}^{+\infty}\{F(x)\}^r \{1-F(x)\}^{n-r}dx \quad (1.10)$$

(3) 期待値制約条件 (Schwarz 不等式の応用結果)

$$E\{X_n\}\leqq\mu+\frac{(n-1)}{\sqrt{2n-1}}\sigma,\ \mu=E(X),\quad \sigma^2=E(X-\mu)^2 \quad (1.11)$$

(4) 条件ずき分布と条件ずき予測期待値

$$f(x_{n+1}|x_1,\cdots,\ x_n)=f(x_n)[1-F(x_n)]^{-1}$$
$$x_n < x_{n+1} < +\infty$$
$$E\{X_{n+1}|x_1,\cdots,\ x_n\}=[1-F(x_n)]^{-1}\int_{x_n}^{+\infty}x_{n+1}f(x_{n+1})dx_{n+1} \quad (1.12)$$

たとえば，菱田の風速統計量確率分布モデルでは，

$$E\{X_{n+1}|x_1,\cdots,\ x_n\}=x_n+\frac{1}{\alpha}+\frac{1}{\alpha(\alpha x_n+1)}>x_n \quad (\alpha>0) \quad (1.13)$$

となる．

2. 統計的力学予報と確率予報

この二つについては，大滝 (1977)，鈴木 (1971, 1972, 1978) による総合的説明と事例研究もあるので，詳しく述べる必要はない．アメリカで，その後考察されているやや特殊なものが NCAR で話題となったので，それを紹介しよう．

Barnett (Amer. Met. Soc., 1977) は，グローバルな気候パタン統計予報に“多次元相似法” MDAM (Multi-Dimensional Analog Method) を提案した．ただし，短期予報のモデルで，気候要素 Y の空間 $\boldsymbol{X}$，時刻 t における状況 $Y(\boldsymbol{X},\ t)$ を，

$$\tilde{Y}(\boldsymbol{X},\ t)=\sum_{l=1}^{p}A_l(t)\cdot B_l(\boldsymbol{X}) \quad (2.\ 1)$$

の形で表現することからスタートする．ただし，$A_l(t)$ は時間 t に依存する振幅関数，$B_l(\boldsymbol{X})$ は相関行列の固有ベクトル，p は有意な固有値の数で，要するに空間場の直交展開をしたとき，各波数に相当する成分の振幅を時々刻々変化するものとして，「実際にうまく合わせる相似工夫」をコンピューターで行なう手法である．

Jackobsson (Amer. Met. Soc., 1977) は，ARIMA (Auto Regressive Integrated Moving Average) モデルによる長期予報を提案した．これは，Box・Jenkins (1970) が予測と制御のために提示したいわゆる Box・Jenkins の方法（一言でいえば，自己回帰型予測モデルで，係数や次数を修正変更しながら予測結果と実測が大きく違わないよう制御する，予測自体をも制御の対象としているため，異常値の予測はできない仕組み）を基本とした移動平均項を含む自己回帰予測モデルであるが，なぜこれが長期予報に有効なのか，単なる重回帰と比べて，面倒なモデルにしただけ精度がさらにどれ位向上したかの比較がなく，問題点が残される．予測が実際と離れて大きく違ったとき，予測要因のとり方（自己回帰型なら次数の決め方）が悪いのか，モデル自身が不適当なのか，それとも偏回帰係数の値が原因なのかが明確に判断できるような方法論でないと説得力がない．

Whiteson・Kelly や Miller (Amer. Met. Soc., 1977) らが行なった一地点予報は，大滝 (1977) の紹介したものとほとんど同じで，予測対象確率ベクトル推定を，Lund (1955) のように，

$$\hat{P}=\boldsymbol{Q}'\cdot\boldsymbol{A} \quad (2.\ 2)$$

で行なうもの．ただし，$\boldsymbol{A}$ は回帰係数行列，$\boldsymbol{Q}'$ は予測要因ベクトルで，AWS (Air Weather Service) で業務化されている．とくに新しいことはないが，3時間予報の繰返し（“マルコフ的仮定”と彼等はいう）で，6時間～12時間先まで行なう．この回帰行列による確率予測の論理的欠陥は，すでに鈴木 (1971) により指摘されている．この点について NCAR で討論したとき，Murphy と Katz の二人は，Winkler (Amer. Met. Soc., 1977) の仕事をもち出してきて，Bayesian Model の妥当性を強調し，Miller の方法が“実用上，Bayesian Model と大差ないからだ”と述べ，平行線的議論となった．

