

# 大気乱流拡散と乱流エネルギー消散時間スケール\*

伊藤 昭 三\*\*

## 要旨

乱流エネルギー消散時間スケールは、オイラー的測定とラグランジュ的測定で近似的に等しいことを仮説とし水平方向の拡散巾が理論的に考察される。導いた理論的拡散巾が数種の拡散実験によって検証される。そして、広範囲の安定度におたる水平方向の拡散巾の推定法についてのべてある。

## 1. はしがき

乱流拡散は、これ迄の研究により Taylor (1921) によって導入された統計理論を基にすれば本質的に乱れのラグランジュ的特性を知ることにより明らかにされることは良く知られている。しかしながら厳密にラグランジュ的乱れの測定を行なうことは不可能であろう。一方、固定点におけるオイラー的乱れの測定は比較的容易でありこの10年間に測定器の開発と共に多様に変化する大気の中で乱れのオイラー的測定が行なわれ、その資料は次第に集積され普遍的分布関数形も次第に明らかになって来た (たとえば Kaimal *et al.*, 1972 参照)。

一方、大気中での乱流拡散を明らかにするためいくつかの実験的、理論的研究がオイラーとラグランジュ的性質を関係づけるために行なわれている。たとえば相関々数の相似性を仮定して Hay-Pasquill (1959) は、 $\xi = \beta t$  を用いて、 $R_L(\xi) = R_E(t)$  を仮説とし乱流拡散への接近を行なっている。ここに、 $R_L(\xi)$ 、 $R_E(t)$  はラグランジュとオイラー的相関々数をそれぞれ示す。その後この問題に関して数人の研究者 (たとえば Thompson, 1965, 1966; Haugen, 1966) がオイラー的測定による乱れと物質の拡散の比較を行なって  $\beta$  を評価している。得られた  $\beta$  の値は約 1 から 8 まで変化し、 $i^{-1}$  で  $\beta$  が増すことが認められている。ここに、 $i$  は乱れの強さである。

この論文の目的は、乱れの消散時間スケールに着目し、井上 (1950) によって初めて示された乱れの寿命時

間の近似値を具体的に求め大気乱流拡散の理論と実験を比較したものである。しかしその主目的は、エネルギー消散時間スケールはオイラーとラグランジュフレームで近似的に等しいという作業仮説を野外における乱流拡散の実験資料から確認することにある。用いられる資料は横方向の拡散実験の資料である。

## 2. オイラーとラグランジュ的エネルギー消散時間スケール

オイラー的エネルギー消散時間スケールは次のように与えられる。

$$\tau_E = \sigma_v^2 / \varepsilon_E \quad (1)$$

ここに、 $\sigma_v$  はオイラー的乱れの大きさ、そして  $\varepsilon_E$  はエネルギー消散率である。(1) より明らかのように、オイラー的に測定されたある時刻の乱れのエネルギーがある特性時間  $\tau_E$  で消散されるという非常に特徴的時間である。

また、 $\varepsilon_E$  は慣性副領域におけるエネルギースペクトルの普遍形を採用することにより精度よく求められる。

一方、ラグランジュ的乱れの大きさを  $v_L$  としその乱れのエネルギーがある特徴時間  $\tau_L$  で消散されるとすると、ラグランジュフレーム上でまた次のようにかきあらわされる。

$$\varepsilon_L \sim \bar{v}_L^3 / \tau_L \sim \bar{v}_L^2 \cdot \omega \quad (2)$$

$\tau_L$  はラグランジュ的乱れのエネルギー消散時間スケールであり、その物理的意味から寿命時間とも呼ばれている。そして、 $\omega$  はラグランジュ的乱れの周波数を意味し、 $1/\tau_L$  に比例する。

今、ラグランジュ的乱れのスペクトルを  $E_L(\omega)$  とすると次元的考察から次の形が得られる。

\* Atmospheric Dispersion Parameter and Turbulent Energy Dissipation Time Scale

\*\* Shozo Ito, 大阪府立大学工学部

—1979年12月17日受領—

—1980年6月9日受理—

$$\bar{v}_L^2 \sim \omega E_L(\omega) \quad (3)$$

(2) および (3) よりラグランジュ的乱れのスペクトルは次のように与えられる。

$$E_L(\omega) = \beta_L \varepsilon_L \omega^{-2} \quad (4)$$

ここに、 $\beta_L$  は普遍定数である。(4) のラグランジュ的スペクトルは定数  $\beta_L$  をのぞいて井上 (1952) により導かれた。

