圏界面直下におけるケルビンヘルムホルツ波の励起* ーシーラストランスヴァースラインの成因に関連して一

大野久雄・三浦信男**

要旨

ジェット気流の風速が大きいとき、ジェットシーラス雲中にトランスヴァースラインがしばしば出現する. 我々は風と気温の一次元モデルプロファイルを与えたときの鉛直構造方程式の解を調べ、これが圏界面下に 存する厚さ 1~2 km の低鉛直安定度層で励起された ケルビンヘルムホルツ 波に由来するものであることを 示した. すなわちこのモデルでは、ケルビンヘルムホルツ波は、一般風が 50 m/sec をこえ低鉛直安定度層 厚が 1 km を越えるときに励起され、その波長、位相速度及び最大鉛直流高度は GMS 観測によるトラン スヴァースラインの"波長"、"位相速度"、及び"出現高度"とよく一致することが示された.

1. まえがき

トランスヴァースラインはジェットシーラス(ジェッ ト軸南側で、ジェット軸に沿って現われるシーラス雲) 中にしばしば現われる波状雲列であり、その水平スケー ルは数百 km におよぶ (第1図). これに関して下記の 観測事実がある.

(1)この雲列が出現するためにはある程度以上の風速が必要とされている(Anderson *et al.*, 1974).

GMS 観測による我々の調査によれば,

(2) 雲列間隔は 10~20 km.

(3) その移動速度は 雲頂高度における 一般流にほぼ 等しい(第1表).

(4)その雲頂はジェット軸と同レベルの厚さ1~2km
 の低鉛直安定度層(以後 LSL と呼ぶ. 同様の LSL は
 Shapiro (1976), Togstad *et al.* (1974) に見られる.)
 内にある(第1表及び第2図).

(5) GMS写真上におけるその出現位置から見て、その成因を地形に求めることはできない(水野・池田、

- * Excitation of Kelvin-Helmholtz waves in relation to cirrus transverse lines just below the tropopause.
- ** Hisao Ohno and Nobuo Miura, 気象庁電子計 算室.

----1982年6月28日受領-----

----1982年10月8日受理--

1977***;大野・磯野, 1978). すなわち地形のような特 定の波源は存在しない.

これら(1)~(5)は、LSL 内で波長10~20 km,位相 速度が圏界面レベルの風速にほぼ等しい波が励起されて いることを暗示している.(1),(3)がウィンドシヤー に関係する波であることを、また(4)は鉛直安定度に 関係する波であることを示しているので、この波はケル ビンヘルムホルツ波(KH波)と推測される.しかしな がら、トランスヴァースラインの成因に関する理論的研 究はまだない.

そこで我々はジェット軸南側における風と気温の一次 元モデルプロファイルを与え, 圧縮大気に関する鉛直構 造方程式を数値的に解き, LSL がどういう 状態のとき どのようなKH波が励起されるかを調べた. その結果ト ランスヴァースラインの性質を 説明するKH波が見つか ったので報告する.

2. 風と気温の鉛直プロファイルの一次元モデル

風と気温の基本場は高さのみの関数とする. 地上から 高さ 30 km までのモデルプロファイルを第3図に示す. このモデルプロファイルはジェット軸南側での特徴であ

^{***} 水野 量・池田 学, 1977:絹雲のトランスヴ ァースラインと ジェット気流の 考察, private communication.

圏界面直下におけるケルビンヘルムホルツ波の励起

第1表 GMS 観測によるトランスヴァースラインの雲列間隔(波長),雲頂高度(mb),雲の移動速度,及び、ゾンデデータの解析から求めたトランスヴァースライン出現位置における一般風の最大値(m/sec)とその高度(mb).

Date (1978)	GMS observations					Sonde obs.	
	Location	wavelength	cloud top height	moving speed	max w	vind/height	
 June 7.00Z	34 N /138 E	8.6 km	210 mb	63 m/sec	58 m/	/sec/250 mb	
June 3.12Z	29 N /129 E	8.8	190	60	60	/200	
May 11.12Z	39 N /140 E	18.0	220	60	75	/230	
May 2.12Z	36 N /140 E	13.6	300	79	75	/300	



第1図 1978年5月14日00Z, GMS-VIS, 日本本土を横切るトランスヴァースライン. 雲列間隔は④:
 7.2 km, ⑧: 7.5 km, ⓒ: 8.8 km.