ただ，Zurndorfer・Grahn (Amer. Met. Soc., 1977) が，スクリーニング方式による要因選別重回帰式作成時の重相関検定を，

$$F=\frac{\left(\frac{R^2}{m}\right)}{\left(\frac{1-R^2}{N-m-1}\right)} \quad (2.\ 3)$$

ただし，m は予測要因数，N はデータ数，R は重相関で行なうとき，95％レベルの F の値はこの式で，R の代わりに，

$$R_{95}=\bar{R}+1.645S_R \quad (2.\ 4)$$

を代入して得られるとしたのは納得できない．($\bar{R}$ は R

の平均，S_R は R の標準偏差）．重相関 R の確率分布は一般に正規分布でないから，上の R_{95} が95％レベルに相当するというのは妥当でない．

コロラドのデンバーにある Woodward Clyde Consultant の Edson (1977～) らが，real-time short term air quality prediction のために統計的アプローチとして，多様な「回帰モデルルーチン化」を試みているが，即時にユーザーに提供できるシステムを用意しているのに感心した．

ついでに説明すると，U.S. の EPA (Environmental Protection Agency) では，air quality の予測や計画に対し老大な多種多様の報告書を刊行しつつあり，準備中ないし未刊での予定はともかく既刊の大部分は NCAR の図書室にあり，一応読んだが化学的知識に乏しい筆者によくわからなかったので省略する．

以上のほか，判別解析の応用例が二つ提示された．その一つは，Cutchan (Ame. Met. Soc., 1977) が行なった南カリフォルニアの総観的天候状態を判別予測するもので，筆者が北陸で行なった降雨判別予測とだいたい同じ(だいたいといったのは，予測手がかりを Effroymson (1960), Sampson (1973) による Stepwise 方式で選定した点だけが異なり，他はすべて同じという意味)，他の一つは，Tsui (Ame. Met. Soc., 1977) が判別分析で気候変化（不連続な変化）を扱ったものである．手法的に新しいものはなく，工夫は少ないが，応用場面を広げようとしている意欲がみられる．

このほか，SDPM (Stochastic Dynamic Prediction Model) の研究はたいへん盛んで羨しい限りであるが，NCAR の ASP 部門の方々はどういう訳かこのモデルにあまり関心を示さず，全く討論できなかった．ただ，M.I.T. から来ていた Lorenz が筆者と同じ lodge block 内に家族をつれて滞在し，一度だけ NCAR まで一緒に山道を歩きながら話し合ったところでは，「SDPM は一つの曲がり角にきている！」由．彼の関心事は，もっぱら SDPM に対する予測誤差伝播モデルにあるらしい．

3. 統計手法のトピック

筆者の数理統計学的手法開発の関心が，現在三つのテーマ，

(1) 一般化された逆行列による統計解析

(2) カルマン・フィルターによる予測と同定

(3) GMDH 手法の応用とその手法修正

にあると伝えたところ，R. H. Jones は (2) に関する彼自身の研究 (Jones, 1977; 1978) を教えてくれたが，(1) についてはイスラエルの Gabriel (1967), Gabriel (Amer. Met. Soc. 1973) の研究くらいしかないこと，(3) については全く知らないという訳で，筆者の持参した文献の説明や一般化線型確率モデルの開発状況をきく程度であった．

Gabriel (1967) は，第5回バークレー・シンポジウムで，人工降雨実験データの解析にはじめてこの一般逆行列の応用を示し，そのうち Moore-Penrose 一般逆行列（G-ダガーといわれる）が気象統計上の有力な方法であると述べた．この論文は，1973年に第3回の大気科学における確率統計会議の招待論文として提出されたものである (Amer. Met. Soc., 1973).

