1980年11月

Vol. 27, No. 11

annan kanan kan 551. 513; 551. 515

最近の時空間スペクトル解析法の発展と 大気大規模波動への応用*

林 良 一**

1. はじめに

時空間スペクトル解析は大気大循環モデルや観測のデ ータを用いて大規模波動の振巾,波長,周期,位相,位 相速度,群速度,エネルギー収支,運動量輸送などを求 め,理論的解釈をするのに非常に有効な方法である.

数年前(1977年)に気象研究ノート第131号に「時空 間スペクトル解析法と大気大循環モデルへの応用」とい う題の解説を依頼されたが、その後さらに解析法自体発 展し、大気大循環モデルのみならず観測のデータにも広 く応用されるようになってきた.本解説では時空間スペ クトル解析の方法論を系統的にまとめ、海洋学で近来発 展してきた回転スペクトルとの類比を論じ、最近の応用 例を紹介する.

第2章は時空間スペクトル解析法について次の項目順 に解説する。

- 2.1 東進西進波の分離
- 2.2 回転スペクトルとの類比と組合せ
- 2.3 Standing, traveling wave の分離
- 2.4 Wave packet の解析法
- 2.5 Maximum entropy method による推定法
- 2.6 極軌道衛星データの解析法
 - * The recent development of space-time spectral analysis methods and their applications to large-scale atmospheric waves.
- ** Yoshikazu Hayashi, Geophysical Fluid Dynamics Laboratory/NOAA, Princeton University.
- *** Lag correlation 法による場合は lag が長いほ と結果的に振動数平均巾を小さくとったことに 相当する。

2.7 非線形スペクトルの計算法

第3章は大気大循環モデル及び観測データでの応用例 を示す。

2. 時空間スペクトル解析法

ここで扱う時空間系列は東西方向に cyclic であると するので波数は離散量である.振動数は有限の期間のデ ータしか実際には得られないので便宜的に離散量として 扱う.

2.1. 東進西進波の分離

時空間系列 w(x, t) は 次の様に 時空間フーリエ級数 に展開される.

 $w(x, t) = \operatorname{Re}_{k,\omega} \sum_{k,\omega} \left[\widehat{W}_{k,\omega} e^{i(kx+\omega t)} + \widehat{W}_{k,-\omega} e^{i(kx-\omega t)} \right]$ (1)

ここで $\widehat{W}_{k,\omega}$ は時空間複素フーリエ変換で、次の様に求められる。

$$2\widehat{W}_{k,\omega} = \frac{1}{\pi T} \int_0^T \left[\int_0^{2\pi} w(x, t) e^{-ikx} dx \right] e^{-i\omega t} dt (2)$$

波数 k を正と定めると 振動数 ω の 正負 がそれぞれ 西進,東進波に対応する.

さて時空間パワー・スペクトル $P_{k,\omega}$ は次の様に定義 される.

$$P_{k,\omega}(w) = \frac{1}{2} \langle | \hat{W}_{k,\omega} |^2 \rangle \tag{3}$$

ここでく > は確率的な現象を統計的に処理する為の 集合平均であるが,実際には現象がエルゴード性を持つ として振動数巾平滑でおきかえる.この振動数巾はデー タの期間が長い程せまく取れる***.

Kao (1968) は (2) を 直接計算し, (3) により 時空

1980年11月

間 power 及び cospectrum を求めた. しかし彼のスペ クトルは振動数平滑がされていなく, 個々のスペクトル の値は変動がはげしく統計的な信頼性がない事が批判さ れている (Tsay, 1974, Pratt, 1976). 最近 Kao・Lee (1977) の論文では振動数平滑をするようになった.

一方 Hayashi (1970, 1977 b, 1981) は、時間スペクト ル法*(相関法,直接フーリエ変換法、maximum entropy method)を使って時空間スペクトルを求める方式を工夫 し、しかも位相差やコヒーレンスも求められるように一 般化させた. Izawa (1972) は時空間相関法により時空 間スペクトルを求める方法を試みた. この方法は局地的 な中規模波動の解析には適しているが、大規模波動の 解析には計算時間が非常にかかり能率が悪い.以下, Hayashi の方法を紹介する.

上式(1)と(2)は次の様にも表わせる.

 $w(x,t) = \sum_{k} [C_k(t) - iS_k(t)] e^{ikx} \qquad (4)$

$$\widehat{W}_{k,\omega} = \frac{1}{T} \int_0^T [C_k(t) - iS_k(t)] e^{-i\omega t} dt \qquad (5a)$$

$$\equiv [\hat{C}_k - i\hat{S}_k]/2 \tag{5b}$$

ここで $C_k(t)$, $S_k(t)$ は空間 cosine, sine 係数の時系 列で \hat{C}_k , \hat{S}_k はその時間複素フーリエ変換である.

上式(5b)を(3)に代入すると次の公式が得られる.

$$4 P_{k,\pm\omega}(w) = P_{\pm\omega}(C_k - iS_k) \qquad (6 a)$$
$$= P_{\omega}(C_k) + P_{\omega}(S_k) \pm 2Q_{\omega}(C_k, S_k) \qquad (6 b)$$

ここで P_{ω} , Q_{ω} は時間についての power, quadrature スペクトルである.

上式(6b)から次の関係が得られる.

$$P_{k,\omega}(w) + P_{k,-\omega}(w) = [P_{\omega}(C_k) + P_{\omega}(S_k)]/2 \quad (7)$$

$$P_{k,\omega}(w) - P_{k,-\omega}(w) = Q_{\omega}(C_k, S_k) \quad (8)$$

上式(8)によると東進と西進波のパワー・スペク トルの差は C_k と S_k の quadrature スペクトルとな る. Deland (1964, 1972)は,進行波の C_k と S_k は 90° 位相**がずれることから進行波の $Q_{\omega}(C_k, S_k)$ が振巾の 二乗と符号が進行方向を表わすことを指摘し,移動性超 長波の解析に応用した.

- * 最近の解説 (丸山, 1975; 永田, 1976; 花房, 1977; 日野, 1977) を参照.
- ** 進行波と standing wave oscillation が重なっていても位相が 90° ずれる 場合があるので 位相差だけでは進行波と断定できない. またこの 位相差は原点の位置の定め方にもよる.



