

煙突から出た煙の三次元的運動の二点写真法による観測*

石 崎 健 二**

要 旨

物体の位置を測定する方法として地上の2地点から撮影した写真を使用する簡易な二点写真法を紹介し、測定誤差にもふれた。この方法を煙塊の位置測定に応用してその有効性を検討した。その結果、煙塊の流跡線はゆるやかな曲線を描いていることがわかった。そして、煙塊の運動を直線運動と回転運動の合成とみなし、そのうちの回転成分に注目してみると、煙塊によって流跡線の形が異なっても回転運動としては、いずれもほぼ同じ規模をもったものであると評価された。

1. 序 論

剪断流の乱れ運動を空間的・時間的にランダムに生じている決定論的な運動としてとらえようという研究は、流れの可視化技術を有力な研究手段の一つとして、おもに実験室での流れを対象にして展開されている(Davies・Yule, 1975)。例えば、水路の流れにトレーサーをまき、固体壁に近い部分の小規模な乱れを観測したPraturi・Brodkey (1978)によれば、トレーサーは時間的・空間的にランダムに円状運動し、その持続時間は一周期に満たない程度であるという。

大気境界層においても Frisch *et al.* (1976) は地表から高さ 1 km までの流線を調べ、直径 1~3 km のセル状構造が連続的かつランダムに配置されているのを見出している。より小さい規模の乱れに関しては、煙突から出る煙をトレーサーにした研究があり、煙塊のゆらぎ運動を直線運動とみなすことのできる場合がある (Davidson・Halitsky, 1958; 石崎, 1977)。

本報告では煙塊のゆらぎ運動を円運動としてとらえることを試み、そのために煙塊の三次元的位置を測定した。そして煙塊の運動を支配している大気の乱れ成分の決定論的側面を反映するものとして、平均流で流されつ

つ回転運動する円柱状の渦(円柱渦と名づける)を想定し、その幾何学的・運動学的パラメータの値を求めてみた。

煙塊のゆらぎ運動が円運動で代表され、その規模を示す諸量の、次々と放出される煙塊に関する時系列としての規則性が明らかになれば、ゆらぎ運動によって起こる煙流の拡散を平均化時間と関連させつつ直接評価できるようになる。しかし、オイラー的な風の観測値から円柱渦のパラメータをいかにして推定するかという大きな課題のほかには検討すべきことが多いので、この点については別な機会に論じることとする。

2. 二点写真法

2.1. 方法と計算式

原理的には第1図に示されているように、原点 P_1 とそこから L だけ離れた点 P_2 に対する測定点 M の角度 α, β, γ を知り、それらから M の (x, y, z) 位置を計算しようというものである。すなわち

$$x = \frac{y}{\tan \alpha} \quad (1)$$

$$y = \frac{L \tan \alpha \tan \beta}{\tan \alpha + \tan \beta} \quad (2)$$

$$z = (x^2 + y^2)^{1/2} \tan \gamma \quad (3)$$

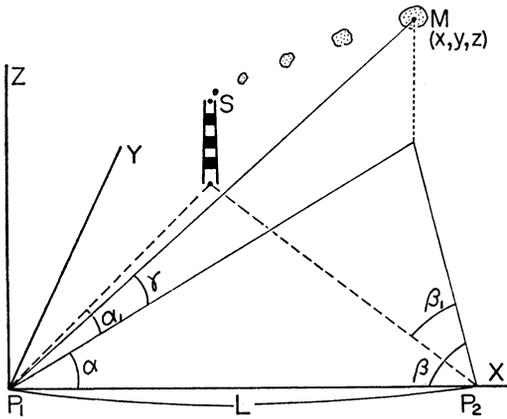
となる。

* Two-camera measurement of three-dimensional motion of smoke puffs from a chimney.

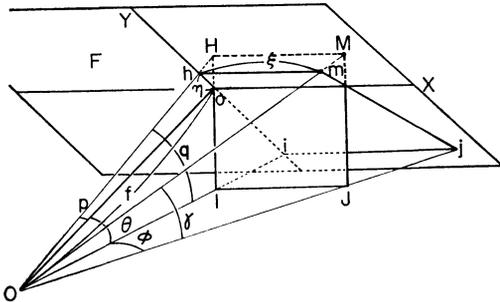
** Kenji Ishizaki, 北海道大学工学部.

—1983年2月28日受領—

—1983年10月11日受理—



第1図 二点写真法の原理.