一般逆行列 (Generalized Inverse) とは，特異行列（行列式=0）であっても長方形行列であっても，適当な条件を設定してつくられた，従来の逆行列に相当する一般的な逆行列で，その由来ないし目的としては，

(i) 変数が多く変数的に従属関係があっても，何とか統計解析をして何らかの結果を導きたい．

(ii) 線型計画法の問題をスッキリ解きたい．

(iii) 最適化問題を解く有力な手法としたい．

(iv) その他の実験的要求．

といった面から，1954年以来急速に関心がもたれ，矢継早に図書・文献が公刊されてきたものである (Albert, 1972).

ここにその解説をする余裕はないが，エルサレムの Hebrew 大学統計学部にいる K.R. Gabriel と M. Haber がわざわざアメリカの上記会議に招待されて，この新手法を学び，積極的に応用しようとしているアメリカ気象統計分野の人々にとって強い関心事となっている．しかし，彼等の具体例の中にも誤まりがあり，ここで数値例をあげるのは適切でないので省略した．

任意の行列 $\boldsymbol{A}$ の一般逆 $A^{\dagger}$ (A ダガー) とは4条件

$$AA^{\dagger}A=A,\quad A^{\dagger}AA^{\dagger}=A^{\dagger},$$
$$AA^{\dagger}=(AA^{\dagger})^{*},\quad A^{\dagger}A=(A^{\dagger}A)^{*} \quad (3.\ 1)$$

をすべてみたし，それは，$\boldsymbol{A}$, $\boldsymbol{Y}$ を与えて二つのユークリッドノルム最小化，

$$\|\boldsymbol{A}\cdot\boldsymbol{X}-\boldsymbol{Y}\|\to\mathrm{Min.}\quad \|\boldsymbol{X}\|\to\mathrm{Min.} \quad (3.\ 2)$$

を達成するユニークなもので，Moore-Penrose 一般逆といわれる．上記4条件のはじめの一つをみたす一般逆 (g_1-Inverse)，はじめの二つをみたす一般逆 (g_2-Inverse) は一意に決まらないが，行列 $\boldsymbol{A}$ のランクに等しい数の

非ゼロ解をもたらす基本解のための近似一般逆は一意に決まる（Pringle・Rayner, 1971）.

ここでは，気象統計の重回帰モデル作りに焦点を合わせて説明しよう.

気象変量 k コを $\boldsymbol{X}=(x_1, x_2, \cdots, x_k)$ とし，$\boldsymbol{X}_1=(x_1)$, $\boldsymbol{X}_2=(x_2, \cdots, x_k)$ に区分し，n 組のデータから計算された分散共分散行列 $\underset{k\times k}{\boldsymbol{C}}$ を次の形で示す.

$$\underset{k\times k}{\boldsymbol{C}}=\begin{pmatrix} C_{11} & C_{12} & \cdots & C_{1k} \\ C_{21} & C_{22} & \cdots & C_{2k} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ C_{k1} & C_{k2} & \cdots & C_{kk} \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} C_{11} & \boldsymbol{C}_{12} \\ \boldsymbol{C}_{21} & \boldsymbol{C}_{22} \end{pmatrix} \quad (3.\ 3)$$

このとき，$E(X_1)=\mu_1$（スカラー），$E(\boldsymbol{X}_2)=\boldsymbol{\mu}_2$（ベクトル）とかけば，$\boldsymbol{X}_2$ から x_1 を予測する重回帰式と重相関は，それぞれ，

$$\hat{x}_1=\mu_1+\boldsymbol{C}_{12}\boldsymbol{C}_{22}^{g_1}(\boldsymbol{X}_2-\boldsymbol{\mu}_2),$$

$$R_{1,2\cdots k}=\sqrt{\boldsymbol{C}_{12}\boldsymbol{C}_{22}^{g_1}\boldsymbol{C}_{21}/C_{11}} \quad (3.\ 4)$$