第1図 波動ベクトル(左)と回転ベクトル(右) の複素平面表示.ペクトルの方向角は波動 の位相角,回転ベクトルの回転角を表わす (Hayashi, 1979 a による).

上の方式を一般化すると二つの時空間系列 w, w'の 間のクロス・スペクトルが以下の公式により求まる。

$$4K_{k,\pm\omega}(w,w') = K_{\omega}(C_k,C'_k) + K_{\omega}(S_k,S'_k)$$

$$\pm Q_{\omega}(C_k,S'_k) \mp Q_{\omega}(S_k,C'_k) \quad (9)$$

$$4Q_{k,\pm\omega}(w,w') = \pm Q_{\omega}(C_k,C'_k) \pm Q_{\omega}(S_k,S_k')$$

$$-K_{\omega}(C_k,S'_k) + K_{\omega}(S_k,C'_k) \quad (10)$$

$$Ph_{k,\omega}(w,w') = \tan^{-1}[Q_{k,\pm\omega}(w,w')/K_{k,\pm\omega}(w,w')]$$

$$(11)$$

$$Coh^2_{k,\omega}(w,w') = [K_{k,\pm\omega}^2(w,w') + Q_{k,\pm\omega}^2(w,w')]/$$

$$P_{k,\pm\omega}(w)/P_{k,\pm\omega}(w')$$
 (12)

ここで K, Q, Ph, Coh は co, quadrature スペクト ル, 位相差, コヒーレンスである.

2.2. 回転スペクトルとの類比と組合せ

時空間スペクトルは海洋学で近来発展してきた回転ス ペクトル (Mooers, 1973 参照) と数学的に類似してい る. 式(6a)のように時空間スペクトルは空間複素フ ーリエ係数 $[C_k(t) - iS_k(t)]/2$ の時間スペクトルに相当 し,回転スペクトルは複素速度ベクトル w(t) = u(t) + iv(t)の時間スペクトルに相当する.1周期はベクトル の1回転に相当する.第1図に示すように波動ベクトル の東西回転は回転ペクトルの時計・反時計的回転に対応 する.standing wave oscillation は大きさの等しい東進西 進両成分の干渉から成り,回転成分の干渉による rectilinear oscillation に対応する.

時計・反時計的回転成分の間の回転コヒーレンス *Coh*_w (w,w*) は (u, v) コヒーレンスと次の関係 (Hayashi, 1979 a) がある.

 $[1-Coh^{2}_{\omega}(w,w^{*})]P_{\omega}(w)P_{-\omega}(w)$ = [1-Coh^{2}_{\omega}(u,v)]P_{\omega}(u)P_{\omega}(v) (13) 回転コヒーレンスが1だと時計・反時計的回転成分は

*天気/ 27. 11.





完全に干渉し、回転ベクトルの軌跡は楕円又は直線になる.この量が0だと干渉せずに円又は不規則な振動になる*.

回転ベクトルの"degree of rectilinear oscillation" L_{ω} は次の様に定義される (Hayashi, 1979 a).

 $L_{\omega} = 2P_{\omega}^{1/2}(w)P_{-\omega}^{1/2}(w)Coh_{\omega}(w,w^{*})/$ $[P_{\omega}(w) + P_{-\omega}(w)]$ (14)

L_w=1 であると振動は完全に直線的で、0 だと円又は 不規則的である。

回転ベクトルの degree of polarization D_{ω} (Born • Wolf, 1975 参照) は回転コヒーレンスと次の関係 (Hayashi, 1979 a) がある.

$$1 - D^{2}_{\omega} = \frac{4P_{\omega}(w)P_{-\omega}(w)}{[P_{\omega}(w) + P_{-\omega}(w)]^{2}} [1 - Coh^{2}_{\omega}(w, w^{*})]$$
(15)

 $D_{\omega}=1$ であると振動は polarized (楕円, 円又は直線 的偏光) されているが、0 だと unpolarized (不規則) で ある.

以上3つの量の間には次の大小関係 (Hayashi, 1979 a) がある.

 $L_{\omega} \leq Coh_{\omega}(w, w^*) \leq D_{\omega} \tag{16}$

時空間スペクトルと回転スペクトルを組合せると回転 ベクトルの時空間系列を東進西進及び時計・反時計的回 転成分に分離する公式(Hayashi 1979 a)が導かれる。 第2図に示されるように西進する渦の北側では風のベク トルが時間について時計的回転,南側では反時計的に回 転する.

回転スペクトルは1地点の時系列データしか得られな



第3図 Standing (w_±^s) と traveling (w_±^t) wave
 の東進西進成分のパワー・スペクトルの模式的表示(説明は2.3節参照), (Hayashi, 1979 b による)

い時,渦の進行方向を風のベクトルの回転方向から推定 するのにも利用される. (例 Cadet・Teitelbaum, 1979).

2.3. Standing, traveling wave の分離

Standing wave oscillation は時空間フーリエ級数では 形式的に東進と西進成分に分離され、別の進行波に混入 してしまう. この欠点を改良するために Hayashi (1977 a, 1979 b) は時空間パワー ・スペクトルを standing と traveling wave の成分に再分割する方法を提案した. これは次の定義と仮定に基く(第3図参照).

i) Standing wave(w^s) は同じ振巾の東進・西進成分(w_±^s) からなり, その成分間のコヒーレンスは1で完全に干渉する.

ii) Traveling wave (w^t) の東進西進成分 (w_t^t) は
 incoherent であり干渉しない. この成分は noise や不
 規則な transient wave も含む.

iii) Standing と traveling wave は異る原因で発生し 相互に incoherent であると仮定する。

時空間パワー・スペクトルは次のように分割される. $P_{k,\omega}(w) + P_{k,-\omega}(w) = P_{k,\omega}(w^s)$ $+ [P_{k,\omega}((w_+^t) + P_{k,\omega}(w_-^t)]$ (17) ここで右辺のスペクトルは次の公式により求まる. $P_{k,\omega}(w^s) = 2P^{1/2}_{k,\omega}(w)P^{1/2}_{k,-\omega}(w)Coh_{\omega}(w_k,w_{-k})$ (18)

$$P_{k,\omega}(w_{\pm}^{t}) = P_{k,\pm\omega}(w) -P_{k,\omega}^{1/2}(w)P_{k,-\omega}^{1/2}(w)Coh_{\omega}(w_{k},w_{-k})$$
(19)

785

1980年11月

^{*} 単振動数ではコヒーレンスは常に1となるが複振 動数では微小振動数巾平滑のため1にならない.





