

第2図 1936年における大気温度の鉛直分布の図 (Martyn and Pulley). 推定の根拠が記入してある. 上から順に 200 km 以上: 電子の衝突頻度 (F 領域), オーロラ緑線の幅 (Babcock の測定), 100~130 km: オーロラ・スペクトル中の窒素バンド, 電波の相互作用, 電子の衝突頻度 (E 領域), 100 km 以下: 夜光雲 (Humphreys), 流星音の可聴限界, 流星の消滅高度から (Lindemann and Dobson), 地表での爆発音の反射 (Whipple), 探測気球, 真珠母雲.

この図には極光, 流星, 夜光雲等々, 大気中の諸現象が発現高度別に模式的に描かれている. このような図は現在では大気を扱った本の多くに載っており, また, 高層大気関係の研究室の壁などに色刷りの大きな図が張ってあるのをよく見かけるが, この種の図のルーツはこの図ではないかと考えている. 著者ウェゲナーの名は今では大陸移動説の提唱者として有名であるが, 本業の気象学においても多くの先駆的な仕事をしている. この本の中に氷晶を伴う降雨機構のアイデアが書かれていることを磯野氏が指摘しておられる (本誌5月号). 気球による上層大気の観測においても, アスマン (後述) らと並ぶ先駆者であった. それにしても第1図を作ったということは, 物事の全体を大きな目でとらえようという態

度において, いかにもウェゲナーらしいと思う. この教科書の書き出しの部分で, 惑星のひとつとして地球をとらえ, 重力加速度やアルベドなどの量を各惑星と比較し, さらに「外から見た地球」としてバンド状の雲 (ITCZ と中・高緯度の低気圧帯に相当) を持つ地球の姿を描いている. まぐれ当たりかもしれないが, 木星や土星では「固有の熱」がより重要な役割をはたすとも書いてある. この教科書を書いた時期は彼が大陸移動の着想を得た時期であり, かの「大陸と海洋の起源」の中に地球の殻構造と一緒に大気の層構造を示した図があるのも興味深い.

第1図には現在のそれに相当するものと異なり温度分布が記入されていない. 前記の総合報告によると, 当時の常識として, 気温は成層圏内 (70 km まで) では一定

としている。そこで、熱圏までの気温分布を示した最初のものと思われるマーティンとピュリー (Martyn・Pulley, 1936) の図を次に示そう (第2図)。1902年に成層圏が発見されてから、この図に至るまでの気温の鉛直分布推定の歴史は、直接観測手段が無かった時代の苦闘の歴史であり、それ故に大変興味深いものとなっている。しかし、このことは前記の北岡氏および澤田氏の本に詳しく述べられているので、ここでは省略する。要点は第2図の中にも記入されている。

第2図が示すように、大気温度構造についてはこの時期に基本的な枠組みができてきた。また、高さによる組成の変化がほとんどないこともこの頃にはっきりして来た (後述)。しかし、大気の新しい区分は未だなされていない。この後、ペンドルフ (Penndorf, 1941) が温度分布の図を作り直し (成層圏界面が正しい高さ 50 km となった)、それに基づいて 1950 年にフローンとペンドルフ (Flohn・Penndorf, 1950) およびチャップマン (Chapman, 1950) が大気区分の命名法を提案した。1946年以後、ロケットによる直接観測が行われるようになって、50 km の高温層のピーク値が以前の主として音波伝播から推定した値 (320~370 K) よりもずっと低い (300 K 以下) ことが明らかとなった。1957~1958 年の IGY 期間には多数のロケット観測が行われて、温度構造の緯度や季節による変化も明らかとなった。これにしたがって、前記の2名以外による提案もあって混乱していた区分法も收拾に向かい、1960年に IUGG が、1961年に WMO が現行の区分を採用して落着いた。「成層圏」について言えば、現在と同一の区分を早くから提唱したのは北岡氏 (Kitaoka, 1953) である。他のものは下部の等温層のみに限ったり (Chapman, 1950; Mitra, 1952)、逆に現在の中間圏までを含めたり (Flohn・Penndorf, 1950; Goody, 1954) している。

さて、第1図、第2図と「よく見かける図」の元祖とおぼしきものを探して来た。これらが作られた過程を調べてみると、多くの異質の資料を慎重に検討し、物理的の法則や資料間の整合性をはかるなど入念の注意が払われているのに感心する。第1図にはオーロラの出現高度が現在知られているもの (110 km) と相当違って描かれているが、ステルマー (Störmer) による2点写真観測が行われたのが1910年以後であることを考えると、これは止むを得ない。オーロラは、太陽から降り注ぐ粒子が実験室の中の陰極線と同じようにして発光をおこす現象と考えられていたので、その際の発光が起こる限界の真空度

0.1 mmHg をもとに気圧がそうなる高度 60 km をオーロラの下限として描いたものなのである。一方、不十分ながら目視による観測として数 km から数 100 km という資料もあったので、それも無視せず信頼度が低いと認めつつ、総合報告の方の図には対流圏にまで突入するオーロラが申しわけ程度に描いてある。しかし、同じ年に出版した教科書の図ではその部分だけ削除している。ウェゲナーには芸がこまかい。もちろん、それだけではない。総合報告の方には窒素圏はなく、対流圏、成層圏、水素圏……と続いている。組成による区分と温度構造による区分とが混在していてロジカルではないと考え、直ちに修正したのであろう。1950年代に新たな区分法がいくつも提案されたが、現在の熱圏に相当する所 (またはその一部) を電離圏とするものが大多数であったことと考え合わせると大へん興味深い。

2. 成層圏の発見

「何々圏」という名で最初のもは、もちろん対流圏と成層圏であり、成層圏の発見後少したった1910年頃、テスラン・ド・ボール (Teisserenc de Bort) によって与えられたものである。成層圏の存在は、1902年フランスのテスラン・ド・ボールによって発表され、同年にドイツのアスマン (Assmann, 通風式乾湿度計に名を残している) によって確認された。それまでは気温は高さとともに減少し、絶対0度に近づいた所で大気圏が終わるという考えが支配的であり、このためテスラン・ド・ボールは観測結果の公表に大へん慎重であった。

19世紀の末頃、低気圧や高気圧の実態を知るのには地上の観測だけでは不十分で、何とかして高層の状態を知る必要があるという気運が高まり、まずんに自記気象器をつけた観測が行われた。ついで気球に自記器をつけて飛揚し、上空でガスをぬいて降下させ、回収して記録を調べるという方式が考案され、1930年代のラジオゾンデの発明に至るまでの期間、高層観測の主要な手段となっていた。フランスでは、19世紀の末アカデミーに気球委員会が設けられ、エルミート (Hermite) とブサンソン (Besançon) が無人気球による高層観測の方法開発と実行に当たった。直径 8 m の気球* を使い、気圧、気温、湿度の自記器をつけたものを作った。1892年に最初の10回の試験的飛揚を行ない、1,500 m ぐらいか

* 材料は牛・豚の腸から作った薄膜を三重にしたものを用い、ガス灯用のガス (CH₄, H₂ etc.) をつめた。テスラン・ド・ボールは紙に塗料をぬった気球、アスマンはゴムの気球を使った。

らはじめて最後には 8,200 m にまで上げるのに成功している (Hermite, 1892). この経験の上に立って気球に改良を加え, 1893年3月21日に容積 113 m³, 総重量 17 kg の気球を高度 16 km にまで飛揚するのに成功した (1893). この論文によると, 気温は高度とともに減少し, 12,500 m で -51°C を記録した. ところが, このあと気圧計, 温度計ともおそらくインキの氷結と思われる事故のため記録がとれなくなり, 回復した時は気圧 103 mmHg (高度 16 km) で気温は -21°C であった. エルミートは, この高い気温を日射の影響だろうとして採用していない. 現在の知識からしても, もしも突然昇温にぶつかったとしたらと考えてみても, この高度では高すぎる. 実には, 気球の上昇高度自体, 事前に計画した高度 13 km を越えており, それは日射のため熱気球と同じになったのだろうという推論をエルミートは下している.

この翌年, インキに改良を加えて観測を行ったが, これもまたうまく行かなかった. 注目すべきことは, このときの論文で前年の結果も引用して大気の温度には (-273°C 以外に) 限界がないことが示されたと主張していることである (Hermite, 1894). 一般的には気温は高度とともに減少すると考えられてはいたものの, 一部には気温は気圧の一次関数であるというメンデレーフ*の仮説を援用し, モンブランでの観測値から限界温度(気圧が 0 になる所での温度)を -46°C と算出していた人もいたのである (Angot, 1892). エルミートは 1893年の氷結直前の記録 -51°C をもって反論するのであるが, 何しろ問題とする差が小さいのに, 信頼度の低い観測であったから, もっと十分な高層観測が必要である, もっと大きなバルーンを作る, ということで論争は終わった (Hermite et Besançon, 1894). この後, 1895年10月, 1896年3月と観測を行い, 到達高度, 最低気温はそれぞれ 15.5 km で -70°C, および 14 km で -63°C であった (1896). 明確な記述はないが, 上昇とともに気温は単調に減少したと思われる. 先年の論争に結着がついたわけであるが, 誰の眼にも明白であると思ってか, それに言及していないのは面白い. この後, 1896年11月の観測では 15 km に達して -60°C を記録し, 1897年にカイユテが上層大気の組成を調べるために彼らの気球を

用いた際には 15.5 km に達し -66°C という数値が報告されている. このような背景の中でテスラン・ド・ポールは観測を始めたのである.

岡田 (1956) の気象学年表によると, テスラン・ド・ポールは, 気象台を辞して後, 1896年に自費で高層気象観測所を建設し, はじめは凧を用い, ついで気球によって高層気象の観測を行なったということである. 1898年の6月8日に気球が非常に高くまで揚がったので, その記録を調べてみると, 気温が高さとともに下降するのは 11,800 m までで, それよりも上では気温は余り変わらないという予期しない結果を得た (Teisserenc de Bort, 1898)*. しかし, エルミートの観測もあるし, 日射の影響による誤差とも考えられるので慎重を期し, 夜間に観測を行なうようにし, また測器の改良も行ない, 多数の観測例を得た後 1902年に論文を発表している (Teisserenc de Bort, 1902). この実質 2 ページほどの報文によると, 11 km 以上の高度に達した気球は 236 個, その中で 14 km 以上のものが 74 個で, その結果は (岡田, 1956より引用):

(1) 大気中の平均の温度遞減率は高層に行くほど大きくなり, はほぼ断熱変化に近くなるのは周知のことであるが, 然るに再び急に減じて約 11 km の高さではほとんど零となる. これは新しい事実である.