となり，行列 $\boldsymbol{C}$ のランクが k 以下で，たとえ行列式 $|\boldsymbol{C}_{22}|=0$ であっても，$\boldsymbol{C}_{22}$ の g_1-Inverse $\boldsymbol{C}_{22}^{g_1}$（上記4条件の第1番目だけをみたすもの）を用いて（3. 4）を計算できる．前述のように，$\boldsymbol{C}_{22}^{g_1}$ は一意でなく，無数にあり得るが，スカラー $\boldsymbol{C}_{12}\boldsymbol{C}_{22}^{g_1}\boldsymbol{C}_{21}$ は一意に決まり，したがって端的にいえば，ランクが少なく，変数の数以下でも，重相関 $R_{1,2\cdots k}$ は見事に一つの値として得られる！しかもこのアプローチはフルランクである，従来の場合をも完全に含んだ一般性をもっている（Albert, 1972; Pringle・Rayner, 1971），（証明と具体例略）.

多種多様な一般逆行列をどんな条件設定で気象統計や統計予報に使いこなしてゆくか，将来の課題である.

つぎに，カルマン・フィルターとは，一言でいえば，連立ベクトル微分方程式モデル，

$$\frac{d\boldsymbol{X}(t)}{dt}=\boldsymbol{A}(t)\cdot\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{B}(t)\cdot\boldsymbol{u}(t)+\boldsymbol{\eta}(t)$$

$$\boldsymbol{Z}(t)=\boldsymbol{H}(t)\cdot\boldsymbol{X}(t)+\boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (3.\ 5)$$

を基本として同定や予測を行なう制御工学的手法である（Aoki, 1967; 日野，1977）.

ただし，t: 広義の時間（年，月，日，秒）か空間

$\boldsymbol{X}(t)$: t とともに変化する未知状態ベクトル

$\boldsymbol{Z}(t)$: 観測，計測結果を示すベクトル

$\boldsymbol{A}(t)$, $\boldsymbol{B}(t)$; $\boldsymbol{H}(t)$: 変換，影響を示す行列関数

$\boldsymbol{u}(t)$: $\boldsymbol{X}(t)$ に影響をもつ他のベクトル

$\boldsymbol{\eta}(t)$, $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$: 誤差ベクトル（互に独立）.

はじめの式を状態方程式といい，差分形で書くこともあり，あとの式を観測方程式という．この連立モデル生成の由来（ないし背景）を気象の例で簡単に説明しよう.

(1) 気温の観測は水銀やアルコールの膨脹や収縮に置き換えられて，温度計で行なわれるが，必ず誤差（器差）がつきまとう．真の大気の気温という未知状態自身を直接示すわけではない！（気圧についても同様）

(2) 真の気温や気圧という未知状態は物理学の法則により，微分方程式で記述される時間変化をする．しかしそこでも完全に現象を記述できないとすれば，不規則な誤差が付随する.

この前者が観測方程式，後者が状態方程式で，この連立体系で工学システム，経済社会システムを扱う方法論が，Kalman (1960) により提示されてから，急速に発展，応用されるようになった．気象への応用はほとんどないが，水文学での流量解析と予測に効果をあげている！（日野，1977）．Jones (1978) は，ARMA モデル (Auto-Regressive Moving Average Model つまり，移動平均残差項を伴う自己回帰型モデル）におけるパラメータ最尤推定手法を確立し，太陽黒点データ，西アメリカの drought data，年輪データの総合解析に応用しようと試みつつある（1978年5月，Iowa State Univ. での時系列解析の Special Topic に関するミーティングで方法論が提示された）.

この手法は，非線型かつ非定常でも弾力的に応用できる柔軟なもので，水文予測では，「既存手法より精度がよい」といわれている（日野，1977）．しかし，漸化的推定（Recursive Estimation）をもとにした NLOP (Non-Linear Optimization Program) といった subroutine の手順をみると，聊か話がうますぎる点があり今後工夫改善を必要とする点が多い.

