

大気中における浮力を持つジェット軌跡 (第2部)*

伊藤 昭三**

要旨

ブルームに対する積分形の基礎方程式系を解き、ブルームの上昇式を求め野外実験との比較がなされている。この報告で求められた上昇高式は、安定成層に対し

$$Z_M = 2.7(F/US)^{1/3}$$

不安定成層に対し

$$Z_M = (7h_s)^{2/3} F^{1/3} / U$$

ここに Z_M は上昇高さ、 F は浮力フラックス、 U は平均風速、 S は安定度パラメータ、 h_s は排出口の地表よりの高さである。さらに中立時における推定については安定成層から漸近させることを提案している。

1. はしがき

第1部に記述した、積分保存方程式系は任意のドライブルームに適用できるであろう。しかしながら、その導き方から明らかなように、Morton *et al.* (1956) が使用した単位時間、単位面積を通しての体積輸送として混合を導入している。そしてその混合は上昇速度に比例していると仮定している。こうしてブルームは高さに比例して成長することが導かれた。

もし混合がブルーム内の乱れの作用であれば、ブルームが2倍に成長すれば乱れのスケールは2倍の大きさを持ったものが関与するであろう。そして周囲流体の乱れとも関与する。このような複雑な系で、実験的に考察されたエントレイメント係数は実用的範囲で多くの現象に適用されることがのぞましい。種々の成層下で排出条件を変え、ブルームの上昇高さをできるだけ合理的にエントレイメント係数のみを用いてブイアントジェットの挙動を第1部の拡張として求めることである。

2. ブイアントジェットの軌跡と上昇高

一般に、排出流体が周囲流体と有限の温度差を持ち、

かつ連続的に排出されている場合をブルームあるいはブイアントジェットと呼んでいる(Turner, 1973, p 165)。その挙動は周囲大気の成層状況によって大きく異なる。安定成層中へのブルームの進入は貫入対流と呼ばれている。

以下の議論は第1部での上昇流についての基本解と運動学的式により、中立・安定・不安定成層についてブルームの軌跡を記述し、実用的な範囲でエントレイメント係数 $\alpha = \alpha_e \left(\frac{V_s}{U} \right)^{-1/2}$ が広範囲に適用できることを述べる。ただし第1部の考察より有限の近似的に一樣な Cross-flow の存在を仮定している。3節で実験と理論の比較が行なわれている。

2.1. 中立成層内 ($S=0$ @ $i \neq 0$)

中立成層時のブルームの軌跡は浮力が運動量に比べて卓越するとき第1部の(17)式より次のようにかける。

$$Z = 2.47 \frac{F^{1/3}}{U} X^{2/3} \quad (1)$$

(1)式はよく知られている2/3乗則である。(1)式において α を一定として解き、 $\alpha = \alpha_e \left(\frac{V_s}{U} \right)^{-1/2}$ の補正を入れてある。すなわちブイアントジェットについてもジェットと同様のエントレイメントが仮定されている。しかしながら乱流プラントル数を考慮すればわずかの差が期待されるが、以後の実験資料の解析から明らかでないのでそのまま適用してある。したがってこの仮定は解析により近似の程度が明らかになるものである。

* The Trajectory of buoyant jet in the Atmosphere (Part 2)

** Shozo Ito, 大阪府立大学工学部

—1980年9月24日受領—

—1981年1月12日受理—

ジェットに関する上昇高の取り扱いと同様上昇過程で傾斜角 8° が近似的に上昇限界とし、その高さを Z_M とすると (1) 式より

$$Z_M = 350F/U^3 \quad (2)$$

(2) 式は Briggs (1965) によって導かれたものと同じである。ただし Briggs の研究によれば係数は 400 である。実用上係数の差は利用に際して混乱の原因となっている。後節で安定成層中のブルームについて述べ、中立成層に漸近させた場合を討論し係数について再び議論することにする。

2.2. 安定成層内 ($S > 0$ @ $i \neq 0$)