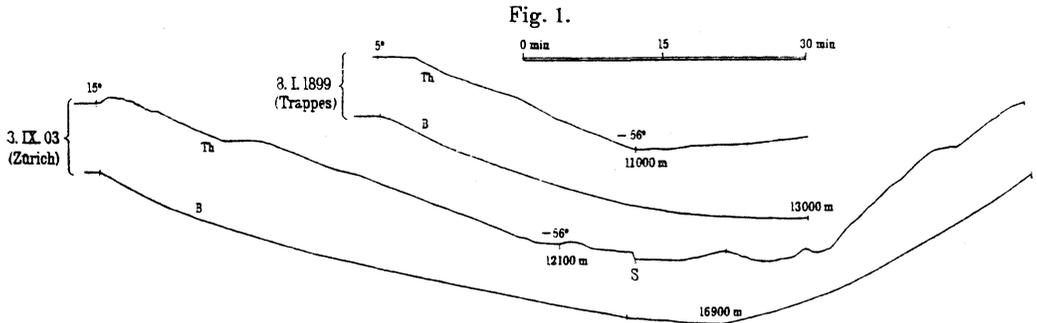
(2) 大気の状態しだいで多少異なっているが, 8 km ないし 12 km の高さ以上では, 温度の遞減率は非常に小さい. どちらかというと逆に昇温する. そしてこの気層の厚さは未だわからない.

ということにまとめられる. さらに圏界面の高さが気圧配置によってどう違いかを示す表が付けられている. それからみると, 低気圧中心近くでは圏界面は低く 9~11 km, 逆に高気圧圏内では 11~13 km と高くなっていることが分かる. 高・低気圧の位置を 8 区分しているにもかかわらず, 地上気圧系とほとんど位相の差が認められないのは, ヨーロッパでは多くの低気圧が閉塞期にあるためであろう.

この論文には残念ながら図がひとつもない. 前述のエルミートとブサンソンの論文にしてもそうで, 上層での気温低下がどこでも続くのか否かという議論が証拠物件

* 元素の周期律の発見者. 調べた範囲ではここでいう仮説の論文は見当たらなかったが, 1875年にハンと独立に湿潤断熱減率をほぼ正しく導出していることがわかった.

* 11.8 km で -59°C まで下がり, それより上では「日射や, 上昇する気球の後になること等々のため温度は一定値にとどまった。」と述べ, 正しい気温とはみなしていない. 実際, 数表には下層から外挿した値 (13 km で -71°C) が書いてある.



第3図 成層圏発見当時の探測気球による気温(Th)と気圧(B)の自記記録。上の1組は1899年1月8日 Trappes の観測所で Teisserenc de Bort により行われたもの。下の1組は著者 Quervain によるチューリッヒでの観測(Quervain, 1906)。

を示さずに行われているというのも、現在から見ると不思議な話である。幸い等温層の発見から少し経った頃に、別の人の論文(Quervain, 1906)でテスラン・ド・ボールの好意によるとして記録のひとつ(1899年1月8日のもの)を掲載したものがあるので、それを第3図に示す。温度計(各組の上の曲線)と気圧計(下の曲線)の自記紙を写したもので、両者を対応させることによって気温の高度変化がわかる。ここに示されている時間内で気球は上昇し続け、気圧は減少し続けているが、気温の降下は高度11,000 m, -56°C の所で終わり、以後はほぼ一定ないしやや上昇の傾向があることが読みとれる。

こうして成層圏が発見された。それまでは、大気温度は対流による断熱変化のために高度とともに一方的に低下し、高さ35 kmあたりで絶対0度に近づいて大気は終わりになると考えられていたから、これは重大な意義を持つ発見であった。等温であれば大気は一挙に無限にまで拡がり得る。

当時、この対流平衡大気概念は広くゆきわたっていたと思われる。ドイツのアスマンはベルリンで多数の気球観測を行ない高層気象の権威者であったが、彼はエルミートと同じ考えで1900年に書いた本の中で、高度による気温下降傾向は止むことはなく、大気にはそれ自身の限界の他に境界はないと言い切っていた。ヘルムホルツは観測が不十分な状態においては余りにこだわるこ

* 1885年に夜光雲が発見され、間もなくその高度が70~80 kmであることが判明した。1883年のクラカタア火山からの噴出物と関係があると考えられていたが、大気の構造についてどう考えられたか明らかでない。

となく、むしろ対流平衡(すなわち断熱大気)を実際の大気の第一近似とする方が良いとし、大気の高さを27~28 kmと算出していたのである*。後に記す大気波動の問題に関することであるが、ラム(Lamb)は1908年と1910年に発表した論文において、対流平衡大気又は気温が高さと共に減少する大気を重点的に扱っている。この場合は数学的扱いが困難で、結局具体的に解を得るに至っていない。にもかかわらず、そうしていたということは、実際大気イメージとして対流平衡が根強くあったためではなかろうか。なお、大気波動の問題で気温減少大気モデルを用いると大気が有限の高さで切れるから、海と同じように鉛直方向に多数の固有振動のモードが存在し得て、無限大気モデルと大きな違いを生じる。

現在、大気温度構造を論じるに当たって、まず放射平衡を考え、次いでその温度分布が下層で不安定となることから対流の発生が必然的であることを説き、大気が対流圏と成層圏に分かれることを説明するのが標準的となっている(私も十何年とそれを繰り返している)。歴史的には対流平衡概念および言葉が先にあり、放射平衡は成層圏発見の後に導入されたのである。上記の説明は1913年のエムデン(Emden)の理論に拠っているが、その前に、成層圏の発見直後の1909年にゴールド(Gold)が成層圏の成因を論じたときには、まず対流平衡大気を考え、ついで放射によるエネルギーの出入を考えると大気上端部は温度が上昇し、必然的に成層圏が生まれるべきことを説明している。

ところで、アスマンは成層圏の存在を示すような観測結果を得てはいたが、エルミートと同様に日射の影響による誤差と考えていたらしい。テスラン・ド・ボールの報

告を聞くと直ちに自らの過去のデータを調べ直し、夜間の観測で高度 13 km 以上に達したものの 6 例を調べて、ほぼ等温の気層が存在することを認めた。テスラン・ド・ボールが慎重だったのは、高温になるのは日射による誤差という「常識」が支配していたからであろう。この後、ヨーロッパ、アメリカの各地で「等温層（はじめはそう呼ばれていた）」の観測が行われ、どこにもある大気の普遍的構造であることが確認された（Nature, 1908年10月1日号、等温層に関する会議の報告）。

一たん等温層の存在が公認になると、それに合致した観測結果に対しての検討は甘くなる。この時代の論文の中に見られる温度の図の中には、高度 15 km 以上で 10 km ぐらいいわたり直線になったグラフ（±0.5 K ぐらいいわたり等温）がいくつもある。現在の知識からして、とうてい本当の気温を示しているとは思えない。自記装置の氷結といった単純なミスの可能性も充分にあるが、もしかしたら密度の低い状態（多くは 20~30 km）において、温度計が周囲の空気とほとんど熱交換を行わず、「放射平衡」の状態にあったのかもしれない。このときの温度計の温度はハンフリースの成層圏成因論と同じようにして決まり、実際の気温と余り違わない値で一定となるはずだからである（松野・島崎, 1981参照）。

このように当初は等温層 (isothermal layer) の名が用いられていた。観測の行われた中・高緯度では 20 km ぐらいいわたりほぼ等温だったからである。その後、低緯度での観測も加わり、等温よりは高さとともに気温が増す傾向にあることも明らかになった。「成層圏(stratosphere)」という名の由来は、次章に述べるように、空気中の成分気体が重さ（分子量）に応じて分離し、第 1 図に描かれたような組成の異なる層に分かれると想像されたからである。この頃の文献を読んで得た印象では、この考えはウェゲナー、ハン (Hann) など、ドイツ、オーストリアの学者の間で特に強かったようである。先のウェゲナーの書いた教科書 (1911 a) にはテスラン・ド・ボールが対流圏、成層圏と名付けたと書いてあるが、そのことを直接書いた文献を筆者は残念ながら未だ見していない。1909年までは等温層の語を用いているし、後述のダインスの論文 (1911年) でも等温層となっている。成層圏という呼称は名付け親よりも、成分分離を強く信じていたウェゲナーらによって積極的に用いられ広められたようである。

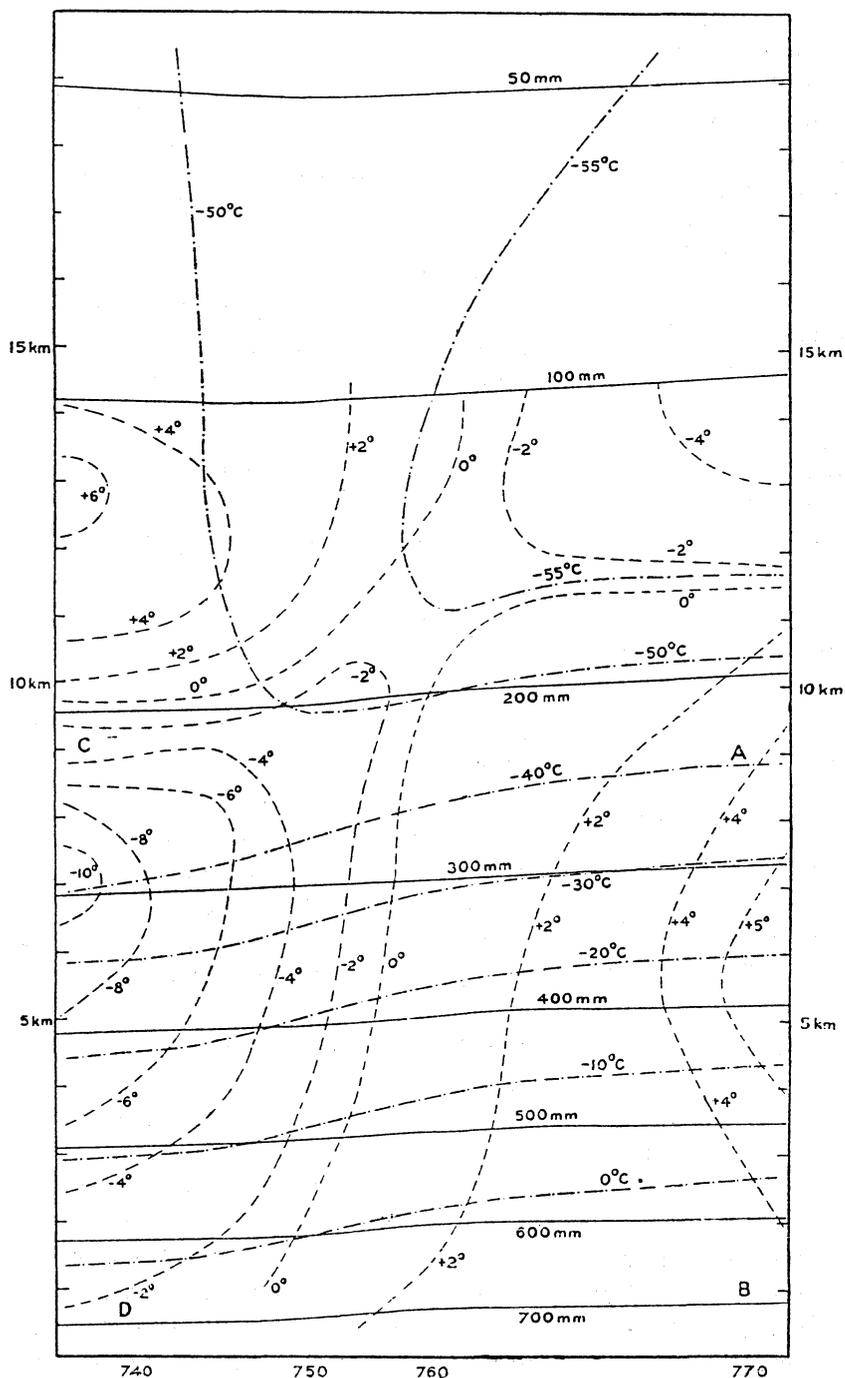
イギリスでは気象台のダインス (W.H. Dines) が高層気象の観測にあたり、はじめは凧を用い、後に気球を用