さて、(4) は  $n$  をオイラー的周波数とするとオイラー的乱れのエネルギースペクトルとして良く知られている  $n^{-5/3}$  に完全に対応するものである。かくして (4) の成り立つ周波数領域は粘性消散時間スケール  $(\nu/\varepsilon_L)^{1/2}$  より長くエネルギー消散時間スケール  $\tau_L$  より短い時間である。(4) のラグランジュスペクトルを用いフーリエ逆変換を適用するとラグランジュ的乱れの構造関数は次のように与えられる。

$$D_L(\tau) = \beta_L \varepsilon_L \pi \tau \quad (5)$$

(5) より容易にラグランジュ相関係数  $R_L(\tau)$  は次のようにあらわすことができる。

$$R_L(\tau) = 1 - \tau/\tau_L \quad (\nu/\varepsilon_L)^{1/2} \leq \tau < \tau_L \quad (6)$$

ここに、 $\tau_L$  は次式で与えられる意味を持つ。

$$1/\tau_L = \frac{1}{2} \beta_L \pi \varepsilon_L / \bar{v}_L^2 \quad (7)$$

さて、均一、定常な乱流場とするとエネルギー消散時間スケールについて次の関係が成立するであろう。

$$\tau_L = \tau_E$$

または  $(8)$

$$\varepsilon_E / \sigma_v^2 = \varepsilon_L / \bar{v}_L^2$$

(8) の仮定が成りたてば (7) と (8) より  $\frac{1}{2} \beta_L \pi \approx 1$  である。したがって、ラグランジュ的スペクトルの普遍定数は次の値が採択出来るであろう。

$$\beta_L \approx 0.64 \sim 1 \quad (9)$$

普遍定数の値は Corrsin (1962) の推定と一致する。

大気の流れのように非均一、非定常乱流場においても (8) の関係が近似的に成立するとすれば、(7) (8) と (9) より寿命時間 (ラグランジュ的エネルギー消散時間スケール)  $\tau_L$  について次式を得る。

$$1/\tau_L \approx \sigma_v^2 / \varepsilon_E \quad (10)$$

さて、ラグランジュ相関係数  $R_L(\tau)$  の形について検討してみよう。大気乱流拡散に作用する乱れの周波数領域が慣性副領域のみの乱れならば (6) 式の相関係数が適用できる。しかしながら実際の大気拡散はさらに広い範囲の乱れのスペクトルに影響されているらしい。そこで広範囲の周波数領域に対応する半理論的  $R_L(\tau)$  が (6) 式の拡張として得られるとしよう。それは良く知られる

ように次の形であると仮定される。

$$R_L(\tau) = e^{-\tau/\tau_L} \quad (11)$$

(11) 式は (6) 式の拡張で乱流モデルから理論的に導かれたものでない。しかしながらランジュバン方程式を乱流場モデルに適用した理論的考察 (Krasnoff・Peskin, 1971) によれば、乱れのマイクロスケールを基にしたレイノルズ数が充分大きい場合 (11) 式の形となる。さらに実験的研究 (Mickelson, 1955) によれば、均一、等方性乱流場では (11) 式が成立しているらしい。そこで、以後の解析では (11) 式のラグランジュ相関が大気中においても近似的に適用できるとし、(11) 式に含まれるいわゆる寿命時間  $\tau_L$  については (10) 式を採用する。

### 3. テイラー理論の応用と消散長さスケール

均一、定常な乱れの場合では  $\sigma_v \approx (\bar{v}_L^2)^{1/2}$  が成り立つからある点源から連続的に放出される物質の拡がりは良く知られたテイラー理論から次の形にかける。

$$\sigma_y^2 = 2 \sigma_v^2 \int_0^t (t-t') R_L(t'/\tau_L) dt' \quad (12)$$

ここに、 $\sigma_y$  は  $y$  方向における拡散幅、 $t$  は放出後の経過時間である。(11) 式のラグランジュ相関を用いると (12) 式は次のようにあらわされる。

$$\sigma_y^2 = 2 \sigma_v^2 t^2 \{ \tau_L/t + \tau_L^2/t^2 (e^{-t/\tau_L} - 1) \} \quad (13)$$