自然大気中では接地気層をのぞけば $S > 0$ の安定な成層状態をしていることが多い。それゆえ高所排出源からのブルームの挙動は $S > 0$ において最も興味がある。第1部の (9), (4) 式および (14) 式よりブルームの軌跡は

$$Z = \left(\frac{6}{\alpha e^2}\right)^{1/3} \left(\frac{F}{US}\right)^{1/3} \sin^{2/3} \left(\frac{S^{1/2}}{2} \frac{X}{U}\right) \quad (3)$$

とあらわされる。

さて、 S が十分に小さく、すなわち中立状態に漸近するとき (3) 式は容易に次のようにかける。

$$Z = 1.68 \frac{F^{1/3}}{U} X^{2/3} \quad (4)$$

(1) と (4) 式は等価な式である。しかし係数にわずかの差がある。Briggs (1969) は 1.6 を推定している。前と同様上昇過程で傾斜角 8° が近似的上昇高とすると (4) 式より次の式が得られる。

$$Z_M = 110F/U^3 \quad (5)$$

Smith (1968) は次元解析と実験から係数 150 を提案している。(2) と (5) 式は等価な式である。しかしわずかの導き方の差によって係数に約 3 倍の差がおきる。中立成層時に近い実験値の比較から明らかになるが、わずかの安定度によって大きく変化するので実験値の取り扱いには注意を要する。したがって、安定度 S の評価が中立成層に近い時には重要となることを指摘できる。

さて、安定成層内のブルームの行動に最も興味がある。それは成層大気の興味ある特性を持っているからである。今、次のようなブルームについての特性長さ L とバルク・ブルームリチャードソン数 γ を定義する。

$$\begin{aligned} L &= FU^{-3} \\ \gamma &= SL^2 U^{-2} \end{aligned} \quad (6)$$

(3) 式は (6) 式によって次のようにかきかえられる。

$$Z/L = \left(\frac{6}{\alpha e^2}\right)^{1/3} \left(\frac{1}{2}\right)^{1/3} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\gamma^{1/2}}{2} \frac{X}{L}\right)}{\gamma^{1/2}/2} \right\}^{2/3} \quad (7)$$

(7) 式から明らかなように、最初の Z の最大値は次のような風下距離でおきる。ただしその風下距離を X_M とする。

$$X_M/L \cdot \frac{\gamma^{1/2}}{2} = \pi/2 \quad (8)$$

それゆえ、その風下距離でのブルームの高さ Z_M は

$$Z_M/L = \left(\frac{6}{\alpha e^2}\right)^{1/3} \gamma^{-1/3} \quad (9)$$

となる。

一般に安定成層中へブルームが侵入するとエクセス温度 θ' は次第に減少し、完全に温度差が消失し、さらに慣性によって平衡点をオーバーシュートして行くであろう。平衡点の位置と高さは (7) 式より容易に次のようにかける。

$$X_E/L = \frac{\pi}{2} \gamma^{-1/2} \quad (10)$$

$$Z_E/L = \left(\frac{3}{\alpha e^2}\right)^{1/3} \gamma^{-1/3} \quad (11)$$

さらに、第1部 (1), (2) および (3) 式の保存方程式系より明らかなようにブルームの運動は安定成層では減衰振動であり、ある最終的に決る高さが存在する。したがって、(9) 式あるいは (11) 式など有効高さの観測はいずれであるか以後実験との比較を必要とする。

2.3. 不安定成層内 ($S < 0$ @ $i \neq 0$)

第1部 (9), (4) および (14) 式を用いると排出口径の直接影響を無視できる風下距離において、不安定成層中のブルームの軌跡は近似的に次のように与えられる。

$$Z = \left(\frac{3}{2\alpha e^2}\right)^{1/3} \left(\frac{F}{U|S|}\right)^{1/3} \left\{ \exp\left(\frac{|S|^{1/2}}{2} \frac{X}{U}\right) - 1 \right\}^{2/3} \quad (12)$$

