

長野県の熱雷の判別解析による予測 (POAT)*

青木 孝**

要旨

熱雷の定義は、一定気団内 (800 mb の相当温位が 330°K 以上) で非前線性 (300 mb の風速が 30m/s 以下) のとき、富士山レーダのエコーが朝のうちは無く午後になって 7 km 以上の高さのエコーが発生したときとした。現象を、雷エコー・弱いエコー・エコーなしの 3 群に分けて、数値予報の予報値を予測因子とする MOS 方式で判別解析を行った結果、エコーなしと弱いエコーとの判別が困難で、雷エコーが発生するかどうかを判別すればよいことが分かった。得られた判別関数によると、従来の方法よりも良い成績が得られ、同じ見逃し率ならば空振りが少なくなった。

1. はじめに

雷雨の予測については、朝の観測値から安定度などを計算して数時間先の午後を対象とした短時間予報の立場での調査研究が数多く行われてきている。たとえば、総合報告として野口 (1972) がある。最近になって、数値予報による大規模場の予測結果を使って半日から 1 日先の雷雨の有無を予測する POT (Probability of Thunderstorm) が気象庁予報部の立平・此田によって開発された (竹村・保科, 1978)。

ここでは、POT と同じ手法によるが、予測対象としては熱雷に限定した。また、現象をレーダ・エコーにより、雷エコー・弱いエコー・エコーなしの 3 群に分け、各群間の 2 群判別および 3 群を一度に判別する正準判別を行って各群の判別可能性を調べたあと、熱雷の有無を予測する判別関数 POAT (Probability of Air mass Thunderstorm) を作成した。

2. 予測の対象

発雷や終雷などを知らせる雷雨電報を報じる観測所が最近では少なくなり、ある領域内の雷雨の有無が雷雨観測資料では同じ密度で判断することができなくなっている。

* A statistical prediction of the air mass thunderstorm in Nagano prefecture by discriminant analysis.

** Takashi Aoki, 気象研究所予報研究部。

—1980年6月9日受領—

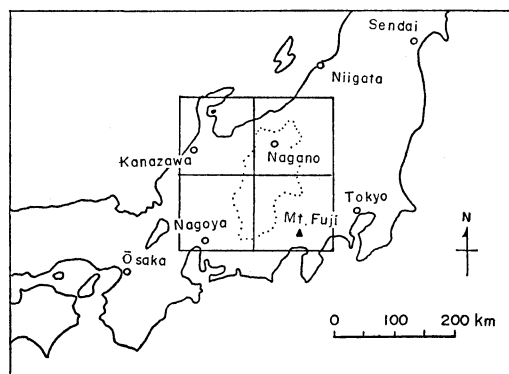
—1980年9月4日受理—

る。そこで、雷雨の有無を富士山レーダのエコーで判定することにした。

一方、WMO (1966) の International Meteorological Vocabulary によれば、雷雨には発生原因によって、Frontal thunderstorms, Cold front thunderstorm, Air mass thunderstorm, Convective thunderstorm, Advective thunderstorm といろいろある。雷雨という現象としては同じでも成因が異なるものは層別化して取り扱うことが必要なのは自明である。ここでは、前線の通過に伴わないう一定の不安定気団の中で生じる熱雷 (Air mass thunderstorm) を予測の対象とした。