今、 $X = Ut$  および (10) 式より

$$\tau_L/t = \frac{U}{X} \frac{\sigma_v^2}{\varepsilon} \quad (14)$$

ここに、 $U$ ; 平均風速、 $X$ ; 風下距離である。

最近の野外観測結果によればエネルギー消散率  $\varepsilon$  および乱れの大きさの相対比は次のように与えられる。

$$\varepsilon = \frac{\sigma_w^3}{k \lambda_m} \phi_\varepsilon^{3/2} \quad \sigma_w / \sigma_v = \alpha \approx \text{const.} \quad (15)$$

ここに、 $k=0.35$  カルマン定数、 $\lambda_m$  はエネルギースペクトルの最大値に対応する波長、 $\sigma_w$  は鉛直方向の乱れの大きさである。

相似仮説によれば  $\phi_\varepsilon$  は安定度の関数である。しかしながら、大気境界層での測定によれば  $\phi_\varepsilon$  は安定度の弱い関数で広範囲の安定度にわたってほぼ 1 に近い (Kaimal *et al.*, 1972)。さらに Cedar Hill 塔で得られた資料によれば地表より 320m の高さの範囲で (15) 式の関係は満足されている (Kaimal・Haugen, 1967)。したがって、下層大気特に大気汚染に関心のある多くの排出源からの拡散を扱う場合 (14) 式は適用可能であろう。ここでは最も簡単な表現としてあまり大きな誤差なく  $\phi_\varepsilon = 1$  を仮定しよう。そのとき (14) 式に含まれている  $U \sigma_v^2 / \varepsilon$

は次のように与えられる。

$$U\sigma_v^2/\varepsilon = \frac{k\lambda_m}{\alpha^3\sigma_\theta} = \frac{k}{\alpha^3} \frac{Z}{f_m} \frac{1}{\sigma_\theta} \quad (16)$$

ここに、 $\sigma_v/U = \sigma_\theta$  で一般に風向変動幅と呼ばれている。そして、 $\lambda_m = Z/f_m$ 、 $f_m$  は乱れの鉛直成分のピーク無次元周波数、 $f_m (= \frac{u_m Z}{U})$  は高さ  $Z$  を含んでいて、(16)式中で  $Z$  は消去される。しかし、 $f_m$  の普遍的性質を考慮して別に  $Z$  を陽に表現してある。

かくして横方向の乱流拡散に対するある一つの特徴的スケールが次のように定義できる。

$$X_d = kZ/\alpha^3 f_m \quad (17)$$

ここでは、 $X_d$  を横方向乱流消散長さスケールと呼ぶことにする。そして (17) 式に含まれる高さ  $Z$  は排出の高さと考えてよい。なぜなら、考えている拡散現象に支配的なエネルギー消散率は排出の高さにおける値であると仮定することができるからである。かくして(14)式は容易に次のようにかきかえられる。

$$\tau_L/t = X_d/\sigma_\theta X \quad (18)$$

(13)式より、容易に横方向の拡散幅は次のようにかきかえられる。

$$\sigma_y = \sigma_\theta X f(X) \quad (19)$$

そこで、

$$f(X) = [2\{X_d/\sigma_\theta X + (X_d/\sigma_\theta X)^2(e^{-\sigma_\theta X/X_d} - 1)\}]^{1/2} \quad (20)$$