最後に，GMDH (Group Method of Data Handling) に移ろう．これは，もともとソ連の Ivakhnenko (1968) が提示したもので，変数が多く，非線型関係が予想されるような場面で，データはそれほど多くないとき，どんな関数モデルがよく適合するか，“なるべく少ない項数で，なるべくよく合うモデルをどう作ってゆくか？を問題とする”．当初は Kolmogoroff-Gabor 多項式をベースとしたが，最近は必ずしもそうでない．SAC (Soviet Automatic Control) 誌上に連載されているが

(Ivakhnenko, 1968)，気象の場合，天気図や気候図のパタンをうまく客観的に表現する関数モデル作りに役立つ（事実，これに類似した適用事例もある！）．一言でいえば，多変量非線形関数による最適近似の手法だが，やはりその具体的手順に必ずしも論理的に妥当でない部分があり，修正開発が望まれている．気象への適用例は筆者の知る限り，見当たらない．実際，コロラドのボルダーにおいてNCARや大学の方々に紹介したが，ほとんど関心を示さなかった（ソ連の独壇場ともいえる手法で，日本では環境問題解決に意欲的にこの応用を試みている人（池田・槌木，1975）が多くなっているのに，お国柄のせいかそれとも論理的必然性に問題のある試行錯誤的手法と受け取られたせいかよくわからない）．

この他，定性的状態変量と定量的変量をともに予測要因として総合的に取り込むことのできる一般的な線形予測モデルが青山学院大学の福原文雄教授により開発され，有効に応用された事例があったので，その方法論を紹介したところ，少し難解だが，興味をもってくれた．数量化理論とかいわれているものの欠陥を克服した一般的モデルといっても，一連の数量化理論そのものがアメリカ気象界でほとんど知られていないので，説得に苦労したが，将来，気象予測への効果的応用例を示して欲しいとの要望が提出された．

あとがき

以上でアメリカの現況報告を終わるが，最後に一言すべきは，最近導入された超大型計算機システムのCRAY-1利用であろう．一応そのシステムの概要のみを抄録しておく．

(1) CRAY-1 Computer
  Speed: 80 million instructions *1* s
  Memory size: 1, 048, 576 64-bit words
  Maximum memory transfer rate: 12. 5 ns

(2) Control DATA 7600 Computer
  Speed: 11 million instructions *1* s
  Memory size:
    Small core memory: 65, 536 60 bit-words
    Large core memory: 512, 000 60 bit-words
  Maximum memory transfer rate: 27. 5 ns

(3) Ampex Terabit Memory System
  On-line capacity: 8 drives with capacity of 44 billion bits/reel
  Data transfer rate: 5. 5 million bits/s
  Average access rate: 15 s (depending on record location)

アメリカでは，1967年以来，気象統計の大きなconferenceが5回，国際シンポジウムが1回開催されて，今年7回目の予定である．参加研究者は100人を越え，主要手法だけでも30種類以上にのぼり，「はしがき」で述べた諸手法が含まれる．ここで，多様な研究を「はしがき」と異なるやや便宜的観点から要約すると，

(1) 目的を明確にし（予報や推定の精度明示とその向上といった目的），それに適合しそうな統計手法を積極的に導入，工夫する．

(2) 新概念，新手法にたえず関心をもち，目的を一時的に棚上げしてでもその応用を試みる．

(3) 気象も気候も多様な相互関連のある要素の複合事象とみられるから，発展の目ざましい多変量解析理論の成果を積極的に取り入れる．

となろう．(1)は主にNOAAやNCARの方々，(2)は主に大学の大気科学関係の方々，(3)は主に若手の博士課程レベルの研究者の方々を中心にそれぞれ行なわれているが，筆者はこのうち(3)が今後の研究主方向で，これが(1)に寄与すると思う．(3)に対応する連立システム・モデルに何とかして非定常，非線形といった二つの条件を取り入れ，物理的面と調和した統計手法を少しずつ着実に開発する研究が今後の主要方向であろう．そのためには，制御工学で登場してきたベクトル関数のベクトル変数による微積分学を用い，