る LSL を表現し、LSL の特性はその厚さ(D) とリチ ャードソン数(*Ri*) で記述される. モデル圏界面の高さ は 10 km にある.以下このモデルの詳細を説明する. 風のプロファイル

Mastrantonio et al. (1976) の式

を用いる。z=10(km)をモデル圏界面にとり、U(z)は 圏界面で最大風速 Vをもつ。

気温プロファイル

気温減率 Γ により,モデル対流圏,LSL,モデル成層 圏を表現する、すなわち,

 $\Gamma_d=0.00965$ °C/m, $\Gamma_s=0.0065$ °C/m で与える. Σ は LSL 内の気温減率を決める パラメータ で $0\leq\Sigma\leq1$ の 間で変化する.

(1),(2) から, LSL 内での Ri は $V \ge \sum$ の値で 決まることがわかる。第3図には V=85 m/sec におけ る LSL 外での Ri を示す(\sum 値により Ri が小さくな るのは LSL 内にかぎられるので,不安定波は LSL 内 で励起される).

3. 圧縮大気に関する鉛直構造方程式,境界条件,及 びその解法

鉛直構造方程式

鉛直流を $w(z)\exp[i(k_xx-wt)]$ としたとき,w(z)は 以下のように与えられる (Appendix で導出した (12) 式を無次元化したもの).

$$\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + R(z) \frac{\partial w}{\partial z} + Q(z)w = 0 \dots (3)$$

$$R(z) = -\frac{N^2 H}{g} n^2(z) - \frac{V^2}{C_{so^2}} \frac{\Omega(z)}{C_s^2(z)} \frac{d\bar{u}(z)}{dz}$$

$$-\frac{gH}{C_{so^2}} \frac{1}{C_s^2(z)} \dots (4)$$

▶天気/ 29.12.



第2図 トランスヴァースライン出現時の140°Eに 沿った鉛直断面図、1978年5月2日12Z、 実線は等風速線及び等温位線、ジュット軸 南側に LSL があり、トランスヴァースラ インの雲頂はこの LSL 内にある

$$Q(z) = -\alpha^{2} + \frac{N^{2}H}{g} \frac{n^{2}(z)}{\Omega(z)} \frac{d\bar{u}(z)}{dz}$$

$$-\frac{1}{\Omega(z)} \frac{d^{2}\bar{u}(z)}{dz^{2}} - \frac{2V^{2}}{C_{so^{2}}} \frac{1}{C_{s}^{2}(z)} \left(\frac{d\bar{u}(z)}{dz}\right)^{2}$$

$$+\frac{2V^{2}}{C_{so^{8}}} \frac{\Omega(z)}{C_{s}^{3}(z)} \frac{dC_{s}(z)}{dz} \frac{d\bar{u}(z)}{dz} + \frac{2gH}{C_{so^{2}}} \cdot$$

$$\frac{1}{C_{s}^{3}(z)} \frac{dC_{s}(z)}{dz} - \frac{gH}{C_{so^{2}}} \frac{1}{\Omega(z)C_{s}^{2}(z)} \cdot \frac{d\bar{u}(z)}{dz}$$

$$+ \frac{N^{2}H^{2}}{V^{2}} \frac{n^{2}(z)}{\Omega^{2}(z)} \cdots (5)$$

ここで,

H (圏界面高度,ここでは 10 km) $\alpha = Hk_x$ (無次元化された水平方向波数) V (最大風速, 圏界面での風速値) $\Omega(z) = u(z) - (C_r + iC_i)$



第3図 風と気温のモデルプロファイル (モデルプ ロファイルは LSL を表現するようにつく ってある.),最大風速 85 m/sec としたと きの Ri を示してある。地上気温は293K.

 $C_r = \frac{\omega_r}{k_x V}$ (無次元化 された 水平方向位相速度, 実数部)

 $C_i = \frac{\omega_r}{k_x V}$ (無次元化 された 水平方向位相速度, 虚数部)

N²(鉛直安定度の最大値)

*n*²(*z*) (*N*² で無次元化された鉛直安定度, *N*² は Appendix, (14) 式で求める)

Cso (音速の鉛直方向での最大値)

 $C_s(z)$ (C_{so} で無次元化された音速)

である.

地上での境界条件

鉛直流は地表で0とする.