いて観測を行っている。1908年から1910年にかけてイギリス各地で気球を揚げ、400 個の中 250 個の記録を得てそれを詳しく解析している。

一例として、地上気圧で高気圧域内と低気圧域内に分類し、それぞれの中での平均的温度分布を求め仮想的断面図を作ったものを第 4 図に示す。低気圧域では対流圏内で低温であるが圏界面が低く、成層圏内では逆に高温となっていることがわかる。このように対流圏内と成層圏内の気温が逆相関を持ち、気柱全体の重さが変わらないようになっている（地殻のアイソスタシーに似ている）ことを「ダインスの補償の原理」と言う。ダインスはこの結果をはじめ、季節による変化とか、地上気圧の段階で分けた圏界面高度とか、各観測点ごとの統計とかを調べている。テスラン・ド・ボールとはほぼ同数の観測から絞られるだけ多量の結果を引き出し、20ページ余の論文 (Dines, 1911) に仕上げている点で、わずかに 2 ページの前者の論文と実に対照的である。現代の我々の目から見ると、テスラン・ド・ボールが何年もの年月をかけ、測器の改良など大へん苦勞した末の大発見を、実質 2 ページの短かい論文ですませてしまうというのも理解に苦しむ。「大気は 30 km で終わるのではない」ということが最も本質的なことであり、それを主張するには充分な長さであったかもしれないが。

ダインスの補償の原理で示されるような高低気圧の構造の発見は、低気圧の研究に意外な影響を与えることになった。地上が低気圧のとき対流圏が低温であれば、低気圧は上層ほど著しくなり、圏界面で最強となる。そして、その原因は（というように考える）圏界面の垂れ下がりや成層圏内の高温の空気存在に他ならない。つまり低気圧の原因は成層圏の暖気塊にあり、その動き（移流）が低気圧の動きを決定するというわけである*。もちろん、これに反対する考え、すなわち圏界面の垂れ下がりや成層圏の暖気は対流圏で低気圧が生じた結果に過ぎないという説も出され、論争が行われた。このことについては、ベルリン自由大学のシェルハーグ (Scherhag) が日本気象学会に招待された時の講演（「天気」, 第 16 巻, 1969）において述べている。日本でも「移流説」として 1930年代に問題になったらしいが、比較的短期間で終わったようである。この論争はうやむやの中に立ち消えになったらしいが、あえて決着をつけるならば、チャーニー

* 同じ内容を「圏界面波」としてとらえることもあったらしい。既にダインスの論文中に「等温層の境界の波動」として論じられている。



第4図

地上気圧で分類した上空の気温分布(鎖線)とその偏差(破線)および等圧面(実線)。右端に高気圧、左端に低気圧の場合をとり、仮想的な東西方向の鉛直断面図の形に描いてある。低気圧域では対流圏内は低温であるが成層圏内では逆に周囲より高温であること、高気圧域ではすべて逆になることがわかる。圏界面の高さは低気圧域で低く(～9 km)、高気圧域で高く(～12 km)、波状になっている。等圧面は高度20 kmではほぼ水平となっている(Dines, 1911)。

(Charney, 1947) とイーディ (Eady, 1949) の傾圧不安定の論文に解答を見出すことができる。すなわち、前者では温帯低気圧の運動は (擾乱振幅の重みをつけた) 大気全層の平均流によって決定されることが示されている。後者では、傾圧不安定波の基本的性質は成層圏の有る無しによらないことが示され、また、成層圏がある場合にはそこの擾乱の構造は低圧域が高温というように気圧と気温が逆相関になることが示されている。成層圏の暖気や圏界面の垂れ下がり、対流圏の傾圧不安定によってひき起こされた受け身の現象なのである。

この章の終わりに筆者の疑問を記したい。成層圏の存在は何故1902年までわからなかったのであろうか。雲の観測はそれまでに盛んに行われており、かなと云が安定層のために出来ることも知られていた。積乱雲の到達高度に 15 km 前後の限界があることもわかっていたに違いない。「世界中どこでも 15 km に安定層がある」という推論はできなかったのであろうか。

3. 重力成分分離——始まりと終わり——

「成層圏」という名は、大気成分が重さの差によって分離し、組成の異なる層を作っているという予想のもとにつけられたものである。これが誤りであることは今でははっきりしている。この考えがどのようにして生まれ、また否定されるに至ったかを追いかけてみよう。この問題を調べるに当たっては、ミルトフの本 (Mirtov, 1961; 英語版1964) とレッタウの総合報告 (Lettau, 1951) が大いに参考になった。

余り見かけない問題なので基本的な事柄から説明する。大気が静水圧平衡にあるとき、気圧の鉛直分布は、慣用の記号を用いれば、

$$p(z) = p(0) \exp\left[-\int_0^z \frac{g}{RT(z')} dz'\right] \quad (3-1)$$

と表わされる。特に全層で温度が一定のときは

$$p(z) = p(0) e^{-\frac{z}{H}} \quad (3-2a)$$

$$H = RT_0/g \quad (3-2b)$$

となる。ここで H はスケールハイトまたは均質大気の高さと呼ばれる。以上は気象学の最初に習うことであるが、しばしばその前に統計力学で同じようなことを習う。すなわち重力場の中で熱力学的平衡にある気体を考えると、高さ z にある分子の個数密度は

$$n(z) = n(0) \exp\left(-\frac{mgz}{kT_0}\right) \quad (3-3)$$

で与えられ (k はボルツマン定数)、気圧は

$$p(z) = nkT_0 = p(0) e^{-\frac{z}{H}} \quad (3-4a)$$

$$H = \frac{kT_0}{mg} \quad (3-4b)$$

となる。(3-2) と (3-4) は同じことを表わしているのだろうか? 空気がすべて質量 m の同一分子から成り立っているのなら、両者が同等なことは R が単位質量当たりの気体定数であることを思い出せば容易に示せる。ところが実際の空気は混合気体であるから、2つの考え方から導かれる結果は同じではない。統計力学の場合は容易に拡張できて、 i 番目の成分の個数を n_i 、分子の質量を m_i とすれば、それぞれの成分について上記の関係が成り立ち、全個数、全圧は次のように得られる。

$$n(z) = \sum n_i(z) = \sum n_i(0) \exp\left(-\frac{z}{H_i}\right) \quad (3-5)$$

$$p(z) = \sum n_i kT_0 = \sum p_i(0) \exp\left(-\frac{z}{H_i}\right) \quad (3-6a)$$

$$H_i = \frac{kT_0}{m_i g} \quad (3-6b)$$

上の式が示すように、各成分はそれぞれに応じたスケールハイト H_i でもって指数関数的に減少し、重いものほど高さとともに急速に減衰する。全圧は分圧の和であるから単一の関数で表現はできない。

気象学の方ではこうはゆかない。なぜなら (3-1) に入る前に「混合気体に対する状態方程式」というのをやるのが普通で、そこでは空気を混合比一定の混合気体とし、各成分に対して理想気体の状態の方程式を適用し、それから空気全体に対する状態方程式が、ちょうど平均分子量を分子量にもつ仮想的気体の状態方程式と同等なものとして導かれていたのである。このように「完全混合の仮定」は気象力学の骨の髄までしみ込んでいる。重力による組成の変化など入りこむ余地がない。いうまでもなく、(3-5)、(3-6) で表わされる状態は重力によって成分が分離している状態で、拡散平衡大気とかドルトン大気とか呼ばれる。ウェゲナーの時代には成層圏はこのようになっていると考えていた。その同じ時代にビヤークネス (V. Bjerknes) らによって気象力学の建設が進められていたのであるが、これらは相互に無関係に進行していたと思われる。もしもその頃、成層圏の気象力学をまじめにやろうと思ったら、完全混合を仮定した方程式を基礎として出発することはできず、現在の電離気体の扱いと同じように、ボルツマン方程式から出発して成分ごとの速度を変量とするような大気力学方程式を作る

ことになったであろう。

式(3-2)で表わされる状態は、空気の組成まで考えれば熱力学的平衡にはない。したがって、時間が経つと重い成分が下に軽い成分は上に移動して、(3-6)で表わされる状態へと変化してゆく。この分離をひきおこす過程は分子の拡散であり、それ故この変化を拡散分離(3-5)、(3-6)の状態を拡散平衡大気と呼ぶことがある。ふつう拡散というと分離していたものが混じって均質化する過程を思い浮かべるので、今の問題はパラドキシカルに思える。日常のスケールでは、例えば試験管の底に塩素ガスが溜まっている状態などは(3-6)の H_i にくらべてけた違いに小さなスケールでの話であるから、 $H_i \rightarrow \infty$ として一様化すると思って良いわけである。原子炉燃料生成のためウランの同位体を取り出すのに拡散分離が利用される。超遠心分離器によって極端に大きな g をつくり出し、(3-5)の状態を作るもので、スケールハイトはmmのオーダーと聞く。しかしどうも拡散分離というのは変な気がする。重力分離と言うことにする。

(3-5)、(3-6)で表わされるような大気を最初に考えたのは、近代原子論の提唱者ドルトン(I. Dalton)である。彼の発見した分圧の法則を用いれば、成分ごとに静水圧平衡をした大気を頭の中で作っておき、次にそれを水平面で混合すれば静水圧平衡をくずすことなく先に述べたような大気となる。ドルトンは分圧の法則の発見(1802年)の直後、自ら高度1~3 kmの山の空気を分析し、高い所ほど酸素の割合が少なく、彼の理論が定性的に正しいことを確かめ得たという。定量的には減少の度合は理論より小さかったが、ドルトンはこの違いが風的作用によるという正しい説明をしている。