熱雷については明確な定義がないので、レーダ・エコーと気象要素について次のような条件を規定した。

2.1. レーダ・エコーについて

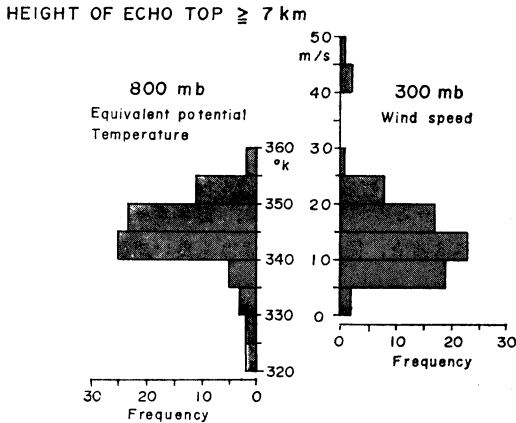


第1図 解析領域、点線は長野県境を示す。

第1表 熱雷の発生時刻 (長野地方気象台による)。

発生時刻	12~13	13~14	14~15	15~16	16~17	17~18	18時~	計
回数	2	6	7	11	6	4	4	40

1975~1977年の6~8月, 熱雷の定義は本文とは異なる。



第2図 800 mb の相当温位と 300 mb の風速の頻度分布。ただし、1976年と1977年の6月1日~9月20日, エコー頂高度 7 km 以上の場合。

(i) レーダ・エコーの有無は, 第1図に示した長野県付近の一边が約 150 km の正方領域について調べる。なお, それぞれの正方領域の中心がアジア地区6層ファインメッシュ・プリミティブ・モデルの格子点に相当する。

(ii) 朝4時20分の観測開始から9時までの間にレーダ・エコーが無いこと。この場合でも後になって組織的な線状や面エコー, 層状エコーが通過したときは除いた。

(iii) 予報作業指針(1967)による発雷高度を参考にして, エコー頂高度が7 km 以上を雷エコー(以下TSと略す), 6 km 以下を弱いエコー(WK), エコー無し(NO)の3群に分けた。

2.2. 気象要素について

当日9時の数値予報の初期値から, 800 mb の相当温位と 300 mb の風速を計算した。前項のレーダ・エコーの条件を満足するもののうちTSに該当するサンプルの頻度分布を第2図に示した。

(i) 一定の気団という基準は Murakami (1959) による梅雨期の気団分類によった。すなわち, 850 mb の相当温位において, 変質した海洋性亜熱帯気団は 358°K,

乾燥海洋性亜熱帯気団は 332°K, 湿潤海洋性亜熱帯気団は 338°K, 大陸性極気団は 314°K である。ここでは 800 mb の相当温位を使い, 第2図の頻度分布も参考にして, 亜熱帯気団におおわれたときを対象として 330°K 以下は除外した。

(ii) 前線によらないということは, 大気の傾圧性が弱いことになり, 高層たとえば 300 mb の風速が小さいことが考えられる。風速の特定の値についての裏付けはないが, 第2図の頻度分布から 30 m/s 以上は除くことにした。

なお, 予測の対象となる時間帯は12~18時とした。この時間内に熱雷が発生するかどうかを予測することになる。これは長野地方気象台の行った熱雷の発生時刻についての調査(第1表参照, 未発表)に基づいて決めた。

3. 資料と予測因子

前節の熱雷についての条件を満足すれば特に季節を設定する必要はないが, 便宜的に, 長野の日別の最高気温の平年値(1941~1970年)によると, 6月1日(23.7°C)と9月20日(24.0°C)とがほぼ同じ値であるので, これを解析の対象とする期間とした。

1976年と1977年についてサンプリングすると, TS: 69例, WK: 70例, NO: 89例, 全サンプル数は228例であった。

月別の熱雷(TS)の発生数は7月が圧倒的に多く, TS全体の75%(52例)に達している。雷雨としては6月も少なくないが, TSの数は0で, ここで定義した熱雷は6月にはほとんどないといえる。

予測因子には, アジア地区6層ファインメッシュ・プリミティブ・モデルの前日21時を初期値とする18時間予報値(当日15時に相当する)を使った。直接に予報される各層の, 風の東西成分(U)と南北成分(V), 気温(T), 比湿(Q), 鉛直流(w)のほかに, 等圧面高度についてはそのラプラシアン($\nabla^2 Z$), 安定度を表わす因子としてショーワルター・インデックス(SSI)と川添(1963)によるショーワルター・インデックス(SSI^*)および900~600 mb の不安定エネルギー(ENE)を加えて, 因子の数は37個である。