(12) 式はブルームの上昇する気層全体が不安定成層 ($S < 0$) ならば容易に推定されるように、指数関数的に上昇を続けることが可能であり、理論的に決定される最大上昇高さは存在しない。しかしながら、実際にはより上層の安定層の存在あるいはモデルの不完全な現象の記述によるか確定しないが、実験によればある高さでブルームの運動はおさえられている。したがって実験による考察を必要とする。

さて、安定成層と同様特性距離 L とバルク・ブルーム

リチャードソン数を定義する。ただし安定度 S は $|S|$ を用いる。そのとき (12) 式は次のようになる。

$$Z/L = \left(\frac{3}{2\alpha e^2} \right)^{1/3} \cdot \gamma^{-1/3} \left\{ \exp \left(\frac{1}{2} \gamma^{1/2} \frac{X}{L} \right) - 1 \right\}^{2/3} \quad (13)$$

さて、ブルーム上昇に関するモデル保存方程式系はブルーム自身の持つ乱れが周囲大気の乱れに比べて十分大きい第1相の過程について作られている。

今、第1相内で、不安定成層中のブルームの上昇過程が近似的に終る高さが存在すると仮定しよう。そしてその点の風下距離 X がもし $\frac{\gamma^{1/2}}{2} \frac{X}{L} \ll 1$ の条件を満足するとするならば、(13) 式は近似的に次のようにかける。

$$Z/L = \left(\frac{3}{8\alpha e^2} \right)^{1/3} \cdot \left(\frac{X}{L} \right)^{2/3} \quad (14)$$

ゆえに近似的に上昇過程の終了があるとし、その風下距離を X_M とすると不安定成層中の上昇高は次のように与えられる。

$$Z_M/L \approx \left(\frac{X_M}{L} \right)^{2/3} \quad (15)$$

ただし $\left(\frac{3}{8\alpha e^2} \right)^{1/3} \approx 1$ である。ここに X_M は実験によって定められる定数である。

3. 成層流体中のブイアントジェットの理論と実験の比較

成層流体の典型例が大気である。大気は完全に中立状態であることは極めて稀で一般に安定度パラメータ S は有限の値を持つのが普通である。

さて、理論的考察からブルームの上昇する気層中で安定度 S が近似的に一定ならば S の広範囲について理論式は適合するであろう。

理論と実験の比較は、安定および不安定成層中でのブルームの上昇高 Z_M である。

実験値は1967年~71年の5年間にわたり、ペンシルベニア州西部ピッツバーグ市の郊外にある Keystone 発電所、Homer City 発電所および Conemaugh 発電所において、実際に稼働中の排煙の総合的研究を行なった LAPPES (Large Power Plant Effluent Study) のデータである。

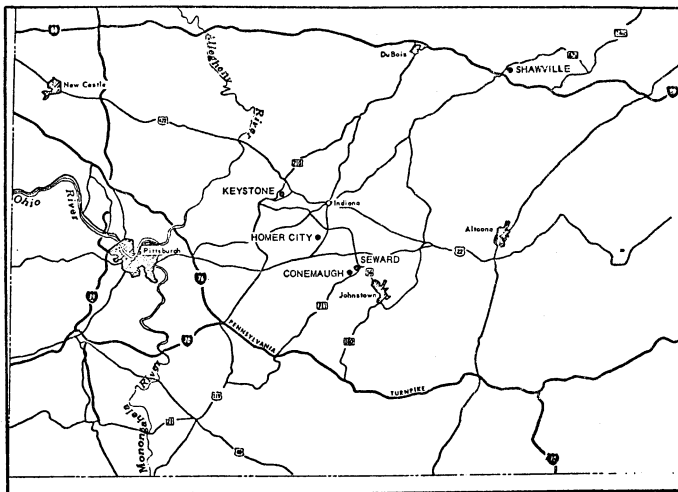
LAPPES (Schiermeir, 1968 Vol. 1~1971 Vol. 4) は次の目的を持って行なわれた総合プロジェクトである。