第4図 Wave packet の例. 実線は $Re\sum_{k} \exp(ikx)$, 破線は local amplitude

 $|\sum_{k} \exp(ikx)| \ bar{\mathbf{f}}$

上式 (18) の 上辺の $Coh_{\omega}(w_k, w_{-k})$ は 東進と西進 の 間の時間的コヒーレンスで $C_k \ge S_k$ の間のコヒーレン ス* と次の関係 (Hayashi, 1977 a) がある.

 $4[1-Coh^{2}_{\omega}(w_{k},w_{-k})]P_{k,\omega}(w)P_{k,-\omega}(w)$

 $= [1 - Coh^2_{\omega}(C_k, S_k)] P_{\omega}(C_k) P_{\omega}(S_k)$ (20)

式 (18) は (20) を代入すると Pratt (1976) の定義 した "standing variance" と一致する.

最近 Shäfer (1979) は 時空間パワー・スペクトルを "wave" と "noise"の部分に分割することを提案した. これは "wave"の 東進西進成分は 同じ原因で 発生し相 互に coherent で, "noise"の東進西進成分は 同じ振巾 で相互に incoherent であるという仮定に基く. この分 割は回転スペクトルを偏光, 非偏光部分 (Hayashi, 1979 a) に分割することに類似している.

なお Iwashima • Yamamoto (1971) は空間 フーリエ 成分に時間 フィルターをかけ standing と traveling wave を分離する方法を提案した. これは 脈動する standing wave の節は時間平均の波の0点と一致すると いう仮定に基く.

2.4. Wave packet の解析法

大気大規模波動の振巾の経度分布を問題にする時は, 波動を波束(wave packet) として扱わなければならない。

波数域
$$\Delta k$$
 の波束は次の様に表現される.
 $w_{Ak}(x,t) = Re \sum_{Ak} W_k e^{ikx}$ (21a)
 $= Rea(x,t)e^{i\phi(x,t)}$ (21b)

* このコヒーレンスは原点の位置に依存し、それ自体には物理的な意味はない.

式 (21 b) の $a \ge \phi$ は local amplitude \ge local phase で次の様に定義される (Hayashi, 1980 c).

$$a(x, t) = \left|\sum_{\substack{dk\\dk}} W_k e^{ikx}\right| \tag{22a}$$

$$=(c^2+s^2)^{1/2}$$
 (22b)

$$\phi(x,t) = \arg\{\sum_{\substack{dk \\ dk}} W_k e^{ikx}\}$$
(23a)

$$=-\tan^{-1}(s/c) \tag{23b}$$

ここで c と s は複素フーリエ級数の実数と虚数部で 次の様に定義される。

$$c(x,t) = \sum_{\substack{4k}} [C_k(t) \cos kx + S_k(t) \sin kx]$$
(24)

$$s(x,t) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[-C_k(t) \sin kx + S_k(t) \cos kx \right]$$
(25)

第4 図は (22) 式による local amplitude の例を示 す. 低波数の local amplitude は local に定義された 空間 variance とあまり良く対応しないが高波数の local amplitude は波束の envelope に対応する.

波束 W_{4k} の各地点での時間パワー・スペクトルは 2.1 節の方法を一般化して 次の様に 分割 できる (Hayashi, 1979 b).

$$P_{\omega}(w_{+}+w_{-}) = P_{\omega}(w_{+}) + P_{\omega}(w_{-}) + 2K_{\omega}(w_{+},w_{-})$$
(26)

ここで W_± は西進又は東進波のみから成る波束である. 右辺のスペクトルは次の公式で求まる.

$$P_{\omega}(w_{\pm}) = \left[P_{\omega}(c) + P_{\omega}(s) \pm 2Q_{\omega}(c,s)\right]/4 \quad (27)$$

$$K_{\omega}(w_{+},w_{-}) = \left[P_{\omega}(c) - P_{\omega}(s)\right]/4 \tag{28}$$

$$Q_{\omega}(w_+,w_-) = K_{\omega}(c,s)/2 \tag{29}$$

上式(26)の右辺の第3項(cospectrum)は東進と西 進波の干渉項であるが経度平均をとると消える.また東 進と西進成分の間のコヒーレンスが0だとこの項は0で

▶天気/ 27. 11.

ある.

ー方2.3節の方法を一般化すると,波束の時間パワー・ スペクトルは次の様に再分割できる(Hayashi, 1979 b). $P_{\omega}(w_{+}+w_{-})=P_{\omega}(w^{s})+[P_{\omega}(w_{+}t)+P_{\omega}(w_{-}t)]$ (30)

ここで w^s は Standing wave packet, w_{\pm}^t は traveling wave packet の東進又は西進成分である。 右辺のスペ クトルは次の公式で求まる.

$$P_{\omega}(w^{s}) = 2P_{\omega}^{1/2}(w_{+})P_{\omega}^{1/2}(w_{-})Coh_{\omega}(w_{+},w_{-}) \\ \times \{1 + \cos[Ph_{\omega}(w_{+},w_{-})]\} \quad (31) \\ P_{\omega}(w_{\pm}^{t}) = P_{\omega}(w_{\pm}) - P_{\omega}^{1/2}(w_{+})P_{\omega}^{1/2}(w_{-}) \\ \cdot Coh_{\omega}(w_{+},w_{-}) \quad (32)$$



第5図 単波数で同じ振動数の東進西進成分から成る振動の時間パワー・スペクトルの空間分布の模式図。

Traveling wave (noise も含む)の時空間パワー・スペクトルは時間パワー・スペクトルは時間パワー・スペクトルの最小値に等しい。

Standing wave の時空間パワー・スペク トルは時間パワー・スペクトルの空間平均 と traveling wave の時間パワー・スペク トルの差に等しい (Hayashi, 1977 a によ る).

$$Coh^{2}_{\omega}(w_{+},w_{-}) = [K^{2}_{\omega}(w_{+},w_{-}) + Q^{2}_{\omega}(w_{+},w_{-})] / P_{\omega}(w_{+})/P_{\omega}(w_{-})$$
(33)
$$Ph_{\omega}(w_{+},w_{-}) = \tan^{-1}[Q_{\omega}(w_{+},w_{-})/K_{\omega}(w_{+},w_{-})]$$
(34)