SSI* は持ち上げる気塊がはじめから飽和していると仮定したときのショーワルター・インデックスであり、ENE は気塊を持ち上げたときの温度を T' , 周囲の温度を T としたとき次式で与えられる (単位はジュール).

$$ENE = -0.287 \int_{900}^{600} (T' - T) \frac{dp}{p}$$

なお、アジア地区6層ファインメッシュ・プリミティブ・モデルは、木田 (1978) によれば、格子点に変数を配置する際に、水平差分はすべての変数を同一格子点に置く Arakawa のスキームAを使っているので重力波の分散性が悪く、予報値において波長の短かいところにノイズが残る。そこで、ここでは Masuda (1957) による平滑法を適用した。

この平滑法は、荷重平均の一種で、 Z を平滑しようとする変数、 \bar{Z} を平滑された変数、 a, b, c は重みの係数、添字は格子点を表わしており、0 が平滑値を得ようとする格子点、1・2・3・4 は0からみて上下左右の格子点、5・6・7・8 は0からみて右上・左上・右下・左下の格子点としたとき、平滑を次式において、

$$\bar{Z}_0 = (a(Z_1 + Z_2 + Z_3 + Z_4) + b(Z_5 + Z_6 + Z_7 + Z_8) + cZ_0) / (4a + 4b + c)$$

まず、 $a=3, b=2, c=4$ によって平滑を行ったものを、 $a=1, b=-1, c=2$ で再び平滑すると、格子点間隔2~3の波長の波はほとんど消去され、格子間隔8以上の波は振幅が変化しないという方法である。

4. 判別関数

4.1. 2群判別

NO と WK, TS の各群間の判別可能性を調べるために、逐次重相関係数最大化法 (能登, 1971) により、NO と WK, WK と TS, TS と NO の3種類の組み

合せの2群判別を行った。

たとえば NO と WK の判別の場合、次のような手順になる。まず、サンプル数は NO が89例 WK が70例であるので、NO に対して $Y_{NO} = 70 / (89 + 70) = 0.440$, WK に対して $Y_{WK} = -89 / (89 + 70) = -0.560$ のダミー変数を考える。このダミー変数と前節で述べた37個の予測因子との相関をとり、いくつかの予測因子を組み合わせで最大の重相関係数を与える線型判別関数を求めた。因子の数は、寄与率 (重相関係数の自乗) の増加傾向およびダミー変数と因子との単相関係数が有意水準5%以下の因子を取り入れないこと、因子の数は多くても3個まで、という基準で決めた。

それぞれの判別関数に選ばれた予測因子 (第2表) をみると、レーダ・エコーが発生しやすいとか熱雷が起こりやすいのは、西風成分 (U) や南風成分 (V) が小さく、比湿 (Q) が大きく、安定度 (SSI や SSI^*) が悪く、上層の気温 (T_{400}) が低いなど、竹村・保科 (1978) による POT の場合や総観気象学でよく知られていることと矛盾していない。

安定度の因子では、 SSI^* が WK と TS の判別に、 SSI が TS と NO の判別に使われている。ダミー変数との相関係数はどちらの場合でも SSI^* の方が大きい。つまり、TS かどうかを単独の因子で判別するときには、 SSI よりも SSI^* が有効である。

鉛直流 (ω) や渦度の大きさの目安として考えた高度場のラブラジエン (P^2Z) の相関係数が比較的に大きくなく判別関数にも選ばれなかったのは、第2節の基準で熱雷に限定して、総観規模の擾乱やいわゆる界雷を含まなかったことが反映している。