上層での境界条件

モデルプロファイルにおいて風速と気温が一定となる

1982年12月

ような十分上層 $(z \ge z_0 \gg 10 \text{ km})$ で, (3) 式の解 w が z に対して滅衰振動になると仮定する. すなわち $z \to \infty$ で $w \to 0$ (収束する) とする. このとき $z \ge z_0$ では R(z)と Q(z) は定数となって, (3) 式は

 $\frac{\partial^2 w}{\partial z^2} + A \frac{\partial w}{\partial z} + B = 0 \quad \dots \quad (7)$

$$A = -\frac{N^2 H}{g} - \frac{g H}{C_{so^2}} \dots (8)$$
$$B = -\alpha^2 + \frac{N^2 H^2}{C_{so^2}} \frac{1}{2\beta^2} \dots (9)$$

$$B = -\alpha^2 + \frac{1}{V^2} \frac{1}{\Omega^2} \qquad (9)$$

と書ける.したがって,(7)式の解は

$$w(z) = \frac{\frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{z_0} - \beta w(z_0)}{(\kappa - \beta)e^{\kappa z_0}} e^{\kappa z} + \frac{\frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{z_0} - \kappa w(z_0)}{(\beta - \kappa)e^{\beta z_0}} e^{\beta z}$$
.....(10)

 $\kappa = (-A + \sqrt{A^2 - 4B})/2, \beta = (-A - \sqrt{A^2 - 4B})/2$ (10) 式が z に対して減衰振動となるためには,(10) 式 右辺第一項がゼロとなればよい、すなわち,

 $\frac{\partial w}{\partial z}\Big|_{z_0} - \beta w(z_0) = 0 \cdots (11)$

が上層での境界条件となる.

鉛直構造方程式の数値解法(不安定モードの計算)

波数 α に対する位相速度 $C=C_r+iC_i$ を求めるため (3) 式を差分方程式になおし, 波数 α と位相速度の推 定値 $C'=C'_r+iC'_i$ を与え,地上から高さ 30 km まで 150 層(各層厚は 200 m)の積分を行う.上層での境界 条件を満たす C の値は,逐次近似法(Shooting method, 例えば Tokioka (1970)) でもとめる.すなわち(11) 式左辺は C の関数であるから, $z=z_0$ において

$$f(c) = \frac{\partial w}{\partial z} \Big|_{z_0} - \beta w(z_0)$$

とすれば,推定値 C' に対して

$$f(c') = f(c) + \frac{\partial f(c)}{\partial c} \Big|_{c'} (C' - C)$$

であり、ここで f(c)=0 であるから

$$C' = C' - f(c) \left/ \frac{\partial f(c)}{\partial c} \right|_{c'}$$

となる.

こうして得られた Cを再び推定値として用い,近似を高 める. 推定値は $0 < C'_r \le 1$, $0 < C'_i \le 1/2$ の間でこまか く変化させ,ある一つの解が複数の推定値から求まるよ うにして,解の見落しをさける. こうして次々と与えた 波数 α に関して位相速度 C を数値的に求め, $\alpha \ge C$ の 分散関係を求める.

このようにして得られた分散関係から物理的に興味の



第4図 ∑をパラメータとしたときの KH 波の分 散関係、実線:位相速度 (∑値にはほとん ど依存しない),破線:成長率,ALPHA: ノーマライズされた波数, V=85 m/sec, LSL 厚 2 km.

あるモードのみとり出すため,"150層モデル"の他に地 上から高さ 30 km 間を 75 層に分けた"75 層モデル"を 併用した.計算された C_i が両モデルで大きく異なるモ ードをふるい落すためである.

また、本論文では安定波モードは取り扱わない. すな わち、クリティカルレベル近傍における鉛直流 w の鉛直 波長が 200 m (差分における *4z*, 層厚)より十分大き い範囲でのみ計算を実行する.

4. 計算結果とその吟味

計算の結果は、パラメータ V, \sum , D (LSL の厚さ) に依存する.以下このパラメータ変化に対する解の性質 の変化を調べる.

(1) ∑の効果

V=85 m/sec, D=2 km に固定し, Σ の変化に対する 波の変化を第4図に示す(Σ が小さいほど鉛直安定度は 小さくなる).最大成長率をもつ波長は10~13 km,位 相速度は~0.9 V で Σ 依存性は弱い. Σ <0.2 のとき最大 成長率は0.6×10⁻³~1.0×10⁻³の間で変化し, Σ が小さ いほど大きくなる.0.2 $\leq\Sigma$ <0.3の範囲では成長率に極 大が見られない.また, Σ >0.3 では波の成長はない.

*天気/ 29.12.