式 (30) は単波数の波の場合に経度方向に平均すると 2.8 節の standing と traveling wave の時空間パワー・



第6図 波数-振動数の4つの組合せ(k₀±k', ω₀± ω')からなる波束の2次元波数分布・黒丸 は2次元波数ペクトル,白丸は中心波数ペ クトルを示す。斜線は振動数の等値線を示 す。矢印は波数軸を空間軸とみなした時の 2次元群速度の方向(等値線に垂直)を示 す。



1980年11月



第8図 波数1,周期4日の東進波(陰影)の時間 -経度断面.斜線は赤道上の地方時の等値 線を表わす.極軌道衛星が赤道を通過する 時刻と経度はこの等値線上にある.等地方 時でのみかけの波数は1.25になる(Hayashi, 1980b)による。 スペクトルに分割する式(17)に一致する(第5図参照).

次に単振動数 の stationary (traveling) wave packet は vertical-zonal ray path で local amplitude が最 大になる事を証明しよう (Hayashi, 1980 c 参照).

簡単な例として第6図に示すように波数-振動数の4 つの組合せ ($k_0 \pm k'$, $\omega_0 \pm \omega'$)から成る2次元の波束を 考える.

$$w = Re \sum_{k'}^{k'} \sum_{-\omega'}^{\omega'} e^{i(k_0 + k')x + i(m_0 + m')z} + i^{(\omega_0 + \omega')t}$$
(35)

この波束の local amplitude は (22) 式により次の様 に定義される.

$$a(x,z,t) = \left|\sum_{-k}^{k'} \sum_{-\omega}^{\omega'} e^{i(k',x+m',z+\omega',t)}\right|$$
(36)

さて波動の分散関係式は k', m' の1次のオーダーで 次の様に Taylor 展開できる

$$\omega \approx -G_x k' - G_z m' \tag{37}$$

ここで (G_x , G_z) は群速度ベクトルで次の様に定義される.

$$(G_x, G_z) = (-\partial \omega / \partial k, -\partial \omega / \partial m)$$
(38)

上式 (36) は (37) により m'を 消去すると次の様 になる.

$$a(x,z,t) \approx \left| \sum_{-k}^{k'} \sum_{-\omega'}^{\omega'} e_i(x - zG_x/G_z) \sum_{-\omega'}^{\omega'} e^{i\omega'(t-z/G_z)} \right| \quad (39)$$



第9図 モデルの風の南北成分の時空間パワー・スペクトル (赤道, 110 mb, 7~8月).

*天気" 27. 11.

したがって local amplitude は良く知られている様に 群速度で動く ray point

 $(x,z) = (G_x,G_z)t + (x_o,z_o)$ (40) について一定になる(Eckart, 1960参照).

さて波束を励起している forcing が単振動数であると 定常状態では波束自身も単振動数になる.上式 (39) で $\omega'=0$ とすると local amplitude は時間によらずいつも ray path の上で一定になる. もっと一般的に基本場が 均一でない場合には local amplitude は一定にはならな いが, ある ray path で最大になる. 超長波は local amplitude の変化が位相に比べてあまり緩やかでないが



第10図 モデルの風の時空間・回転パワー・スペクトル(左)と回転コヒーレンス, degree of polarization (右)の緯度分布 (110mb, 6~9月). 波数4, 周期4日(西進), 振動数巾 0.05 day⁻¹ (Hayashi, 1979 a による).

(第4図参照), (38) 式の Taylor 展開近似が良く成立 するので上の定理を適用できる (Hayashi, 1980 c).

2.5. maximum entropy method による推定法

時空間クロス・スペクトルは Hayashi (1971)の方法 では時間について相関法や直接フーリエ変換法を用いて 求められる. データの期間が短い時や振巾の季節変化を 解析したい時は最近いろいろな分野で応用されるように なった maximum entropy method (MEM)を用いて 振動数分解能の良い時空間クロス・スペクトルが求めら れる. この場合には(6a)式のような複素表示の公式を 用いるのが良い (Hayashi, 1977 b, 1981参照). 第7 図 に従来の 相関法によるスペクトル との比較を示す. MEM では15日の周期のピークが30日間のデータ か らでもきれいに出る.

2.6. 極軌道衛星データの解析法

極軌道衛星を使って東西方向に1周するデータを採集 するには、地球の自転を利用するので1日かかる.この データを同時刻に採集したと見なすと、第8図から分る ように波数にずれが出る.このずれは振動数に比例し、 Lorentz 変換により相対性原理の非同時性の為に波数が ずれる事に数学的に類似している.この時空間系列から そのまま時空間スペクトルを計算すると特に周期が10日 より短い波動の振巾にかなり誤差が出る*. Hayashi (1980c)はずれた波数についての空間フーリエ変換の時 間スペクトルを求めると、この誤差が完全に除ける事を 示した.

2.7. 非線形スペクトルの計算法

大気擾乱は非線形効果により異った波数や振動数の成 分の間でエネルギーの交換が起きる.非線形項のエネル ギー変換スペクトルは Saltzman (1957) や Kao (1968)



^{*} Hirota (1976) は振動数の Doppler shift を利用して 時空間スペクトルを求めたが, 空間フーリエ級数を計算 する際に上記の誤差が出る。

1980年11月







第13図 モデルの eddy available potential energy から eddy kinetic energy への変換(上)とエネルギー輸送の水平収束(下)の波数-振動数分 布(0~1000 mb, 10°S~20°N, 7~10月), (Hayashi, 1974 による).

◎天気// 27. 11.





の方法では bispectrum (フーリエ変換の三重積)の波 数和になる。一方 Hayashi (1980 a)の方法では変数の 積(非線形項)を1つの変数とみなし,空間又は時空間 スペクトル解析法を用いて非線形スペクトルを簡単に求 めることができる。

3. 大規模波動の解析への応用例

時空間スペクトル解析の大気大循環モデルへの応用例 としては Manabe 等により 設計された GFDL モデル に現われる大規模赤道波の解析 (Hayashi, 1974; Hayashi・Golder, 1980) と 制 御 実験 (Hayashi・Golder, 1978) 及び大規模中緯度波の解析 (Hayashi・Golder, 1977) の論文からなるべく話が断片的にならないように いくつかの例をひろってみる.