(1) 高煙突、大発電所からの汚染物質の地表濃度を計算するのに用いられている拡散モデルの有用性とその開発。

(2) 大発電所の単独、または複数煙源の相互作用によって起きる地表濃度、地表濃度の頻度分布と空間分布を測定すること、および測定値と計算値の比較。

(3) 領域内の植物への硫酸酸化物と他の物質の影響の評価。

本研究に用いたデータはヘリコプターによる気温の鉛直分布、パイロットバルーンによる風向、風速、煙源の排出条件および風下距離 4, 10, 16 km におけるヘリコプターによるブルーム断面観測による SO_2 の濃度分布である。ブルーム断面観測から精度高く求められるブル



第1図 各プラントの位置と周辺都市

ーム中心軸の軌跡の最終高さを上昇高として用いてある。第1図は各発電所の位置と周辺の主な都市を示したものである。

安定成層—第2節で述べたように安定成層中のブルーム上昇高は次の3つの値が考えられる。

- (1) Z_M (最初の最大高)
- (2) Z_E (平衡点)
- (3) $X/L = (2P+1)\pi\gamma^{-1/2}$, $P=0, 1, \dots$ で各最大値を持つ漸近値

これら3種について実測値を検討すると(1)の Z_M が上昇高と考えられる資料が多かった。

第2図は広範囲の安定度 γ について無次元化した上昇高をプロットしたものである。図中実線は理論式(9)を示す。その図から明らかなように γ の広範囲について理論と実験は良い一致を示している。ただし γ の小さい範囲 ($\gamma < 10^{-6}$) すなわち中立状態に近いとき多少のばらつきがみられる。

すでに前節で指摘したように中立状態に近いと(2)

または(5)式により上昇高は与えられる。今特性長さ L を導入すると(2)式または(5)式は次の形にかける。

$$Z_M/L = \text{const.} \tag{16}$$

一方、第2図から明らかなように、中立条件でわずかの方法の差異により(16)式の定数が変化する。ゆえに中立成層に近い安定層については中立の近似は良くないことが明らかであろう。ゆえに(2)式または(5)式の使用は適当でない。

さて、 Z_M に達する風下距離 X_M は(8)式によって与えられる。

例として5つの実験データより X_M を求めたのが第1表である。

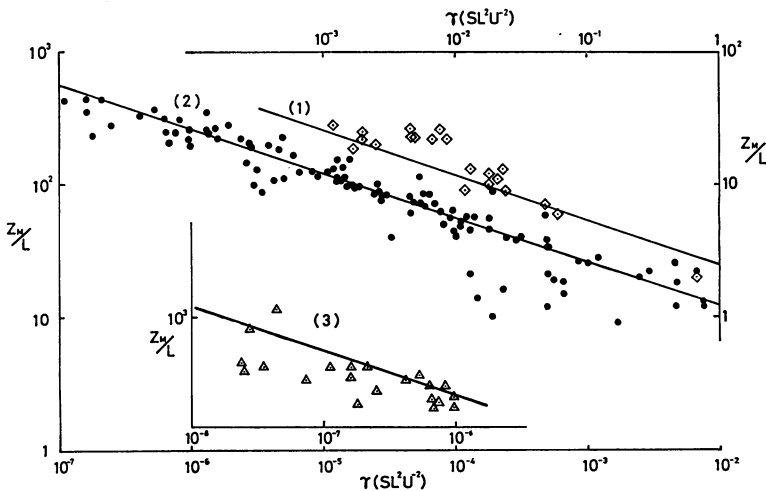
第1表から明らかなように、排出源から約10 min. 以内でいわゆる上昇高に達する。そしてその高さに達する風下距離は成層状態と排出源の条件によって大きく変わる。したがってブルーム上昇高の観測は十分の風下距離で行なうことが要求される。このことは Moore (1960) によっても強調されている。