成長率取入值了,振幅加 e 倍になる時间 l_e ,波長 λ ,位相速度 C_r/V .									
Σ	0.3	0.2	0.1	0.01	0.001				
$<\!\!Ri\!>$	0.78	0. 52	0.26	0.026	0.0026				
<i>Ri</i> -min	0.24	0.16	0.08	0.008	0.0008				
γ (sec ⁻¹)	3.5 × 10 ⁻⁴	5.0×10 ⁻⁴	6.2×10-4	9.5×10 ^{−4}	1.1×10^{-3}				
t_e (minute)	48	33	27	18	15				
λ (km)	11	10	13	11	10				
C_r/V	0.88	0.87	0.90	0.88	0.87				





第5図 V=85m/sec, ∑=0.001, LSL 厚をパラ メータ にしたときの KH 波の分散関係 数字は LSL の厚さ、他の表現は第4図に 同じ.

は,(1) Ci が小さくなり,クリティカルレベル付近で鉛 直波長が 200m (差分における Az) に近づき計算不安 定をおこしたため、または(2)波数の大きい所に異な るモード (Mastrantonio, 1976) が存在するため、など が考えられるが、明らかではない。

第4図を表にしたのが第2表である.それぞれの∑に 対する LSL 内での平均リチャードソン数 < Ri>, 最小 リチャードソン数 Ri_{min} 最大成長率 γ , その逆数と しての時間 te, 波長 λ, 及び位相速度 Cr/V を示す. Rimin < 0.24 (∑<0.3) のときに KH 波が成長してい る.

(2) D の効果

V=85 m/sec, ∑=0.001 と固定し, D の変化の効果を 1982年12月



第6図 ∑=0.001, LSL 厚 2km, V をパラメー タにしたときの KH 波の分散関係。数字 は最大風速 V の値. 他の表現は第4図に 同じ.

調べる. 第5図に分散関係に示す. LSL 厚変化に対し て最大成長率をもつ波長は 7~20 km, 位相速度は 0.8 ~0.9 V, 最大成長率は 0.95×10⁻³~1.05×10⁻³の範囲 で変化する. Dが大きいほど成長率は大きくなり, 波長 は長い方にシフトし、位相速度はおそくなる. GMS 観 測による雲列間隔が 10~20 km (第1章, (2)) という 事実を説明する計算結果である. D が1km 以下では波 の成長はない.

(3) V の効果

第6図に ∑=0.001, D=2km と固定したときの V の変化の効果を示す.最大成長率をもつ波長は7~13km, 位相速度は ~0.9 V である. 最大成長率は 0.7×10-3~ 0.95×10⁻³ で, V が大きいほど大きくなる. V≤50 m/ sec で波の成長はない. 第1章(1)に示した "風速の

75



第7図 鉛直流 w の鉛直 プロファイル、実線:w の虚数部,破線:wの実数部,V=85 m/ sec, LSL=2 km,∑=0.001, λ=10 km.

閾値"を説明する結果である.

鉛直流とエネルギーフラックス

<Ri>0.0026 のとき LSL 内で励起された KH 波の鉛直流プロファイル <math>w(z)を第7 図に示す. 高度およそ 8 km に鉛直流の最大値がある. このとき第8 図は、x 方 向の一波長について平均した, 波のエネルギーフラック ス <pw> の鉛直分布である. LSL 内では d < pw > /dz>0 (J~L)ゆえ, 波のエネルギーが生成され (Eliassen •Palm, 1960), LSL 外では d < pw > /dz < 0 (I~J, L~M) ゆえ, KH 波はそのエネルギーを基本場にもど す. すなわち KH 波は基本場から LSL 内でエネルギ -を得て不安定となり、9 km (K 点)を境に上では波の エネルギーを上方へ、下では下方へ輸送する. そして L ~M及び I~J間で基本場に仕事をしてエネルギーを失 う.

トランスヴァースラインの出現高度と成因を説明する 結果であろう.



5. まとめ

ジェット軸南側の風と気温の一次元モデルプロファイ ルを与え,鉛直構造方程式を解いた. 圏界面直下の低安 定度層厚が1km をこえ,その中で最小リチャードソン 数がおよそ 0.25 より小さく,最大風速が 50 m/sec を こえるとき,位相速度が最大風の ~0.9 倍,波長 10~ 20 km,最大鉛直流を圏界面下にもつ KH 波が成長する ことを示した.この波のエネルギーは圏界面下の低鉛直 安定度層で生成され,上下に輸送され,基本場にもどる ことがわかった.このような KH 波は,第1章で述べ たトランスヴァースラインの性質(1)~(5)を説明す るのに十分である.トランスヴァースラインは,したが って,この KH 波に由来するものと言える.

謝辞

有益な御教示をいただいた吉田泰治電子計算室長,二 宮洸三博士,及び東京大学海洋研究所の木村竜治博士に 感謝いたします.