この後、高山の空気や気球に乗って採取した空気の分析が幾人かの化学者(その中には気球で7,000 mの空気を調べたゲイ・リュサックも含まれる)によって行われ、その結果、上層の空気も地表と同じ組成をしていることが明らかとなった。重い成分は僅かだが減少する傾向にあるという結果もあったが、その場合も理論的なドルトン大気に比べると減少度ははるかに小さく、当時の到達範囲では大気組成は事実上一様であり重力分離は起こっていないことが明らかとなった。

人の乗った気球では余り高くへは昇れないから(多くは5~6 km どり)、自動的な測器による探査が必要になって来た。フランスのカユテ(L. Cailletet)*は、1897年にエルミートとブサンソンの設計した aerophile に自動サンプラーをつけ、15,500 mの高空に揚げることに

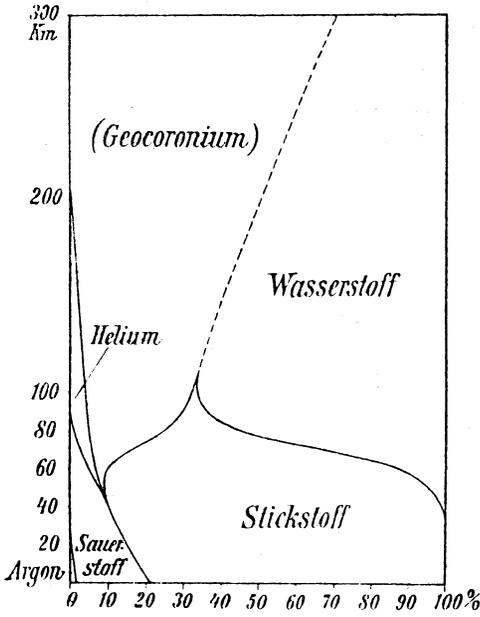
成功した。その空気を分析した結果は、窒素78.27%、酸素20.79%、アルゴン0.94%であり、酸素がわずかに減少するものの、このような高度においても空気の組成は地表とほとんど変わらないことが明らかになった。銅製の器壁への吸着などの問題があり、専門家の間で疑問視されていたらしいが、エルミートによる最初の観測気球の飛揚が1892年のことであり、一方レイリーとラムゼイによってアルゴンの発見が報告されたのが1894年であることを考えると、ずい分と先進的な試みであったと思う。

等温層を発見したテスラン・ド・ボールも1908年に独自の自動サンプリング装置をつけた気球(エルミートらの aerophile)を飛揚し、10~14 kmの高度の空気を採取して稀ガスの分析を行なった。結果は前と同じで、上空の空気も地表と同じ稀ガス類を含んでいることがわかった。彼の場合は、等温層ができるのは組成が異なるためという予測をはじめは持っていたらしいことが同年イギリスで開かれた会議に送った報告から想像される。また、稀ガスの分析についての報文の中で、上層の空気中にネオンが確認されたことから、オーロラのスペクトル中のかんりの線をネオンが発するものと同定してよいだろうと述べている。もしかしたら、オーロラの光る高度では酸素などより軽いネオンが多くなるという「成層圏」の考えを持ったのかもしれない。

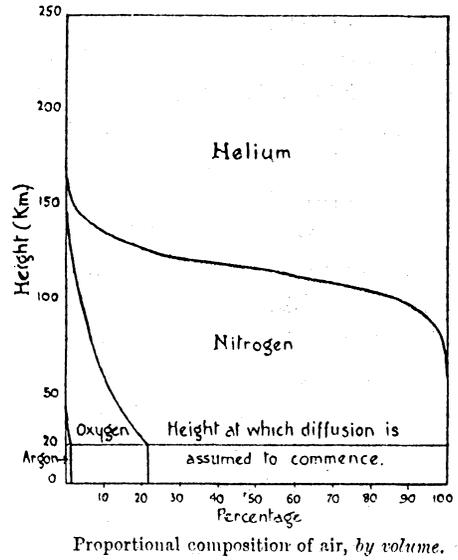
この時代には、オーロラや夜光、さらに流星の飛跡の光の分光から上層大気に存在する物質が同定されるようになった。ケネリーとヘビサイドによって電離層が発見されたのが成層圏と同じく1902年のことであるから、上層大気の密度や組成に多くの研究者の興味が集まったのは自然なことである。成層圏が発見されて何100 kmの高度まで大気が続いていることが明らかとなり、また、安定な成層のため対流による上下の混合が起こらないという保証が得られたから、ドルトン大気を仮定した上層大気の組成の計算が多数の研究者により次々と行われた(Hann, 1903; Humphreys, 1910; Jeans, 1910; Wegener, 1911 a, b; Chapman・Milne, 1920)。まだ成層圏上部や熱圏の温度は知られていない時代であるから、11 kmより上はどこまでも -54°C の等温層が続いていると仮定して計算が行われている。

このようにして計算された分布の中から、ウェゲナーのもの(第5図a)、チャップマンとミルンのもの(第5図b)を示そう。これらは先の第1図、第2図と同じ

* 酸素、水素、窒素、空気の液化を初めて行った物理学者。



(a)



(b)

第5図 重力成分分離を仮定して計算された上層大気の組成。(a) Wegener (1911 b), (b) Chapman and Milne (1920), による計算結果。いずれも体積百分比で示す。

ように大気科学における基本的な図の元祖の資格を持っているはずであるが、組成が変わらないことが明らかになった今日では 100 km 以下の大気についてこの種の図は描かれることはない*。

重いものが下にたまり、軽いものが上を占めるというダルトン大気的基本的性質からして、この種の推算を行うには地表での軽い成分 (H_2O , He, H_2 など) の量の決定とそれが安定に上層までひろがり得るのかの判断が重要であり、そのために異なる結果が出て来る。ウェゲナーは、 H_2 , He など通常の意味で化学的に安定なものはそのまま上層につながっていると考え、第5図aのような結果を得た。100 km あたりより上はほとんど水素で占められるという事は納得できるが、それと一緒に一部がゲオコロニウムという奇妙な物質に割り当てられている。当時、上層大気の組成を知る手掛かりとしてオーロラや夜光のスペクトルが用いられたが、この中に5570 Å (当時の測定値)の緑の強い光がふくまれているにもかかわらず、実験室中では如何なる既知の物質を用いてもこ

の線が得られない、という困難があった。ヘリウムの存在が太陽光のスペクトルから予見された (1869年) という事情もあり、この緑線が太陽コロナ中にも見られることから、未発見の元素がコロナ中にあり、それと同じものが上層大気中にもあるのだという説明が現われたのも無理のないことである (1890年頃)。周期律の発見でゲルマニウムなどの未発見元素の予言に成功したり、アルゴン発見の後、当初なかった第0族を設けて引き続き現われた稀ガスの分類にも成功したメンデレーフは、「新元素コロニウム」にも興味を示し、コロナや上層大気中にも存在することから原子量を0.4とした (1904年)*。ウェゲナーはゲルマニウムを予言した大化学者によるこの仮説は考慮に値すると述べ、地球上層大気中のゲオコロニウム (geocoronium) はコロニウムと同一物としている (Wegener, 1911 b)。ゲオコロニウムという仮想的気体をウェゲナーが創り出したように書いてある本

* 重力分離が実際におこっている高度 100 km 以上の超高層大気については今でも描かれることがある (永田・等松, 1973; 図2-18)。

* 「宇宙 エーテルの化学的解釈の試み」と題する論文で、エーテルを第0族の最初の元素 (つまりヘリウムの前) とし、コロニウムを水素の前に位置するアルカリ元素と仮定した。原子量の算出は同族元素の原子量の列の規則性に拠った。

(Mirtov, 1961)もあるがそうではないようだ。しかし、ウェゲナーによって広められたことは間違いない*。1910年には同位体の考えが提出され、1911年にはラザフォードによって原子核の存在が確認されている。このような原子核の構造についての新知識に対して、原子量0.4をどう考えたかはわからない。

オーロラ中の緑の光 (5577 Å) は現在では酸素の緑線と呼ばれ、酸素原子の第2励起状態から第1励起状態への禁制遷移に際して放出されるものであることがわかっている。励起状態にある原子は他分子や器壁との衝突によってすぐに脱励起されてしまうから、実験室中での再現が困難だったのである。この光が酸素原子の発するものであることがわかったのは1925年のことであった。

一方、チャップマンとミルンは地表近くの水素量の測定を余り信用せず、かつゲオコロニウムの存在は考えなかった。1916年に出されたジーンズの気体の脱出の理論をもとに、原子量0.4の気体は容易に地球の重力圏から逃げ去り、安定に存在し得ないと結論したからである。1920年の論文であるのに、0.4という原子量についての疑問が表明されていないのはなぜかわからない。オーロラの緑線の源はまだわかっていなかったが、それは未解決のままに残している。

ともかく、この2枚の図で示されるような「成層圏」が1930年代の後期まで続く。注意すべきことは、これらはほとんど純粋に理論的に演繹されたものであって、観測事実を説明するためのものではなかったことである。もちろん、上層大気密度分布はオーロラや流星など地球外からの粒子の貫入の度を決定し、かつ密度分布は組成によって変化するという関係からそれなりの議論はなされていたが、信頼のおけるチェックにはならなかった。

この間1920年代の終わりから30年代中葉にかけて、気球でサンプリングした空気の分析が世界各地で行われた。成層圏にはじめて足を踏み入れたピカール(1931年, 16km)や人の乗った気球としての最高記録を作ったエクスプローラー2号(1935年, 22km)も試料を持ち帰った。科学観測の気球も大いに進歩し、ドイツのレゲナーのものは1935年に28~29kmの高度に達している。これらの分析の結果は、1939年にイギリスの王立気象学会が物理学会、化学会と共同で開催した上層大気についてのシンポジウムでパネス (Paneth, 1939) によってまとめら

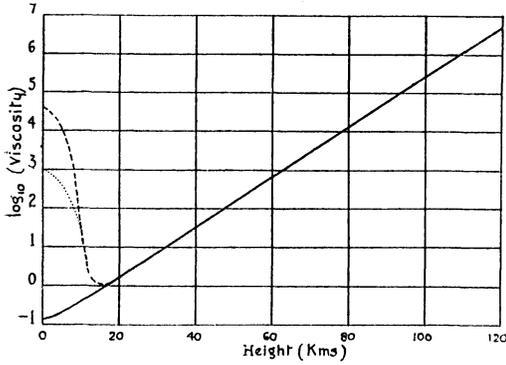
れている。その結果、成層圏中で酸素はわずかに減少し(地表での値に対して0.1~1%)、一方ヘリウムは増加する(地表に対して数%)ことが明らかになった。ごくわずかではあるが、重力による成分分離はたしかに生じている気配がある。しかしながら(3-6b)によって計算してみればすぐにわかるが、この数値は圏界面より上でドルトン大気になるとした場合の100分の1に過ぎない。「成層圏」という名のもとになったほどの著しい分離、第5図a, bに見られるような組成の高度変化はとうてい考えられない。