観測データに筆者が発展させた時空間スペクトル法を 適用した論文としては次のものがある—Gruber (1974),

第14図 モデルの風の南北成分の時空間パワー・スペクトル(波数3~5)の緯度~月分布(110 mb). 周期巾3~6日,西進(上).周期巾3~20日,西進(下). Maximum entropy method による(Hayashi・Golder, 1980による).

POWER (v), 98mb, WAVE NO. = 3~5, PERIOD = 4~15 DAYS (WESTWARD)



第15図 Control experiment の結果を示す. 6月1日に小さな擾乱を与えた場合(左),6 月20日以降に中緯度(>30°)の擾乱を無くした場合(右). 等値線は風の南北成分の時空間パワー・スペクトル(波数3~5,周期4~15日,西進)の緯度-日分布(98 mb). 15日間のデータに maximum entropy method を使用し解析区域を5日ずつずらせる. 等値線の間隔 0.25m²・S⁻², 濃い陰影≥1.25, 薄い陰影≤0.75(Hayashi・Golder, 1978による).

最近の時空間スペクトル解析法の発展と大気大規模波動への応用



Zangvil (1975), Hartmann (1976), Blackmon (1976), Sato (1977), Fraedrich • Böttger (1978), Shäfer (1979), Pratt (1977, 1979), Venn • Stanford (1979), Pan(1979), Böttger • Fraedrich (1980), Krishnamurti • Ardanuy (1980), Krishnamurti (1980), Depradine (1980), Zangvil • Yanai (1980a, b), Miyakoda *et al.* (1980).

3.1. 赤道波動の解析

第9図はモデルの風の南北成分の時空間パワー・スベ クトル(赤道上110mb, 7~8月)を示す*. 波数4,周

第16図(a) 観測の風の u-, v+ 成分の時空間パワー・スペクトル(波数4)の緯度-振動数分布(200 mb, 6~8月, 1967年). u- は両半球の風の東西成分の差半, v+ は南北成分の和半 (Zangvil・Yanai, 1980による).

 ν (ϕ V) WAVENUMBERS 3-6



 第16図(b) 観測のエネルギー南北輸送のスペクトル (波数 3~6) の緯度-振動数分布 (200 mb, 6~8 月, 1967年). スペクトルは振動数倍 し て あ る (Zangvil・Yanai, 1980 に よ る).

* Hayashi (1974) には7~10月のスペクトルを示した.

▶天気″ 27. 11.



1980年11月

13



第19図 観測の西進(上)と東進(下)波動(波数2,周期20日)の位相,振巾,コヒーレンス(800 mb の等圧 面高度を基準とする)の高度分布(50°N, 1969/70年の冬),(Böttger • Fraedrich, 1980による).



第20図 観測の等圧面高度の時空間パワー・スペク トル(波数1)の高度-振動数分布(60°N, 12~2月). スペクトルには振動数と大気 密度が掛けてある(Sato, 1977による.)

期4.5日(西進)のピークは Yanai · Maruyama (1966) により発見された mixed Rossby-gravity wave に対応 する.

第10図はモデルの110mbの風の時空間・回転パワー・スペクトル(波数4,周期4日,西進),回転コヒーレンス及び degree of polarization の緯度分布を示す.

Equatorial normal mode (Matsuno, 1966)の1つの mixed Rossby-gravity wave のように渦の中心が赤道に あるような波動(第2図参照)は、北半球で時計回り、 南半球で反時計回りの回転スペクトルが卓越する.赤道 上で degree of polarization が少し小さくなっているの は渦の中心が赤道の南北をふらつく為だと思われる.回 転コヒーレンスは(16)式の様に degree of polarization より小さい値を示す.

第11図はモデルの風の南北成分の波束(波数3~5)の(27)式で求めた時間パワー・スペクトル(周期3~5日,西進)の地理的分布(110mb,4~9月)を示す.mixed Rossby-gravity wave の振巾が赤道太平洋で最大になるのが分る.

第12図は第11図のパワー・スペクトルの高度-経度断面(赤道)である。対流圏では振巾の最大は西太平洋でおこり、高さと共に位置が東にずれるのが分る。このずれは群速度が東上向きである為だと解釈される*. この

◎天気// 27. 11.

14

^{*} 成層圏で ray path が傾かないのは東風が強くなり、群速度の東西成分が小さくなるためだと思われる.



第22図 モデルの等圧面高度(波数1, 周期30日)の東進と西進成分の振巾(左), standing (ST)と traveling (TR) wave の振巾(中),東進と西進成分の間のコヒーレンス(右)の高度分布(60°N, 10~3月),(林, 1977による).

向きは mixed Rossby-gravity wave の 群速度が 理論的 に東向きであることと,モデルの波のエネルギー輸送が 上向きである (Hayashi, 1974) ことから判断される. 西太平洋上で振巾が最大になるのは,そこでは海面温度 が高く対流活動が盛んで,この波のエネルギー源になっ ている為と思われる.上の結果は Holton (1972)の線

形モデルでも良く再現されている.

第13図はモデルの eddy available potential energy か ら eddy kinetic energy への変換 $(-\overline{a'\omega'})$ と tropics $(10^{\circ}S\sim20^{\circ}N)$ への energy flux の水平収束 $(\overline{\partial\phi'v'}/\partial y)$ の波数-振動数分布 $(0\sim1000 \text{ mb})$ を示す. 波数 4, 周期 5日 (西進) あたりでは前者のスペクトルの方が後者よ

1980年11月



1979 b による)

り大きい. これは mixed Rossby-gravity wave の維持 にはエネルギー的には熱の効果の方が中緯度からのエネ ルギー流入よりも重要である事を示す.

第14図(上)はモデルの毎月のデータから MEM に より求めた時空間パワー・スペクトル(波数3~5,周 期3~6日,西進)の月-緯度分布を示す.赤道付近の mixed Rossby-gravity wave は7月頃に振巾が最大に なり,1月頃に又振巾が強まる.周期帯をもっと広くと り長周期(3~20日)も含めると,第14図(下)に示さ れるように赤道波の振巾の季節変化はある程度中緯度擾 乱に影響されているように見える.