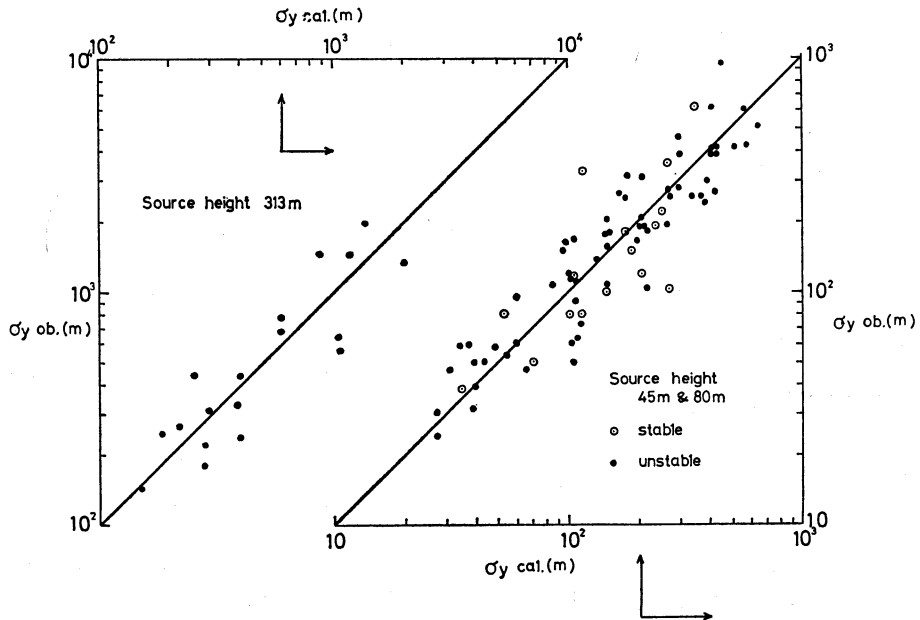
また、(19)および(20)式で  $\sigma_\theta$  はラジアン表示である。

Pasquill (1976) は、これ迄に行なわれた多くの拡散実験から暫定的に  $f(X)$  の値を与えている。しかしながら、(20)式によれば  $f(X)$  は精確には大気状態によって変化する。しかしその変化は極めて小さいことが後で明らかになる。

最も重要な点は、乱れの測定はその評価時間に関係することである。したがって(17)および(18)式からも明らかかなように、拡散現象を表現するのに乱れの評価時間が関係することに注意しなければならない。

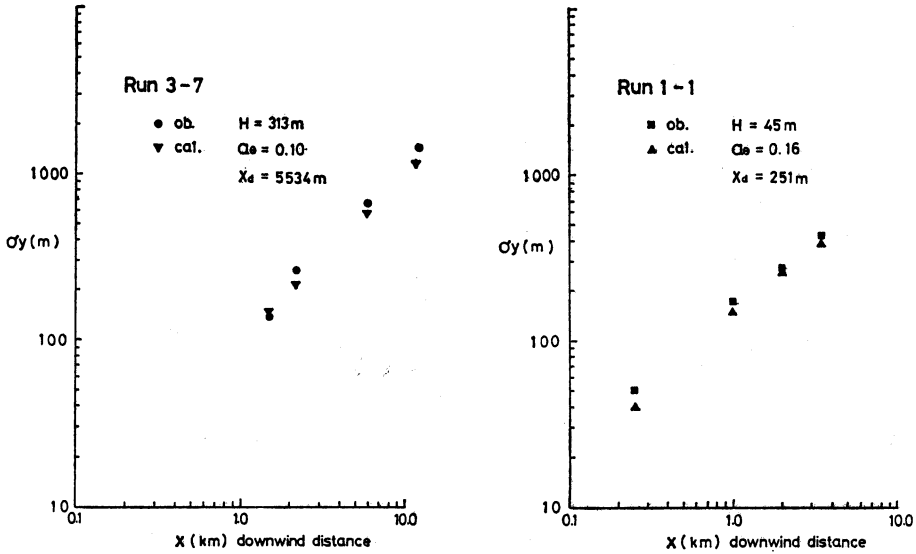
#### 4. 理論と実験の比較

日本においても大気拡散の野外実験は数多く行なわれている。しかし十分な気象資料特に乱流観測が行なわれているのは少ない。川口実験 (1971, 科学技術庁) および神戸実験 (1978, 神戸市) の二つは部分的に乱流観測が行なわれている。しかしながら上記二つの実験ですら乱流消散長さスケール  $X_d$  が評価できる程充分ではない