第2図 フィルム座標系 (X, Y) への測定点 M の投影。O はレンズの中心で、O' は光軸を示す。フィルム面 F は本来は O の左下にあるが、現地における物体 (H I J M) との関係をわかりやすくするために反対の位置においた。

実際には原点を P₁ のカメラのレンズの位置、XY 平面を水平面、Z 軸を鉛直方向にとり (これを現地座標系とよぶ)、P₁, P₂ から同時に M を写真撮影し、写真上から α, β, γ を読みとる。これが二点写真法である。もし、それぞれの観測点でもう一方の観測点と測定点の両方を写しこむことができれば、位置のわかっている基準点 S からの角度 α_1, β_1 を写真上から読みとればよい。

角度は次のようにして求める。

まず、フィルム座標系として光軸とフィルム面との交点を原点、その点を通る鉛直線の像を Y 軸とする XY 座標を考え、着目点 (フィルム上の測定点の像) の位置 (ξ, η) を読みとる。一方、第2図のように現地で垂直

に、かつ、フィルム座標系の X 軸に平行に立っている矩形 H I J M はフィルム面では台形 h i j m のように像を結ぶ。したがって、測定点 M について光軸の方向からの水平角を ϕ とすれば、

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{JI}{OI} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\xi \cos p}{f \cos q} \right) \quad (4)$$

$$\gamma = \tan^{-1} \left(\frac{MJ}{OJ} \right) = \tan^{-1} \left(\frac{\tan q}{\sqrt{\left(\frac{\xi \cos p}{f \cos q} \right)^2 + 1}} \right) \quad (5)$$

となる。ここで、 f : カメラの焦点距離、 $p = \tan^{-1}(\eta/\xi)$ 、 $q = \theta + p$ 、 θ : カメラの光軸の仰角、である。基準点 S についても同様の計算をして、 α_1, β_1 を得る。

実際には n 倍に引き伸ばされた写真上で (ξ, η) を読みとるので、 f を nf でおきかえて計算する。

2.2. 測定精度

(1) 読みとり誤差に起因するもの

カビネ判に引き伸ばされた写真上で着目点の読みとりを 0.1mm 単位でおこなえば、これは角度にして 0.0004 rad に相当する。この読みとり限界にともなう測定精度は、 x, z については 2%、 y については 1% 程度となる (ただし、 $y/L \sim 10$ の場合)。写真上で基準点の位置を読みとるときにも同程度の誤差が生じ、これはその写真上の測定値全体に系統的な偏りをもたらす。

(2) パラメータ設定時の誤差に起因するもの

例えば、一方のカメラの位置が δL だけ真の値とちがって与えられた場合の測定精度への寄与は $\delta L/L$ である。

(3) 画像のゆがみに起因するもの

カメラや引き伸ばし機の性能及び現象、引き伸ばし処理過程に起因するものである。建物のタイル壁を対象に、測定点の実測値と二点写真法による測定値を比較してみたところ ($y/L \sim 23$)、両者の差は x, z については 3% 以内、 y については 4% 以内となった。いずれも (1) の要因によって予期される程度であり、画像のゆがみの測定精度への寄与は、読みとりによるものより大きくはないと判断される。

(4) 着目点の不明瞭さに起因するもの

一対の写真上で一対の着目点を印画紙上のこの場所と指定するときに生じる両者の不一致が、煙塊の場合には生じやすい。特に煙突から遠い所ほど煙塊の局所的コントラストが弱くなるため、この要因の寄与が大きくなる。

さて、実際には基準点の位置が正しく算出されるよう

に光軸の方向を調整して与えれば、読みとりにかかわる(1)と(4)の要因以外の誤差は、ある程度そこで吸収されてしまう。したがって、二点写真法の測定精度は測定点にあいまいさがない場合で2%程度となる($y/L \sim 10$ の場合)。これは著者と同じ形式の35mmカメラを使用した大沢研究室(1980)による見積もり($y/L \sim 2$)の2倍である。測定点があいまいな煙塊の場合には数%程度になると考えられ、雲の位置測定に写真経緯儀を使用した佐糺・徳植(1964)($y/L \sim 2.5 \sim 3$)や、6cm×6cmカメラを使用したChiyu *et al.*(1973)($y/L \sim 4 \sim 9$)の見積もりと同程度である。

3. 円柱渦モデル

3.1. 考え方

煙塊の流跡線の曲がりやを自転運動しながら流れている気塊(円柱渦)の自転成分によるものと仮定して、あらかじめ煙塊の運動モデルを作っておく。そしてモデルが示す運動と実際の煙塊の運動を照合し、両者の一致度がよい自転運動のパラメータを探し出すことにする。

円柱渦は円柱状でその中心軸を回転軸とし、剛体的に自転しながら姿勢や自転速度を変えずに平均流で流されていく。煙塊は代表点によって代表され、代表点の運動は円柱渦のその点の位置での自転速度と並進速度、それに浮力による煙塊(代表点)の上昇速度の和で表すことができるものとする。