判別能力を表わすものとして重相関係数の大きさをみると、NO と WK の判別関数については0.250と小さ

第2表 2群判別解析表

	NO と WK		WK と TS		TS と NO	
ダミー変数 Y	$Y_{NO} = 0.440$	$Y_{WK} = -0.560$	$Y_{WK} = 0.496$	$Y_{TS} = -0.504$	$Y_{TS} = -0.563$	$Y_{NO} = 0.437$
判別関数	選ばれた因子	係数	選ばれた因子	係数	選ばれた因子	係数
	Q_{700}	-0.04218	SSI^*	0.05220	U_{650}	0.04659
	U_{300}	0.007905	T_{400}	0.08898	SSI	0.03727
	定数	0.261	U_{650}	0.03457	V_{650}	0.04622
重相関係数	0.250		0.501		0.562	

因子の単位 U, V : m/s, Q : kg/g, T : °K ただし 200 を引く (0°C は 273.16°K とする)

第3表 正準判別 (3群判別) の係数と寄与率

因子	第1判別関数	第2判別関数
U_{300}	-0.059	-0.692
U_{650}	0.868	0.286
V_{850}	0.449	-0.089
T_{400}	0.387	0.365
Q_{700}	-0.010	0.804
SSI	0.427	-0.135
SSI^*	0.318	0.570
寄与率	89.1%	10.9%

い、重相関係数の F 検定による有意限界値は (吉田, 1978), NO と WK の判別の場合, 危険率 0.01 では 0.240 となる。したがって, 統計的には判別が有意であるという結果になるが, 実質の意味をもって判別できるとするには重相関係数 0.250 は小さすぎるし有意限界値より大きいといってもわずかである。NO と WK の判別の難かしさについては次のところでも別の観点から述べる。

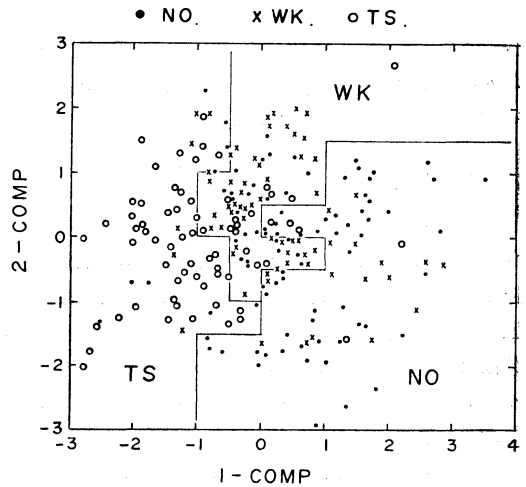
4.2. 3群判別

ここで問題としている熱雷の判別において, 予測の対象は NO, WK, TS の3群ある。判別する群の数が3つ以上の場合については, 鈴木 (1964) によると逐次2群判別法と正準判別法 (多群判別法) とがある。

逐次2群判別法は2群判別を繰り返してやっていく方法であり, 群の数が多くなると判別関数の数も多くなって取り扱いが複雑になる。一方, 正準判別法によると, 予測因子の数あるいは群の数より1個少ない個数のうちどちらか少ない方の個数 (m) の判別関数で判別できるので, いわば情報量を効率的に要約するという利点がある。

正準判別とは, 群間共分散行列 B と群内共分散行列 W から互いに直交する判別関数, すなわち, 正準変量を求める方法である。 $W^{-1}B$ の固有値・固有ベクトルを計算して, 固有値の大きいものから m 個までとれば, 対応する固有ベクトルが判別関数の係数となる。 i 番目の判別関数の寄与率は固有値 λ により, $\lambda(i) / \sum_{i=1}^m \lambda_i$ で得られる。

前節の2群判別で選ばれた7個の因子を使って正準判別関数の係数を計算した (第3表)。3群判別であるので2個得られる判別関数の値を X 軸 Y 軸にとってプ



第3図 正準判別による判別関数値の散布図。横軸は第1判別関数, 縦軸は第2判別関数である。

ロットした (第3図)。なお図中の実線は, 誤判別が少なくなるように各群に目分量で振り分けたのであり, これを基準値として判別しようとするものではない。

2つの判別関数の役割を係数の大きさと判別関数値の散布図からみると, 第1判別関数は TS かどうかの判別に, 第2判別関数は NO と WK との判別をしていることがわかる。