第15図は赤道波の control experiments の結果で15日 ごとのデータから求めた時空間パワー・スペクトル(波 数3~5,周期4~15日,西進)の日-緯度分布を示す. 左図は6月1日に初期条件として小さな擾乱を与えた場 合,右図は6月20日に更に高緯度の(>30°)擾乱を,モ デルを走らせる間に0とおいた場合を示す.中緯度擾乱 がなくなると赤道付近の mixed Rossby-gravity wave の運動エネルギーが半減されることが分る.又図示しな いが潜熱放出をなくすとこの波の振巾は非常に小さくな る.この実験からモデルの mixed Rossby-gravity wave は潜熱放出の効果だけでもある程度発生し、中緯度擾乱 の効果により振巾が増大すると解釈される.理論的には 大規模波動に応答した積雲熱放出(wave-CISK)による 不安定性(Hayashi, 1970),熱強制への応答(Holton, 1972; Hayashi, 1976),中緯度強制への共鳴(Mak, 1969),wave-CISK の中緯度強制への共鳴(Itoh, 1978) などの説があるが、いずれの理論も完全にはこの実験の 結果を説明できない.特にwave-CISK は色々と改良 が試みられてきているが,積雲対流の熱や運動量輸送の パラメータ化の仕方により非常に異る結果が出る.

観測の解析例として第16図(a)は Zangvil・ Yanai (1980)による風の時空間パワー・スペクトル(波数4)の緯度-振動数分布を示す. 風の東西成分については両半球のデータの差半(u_-),南北成分については和半(v_+)のスペクトルが求められている. この操作は赤道に関して対称性のある波動を摘出するのに適している. 周期5日(西進)あたりの u_- と v_+ のスペクトルはそれぞれ赤道で最小と最大になり,理論のmixed Rossby-gravity wave と良く対応している. 第16図(b)はエネルギーの南北輸送($\phi'v'$)のスペクトル(波数3~6)の緯度-振動数分布を示す. 周期5日あたりの赤

▶天気∥ 27. 11.



第24図 モデルの等圧面高度の波束(波数1~3)の時間パワー・スペクトル(周期20~30日)の高度-経度断面(60°N,10~3月).
standing(上), traveling(下) wave. 破線は東西方向の最大値により定められるray pathを示す.

道付近の mixed Rossby-gravity wave に中緯度からエ ネルギーが輸送されてくることが分る.

3.2. 中緯度波動の解析

第17図は等圧面高度の時空間パワー・スペクトルの波 数-振動数分布(60°N,500mb,12~2月)を示す.上 図はモデル,下図は観測データの解析である.中緯度の 長波は波数,振動数のひろがりがある東進波から成る波 束を成すことが分る.観測では対流圏の超長波は西進成 分が東進成分より大きいが,モデルでは西進成分が弱す ぎるという欠点がある.

第18図はモデルの東進波(波数7,周期3.8日)の振 巾,位相差とコヒーレンス(500mbの温度を基準とす る)の高度分布を示す.位相線の西上への傾き,低気圧 の前面での上昇流など中緯度低気圧の構造と良く対応し ている.

第19 図は Böttger・Fraedrich (1980) により 観測さ れた東進と西進超長波(波数2,周期20日)の位相,振 巾とコヒーレンス(800 mb の等圧面高度を基準とする) の高度分布を示す。等圧面高度については西進波の位相 線はほとんど傾かないが,東進波の位相線は西に傾く。 西進波の振巾は 200mb 以上で減衰するが,東進波の振 巾は増大する。西進波は external Rossby wave,東進 波は internal Rossby wave に対応するようである。 この構造の差異は Pratt・Wallace (1976) により





第25図

モデルの平均 (10~3月)等圧面 高度の波束(波数 1~3)の地理的 分布(38mb). 擾 乱(上), local amplitude(下), (Hayashi, 1980 c によ る).



第26図 モデルの平均(月)等圧面高度の波束(波数1~3)の高度-経度断面(55°N)擾乱(上), local amplitude(下). 破線は東西方向の最大値により定められる ray pathを示す(Hayashi, 1980 c による).

empirical orthogonal function と時空間スペクトルを 組合せた方法でも指摘されていた.

第20図は Sato (1977) による 観測データ の等圧面高 度の時空間 パワー・スペクトル (波数1) の高度-振動 数分布 (60°N, 12~2月) を示す. 成層圏 (30 mb) で は対流圏と逆に東進波の方が西進波より振巾が大きいこ とが分る (この図では 左側が 東進波を 表わす ことに注 意).

第21図はモデルの等圧面高度の時空間パワー・スペク トル(波数1)の振動数-高度分布(60°N,10~3月) を示す. モデル では対流圏 から 成層圏にかけて東進波 (周期約30日)の方が西進波より振巾が大きいのが分る.

第22図はモデルの等圧面高度(波数1,周期30日)の 東進と西進の振巾, standing と traveling wave の振巾 (2.3節参照)及び東進と西進成分の間のコヒーレンスの 高度分布 ($60^{\circ}N$, $10 \sim 3$ 月)を示す. Traveling wave は 主に東進成分から成る. 対流圏ではこのコヒーレンスが 小さく, standing より traveling の方が振巾が大きい が、成層圏では standing の方が大きい. 又 図 示 し な いが対流圏と成層圏の東進(又は西進)成分のコヒーレ ンスは小さく別の原因で発生しているように思われる. 第23図はモデルの等圧面高度の波束(波数1~3)の 時間パワー・スペクトル(周期20~30日)の地理的分 布(38 mb, 10~3月)を示す. 上図の standing wave の振巾は アジア と アメリカ 大陸の上で最大になってい る. 下図の traveling wave の振巾は太平洋上で最大に

なっている. この traveling wave packet は波数1の東 進波が主要成分で, Sato (1977) により見い出された (第21 図参照) 成層圏東進超長波(波数1,周期30日) に対応すると思われる.

第24図は第23図の パワー・スペクトル の高度-経度断 面(60°N, 10~3月)を示す. 上図からは standing wave の腹や節の位置は高さにより変らないことが分 る. 下図からは traveling wave の時間パワー・スペク トルの経度についての最大の位置(破線)は成層圏から 圏界面にかけて東にずれることが分る. このずれは群速 度が東下向きの為であると思われる. この向きはモデル の東進超長波のエネルギー輸送が成層圏で下向きである こと及び東進 Rossby wave の群速度が理論では東向き であることから判断される.