この事実から LAPPES のブルーム断面観測はいずれも十分の風下距離で得られているので上昇高のデータとして良い精度であるといえる。

不安定成層—不安定成層内を上昇するブルームの上昇高は(15)式で近似的に与えられるとした。(15)式を求めるため、(13)式の指数関数のオーギュメントは1に比べて十分小さいと仮定した。さて、この仮定が実際の排出条件で満足されているか確認する必要がある。

第1表 安定成層中の上昇高到達距離と時間

Ran	γ	X_M/L	X_M (m)	$\tau = X_M/U$ (min.)
8-Apr-69-K	6.0×10^2	13	542	3
9-Apr-69-K	8.3×10^2	1090	1480	3
10-Apr-69-K	2.5×10^2	6283	4568	6
11-Apr-69-K	1.8×10^4	234	3040	10
12-Apr-69-K	1.7×10^3	76	669	3



第2図 安定成層中での無次元化有効上昇高
(1) かなり安定 (2) 安定 (3) 弱い安定

第2表 不安定成層中の上昇高到達距離と時間

Run	τ	X_α/L	$\frac{\gamma^2 X_\alpha}{2L}$	X_α (m)	$\tau = X_\alpha/U_0$ (min)
15-Mar-68-K	2.7×10^4	8437	6.9×10^4	6302	9
29-Mar-68-K	2.2×10^5	296	6.9×10^4	1251	3
31-Oct-68-K	2.3×10^2	9	6.8×10^4	3946	5
20-May-71-C	1.1×10^3	42	7.0×10^4	1242	5
9-Nov-71-C	1.6×10^3	35	7.0×10^4	942	4

LAPPES は多くの観測資料が得られているが、不安定成層中での測定は少なく第2表に示した5例である。そのデータを用い、次の条件を満足する風下距離 X_α を与える。

$$\exp\left(\frac{\gamma^{1/2}}{2} \frac{X}{L}\right) - 1 = 1 \quad (17)$$

かくして (17) 式を満足する風下距離 X_α は次の値となる。

$$X_\alpha/L = 2\gamma^{-1/2} \ln 2 \quad (18)$$

(18) 式で与えられる風下距離 X_α とそこに達する時間をまとめると第2表のごとくとなる。

第2表より明らかなように安定成層中のブルーム上昇高とはほぼ同じオーダの到達時間で指数関数のオーギュメントは1より小さく、近似的ブルーム上昇高として(15)式の適用が可能であろう。5つの実質値を用い実験的に上昇高に対応する風下距離 X_M を定めると

$$X_M = 7H_S \quad (19)$$

となる。ただし H_S は排出源の高さである。

ゆえに、不安定成層中を上昇するブルームの上昇高の半実験式は、次のようにあらわされる。

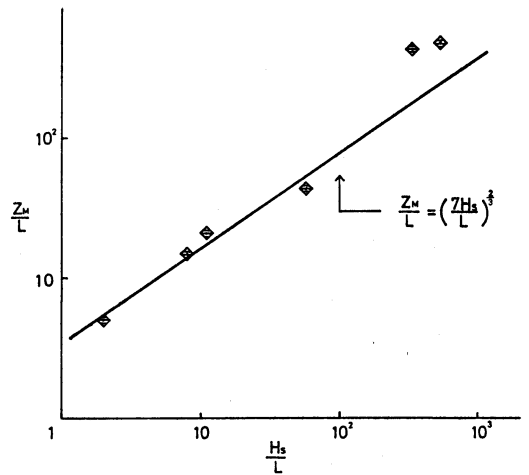
$$Z_M/L = (7H_S/L)^{2/3} \quad (20)$$

(20) 式に対応するものとして Briggs (1969) は $X_M = 10H_S$ を求めている。ただし係数が異なる、第3図は(20)式と実測値を比較した図である。