ここで各判別関数の有意性の検定を次のように行う (後藤, 1973)。

$g(=3)$ 群の判別を $p(=7)$ 種類の予測因子で $n(=228)$ 個の標本について行い $r(=2)$ 個の判別関数が得られたとき, 「 r 個の固有値の中で最初の k 個までは0でないが, $(k+1)$ 番目以降の固有値が 0 である」という仮説をたてる。つまり帰無仮説,

$$H_0: \lambda_{(k+1)} = \lambda_{(k+2)} = \dots = \lambda_{(r)} = 0$$

が検定される。ここで, λ は固有値, r は $(g-1)$ と p のうち小さい方をとる。検定には統計量,

$$\chi_0^2(k) = \left\{ (n-1) - \frac{1}{2}(p+g) \right\} \log_e \left\{ \prod_{j=k+1}^r (1 + \phi_{(j)}) \right\}$$

が近似的に自由度 $(p-k)(g-k-1)$ の χ^2 分布に従うことを利用する。ただし, $\phi_{(j)}$, $(j=1, 2, \dots, r)$ は,

$$\phi_{(j)} = \frac{n}{n-g} \lambda_{(j)}$$

である。 ϕ と λ は標本集団の値を使うので母集団に対しては推定値になる。この検定を k について繰り返し

第4表 予測因子相関係数表

	U_{650}	SSI	V_{850}	Y
U_{650}	1.00	0.06	-0.23	-0.35
SSI		1.00	-0.09	-0.28
V_{850}			1.00	-0.16

ていけば g 群の判別には何個の判別関数が有意であるかわかる。

本文の場合、 $k=0$ のときは $\chi_0^2(0)=86.5$ で自由度14の χ^2 分布1% (29.14) を超えているので仮説は棄却される。つまり、2個の固有値がともに0とはならない。次に、 $k=1$ のときには $\chi_0^2(1)=10.74$ で自由度6の χ^2 分布5% (12.59) より小さいので仮説が棄却されない。 $\lambda_{(2)}$ が0となりうる。よって第1判別関数だけによる判別も有意となる。

また第3表の判別関数の寄与率をみると、第2判別関数の判別に及ぼす寄与は小さく、第1判別関数の寄与率は約9割に達している。

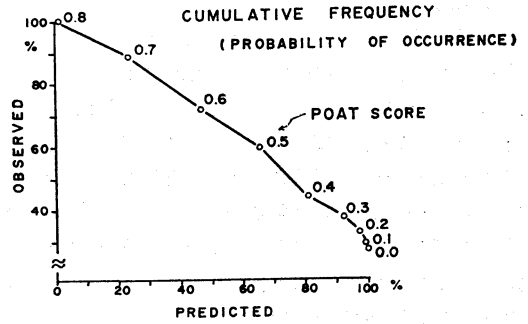
4.1節の2群判別においてもNOとWKの判別は難しいという結果がでていたが、ここでもNOとWKの判別に貢献している第2判別関数は寄与率が小さく有意でないという結果を得た。はじめ現象をNO、WK、TSの3群に分けたけれども、ここで使用した予測因子では、結局TSかどうかの判別を行うのが妥当ということになる。

4.3. 重回帰分析

前節では実際にはTSかどうかの判別をすればよいという結果が得られたが、それならば問題は2群判別に帰着する。[そこで、(NOとWK)と(TS)とを判別する判別関数を4.1節に示した重相関係数最大化法で求めた。予測因子には U_{650} 、 SSI^* 、 T_{400} が選ばれ、重相関係数は0.483である。