最後に stationary wave packet の解析の例を示す. 第25図はモデルの平均(10~3月)等圧面高度(波数1 ~3)及び local amplitude の地理的分布(38 mb)を 示す.上図ではいわゆる「アリューシャン高気圧」が成 層圏で卓越することが良くシミュレートされている.こ の現象は Matsuno(1970)の線形モデルでも良く再現さ れている.下図の local amplitude はアリューシャン高 気圧の経度で最大になっている.

第26図は第25図の stationary wave packet の 高度-経度断面 (55°N) を示す. 上図では 位相線が西上向き に傾き,地上付近ではいわゆる「シベリア 高気圧」と 「アリューシャン低気圧」が同等の強さになっていること が分る.下図はシベリア高気圧とアリューシャン低気圧 が1つの localize された系を成し,その local amplitude の最大の位置が高さと共に 東に ずれ,成層圏 では 高 気圧の位置と一致する. このずれは stationary Rossby wave の群速度が理論では 東上向きであることに対応し ている*. このモデルの結果は 観測のデータを使っても

▶天気″ 27. 11.

^{*} 対流圏で ray path が傾かないのは西風が弱いこと, 熱の影響や波の上からの反射などのためだと 思われる.

検証される(Hayashi, 1980 c). 成層圏の冬平均天気図 でアリューシャン高気圧が顕著に見えるのは以上の理由 によると思われる.

4. おわりに

時空間スペクトル解析は原理的には2次元フーリエ分 解にすぎないが、大気擾乱に適用するには波動の確率論 的及び光学的な取り扱いが必要であることを強調してお きたい. 応用例としてはもっと沢山おもしろいものがあ るのだが、図が多くなりすぎるので、この程度にとどめ た. 時空間スペクトル解析が最近の Global Weather Experiment,気象衛星,惑星大気のデータ解析にますま す有用になることを期待する.

本解説で 紹介した 時空間スペクトル 解析法は 筆者が GFDL の大気大循環モデル や観測のデータ を力学的に 解析し,理論と対応させようとして発展させてきたもの である.又そのいくつかの発想は筆者がプリンストン大 学院で時系列解析の講義をしている間に生れた.プリン ストンで自由に研究する機会を与えていただいた真鍋淑 郎博士及び DFDL 所長の Dr. Joseph Smagorinsky に 感謝します.

文 献

- Blackmon, M.L., 1976: A climatological spectral study of the 500 mb geopotential height of the Northern Hemisphere, J. Atmos. Sci., 33, 1607– 1623.
- Born, M. and E. Wolf, 1975: Principles of Optics, 5th Ed., Pergamon Press, 808 pp.
- Böttger, H. and K. Fraedrich, 1980: Disturbances in the wavenumber-frequency domain observed along 50° N, Contribution to Atmos. Phys., 53, 90-106.
- Cadet, D. and H. Teitelbaum, 1979: Observational evidence of internal gravity waves in the tropical stratosphere, J. Atmos. Sci., 36, 892– 907.
- Deland, R.J., 1964: Traveling planetary waves, Tellus, 16, 271-273.
-, 1972: On the spectral analysis of traveling waves, J. Met. Soc. Japan, 50, 104-109.
- Depradine, C.A., 1980: Energetics of large-scale motion in the tropics during GATE at 250 mb, Mon. Wea. Rev., 108, 886-895.
- Eckart, C., 1960: Hydrodynamics of Oceans and Atmospheres, Pergamon Press, 290 pp.
- Fraedrich, K. and H. Böttger, 1978: A wavenumber frequency analysis of the 500 mb geopotential at 50°N, J. Atmos. Sci., 35, 745-750.

- Gruber, A., 1974: The wavenumber-frequency spectra of satellite measured brightness in the tropics, J. Atmos. Sci., 31, 1675-1680.
- Hartmann, D.L., 1976: The structure of the stratosphere in the Southern Hemisphere during late winter 1973 as observed by satellite. J. Atmos. Sci., 33, 1141-1154.
- 花房龍男, 1977: スペクトル解析の方法と気象要素 のスペクトル,気象研究ノート, 131, 1-60.
- Hayashi, Y., 1970: A theory of large-scale equatorial waves generated by condensation heat and accelerating the zonal wind, J. Met. Soc. Japan, 48, 140-160.
- _____, 1971: A generalized method of resolving disturbances into progressive and retrogressive waves by space Fourier and time crossspectral analyses, J. Met. Soc. Japan, 49, 125-128.
- _____, 1973: A method of analyzing transient waves by space-time cross spectra. J. Appl. Met., 12, 404-408.
- _____, 1974: Spectral analysis of tropical disturbances appearing in a GFDL general circulation model, J. Atmos. Sci., 31, 180-218.
-, 1976: Non-singular resonance of equatorial waves under the radiation condition. J. Atmos. Sci., 33, 183-201.
- _____, 1977 a: On the coherence between progressive and retrogressive waves and a partition of space-time power spectra into standing and traveling parts, J. Appl. Met., 16, 368-373.
- _____, 1977 b: Space-time power spectral analysis using the maximum entropy method, J. Met. Soc. Japan, 55, 415-420.
- _____, 1979 a: Space-time spectral analysis of rotary vector series, J. Atmos. Sci., 36, 757-766.
- _____, 1979 b: A generalized method of resolving transient disturbances into standing and traveling waves by space-time spectral analysis, J. Atmos. Sci., 36, 757-766.
- _____, 1980 a: Estimation of nonlinear energy transfer spectra by the cross-spectral method, J. Atmos. Sci., 37, 299-307.
- _____, 1980 b: A method of estimating spacetime spectra from polar-orbiting satellite data, J. Atmos. Sci., 37, 1385-1392.
- _____, 1980 c: Vertical-zonal propagation of a planetary wave packet, Submitted to J. Atmos. Sci.

submitted to J. Met. Soc. Japan.