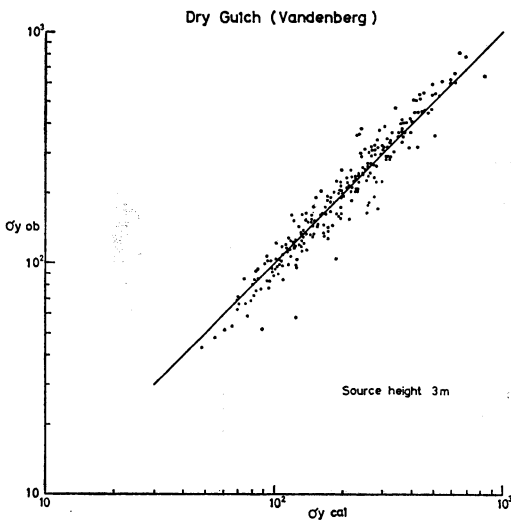


第1図(右) 放出源の高さ45mと80mの場合における横方向の拡散巾の計算値と実測値 (Kawaguchi・Kobe Project).

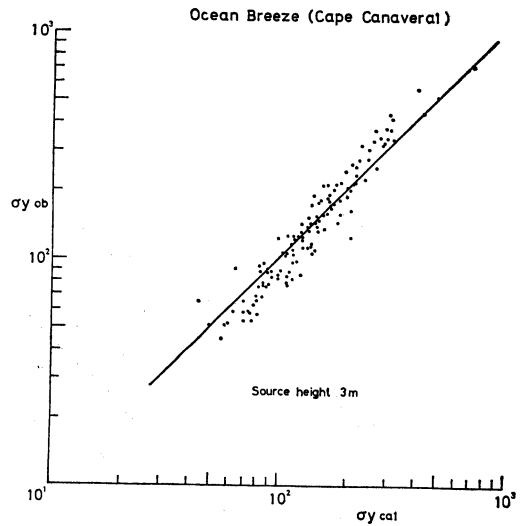
第2図(左) 放出源の高さ313mの場合における横方向の拡散巾の計算値と実測値 (Kawaguchi Project).



第3図 風下距離の関数としての連続点源からの横方向拡散巾—典型的な場合における理論との比較.



第4図 高さ3 mからの放出における横方向拡散巾—計算と理論の比較 (Dry Gulch).



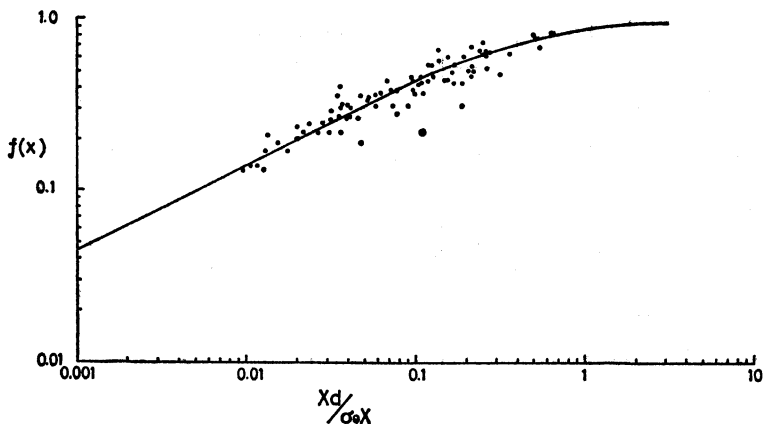
第5図 第4図に同じ (Ocean Breeze)

資料もある。ここでは(17)式に含まれている無次元ピーク周波数  $f_m$  は観測値のある場合はその値を適用した。そして、観測値の得られない拡散実験の資料の解析には、Kaimal *et al.* (1972) によって得られた普遍的関係から安定度をパラメータとして求めた。

(19)式によって求めた  $\sigma_y$  の理論値と実測値の比較を

示したのが第1図および第2図である。図中には排出口の高度が示してある。第3図は典型例について風下距離と  $\sigma_y$  の関係を理論値と実測値について示したものである。それらの図から明らかなように理論と実験の比較はほぼ一致している。