1241

文 献

- Anderson, R.K. et al., 1974: Application of Meteorological Satellite Data in Analysis and Forecasting, ESSA TECHNICAL REPORT NESC 51.
- Eliassen, A. and E. Palm, 1960: On the Transfer of Energy in Stationary Mountain Waves, Geofysiske Pub., 22, No. 3, 1-23.
- Mastrantonio, G., F. Einaudi and D. Fau, 1976: Generation of Gravity Waves by Jet Stream in the Atmosphere, J. Atmos. Sci., 33, 1730-1738.
- 大野久雄, 磯野良徳, 1978: GMS の航空気象への 利用(ジェットシーラス中のトランスヴァースラ イン), 研究時報30巻別冊.
- Shapiro, M.A., 1976: The Role of Turbulent Heat Flux in the Generation of Potential Vorticity in the Vicinity of Upper-Level Jet Stream Systems, Mon. Wea. Rev., 10, 892-906.
- Togstad, W.E. and L.H. Horn, 1974: An Application of the Satellite Indirect Sounding Technique in Describing the Hyperbaroclinic Zone of a Jet Streak, J. Appl. Met., 6, 264-276.
- Tokioka, T., 1970: Non-Geostrophic and Non-Hydrostatic Stability of a Baroclinic Fluid, J. Met. Soc. Japan, 48, 1970, 503-520.

Appendix

鉛直構造方程式の導出

断熱, 圧縮, 非粘性の方程式系(1)~(5)を使う.

基本場は 2 方向にのみ変化するものとし, f の効果は 考えない.

$\frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + w \frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} \dots $
$\frac{\partial w}{\partial t} + u \frac{\partial w}{\partial x} + w \frac{\partial w}{\partial z} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z} - g \dots \dots (2)$
$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x} (\rho u) + \frac{\partial}{\partial z} (\rho w) = 0 \dots \dots$
$\frac{\partial\theta}{\partial t} + u \frac{\partial\theta}{\partial x} + w \frac{\partial\theta}{\partial z} = 0 \dots (4)$
$\theta = \frac{P}{\rho R} \left(\frac{P_0}{P}\right) R / C_p \dots \dots$

ここで各変数は通常使用される物理量を表わし,基本場 と微小擾乱の和として書ける。

▶ は静力学平衡を満たす場である。

(6)を(1)~(5)に代入すると,(7)~(11)式が得られる.

$$ik_{x}(\bar{u}-c)u' + \frac{d\bar{u}}{dz}w' + ik_{x}\frac{p'}{\bar{\rho}} = 0 \dots (7)$$

$$ik_{x}(\bar{u}-c)w' = -\frac{1}{\bar{\rho}}\frac{\partial p'}{\partial z} - \frac{\rho'}{\bar{\rho}}g \dots (8)$$

$$ik_{x}(\bar{u}-c)\rho' + ik\bar{\rho}u' + \frac{d\bar{\rho}}{dz}w' + \bar{\rho}\frac{\partial w'}{\partial z} = 0 \dots (9)$$

$$ik_{x}(\bar{u}-c)\theta' + \frac{d\bar{\theta}}{dz}w' = 0 \dots (10)$$

$$\frac{\partial^2 w'}{\partial z^2} + \left[-\frac{N^2}{g} - \frac{\bar{u} - c}{C_s^2} \frac{d\bar{u}}{dz} - \frac{g}{C_s^2} \right] \frac{\partial w'}{\partial z} \\ + \left[-k_x^2 + \frac{1}{\bar{u} - c} \frac{d\bar{u}}{dz} \left(\frac{N^2}{g} - \frac{g}{C_s^2} \right) \right. \\ \left. - \frac{1}{\bar{u} - c} \frac{d^2 \bar{u}}{dz^2} + \frac{N^2}{(\bar{u} - c)^2} - \frac{1}{C_s^2} \left(\frac{d\bar{u}}{dz} \right) \right. \\ \left. + \frac{2}{C_s^3} \frac{\partial C_s}{\partial z} \left((\bar{u} - c) \frac{d\bar{u}}{dz} + g \right) \right] w' = 0 \dots (12)$$

このとき

とした.本文ではこうして導いた(12)式を無次元化して使用する.

LSL 内で \sum =0.001 としてもなお *B*-V 振動数は $\sqrt{N^2} \sim 3.5 \times 10^{-4} > f \sim 0.7 \times 10^{-4}$

となるので、鉛直構造方程式(12)にfは不要であった.