ところで前節でNOとWKとは判別しにくいことが分かったが、本来この両者は同じ現象ではないので、次のように重回帰分析を利用してNOとWKの違いを導入した。

予測因子には第3節で述べた37個の因子を用いる。被予測因子(ダミー変数)を、NOに対しては $Y_{NO}=0.0$ 、TSに対しては $Y_{TS}=1.0$ を与える。もしWKについて $Y_{WK}=0.0$ を与えれば上述の2群判別と同じ結果が得られる。ここでは Y_{WK} に対して0.2から0.6まで0.05ごとに変化させた値それぞれについて重回帰分析を



第4図 熱雷の判別関数値 (POAT) と熱雷の発生率。折線上の数値は判別関数値、横軸は熱雷捕捉率、縦軸は熱雷発生率である。

行った。

$Y_{WK}=0.30$ で重相関係数が0.505となり最も大きくなった。 Y_{WK} の値が0.30より小さくても大きくても重相関係数は順次に小さくなる。 $Y_{WK}=0.30$ としたときの判別関数を帰定数もあわせて表わすと次のようになる。

$$Y = -0.03428U_{650} - 0.03302SSI - 0.04130V_{850} + 0.471$$

ここで選ばれた3個の因子について、因子相互の相関係数と、それぞれの因子とダミー変数 Y との相関係数を第4表に示した。

こうして得られた判別関数の判別能力について POT (竹村・保科, 1978) と同じ方法で調べた。第4図において折線上に示した数値が判別関数値であり、この判別関数値に対応する熱雷捕捉率が横軸に、熱雷発生率が縦軸に示されている。熱雷捕捉率とは判別関数値がある値より大きいときに発生する熱雷数の全熱雷数に対する割合である。熱雷発生率とは判別関数値がある値より大きいときのサンプルのうち熱雷の発生した割合である。

別の言葉でいえば、熱雷 (TS) があるかどうかの判別をある基準値を設定して行ったとき、その値に対応する横軸の値を100%から引けば熱雷の見逃し率 (熱雷なしと判定して熱雷の発生したもの) で、縦軸の値を100%から引けば空振り率 (熱雷ありと判定して熱雷が発生しないもの) を表わしている。

たとえば判別基準値を0.5とすれば、熱雷捕捉率65% (見逃し率35%)、熱雷発生率60% (空振り率40%) となる。POT (竹村・保科, 1978) との比較をすると、同じ熱雷捕捉率65%のとき熱雷発生率33%となっており、同じ見逃し率ならば POT の方が空振りが多いいえる。

5. 論議

POT と比べて良い成績がなぜ得られたかについては次のように考える。800 mb の相当温位と 300 mb の風速によって一定気団内で非前線性の熱雷に限定したこと、POT の場合は富士山レーダの探知可能な全領域を対象としたが今回は長野県付近だけとしたので、判別関数に寄与する因子の、熱雷の発生原因による違いや地域差が取り除かれたことによる。また、幾分かは地域を特定したためにサンプル数が少なくなり、みかけ上、解析データによる成績が良くなった点もある。

雷エコー (TS) をエコー頂高度が 7 km 以上として定義したが (第 2 節)、発雷しているかどうかの判定にはエコー頂高度の気温もあわせて調べなければならない。Tosha・Ichimura (1961) によれば、エコー頂高度の気温で Thunderstorm と Shower が識別できることを示しており、加藤・猪股・山川 (1970) はエコー頂高度とエコー頂高度の気温とを組み合わせて発雷率の予測に成果を上げている。しかし、雷雨のようにライフ・タイムが短かく小規模な現象を予測するには、予測因子に数値予報の予報値を使った MOS 方式では無理であり、むしろ発生した小さな対流性エコーが発雷するかどうかは短時間予報で扱うべきであると考え、ここでは熱雷をもたらず可能性のある対流雲が出現するかどうかのポテンシャル予測を目的として、エコー頂高度の気温は考慮しなかった。