かくして横方向の拡がりの本質は乱れの寿命時間の精



第6図  $\sigma_y/\sigma_\theta X \equiv f(x)$  と  $X_d/\sigma_\theta X$  の関係。

度ある推定が重要である。

第1図および第2図に示された資料は、いわゆる高い排出源の資料である。地表近くの排出源の拡散資料を解析し、 $X_d$  の排出源高さへの依存性を確認する解析を試みた。

解析される資料は Dry Gulch および Ocean Breeze (Haugen・Fuquay, 1963) と名付けられた有効高さ3 m (Haugen・Fuquay, 1963, vol. 1, p.14) からの拡散実験資料である。拡散実験から  $\sigma_y$  が求められ、一方乱れの観測から  $\sigma_\theta$  が求められているので容易に(19)式との比較が可能である。

Dry Gulch 実験の  $\sigma_y$  の実測と理論値を比較したのが第4図、同様に Ocean Breeze 実験での  $\sigma_y$  の理論と実測値を示したのが第5図である。これらの図から明らかなように、理論値と実験値は極めて良い一致を示している。以上の解析から、 $X_d$  は排出源の高さに強く依存することが指適できる。

乱流拡散構造の重要な因子である関数  $f(X)$  を典型的資料から  $\sigma_y/\sigma_\theta X$  として求め理論値と実験値を比較したのが第6図である。第6図も理論値と実験値は多少ばらつきがあるが良い一致である。

Cramer (1957) の研究以来、横方向の拡散は現象論的に風向変動巾を用いて直接にあらわされることが知られていたが、更に乱流構造についての考察から消散長さスケール  $X_d$  の導入が必要であることが知られた。

解析事実によれば、低煙源では  $f(X)$  の値が大きく  $\sigma_y$  の推定に影響する。しかし高い煙源ほど  $\sigma_y \approx \sigma_\theta X$  の近似がより広い風下距離に対して適用される。

最後に、(15)式により横方向の乱れと鉛直方向の乱れ

との相対比によって安定度の影響を近似的に消去し実用に測定しやすい  $\sigma_\theta$  に依存するよう変形操作を行なっていることを強調しておく。

### 5. 横方向拡散巾 $\sigma_y$ の推定

種々の大気成層状態で多様に変化する拡散幅は乱れの横方向の大きさと消散長さスケール  $X_d$  によってほぼ決定されることが前節までに示された。

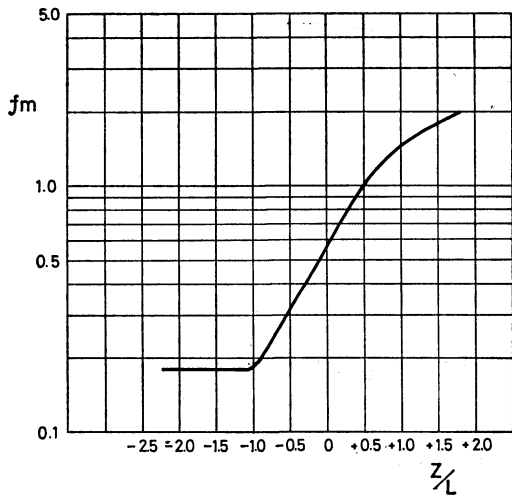
(17)式から明らかなように、鉛直方向の乱れのピーク無次元周波数  $f_m$ 、鉛直方向と横方向の乱れの大きさ比  $\alpha$  および発生源の高さ  $Z$  に  $X_d$  は依存する。すでに指摘したように、本来  $f_m$  の中に高さ  $Z$  が含まれ発生源の高さ  $Z$  は暗に相殺しているものである。しかし一方、 $f_m$  が安定度のみの普遍関数ならば、逆に発生源の高さに関して  $X_d$  は変化する。この事実は前節の解析で明らかになった。

さて、Kaimal *et al.* (1972) の研究を参照すれば  $f_m$  と安定度の関係は下層約300m以下の大気境界層では第7図のような関係が現時点では採用できるであろう。