一方、1925年にオーロラの緑線が酸素原子のものと同定された。翌年に書かれた論文において、チャップマンは上層大気中には酸素があるはずだと述べている。かつて重力分離を示唆する根拠であったものが、一転して重力分離を強く疑わせしめるものとなった。第5図a, bからわかるように、ドルトン大気ならオーロラ出現高度(1910年代に行われたステルマーの観測により100~110kmで最も多く、数100km高度でも相当数あることが知られた。)では酸素は著しく少ないはずだからである。オーロラの光から判断すると、高度100km以上の上層大気も地表と余り変わらず窒素と酸素が主成分とする方がよい。逆にその当時オーロラの光の中に水素やヘリウムのスペクトルは全く見つかっていなかった。1920年のチャップマンとミルンの論文では、この矛盾の原因を未だ不明のオーロラの発光機構に帰して問題を回避している。

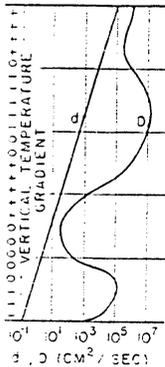
時代が進み観測が増えるにつれ、この点はますます動かし難くなる。第2図に示した温度分布のモデルを作ったマーティンとピュリーの論文(1936)でも、上層大気の組成が論じられている。彼らは電波観測から電離層E層とF層での電子の衝突頻度を求め、高度で150kmの差のある両層間で衝突頻度はファクター200しか違わないことを見出した。これは大まかには密度の比に相当するから、観測事実は密度減少率が非常に緩やかになっていることを示唆する。これを説明する途として、温度が高いか分子量が小さいか(あるいは両方)が考えられるが、彼らはオーロラのスペクトルに基づいて組成は窒素分子が主体であると考え、温度を1,200Kと推定したのである。この値はオーロラ緑線の幅を熱運動によるとして独立に定めた結果と合っていた。もしもオーロラの観測が全く無かったら、同じ衝突頻度のデータが逆にヘリウム大気を支持する証拠にもなったであろう。

こうして、重力分離は観測事実からは大へん考え難い

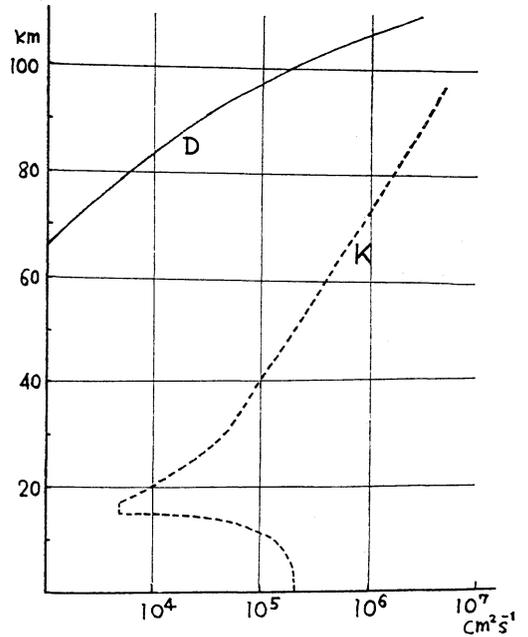
* 私自身、子供のころ読んだ本で第1図をひき写したのを見たことがあり、長く不思議に思っていた。



(a)



(b)



(c)

第6図 渦拡散係数の推定値(鉛直分布)の時代的変遷。(a) Chapman and Milne (1920). (b) Lettau (1951). (c) 現在の代表的分布(松野・島崎, 1981). (a), (c)では破線, (b)ではDを付した曲線. 他の線は分子拡散係数.

ものとなり、1939年のシンポジウムでチャップマンは100 km 以上まで窒素と酸素を主体とした大気が一貫して続いていると述べるに至った (Chapman, 1939). しかし同時に、どうして分離しないかわからないとも言っている。成層圏は間違いなく安定であり、さらに、その頃ははっきりして来た 50 km 近くの高温層を考えると、下層の空気と上層の空気が混合するようなことは起こるはずがないのである。事実として混合を認めざるを得ないが、それが何故生じるのか何とも不思議であるという口調である。同じころペンドルフも「上層大気の組成について」という論文 (Penndorf, 1938) を書き、大気は100 km 以上まで一様混合の状態にあるとしている。何故かはやはりはっきりせず、拡散による分離がそんなに強いとは思えない、というようなトートロジー的な説明に終わっている。

こうして何故それが正しくないかは判然としないまま、20世紀の初めに生まれた「重力によって成分の分離

した大気——成層圏」の概念はその名前のみを残して消滅した。私の調べた範囲では、著名な研究者の書いたもので成層圏をドルトン大気とみなしているものは1936～1937年のハウルウィッツ (Haurwitz) のものが最後である*。

4. 大気の鉛直混合

「静穏な成層圏」という事実からの予想に反して重力成分分離はおこっていなかった。これを妨げる作用——大気の巨視的運動による鉛直混合が予想以上に大きかったのである。安定度の著しくよい成層圏でどうしてそんなことが起こるのか？ 先に記したチャップマンの疑問

* 死滅したはずの重力分離大気がどこをどう生き延びてきたのかわからないが、ネス湖の恐竜のように姿を現わすこともある。東京大学公開講座「空」(1973, 東大出版会)の中に航空医学に関連して上空での酸素の減少が述べてあり、数表も出ている。

に完全に答えるには中層大気の運動のすべてを論じなければいけないので、ここでは問題に直接関係のある鉛直渦混合(拡散)係数に焦点を絞って簡単に記すことにする。

多くの問題においてそうであるように、拡散分離が信じられていた時代に一樣混合をとこなえている人がいた。アメリカ海軍研究所のマリス(Maris)で、当時の学問の中心であるヨーロッパの学界から離れ、その流れにほとんど影響を与えていないようであるが、1928年に発表した論文に大へん興味ある見解を示している。彼は最初に完全に混合した大気があったと仮定してみる。そして分子拡散によって成分の分離が起こる過程をジーンズの理論に従って計算した。拡散係数は平均自由行程と熱運動速度の積で与えられるから、温度の違いが余りない場合は大気の密度に逆比例し、したがって高さが増すにつれ指数関数的に増大する(第6図参照)。このため、高度150 kmのあたりでは1 hrのオーダーで重力分離が起こるものが、下層にcomingにつれて長い時間を要するようになり、計算された30日の範囲では高度100 kmまでは一樣混合が保たれている。ここで彼は半ば直観的に 5×10^5 sec(約6日)以内に分離がおこななければ大気の混合作用によって一樣混合の状態はくずれないと仮定し、高度約100 kmを混合大気と分離大気の境としたのである。 5×10^9 secにとった根拠としては、100 kmあたりでの流星痕の変形についての観測から、この程度の大気運動があると推算している。今からみて全く正しい論拠であり、かつ推算値もまぐれ当たりながら驚くほど正しい。この他に大気の運動の原因として下層からの熱放射の吸収による気温の日変化を考え、その結果気柱が膨脹・収縮することをあげ、その大きさを見積もっている。この辺は信じ難い議論である。論文全体は長大で、赤外熱放射の出入について成分ガスのスペクトルを考慮した扱いがしてあり、その結果CO₂の量の減少によって氷河期がもたらされるという論も展開している。全体としてユニークだが粗っぽい議論が多いので、ヨーロッパ学界の主流には無視されたのであろう。

ウェゲナーやチャップマン達の議論の欠点は、拡散分離と混合の競合について、具体的・定量的に検討しなかった点である。拡散分離が実現する時間の目安 τ_D は、拡散係数を D 、スケールハイトを H とすると、

$$\tau_D = \frac{H^2}{D} \quad (4-1)$$

で与えられる。 D の分布は第6図にあり、地表で約

$0.1 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ 、高度100 kmでおおよそ 10^6 倍強となる。これから τ_D を計算すると、それぞれ10万年、10日のオーダーになる。ウェゲナー達が問題とした下部成層圏では1万年から1,000年になるから、このぐらいの時間成層圏の空気が対流圏と混合しないのであれば重力分離もこのころであろう。成層圏で対流が全くおこらないとしても、他の種類の運動によってゆっくりであれば1,000年以内に空気の入れ換えがおこなわれるならば分離は不可能となる。直観的に言ってこの方が本当らしいと思えるであろう。

大気の巨視的運動による混合の効果を数学的に取り扱うには、鉛直渦拡散係数を用いるのが適している。これは、近年、オゾンをはじめとする微量成分の化学で、大気の運動による輸送の効果を第一近似で取り入れる手段として盛んに用いられている。この係数の鉛直分布の図を第6図a, b, cに示す。第6図cは現在もっともらしいと思われているもの(松野・島崎, 1981)、第6図bはこの種の図の元祖であるレッタウ(Lettau, 1951)の推算値、第6図aは前に述べたチャップマンとミルンの論文(1920)に出ているものである。これは渦粘性係数および分子動粘性係数であって拡散係数ではないが、両者はほとんど違わないので示してある。面白いことに、彼らはこの分布と拡散分離とを直接結びつけてはいない。上層大気の性状を論じた一環として粘性に触れたに過ぎない。もしも渦拡散係数という考えをしていたら、2つの大小によって完全混合になるか拡散平衡になるかのどちらかになるといった考えはしなかったであろう。

両拡散係数の競合によって成分分離の度が決まると考えたのは、第6図bのレッタウが最初である。分子拡散は任意の成分の鉛直分布をドルトン大気に近づけようとするから、それによる i 番目の成分の流れは n_i を個数密度として

$$F_D = -D \left(\frac{\partial n_i}{\partial z} - \frac{n_i}{H_i} \right) \quad (4-2)$$

と書ける。ただし簡単のため大気は等温とした。一方、巨視的運動による混合は、混合比を保存するようにおこなうから、フラックスは

$$F_K = -nK \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{n_i}{n} \right) = -K \left(\frac{\partial n_i}{\partial z} - \frac{n_i}{H} \right) \quad (4-3)$$

となる。ここに K は渦拡散係数、 n は空気全体の個数密度、 H は混合大気のスケールハイトである。今後の便宜のため n_i でなく混合比 $\chi_i = n_i/n$ を用いて上の式を書く。ここで定常状態を仮定すると、保存的な(化学変化や相変化をおこさない)成分については流れは存在し

ない ($F_D + F_K = 0$) から、次の関係が得られる。

$$(D+K) \frac{\partial \chi_i}{\partial z} + D \left(\frac{1}{H_i} - \frac{1}{H} \right) \chi_i = 0 \quad (4-4)$$

これを書き直すと

$$\frac{\partial \ln \chi_i}{\partial z} = \frac{D}{D+K} \left(\frac{1}{H} - \frac{1}{H_i} \right) \quad (4-5)$$