判別関数を適用する際に、800 mb の相当温位と 300 mb の風速の値をどのようにして得るのかについてふれておきたい。熱雷を定義するときには数値予報の初期値 (当日 9 時) を使った。実際には前日 21 時を初期値とした数値予報による予報値で判断することになる。判別関数の予測因子と同じように 18 時間予報値 (当日 15 時に相当) を使うと、初期値で振り分けた今回のサンプルの中で、800 mb の相当温位が 330°K より低いものは 7 例 (全体の 3%)、300 mb の風速が 30 m/s を超えるものは 3 例 (1%) であった。このように、初期値で設定した規準を逸脱するのは少ないので、18 時間予報値による値で熱雷の定義に合致しているかどうかを判定しても差し支えない。

ところで判別関数を作成するにあたって、WK と TS の判別、すなわち発生したレーダ・エコーの高度が 7 km 以上になるかどうかの判別が難しいのではないかが気掛かりだった。結果は WK と TS の判別は良好であり、判別が困難なのは NO と WK であった。この

因果関係については分らないが、いずれにしても、第 2 節で定義した熱雷の条件のもとでは、数値予報による大規模場の予測値からでも、スケールの小さい TS のような顕著な現象の発生を判別できることが分った。

謝辞

この研究は長野地方気象台から気象研究所への要望研究課題「一過性雷雨の予報」の一部をなすものである。この研究の途上、多くの方々の御援助をいただきました。正準判別のプログラム作成をはじめ研究全般にわたって御指導いただいた気象研究所予報研究部の廣瀬元孝第二研究室長、多くの有益な助言と数値予報の資料を提供していただいた気象庁予報課の保科正男防災係長、此田進技官、三沢昌邦予報官、数値予報の計算結果の解釈について御教示いただいた気象庁電子計算室の巽保夫プログラマー、資料の作成と製図をしていただいた気象研究所予報研究部の矢島栄三研究官、本多君子技官、富士山レーダのスケッチ図を利用させていただいた東京管区気象台技術課、以上の皆様に謝意を表します。

文献

- 後藤昌司, 1973: 多変量データの解析法, 科学情報社, 209-239.
- 加藤一靖, 猪股清夫, 山川 弘, 1970: レーダーによる東北地方の雷調査, 研究時報, 22, 257-279.
- 川添信房, 1963: 垂直安定度インデックスについての提案, 東北技術だより, 7, 75-82.
- 木田秀次, 1978: 水平差分法とグローバル・スキームの問題点, 気象研究ノート (数値予報), 134, 321-336.
- 気象庁, 1967: レーダ資料の予報への利用, 予報作業指針その 10, 110-111.
- Masuda, Y., 1957: On a tentative method of smoothing of contour height by the finite-difference smoothing operators, 75th Anniversary Volume of J. Met. Soc. Japan, 95-102.
- Murakami, T., 1959: The general circulation and water-vapor balance over the Far East during the rainy season, Geophys. Mag., 29, 131-171.
- 長野地方気象台: 長野県における熱雷の発生時刻 (未発表).
- 野口和則, 1972: 雷雨予報, 東北技術だより, 61, 1-24.
- 能登正之, 1971: 雨雪および大雪の統計的判別予報, 昭和45年度全国予報技術検討会資料 (東京航空地方気象台), 27-54.
- 鈴木栄一, 1964: 降水量に関する統計的研究 (第16

報), 研究時報, 16, 195-212.

竹村行雄, 保科正男, 1978: POT による雷雨予報
について, 電力気象会報, 27, 1-16.

Tosha, M. and I. Ichimura, 1961: Studies on
shower and thunderstorm by radar, Pap. Met.
Geophys., 12, 19-29.

WMO, 1966: International Meteorological Voca-
bulary, WMO/OMM/BMO-NO, 182 TP 91,
86.

吉田作松, 1978: 重相関係数の有意性検定用の図,
天気, 25, 49~51.