粗い推定には第1表に与えられた値が適切である。

乱れの大きさの比  $\alpha$  についての普遍的関係は現時点では確立し難いが広範囲の安定度について  $\alpha \approx 0.7$ 、安定度への依存性は近似的に無視されるであろう。第8図は Kawaguchi Tower の資料を用い  $\sigma_w$  と  $\sigma_v$  の関係を示したものである。実線は  $\sigma_w/\sigma_v \approx 0.7$  を示したものである。しかしながら、地形条件によって  $\sigma_w$  は変化するから (Panofsky *et al.*, 1978)、乱れの資料は実測することがより良い  $\sigma_y$  の推定になろう。

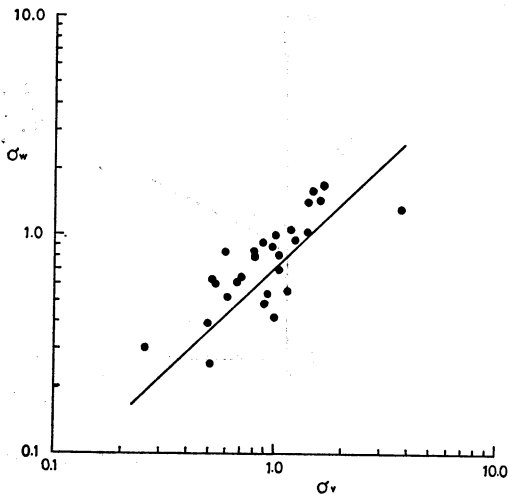
かくして、消散長さスケール  $X_d$  が種々の成層状態で



第7図 無次元ピーク周波数と安定度の関係。

第1表 リイデュースドピーク周波数と安定度の関係。

	Stable	Slightly Stable	Neutral	Slightly Unstable	Unstable
$f_m$	1.50	1.00	0.56	0.30	0.18



第8図  $\sigma_w$  と  $\sigma_v$  の関係。

第2表 観測時間10分間に対応する風向変動中の典型的値。

	Stable	Slightly Stable	Neutral	Slightly Unstable	Unstable
$\sigma_\theta(10)$ Rad.	0.05	0.09	0.12	0.22	0.39

推定可能である。

一般には  $\sigma_\theta(S)$  の実測値のない場合も多い。ただし  $S$  は観測時間を示す。今迄の観測資料に基づいて(Cramer, 1957; Faugen *et al.*, 1963), 粗い推定値を与えると第2表のようになる。

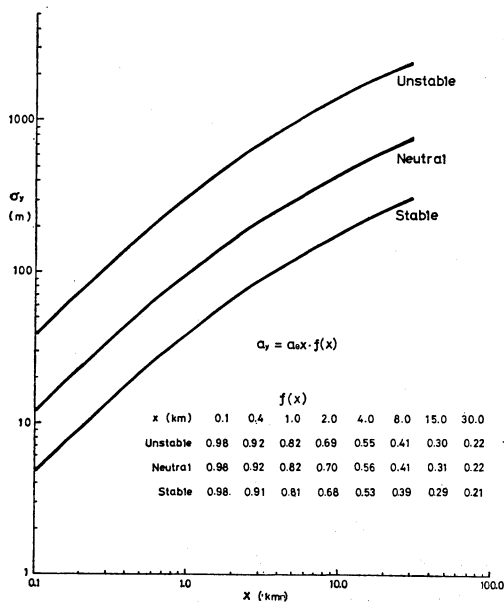
ただし,  $\sigma_\theta(10)$  は10分間の観測時間に対応するものである。

第1, 2表の値を用いれば(19)式により  $\sigma_y$  の推定値が容易に得られる。

第9図は安定, 中立および不安定の典型的場合について発生源の高さ50mの場合の  $\sigma_y$  の推定値を図にしたものである。

図中には推定に重要な  $f(X)$  の値が示してある。この値は粗い評価の Pasquill (1976) の値に対応するものである。

一般に, 任意の連続発生源について  $X_d$  と  $\sigma_\theta(S)$  が知られば(19)式によって  $\sigma_y$  は通常満足される精度で推定が可能である。ただし,  $\sigma_\theta(S)$  によって示された  $S$  は観測時間であり, 普通  $\sigma_y$  を評価する風下距離までの輸送時間に等しくするのが合理的である。しかし, 本研