- -----, and D. G. Golder, 1977: Space-time spectral analysis of midlatitude disturbances appearing in a GFDL general circulation model, J. Atmos. Sci., 34, 237-262.
- ------, and _____, 1978: The generation of equatorial transient planetary waves: Control experiments with a GFDL general circulation model, J. Atmos. Sci., 35, 2068-2082.
- -----, and -----, 1980: The seasonal variation of tropical transient planetary waves appearing in a GFDL general circulation model, J. Atmos. Sci., 37, 705-716.
- 林 良一, 1977:時空間スペクトル解析法と大気大 循環モデルへの応用,気象研究ノート, 131, 61-74.
- 日野幹雄, 1977:スペクトル解析, 朝倉書店, 300 頁.
- Hirota, I., 1976: Seasonal variation of planetary waves in the stratosphere observed by the Nimbus 5SCR, Quart. J. Roy. Met. Soc., 102, 757-770.
- Holton, J.R., 1972: Waves in the equatorial stratosphere generated by tropospheric heat sources, J. Atmos. Sci., 29, 368-375.
- Itoh, H., 1978: Forced equatorial waves under the marginally stable state with respect to wave-CISK mechanism, J. Met. Soc. Japan, 56, 145-158.
- Iwashima, T. and R. Yamamoto, 1971: A method of separation of the ultralong waves in the atmosphere into quasi-stationary and transient parts by the time filters, J. Met. Soc. Japan, 49, 158-162.
- Izawa, T., 1972: Some considerations on the continuous space-time spectral analysis of atmospheric disturbances, Paper Met. Geophys. Japan, 23, 33-71.
- Kao, S.K., 1968: Governing equations and spectra for atmospheric motion and transports in frequency-wavenumber space, J. Atmos. Sci., 25, 32-38.

, and H.N. Lee, 1977: The nonlinear interactions and maintenance of the large-scale moving waves in the atmosphere, J. Atmos. Sci., 34, 471-485.

- Krishnamurti, T.N., 1980: Large-scale features of the tropical atmosphere, Dept. of Met. Report No. 78-5, Florida State University, Tallahassee, Fla. 32306.
- day westward propagating mode and "Breaks in the Monsoons," Tellus, 32, 15-26.

- Mak, M.K., 1969: Laterally driven stochastic motions in the tropics, J. Atmos. Sci., 26, 41-64.
- 丸山健人, 1975:大規模擾乱のスペクトル解析, 天 気, 22, 267-280.
- Matsuno, T., 1966: Quasi-geostrophic motions in the equatorial area, J. Met. Soc. Japan, 44, 25-43.
- planetary waves in the winter Northern Hemisphere. J. Atmos. Sci., 27, 871-883.
- Miyakoda, K., A. Rosati and F.E. Boland, 1980: The variation of sea surface temperature in 1976 and 1977, Part II, The characteristics of spatial and temporal variability, Submitted to J. Geophys. Res.
- Mooers, C.N.K., 1973: A technique for the cross spectrum analysis of pairs of complexed-valued time series, with emphasis on properties of polarized components and rotational invariants, Deep-Sea Res., 20, 1129-1141.
- 永田 豊,1976:スペクトル解析の概念と海洋学に おける時系列解析,海洋物理学Ⅱ,東京大学出版 会,157-199.
- Pan, H.L., 1979: Upper tropospheric tropical circulations during a recent decade, Department of Meteorology, Florida State University, Report No. FSU 79-1.
- Pratt, R.W. 1976: The interpretation of spacetime spectral quantities. J. Atmos. Sci., 33, 1060-1066.
- in mid-latitude, J. Atmos. Sci., 34, 1054-1057.
- , and J. M. Wallace, 1976: Zonal propagation characteristics of large-scale fluctuations in the mid-latitude troposphere, J. Atmos. Sci., 33, 1184-1194.
- Saltzman, B., 1957: Equations governing the energetics of the large scales of atmospheric turbulence in the domain of wavenumber, J. Met., 14, 513-523.
- Sato, Y., 1977: Transient planetary waves in the winter stratosphere, J. Met. Soc. Japan, 55, 89-106.
- Shäfer, J., 1979: A space-time analysis of tropospheric planetary waves in the Northern Hemisphere, J. Atmos. Sci., 36, 1117-1123.
- Tsay, C.Y., 1974: A note on the methods of analyzing traveling waves, Tellus, 26, 412-415.

- Venne, D.E. and J.L. Stanford, 1979: Observation of a 4-day temperature wave in the polar winter stratosphere, J. Atmos. Sci., 36, 2016-2019.
- Yanai, M. and T. Maruyama, 1966: Stratospheric wave disturbances propagating over the equatorial Pacific, J. Met. Soc. Japan, 44, 291-294.
- Zangvil, A., 1975: Temporal and spatial behavior of large-scale disturbances in tropical cloudiness

deduced from satellite brightness data, Mon. Wea. Rev., 103, 904-920.

, and M. Yanai, 1980a: Upper tropospheric waves in the tropics, Part I: Dynamical analysis in the wavenumber-frequency domain, J. Atmos. Sci., 37, 283-298.

_____, 1980b: Upper tropospheric waves in the tropics, Part II: Association with clouds in the wavenumber-frequency domain, Submitted to J. Atmos. Sci.

行 事 名 開催年月日 主催団体等 場 所 気候変動シンポジウム 昭和55年12月8日 日本学術会議大会議室 第27回風に関するシンポ 昭和55年12月9日 気象研究所講堂 ジウム 第3回MONEX研究会 昭和55年12月9日~10日 GARP 委員会 東大海洋研究所 日本気象学会昭和56年春 昭和56年5月27日~29日 日本気象学会 日本教育会館 季大会 IAMAP Third 1981年8月17日~28日 西独ハンブルグ市 Scientific Assembly グローバル水収支の変動 1981年8月9日~15日 英国オックスフォード に関するシンポジウム

気象学会および関連学会行事予定

(802頁より続く)

つち密に述べている.このような研究と雲物理学的な雪 の結晶論と相まって雪という自然現象に秘められる造化 神の創造の御手を知ることができる.

ただ筆者も述べているが小林氏の見事な写真技術にし

てはこの本の見出し写真がやや暗い感じがするが、この本は自然界の微細な現象に興味をもつ人はもちろん、一般の方々に是非座右に備えておくことをおすすめする。 そして、大自然の現象にとりくむ者の輩出に大きな励ましとなることを祈る. (内田 英治)

1980年11月