4. 討論

本論文の保存方程式系は、ジェットあるいはブルームの持っている乱れが周囲流体に比べて十分大きい、いわゆる第1層に適用できる系である。しかしながら、明らかなように第1相を経過して第2相の様相を持つとブルームの成長は周囲流体の乱れの特性的にも支配されるであろう。本研究はこの問題に関する考察を可能にする資料がない。解析事実によれば大部分上昇高は第1相内にあるようである。しかし第1層から第2層への遷移について基礎研究が必要であろう。

第3図 不安定成層中での無次元化有効上昇高



5. 結論

Cross-flow 中のブルームについてエントレイメント係数は次のような補正によって近似的にあらわされる。

$$\alpha = \alpha_e \left(\frac{V_S}{U}\right)^{-1/2} \quad \text{ただし } \alpha_e = 0.56$$

運動量と熱の拡散の差による影響は明らかにできなかった。

不安定成層中でのブルーム上昇高は次の式で与えられる。

$$Z_M = 2.7(F/US)^{1/3}$$

定数は Briggs (1969) による 2.9 に比べて小さい。浮力フラックスパラメータ $F = 500\text{m}^4 \text{sec}^{-3} \sim 2000\text{m}^4 \text{sec}^{-3}$ ほぼ排出熱量 $Q \sim 10^7 \text{cal/sec}$ の排出源について広範囲の不安定成層について成立する。さらに理論的考察から任意の F すなわち煙源の排出熱量に関係なく上式は広い範囲で適用できるといえる。

不安定成層におけるブルームの上昇高は次の式で与えられる。

$$Z_M = (7h_S)^{2/3} \frac{F^{1/3}}{U}$$

浮力フラックスパラメータ $F = 800\text{m}^4 \text{sec}^{-3} \sim 2000\text{m}^4 \text{sec}^{-3}$ すなわち排出熱量 $Q \sim 10^7 \text{cal/sec}$ 以上の煙源について確認された。

上昇式に用いる平均風速 U は解析事実によればブルーム上昇過程のおよその層の平均値が適切である。

本文で述べたように、中立成層では上昇式は確定し難い、最も適切な近似は安定成層における式を用い、ほぼ $\gamma = 10^{-7}$ を与えて推定するのが現時点では最も適切である。

今後第1相から第2相への遷移についてさらに基礎的研究が必要である。その理由はブルームの最終上昇高が常に第1相で起きるとは限らない、特に不安定成層中でのブルームについてこの議論は興味がある。

本論文では浮力フラックスあるいは運動量フラックスのいずれか一方が支配的な場合についてのみ述べたが、両フラックスが同一オーダーであるときは、その挙動は場合によって変ることを注意しなければならない。

謝辞

本研究を始める動機を与えて戴いた京都大学原子炉実験所塚谷恒雄氏および貴重な LAPPES Data Book を送付して戴いた Mr. F. A. Schiermeir に本論文を発表するに際し心から御礼申し上げます。

文献

- Briggs, G.A., 1965: A Plume Rise Model Compared with Observations, J. Air Poll. Cont. Assn., 15, 438.
- Briggs, G.A., 1969: Plume Rise, AEC. Critical Review Series.
- Morton, B.R., G.I. Taylor and J.S. Turner, 1956: Turbulent Gravitational Convection for Maintained and Instantaneous Sources, Proc. Roy. Soc. London, A 234, 1-23.
- Moore, D.J., 1966: Physical Aspects of Plume Models. Int. J. Air & Wat. Poll. 10, 411-417.
- Schiermeir, F.A., 1968: Large Power Plant Effluent, (LAPPES) APTD 70-2.
- , (1967, 1969): LAPPES, APTD-0589.
- , (1970): LAPPES, APTD-0735.
- , (1971): LAPPES, APTD-1143.
- Smith, M., 1968: Recommended Guide for the Prediction of the dispersion of Air Effluents. Am. Soc. Mech. Eng. New York.
- Turner, J.S., 1973: Buoyancy Effects in Fluids, Cambridge Univ. Press.

注) 記号については part 1 参照