第9図 風下距離の関数としての連続点源からの横方向の拡散中の典型例。

究ではこの点は明らかにできなかった。その理由は、拡散実験時に観測時間を変えた  $\sigma_0(S)$  の資料が不十分なためであった。

## 6. 結論

乱れのエネルギー消散時間スケールはオイラーとラグランジュ的ではほぼ等しいとすることにより、横方向の大気拡散巾  $\sigma_y$  はテイラー理論によって説明可能である。そして、広い安定度にわたって連続点源からの拡散巾  $\sigma_y$  は横方向の風速変動と消散長さスケール  $X_d$  により良い精度で推定可能である。

解析事実によれば、強い安定成層中では中心軸の蛇行が存在する。このような場合  $\sigma_0$  として高周波の寄与分と低周波の寄与分の和を  $\sigma_0$  に用いることにより良い推定値となる。

## 謝辞

草稿を基に有効なる御討議を下された井上栄一博士に心から感謝致します。

## 文 献

- Corrsin, S., 1962: Theories of Turbulent Dispersion, *Mécanique de la Turbulence Marseille*, 27-52.
- Cramer, H.E., 1957: A Practical Method for Estimating the Dispersal of Atmospheric Contaminants, *Proceedings of the Conference on Applied Meteorology*, Am. Met. Soc.
- Haugen, D.A. and J.L. Fuquay, 1963: The Ocean Breeze and Dry Gulch Diffusion Programs, 1, AFCRL-63-791.
- , 1966: Some Lagrangian Properties of Turbulence Deduced from Atmospheric Experiments, *J. App. Met. Soc.*, 5, 646-652.
- Hay, J.S. and F. Pasquill, 1959: Diffusion from a Continuous Source in Relation to the Spectrum and Scale of Turbulence, *Adv. Geophy.*, 6, 345-365.
- Inoue, E., 1950: On the Turbulent Diffusion in the Atmosphere (1), *J. Met Soc. Japan*, 28, 441-456.
- Inoue, E., 1952: On the Lagrangian Correlation Coefficient for Turbulent Diffusion and its Application to Atmospheric Diffusion Phenomena, *Geophys. Res. Pap. No. 19*, 397-412.
- Kaimal, J.C. and D.A. Haugen, 1967: Characteristics of Vertical Velocity Fluctuations Observed on a 430 m Tower, *Q. J. R. M. S.*, 93, 305-317.
- , J.G. Wyngard, Y. Izumi and O.R. Cote, 1972: Spectral Characteristics of Surface-Layer Turbulence, *Q. J. R. M. S.*, 98, 563-589.
- Kobe-City, 1978: Meteorological Data and Diffusion Experiments Data, Survey Report (in Japanese).
- Krosnoff, E. and R.L. Peskin, 1971: The Langevin Model for Turbulent Diffusion, *Geophys. Fluid Dynamics*, 2, 123-146.
- Mickelson, W.R., 1955: An Experimental Comparison of the Lagrangian and Eulerian Correlation Coefficients in Homogeneous Isotropic Turbulence, NACA TN 3570.
- Panofsky, H.A., C.A. Egolf and R. Lipschutz, 1978: On the Characteristics of wind Direction Fluctuations in the Surface Layer, *Boundary-Layer Met.*, 15, 439-446.
- Pasquill, F., 1976: Atmospheric Dispersion parameters in Gaussian Plume Modeling, Part II, Possible Requirements for Change in the Turner Work Book Values, EPA-600/4-76-0306.
- Science and Technology Agency, 1970: Experimental Data of Atmospheric Diffusion—Project Kawaguchi Tower—(in Japanese).
- Sethuraman, S., R.E. Meyers, and R.M. Brown, 1978: A comparison of a Eulerian and a Lagrangian Time Scale for Over-Water Atmospheric Flows During Stable Conditions, *Boundary-Layer Met.*, 14, 557-565.
- Thompson, N., 1965: Short-Range Vertical Diffusion in Stable Conditions, *Q. J. R. M. S.*, 91, 175-183.
- , 1966: The Estimation of Vertical Diffusion Over Medium Distances of Travel, *Q. J. R. M. S.*, 92, 270-276.