となる。もともと $n(z) = n_0 \exp(-z/H)$ であったから、 $D \gg K$ ならドルトン大気、逆の場合は χ_i 一定の完全混合大気となる。中間の場合に χ_i の変化がわかっているならば、逆に K を推算することができる。レッタウは、1930年代に行われた下部成層圏でのわずかな組成変化のデータをもとにその領域の K (第6図bではd) を求めた。ただし、このデータはかなりばらつきがあり、どちらの側にとるかによって10倍程度の差がある。彼は分離の著しい方に解釈し、したがって渦拡散係数は小さく見積もられている。他の高度域についてはこのようなデータがないので、あり得そうな運動の特性を推定し、 K を(混合距離)×(運動速度)として求めている。その結果推算された K の分布は第6図bに示す通りで、定性的には勿論のこと、定量的にも現在考えられているものに非常に近い。

現在、化学の計算に用いられている代表的渦拡散係数の鉛直分布は第6図cに示す通りである。これは、いくつかの観測値(高度80~100kmでは発煙弾の痕の拡がりから求められる。対流圏では種々のデータがある)をもとに、あとは実際のトレーサー物質の振舞いをうまく再現できるように決めたものである。当然ながら、110km以下の全高度域で $K > D$ となり、完全混合大気が続いていることが確認された。しかし、これではチャップマンの疑問に完全に答えたことにはならない。安定で対流の起こり得ない大気中で、何故上下の混合が生じるのかに答えなければいけない。これは中層大気力学の総括として、最近ようやく枠組みが出来上がった。私自身による見積もりの要点を記すと次の通りである。

(i) 成層圏から中間圏下部にかけては大気大循環が重要である。成層圏では上下の対流はおこらなくても、日射の差に起因する水平の対流、すなわち大循環は存在し得るから、それによって上下の混合がおこる。この問題にとって重要なラグランジュ的大循環のモデルによれば(木田・松野, 1979), 下部成層圏のブルーワー・ドブソン循環による上下流速は $10^{-2} \text{ cm sec}^{-1}$ であり、これにスケールハイト $6 \times 10^5 \text{ cm}$ を乗じて $K = 10^3 \sim 10^4 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ のオーダーと見積もることができる。

(ii) 上部成層圏から中間圏にかけての大循環は季節

により反転する成分が大部分で、これだけでは空気塊は上下に振動するのみである。しかし、プラネタリー波などによる準水平面内での混合作用が加わることによって真の上下混合が生じる。また季節によって変らない成分も含まれているのでそれも混合に貢献する。後者の上下流速は $10^{-1} \text{ cm s}^{-1}$ 程度、前者はもう少し大きい。前述の事情を考慮すると、 $K = 10^5 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ のオーダーが期待される。

(iii) 上部中間圏から下部熱圏にかけては、内部重力波や潮汐波の砕波によって生じる乱流が重要である。観測によってこの領域の乱流が著しいことからこのことは推測されて来たが、その定量的取り扱いが行われるようになったのはこの1~2年である。まだ予備的な結果であるが、リンゼン(Lindzen, 1981)やホルトン(Holton, 1982)は $K = 10^6 \sim 10^7 \text{ cm}^2 \text{ s}^{-1}$ を得ている。彼らの結果は、もともと理論の帰結として内部重力波の臨界レベルより上で K が小さくなり、第6図cよりも第6図bに近い分布になる。本当にそうなのかどうかはこれからの問題である。

以上のように、1930年代以来の懸案に対して、今ようやく力学理論から解答を与えることができるような状態になった。

5. 大気波動の研究における佐野静雄の業績

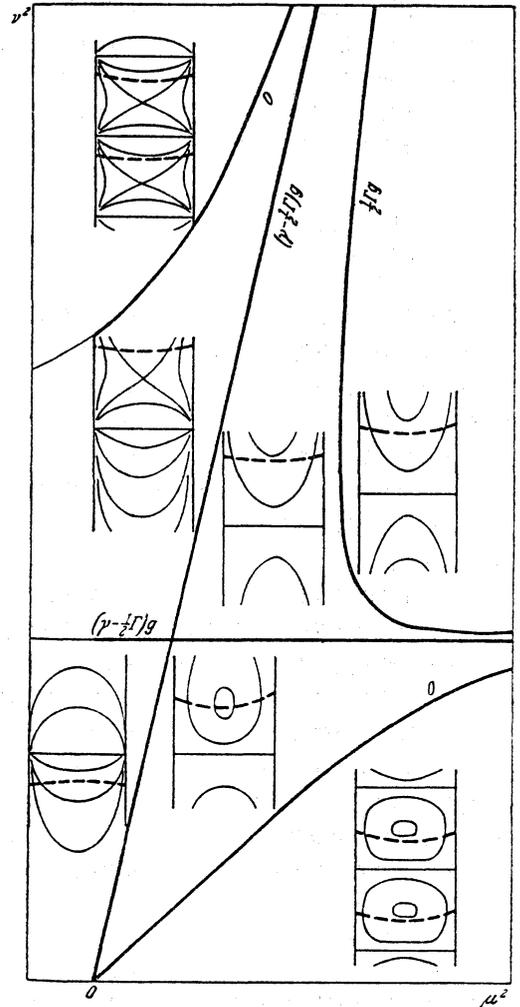
成層圏・中間圏大気現象では各種の大気波動が重要な役割を果たしている。大気の波動は上下伝播に際してエネルギー密度を保存するので、下層大気中では余り目立たないような小さな波でも、上層へ伝播してゆくと大気密度の減少につれその平方根に逆比例して速度振幅(波に伴う往復運動の大きさ)を増し、顕著な現象となるからである。内部重力波は対流圏中では余り大きな振幅を持たず、興味の対象とされることも少ない(それどころかしばしば「ノイズ」として邪魔者扱いされる)が、50~100kmの中間圏高度には振幅が 10 m s^{-1} のオーダーの強い内部重力波が常時存在している。特に強いものは $30 \sim 50 \text{ m s}^{-1}$ ほどにもなって砕け波となり、この領域に強い乱流を生み出している。この乱流が上下の空気を混合し、重力による組成の分離を妨げているのである。そればかりではなく、内部重力波は上方伝播に際して運動量も輸送し、その効果は上層にゆくにつれて急激に大きくなる。中間圏から下部熱圏にかけての大気大循環は内部重力波に伴う運動量輸送によって決定的に支配されているという機構が最近、私自身を含め何人かの研究者

によって考えられている。なお、中層大気における内部重力波の実態と役割については、松野の総合報告(1979)を参照していただきたい。

このようなわけで内部重力波について勉強していたら、70年も前に日本人の手で時代に抜きんでた立派な研究がなされていることを知った。残念なことに、この研究は受け継がれることなく現在ほとんど知る人もいない状態である。本稿は100周年記念レビューというかっこうの場所なので、これを紹介しようと思う。

本論への導入を兼ねて、前と同じようにルーツがしをししよう。大気波動に関して基本的な図と言えば、分散関係図、あるいは診断図(diagnostic diagram)と呼ばれる図である。横軸に水平波数、縦軸に振動数を取り、鉛直波数をパラメータとして大気波動の分散関係を図示したものである。Eliassen・Kleinschmidt(1957)、小倉(1978)、栗原(1979)等、気象力学の教科書には大い登場する図である。この図の元祖であるが、これは私と同年代かそれ以上の方で気象力学を学んだ方ならわざわざ探す必要もなくよく御存知のはずで、ビャークネスらによる古典的教科書“Physikalische Hydrodynamik(1933)”である。似たような図がいくつかある中からひとつ選んで第7図に示す。沢山のものが一緒になっていてわかり難いかもしれないが、0の字を付けた右上がりの曲線2本によって領域が分けられ、右下の部分(振動数 ν^2 が小さい)が内部重力波、2本の曲線の間が外部波領域、そして左上の部分(ν^2 が大きい)が音波である。それぞれの波動の構造が小さな図として対応する場所に書き込んである。

この段階で大気中に内部重力波が存在することは明らかに示されているが、これでは余りに新し過ぎる。この前はどうなっていたのだろうか?そこで先ず問題となるのは内部重力波の原型ともいべきプラント・バイサラ振動、すなわち空気塊の断熱的鉛直変位によっておこる浮力振動である。これは名前が示すようにプラント(Brunt, 1927)とバイサラ(Väisälä, 1925)によって独立に考え出されたものとして定着している*。しかし、こんなに簡単なことが1925年まで気付かれなかったというのも不思議な気がする。現に、プラントは論文の付記で、バイサラが既に導いているというリチャードソンの指摘に対して、これは自分が1921~1924年の間Meteorological Schoolで講義して来たノートに基づい



第7図 大気波動の分散関係を示す図。あるいは水平波数(μ^2)と振動数(ν^2)を与えたときの鉛直構造を示す診断図(Bjerknes et al., 1933)。

ていると釈明している。文献の見落としがありはしないかと可能性のありそうな所をいろいろ調べてみたが、やはりこれだけ広く通用していることであるから簡単に反証が出て来るはずもない。惜しいなと思ったもののひとつはエムデン(Emden)の著書“Gaskugeln(1907)”の中の一節である。エムデンは地球大気の放射平衡を論じ、大気が成層圏と対流圏に分かれることを示した論文(1913)で知られているが、天体物理学を専門とした人で、この「気体球」の理論は天体内部構造論の原型となった

* 順序としては逆になるべきで、実際そのように書く人もある。ここでは大勢に従った。

ものとして著名である。この本の中に「地球とその大気への応用」という節があり、その一部で大気の鉛直温度分布の安定性を論じている。温度減率 λ_1 の大気の中で断熱変化する気塊の運動を扱い、 λ_1 が断熱減率 λ より小さいときは安定で気塊は振動すると述べ、

$$t = \frac{1}{\sqrt{g \frac{\lambda - \lambda_1}{T_0}}} \arcsin \left(\frac{\sqrt{g \frac{\lambda - \lambda_1}{T_0}} (h - h_0)}{V_0} \right)$$

という式が書いてある (P. 362)。これは初期高度 h_0 を初速 V_0 で出発した気塊が高度 h に達するまでの時間 t を表わしたもので、普通と見方が逆転している。 h を t の関数として書けば、プラント・バイサラ振動であることに間違いないが、このような表現からもうかがえるように、一般論のついでにちょっと触れただけで実際の大気中にこのような振動が起こることを主張しようとしたものではない。