考察対象とする事柄に対してつくられた行列関数の偏微分方程式とその連立モデル

非線形最適化（J. Kowalik ら）の諸理論と手法

の二つと，最近の多変量解析論の主要テーマである

一般ガウス-マルコフ模型（Ras・Mitra ら）の非定常化と応用

連立システムモデルにおける仮定や前提の緩和

の二つが漸次取り上げられるのではなかろうか．いずれも決してやさしくないが，他の応用分野（水文学，建設工学，計量経済学など）ではすでに開発と利用が進んでいる．気象衛星を利用するわれわれは，この打上げにどうやって成功したか（それはカルマン・フィルター的な方法論の見事な開発応用であった）にも注目すべきではないか．目的と必然性を明確にした上で，上記四つの手法導入が気象や気候の統計方法発展に大きく寄与するであろうと考える．身分上，気象界を去って10年，応用数学分野でささやかな仕事をしてきた筆者の上記見解がピント外れでなければ幸いである．

日頃，不思議に思うのは，力学的な連立偏微分方程式およびその数値積分解法や変分法が論文や解説に登場しても「やさしく記述せよ」とあまりいわれないのに，これと同程度またはそれ以下の応用数学的知識で充分理解できるはずの統計的手法説明に対して「やさしく記述せよ」とよくいわれることである．ここで，隣接諸科学での統計的手法応用を含む論文や解説がどの程度の応用数学的レベルで書かれているか雑誌を調べてみた．気象学が他の科学と肩をならべて発展するために，気象統計が，水文統計，経済統計，生物統計，工業統計などよりはるかに低いレベルに落ち込まないよう，お互に協力したいと考える．

最後に，ボルダー滞在中たいへんお世話になったNCARの笠原彰博士に心から感謝したい．

文　献

Albert, A., 1972: Regression and the Moore-Penrose Pseudoinverse, Academic Press, New York.

Amer. Met. Soc., 1973: Third Conference on Probability and Statistics in the Atmospheric Science, June 19-22, Boulder, Colorado.

————, 1975: Fourth Conference on Probability and Statistics in the Atmospheric Science, November 18-21, Tallahouse, Florida.

————, 1977: Fifth Conference on Probability and Statistics in the Atmospheric Sciences, November 15-18, Las Vegas, Nevada.

Aoki, M., 1967: Optimization of Stochastic Systems, —Topics in Discrete Time Series—, Academic Press.

Box, G.E.P. and G.M. Jenkins, 1970: Time Series Analysis, Forecasting and Control, Holden-Day, San Francisco.

古川武彦，1977: アメリカ大気研究センターを訪問して，天気，24，125-131.

日野幹雄，1977: カルマンフィルターの洪水予測への応用，オペレーションズ・リサーチ，22，652-656.

池田三郎，椹木義一，1975: GMDH（発見的自己組織化法）と複雑な系の同定・予測，計測と制御，14，185-195.

Ivakhnenko, A.G., 1968: The Group Method of Data Handling, A Rival of the method of the Stochastic Approximation, Soviet Automatic Control, 13-3, 43-55.

Jones, R.H., 1977: Multivariate Statistical Problems in Meteorology, Multivariate Analysis-IV (Krishnaiah), North-Holland Publ. Company, 473-481.

————, 1978: Maximum Likelihood Fitting of ARMA Models to Time Series Observed with Error, and with Missing Observations, IMS Special Topic Meeting, Iowa State Univ., May 1-3.

Kalman, R.E., 1960: A New Approach to Linear Filtering and Prediction Problems, Trans, ASME, J. of Basic Engineering, 82, 35-45.

大滝俊夫，1977: PoP 予測重回帰式を求める二，三の試み，研究時報，29，17-21.

Pringle, R.M. and A.A. Rayner, 1971: Generalized Inverse Matrices with Application to Statistics, Griffin's Statistical Mono.

Suzuki, E., 1971: REEP-equation and minimum-risk prediction, 青山経済論集，23，36-63.

鈴木栄一，1972: 確率予測に関する方法論的一考察，青山経済論集，24，1-42.

————，1978: 予測理論における最近の動向，青山経済論集，29，84-96.

————，1979: 環境統計学，続環境統計学，地人書館.