さてこのように文献探しをしていたら、「気象集誌」第6巻 (1928) の藤原咲平・金川治三郎の論文「八分以上の周期を有する大気振動と天気との関係に就て」の中の次のような記述に目がとまった。「重力の影響下に於ける局部大気振動の理論は、多くの論文中、ラムの論文を以てその主となす可し。かつて故 佐野教授は中央気象台欧文報告第二巻二号に於て等温大気中の大気振動を論ぜられ、非常に高尚綿密なる数理よりして大気振動は、その発振の際如何なる周期を有するものも究極的には

$$\tau = \frac{4\pi}{g} \sqrt{\frac{R\theta_0}{\gamma}}$$

なる値に帰着せんとする傾向あることを示されたり、……周期は約四分十五秒となり地上の値を用ゆれば約五分となる。……英国の同業プラント氏は昨年 (一九二七) の英国王立気象集誌上に於て (第五十三巻三十頁)、大気中の垂直単振動を論じ、右の五分、八分又はそれ以上の週期を極めて容易なる方法にて求め得たり。……右の式に依りて計算するに等温大気即ち dt/dh が零なる時に於ては周期 τ は五分となる。之先に佐野教授の得た所と略々一致す。」これを見てびっくりしてしまった。この通りならプラントのはるか以前に佐野教授が同じ振動を扱い、しかも任意初期状態から出発したときの卓越振動であることまで示したことになる。早速原論文を調べてみた。“Some problems on waves propagating in air at an uniform temperature” by Shizuwo Sano というもので、Bulletin of the Central Meteorological Observatory of Japan, Vol. II, No. 2, p. 156-219 (1913年刊、

ただし Volume 全体は 1916 年完結) に出ていた。問題の点であるが、結論をいうとプラント振動ではなかった。音波の最低振動数 (第7図の左上の曲線が縦軸と交わる点) だったのである。等温大気でこの2種の特性振動数は20%ほどしか違わないから混同がおこったのである。(あらためて先の τ の表現を見て下さい。)

それはそれとして、この論文は大気波動を記述する方程式の解をいろいろな場合について調べた実に堂々とした力作である。ラム (Lamb) が大気波動を論じ、いくつかの簡単な場合の解を求めた論文が出たのが1908年、1910年のことであるから驚異的である。これと無関係にごく最近解かれ、論文として発表された問題も含まれている。長い論文で、しかも「高尚綿密なる数理」の連続だからまだ読み通していないが、二、三のポイントを拾って紹介する。

等温・静止の大気をとり摂動方程式を作る。鉛直方向の密度変化に起因する部分を変数変換によって分離し、次の式が得られる (式の番号は原論文のもの)。

$$\frac{\partial^4 F}{\partial t^4} - \left\{ c^2 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + (\gamma - 1) g^2 \right\} \left(\frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2} \right) F - c^2 \frac{\partial^4 F}{\partial t^2 \partial z^2} + a^2 c^2 \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} = 0 \quad (17)$$

ここに F は変換後の鉛直速度 w または圧力 ζ であり、 c は音速、 $a = g/(2R\theta_0)$ すなわちスケールハイトの2倍の逆数である。ここで波動解を仮定して分散関係を求めれば、第5図になるわけであるが、同時代のラムがそれをやらなかったように彼も興味を示さない*。あとは種々の場合についてこの解を求めるのである。

先の藤原の論文で触れていたのは、水平方向に一様で初期条件として w と $\partial w/\partial t$ が z の関数として与えられた場合である。フーリエ変換して解を求め、次に t が非常に大きい場合について漸近形を作ると

$$w = -\sqrt{\frac{a}{2\pi c t}} \sin \left(a c t - \frac{\pi}{4} \right) \int_{h_1}^{h_2} f(\lambda) d\lambda + (\text{省略})$$

となる。 $f(\lambda)$ は $w(z)$ の初期値である。これから音波の限界周波数 ac (佐野は周期約5分としている) で振動するものが残り、かつ \sqrt{t} に逆比例してゆっくり減衰してゆくことがわかる。佐野は書いていないが、鉛直群速度が0の成分が取り残されるためと解釈される。

* ラムの1910年の論文では基本状態として一定温度減率をもつ大気を考えている。convective equilibrium という語もみられるので、実際の大気がそうになっているかと思っていたのであろう。

次に振動数一定 (n とする) の場合がいろいろと議論してある. n の値によって3つの場合に分かれる. すなわち

$$(i) \quad n > \frac{\gamma g}{2c}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z_1^2} + \varepsilon^2 F = 0 \quad (34)$$

$$(ii) \quad \frac{\sqrt{\gamma-1}}{c} g < n < \frac{\gamma g}{2c}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial z_1^2} - \varepsilon_1^2 F = 0 \quad (36)$$

$$(iii) \quad n < \frac{\sqrt{\gamma-1}g}{c}$$

$$\frac{\partial^2 F}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 F}{\partial y^2} - \frac{\partial^2 F}{\partial z_2^2} + \varepsilon^2 F = 0 \quad (40)$$

ただし, z_1, z_2 は適当な定数でスケールした z であり, $\varepsilon^2, \varepsilon_1^2$ は c^2 や n を含む定数である. (i) は音波の限界振動数よりも高い場合で, (34) からわかるように等方的伝播が期待され, (ii) は音波と内部重力波の両限界振動数に挟まれた場合で, (36) よりわかるように波動としての伝播は不可能, (iii) はプラント振動数より低い内部重力波の場合で, 双曲線的に伝播することが式の形から見当がつく. しかしこれは今の見方であって, 佐野はそうではない. $x-z$ の2次元の場合, $r-z$ (軸対称) の2次元の場合, 3次元の場合, そして $z=0$ に境界がある場合というようにして解を求めてゆく.

$x-z$ の2次元で点源からの伝播問題の結果をまとめると, (i) の場合

$$r_1^2 = x^2 + z_1^2 \text{ と置くと次のようになる.}$$

$$\xi = ae^{int} H_0^{(2)}(\varepsilon r_1)$$

ここに α は定数, $H_0^{(2)}$ は0次の第2種ハンケル関数である. 引数が r_1 であるから, 楕円の波面をもつことがわかる. エネルギー流の計算も行われていてほぼ等方的に拡がること, かつ r_1 に逆比例して幾何学的減衰をすることが読みとれる.

(ii) の場合, 解は0次の変形ベッセル関数 K_0 を用いて

$$\xi = \alpha K_0(\varepsilon_1 r_1)$$

と表わされる. エネルギー流は0, つまり伝播しない.

(iii) の場合

$$(a) \quad x^2 > z_2^2 \text{ 領域では}$$

$$\xi = ae^{int} H_0^{(2)}(\varepsilon \sqrt{x^2 - z_2^2})$$

となる. $H_0^{(2)}$ の引数を一定とおけば双曲線が得られる.

この上で位相が等しいのだから, (i) とは大へん異なる伝播をしている.

エネルギー流は

$$\begin{pmatrix} E_x \\ E_z \end{pmatrix} = \frac{c^2 p_0 \alpha^2}{\pi \gamma n (x^2 - z_2^2)} \begin{pmatrix} x \\ z \end{pmatrix}$$

となり直線状に放射されるが, その大きさは $x = \pm \varepsilon_1 z$ という線に沿って非常に大きくなる.

(b) $x^2 < z_2^2$ の領域では

$$\xi = \beta \cos nt K_0(\varepsilon \sqrt{z_2^2 - x^2}) \quad (\beta: \text{定数})$$

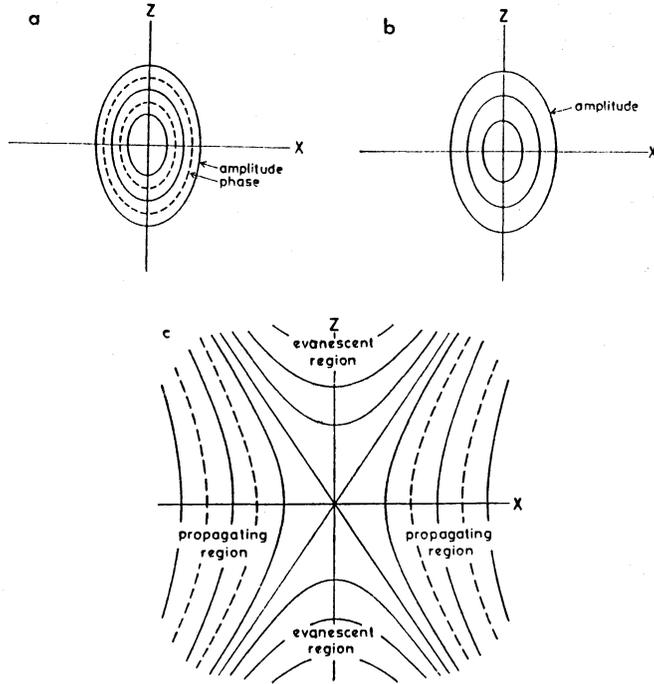
であり, エネルギー流は0となる.

以上の結果はほとんどすべて数式だけで書かれていて, 言葉による説明はわずかしかなかく図は全くない. このために非常にわかり難く他の人の目をひかなかつたのであろう. 最近 加藤 進氏が書かれた本 (Kato, 1980) の中に同一問題が扱っており, それに上の (i), (ii), (iii) の場合の波の構造が等振幅線と等位相線の形で描いてあるので, それをお借りして第8図に示す. (iii) の内部重力波については非圧縮の塩水を用いた実験がなされており (Mawbray・Rarity, 1967), 理論から予期されるような点源からX字状に放射される重力波がみごとに作られている. なお, この実験はその前に行われた同様の実験 (Görtler, 1943) を知らずになされたものであるが, 後者は佐野の論文を知っていて引用している. いずれにせよ, この一連の結果を解釈すれば大気中には2種の異なる波動が存在し, それらはおのおのの限界振動数によって仕切られ, また伝播の形態も著しく異なるものであることが佐野によって示されたと言える.

まだまだ多くの場合が扱われているが, もうひとつだけ興味のある結果を示す. 7番目の問題で, やはり $x-z$ の2次元問題で今度は

$$(w)_{z=0} = \cos(nt) f(x)$$

とおく. こうして議論を展開し, あとで $f(x)$ が原点近くにだけ限られている場合を扱う. したがって原点近くを除いて $z=0$ で $w=0$, つまり地表境界条件のついた点源問題である. 沢山の数式の演算の後に出来る結果をみると, 前と同じように (i), (iii) の場合には音波と内部重力波が出るが, それと同時に今度は $z=0$ に沿って伝わるラム波が加わる. そして十分遠方ではラム波のみが残る. 音波や内部重力波が $x-z$ 面内で2次元的に伝播し, 幾何学的拡がりのため減衰するのに対して, ラム波は地面に捕捉され (この場合は) 1次元的に伝播するのみだからである. もちろん, (ii) の場合はラム波のみが伝わる. この結果は火山爆発や核爆発のとき, ラム



第8図 一定振動数 n で振動する点源からの大気波動の2次元的伝播。実線は振幅、破線は位相の等値線を示す。(a) 高振動数、音波。(b) 中間振動数、波として伝播不可。(c) 低振動数、内部重力波 (Kato, 1980)。

波（実際には温度成層の影響を受けて変形している）のみが遠方にまで伝わり得ることを示している。現在でも普通は物理的考察から定性的にこううと説明しているにすぎないことであるが、ここではきちんと数学的に示されている。

以上佐野の論文の中から私が興味を持った点を拾って紹介した。著者 佐野静雄 (1872~1925) は東京帝国大学理学部教授で主に数理物理学の研究をした。彼の講義録は、死後僚友・門下生の手によってまとめられ出版されている (佐野, 1928)。これが難解だったので、わかり易くするために書かれたものが小平吉男氏の「物理数学」であるという伝説が残っている。

6. 内部ジェットの安定性について

時代は一挙に現代にとび、テーマも異なっているが、佐野の話の続きとして、うっかりすると忘れられそうな日本の研究者の貢献をひとつ書きとめておきたい。冬の成層圏では日射のない極域が著しく寒冷となって中緯度との間に温度差ができ、それに応じて強い西風——極夜

ジェットができる。これは対流圏のジェットとは別の風系である。このジェットの安定性の問題は、Murray (1960) によって先ず数値解で扱われ、次いで Charney・Stern (1962) によって「内部ジェット*」の問題として定式化され、一般的な不安定の必要条件が導かれた。彼らはそれを具体的問題に当てはめ、対流圏内に温度傾度がなく、圏界面以上の層に一定温度傾度がある状態（西風速度 \bar{u} で言えば、ある高度まで $\bar{u}=\text{const.}$ その上で $\partial\bar{u}/\partial z=\text{const.}$ ）は安定であることを示し、先の Murray の数値計算の結果を確認した。ところが後になって彼らの研究は一般的条件は間違いないのだがそれを Murray のモデルに当てはめる際に演算の誤りがあり、本当は不安定であることが McIntyre (1972) によって明らかにされた。Murray の場合は差分化の誤差のため

* 言葉としては内部シア、または内部傾圧性の方が適切かと思う。この問題の議論は、そのこと自体もさることながら、外部ジェットつまり対流圏の傾圧不安定において水平な境界面の存在が決定的であることを明らかにした点で極めて重要な意義をもつ。

はっきりとは結論できていなかったのである。

ところで、この Charney・Stern の誤りは、直後に関口理郎氏が気付いていた。テクニカルレポート (Sekiguchi, 1963) のままで目にふれる機会が少なく、知られていないが、正しい式が導かれ、Murray の内部ジェットは絶対に安定とは言い得ないと書いてある。実は、私自身当時この話を関口氏が研究会で発表されたのを聞いており、特にこの点は強調されたのではっきり記憶していた。にもかかわらず、Charney・Stern を信用して、真剣に吟味しないで過ぎてしまったことを非常に残念に思っている。

おわりに

成層圏の気象について「過去 100 年における顕著な発見とその後の発展」をレビューすることが課題であったが、はじめに書いたような理由から少し変わった行き方を考えた。重要な図のルーツをさぐる、というのは面白いアイディアだと思ってやってみたのだが、書き終えてみるとそのことよりも、本来の趣旨と正反対の余り顕著でない発見や顕著ではあったがその後ゆき詰まったり、人に知られぬままに終わった研究の話に大部分のページを割いてしまった。

はじめに記したように高層大気の探究の歴史は他の所によく書いてある。特に最近の澤田氏のものには重要な問題が平易な言葉でたくみに説明されている。そちらで「正史」を学んでいただければと思う。

謝辞

フランス語文献の読解にあたっては、東大気象研究室の工藤 恵さん（およびその仏語の先生）のお力添えを頂きました。もしそれがなかったら第 2 章は間違ったことを書いていたでしょう。心から感謝いたします。

高層大気の研究史を含む参考書

- 岡田武松, 1956: 世界気象学年表 (気象学講座別巻), 地人書館, 229 pp.
 北岡龍海, 1956: 高層気象学 (気象学講座第 7 巻), 地人書館, 126 pp.
 澤田龍吉, 1979: 超高層空間の謎 (ブルーバックス), 講談社, 180 pp.

文献

- Angot, A., 1893: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 117, 786-788.
 ———, 1894: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris,

- 118, 282-284.
 Assmann, R., 1902: Sitz.-Ber. d. königl. Preuss. Akad. d. Wiss. z. Berlin, 4, 495.
 Bjercknes, V., J. Bjercknes, H. Solberg and T. Bergeron, 1933: Physikalische Hydrodynamik, Julius Springer, 797 pp.
 Brunt, D., 1927: Quart. J. Roy. Met. Soc., 53, 30-31.
 Cailletet, L., 1897: Compt. Rend. Acad. Paris, 124, 486-488.
 Chapman, S., 1939: Quart. J. Roy. Met. Soc., 65, 310-313.
 ———, 1950: Bull. Amer. Met. Soc., 31, 288-290.
 ———, and E.A. Milne, 1920: Quart. J. Roy. Met. Soc., 46, 357-398.
 Charney, J.G., 1947: J. Met., 4, 135-162.
 ——— and M.E. Stern, 1962: J. Atmos. Sci., 19, 159-172.
 Dines, W.H., 1911: Phil. Trans. Roy. Soc. London, A 211, 253-278.
 Eady, E.T., 1949: Tellus, 1, 33-52.
 Emden, R., 1907: Gaskugeln-Anwedung der mechanischen Wärmtheorie auf kosmische und meteorologische Probleme, Teubner Verlag.
 ———, 1913: Sitz.-Ber. d. Königl. Bayern Akad. Wiss. z. München, 1913, 55 pp.
 Eliassen, A. and E. Kleinschmidt, 1957: Dynamic Meteorology, Handbuch der Physik Bd., 48, 1-154.
 Flohn, H. and R. Penndorf, 1950: Bull. Amer. Met. Soc., 31, 71-78, 126-130.
 Gold, E., 1909: Proc. Roy. Soc. London, A 82, 43-70.
 Goody, R.M., 1954: The Physics of the Stratosphere, Cambridge Univ. Press, London, 187 pp.
 Görtler, H., 1943: Zeits. Angew. Math. Mech., 23, 65.
 Hann, J., 1903: Met. Zeits., 20, 122.
 Haurwitz, B., 1936: J. Roy. Astr. Soc. Canada, 30, 315-330, 349-366, 397-415.
 ———, 1937: J. Roy. Astr. Soc. Canada, 31, 19-42, 76-92.
 Hermite, G., 1892: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 115, 862-864.
 ———, 1893: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 116, 766-768.
 ———, 1894: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 118, 218-220.
 ——— et G. Besançon, 1894: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris, 118, 409-411.
 ———, 1896 a: Compt. Rend. Acad. Sci. Paris,

- 122, 849-850.
 ———, 1896 b : *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 123, 961-962.
 ———, 1898 : *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 127, 439-440.
 Holton, J.R., 1982: *J. Atmos. Sci.*, 39, 791-799.
 Humphreys, W.J., 1910: U.S. Dept. Agric., Mount Weather Obs. Bull., 2, No. 2, 66.
 Jeans, 1910: U.S. Dept. Agric. Mount Weather Obs. Bull., 2, No. 6, 347.
 Kato, S., 1980: Dynamics of the Upper Atmosphere, Center for Academic Publications Japan, 233 pp.
 木田秀次, 松野太郎, 1979: 地球規模の輸送過程, 山本義一監修, 磯野謙治編: 「大気汚染物質の動態」, 東大出版会, 175-210.
 Kitaoka, T., 1953: *J. Aerolog. Obs. Tateno*, 5.
 栗原宜夫, 1979: 大気力学入門, 岩波書店, 244 pp.
 小平吉男: 物理数学, 岩波書店.
 Lamb, H., 1908: *Proc. London Math. Soc. Ser II*, 7, 122-141 (Volume Completed 1909).
 ———, 1910, *Proc. Roy. Soc. London*, A 84, 551-572.
 Lettau, H., 1951: Diffusion in Upper Atmosphere, in *Compendium of Meteorology* (ed. T. Malone), Amer. Met. Soc., 320-333.
 Lindzen, R.S., 1981: *J. Geophys. Res.*, 86, 9707-9714.
 Maris, H.B., 1928, 1929: *Terr. Mag. Atmos. Electr.*, 33, 233-255; 34, 45-53.
 Martyn, D.F. and O.O. Pulley, 1936: *Proc. Roy. Soc. London*, A 154, 455-486.
 松野太郎, 1979: 中層大気力学の問題点, *天気*, 26, 519-529.
 ———, 島崎達夫, 1981: 成層圏と中間圏の大気, 東大出版会, 279 pp.
 Mawbray, D.E. and B.S.H. Rarity, 1967: *J. Fluid Mech.*, 28, 1-16.
 McIntyre, M.E., 1972: *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 98, 165-174.
 Mendelejeff (Mendeleev), D.I., 1904 a: *Chemisches Zentralblatt*, 33, I, 137-138.
 ———, 1904 b : *Prometheus*, 15, 97-102; 121-125; 129-133; 146-151.
 Mirtov, B.A., 1961: Gaseous Composition of the Atmosphere and Its Analysis, (translated from Russian), Israel Program for Scientific Translations, 1964, 209 pp.
 Mitra, S.K., 1952: *The Upper Atmosphere*, 2nd Ed., The Asiatic Society, Calcutta, 713 pp.
 Murray, F.W., 1960: *J. Geophys. Res.*, 65, 3273-3305.
 永田 武, 等松隆夫, 1973: 超高層大気の物理学, 裳華房, 453 pp.
 小倉義光, 1978: 気象力学通論, 東大出版会, 249 pp.
 Paneth, F.A., 1939: *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 65, 303-310.
 Penndorf, R., 1938: *Met. Zeits.*, 55, 28-33.
 ———, 1941: *Met. Zeits.*, 58, 1-10.
 English translation *Bull. Amer. Met. Soc.*, 27, 331-342, (1946).
 Quervain, A. de, 1906: *Met. Zeits.*, 23, 529-540.
 Sano, S., 1913: *Bull. Central Met. Obs. Tokyo.*, 2, No. 2, 156-219.
 佐野静雄, 1928: 応用数学 (寺沢寛一, 小平吉男共編), 岩波書店, 601 pp. (複刻版, 現代工学社, 1973).
 シェルハーク (R. Scherhag), 1969: *天気*, 16, 261-270 (久保田効, 菊池正武, 新田 尚 編訳).
 Sekiguchi, Y., 1963: Energy variation in the stratosphere during the winter season and its relation to dynamic stability of the polar vortex, *Univ. of Oklahoma ARL-1277-3*, 46 pp.
 Teisserenc de Bort, L., 1898: *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 126, 135-138.
 ———, 1902: *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 134, 987-989.
 ———, 1908: *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 147, 219-222.
 ———, 1909: *Compt. Rend. Acad. Sci. Paris*, 148, 591-594.
 Väisälä, V., 1925: Über die Wirkung der Windschwankungen auf die Pilot-Beobachtungen, *Societas Scientiarum Fennica, Commentationes Physico-Mathematicae II*, 19, 2-46.
 Wegener, A., 1911 a : *Thermodynamik der Atmosphäre*, Verlag von Johann Ambrosium Barth.
 ———, 1911 b : *Physik, Zeits.*, 12, 170-179; 214-222.