3.2. 煙塊の位置の計算方法

まず、現地座標系に対して並進座標系と渦座標系を考えておく。並進座標系は現地座標系を平行移動したものと同一である。渦座標系は円柱渦の自転軸を Z' 軸とする直角座標系で、並進座標系(X, Y, Z)とは次の関係、すなわち、対応する座標軸(X 軸と X' 軸等)を一致させてから、 Y 軸を回転軸に a 、次に Z 軸を回転軸に b だけ渦座標系を回転させた関係にある。

渦座標系で $t=0$ で(x_0', y_0', z_0')にあった代表点の δt 時間後における位置を並進座標(x, y, z)で表わせば(浮力のない場合)

$$\begin{aligned} x(\delta t) = & R_0 \cos a \cos b \cos(\omega \delta t + \theta_0) \\ & - R_0 \sin b \sin(\omega \delta t + \theta_0) + z_0' \sin a \cos b \quad (6) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} y(\delta t) = & R_0 \cos a \sin b \cos(\omega \delta t + \theta_0) \\ & + R_0 \cos b \sin(\omega \delta t + \theta_0) + z_0' \sin a \sin b \quad (7) \end{aligned}$$

$$z(\delta t) = -R_0 \sin a \cos(\omega \delta t + \theta_0) + z_0' \cos a \quad (8)$$

但し、 $R_0 = (x_0'^2 + y_0'^2)^{1/2}$, $\theta_0 = \tan^{-1}(y_0'/x_0')$, ω : 円柱渦

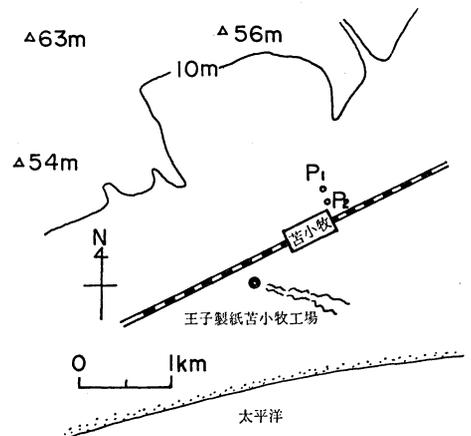
の自転角速度である。浮力の効果は、式(8)の右辺に $W \delta t$ (W : 浮力による上昇速度)を加えることにより近似的に表すことができる。現地座標系における位置はこれに並進座標系の原点の現地座標系における位置を加えて得られる。 δt 後の位置(x, y, z)はその時の渦座標(x', y', z')に変換されて上述の作業が繰り返され、刻々の煙塊の位置が得られる。

4. 観測

4.1. 対象と方法

観測対象とした王子製紙苫小牧工場の200m煙突は、排ガス量 $23 \times 10^4 \text{ Nm}^3/\text{h}$ 、吐出速度22m/s、ガス温度 75°C となっている(北海道, 1978)。観測日時は1978年10月14日14時45分から3分間である。天候は晴、風速は煙の流れによると、高さ120~160mで約7.6m/s(高さ100mの煙突からの煙の移動速度)、220~280mで約8.8m/sであり、風向は西北西であった。

二つの観測地点は第3図のように120mの間隔で配置され、基準点は煙突出口である。使用したカメラはニコンF2(50mm F2付、オレンジフィルター併用)で、付属のリモートコントロール装置により2台のカメラを同期させた。撮影間隔は5s、フィルムはネオパンSS(36枚撮り)、1本の撮影時間は3minである。読みとり用の写真はラッキー90M型引き伸ばし機(ELニッコールF2.8, 50mm; ガラスネガキャリアー使用)でカビネ判に引き伸ばしたものである。



第3図 観測地点の位置。P₁, P₂は観測点、二重丸が観測対象となった200m煙突。煙の流れは観測時におけるそれを示す。海岸から10m等高線までは市街地。

4.2. 煙塊の位置の決定

二つの観測地点で同時に撮影された一対の写真を見くらべて、煙塊の突起や濃度のコントラストが局部的に著しい点など、同じ部分であると同一しうる点（着目点）を探し出す。着目点の位置をフィルム座標系で読みとって計算により着目点の分布図——現地座標系で表した水平面投影図と垂直面投影図——を得る。

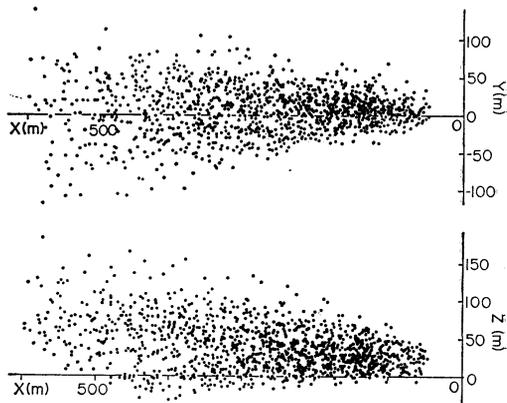
次に、それらを写真と見くらべて垂直面投影図に煙塊の輪郭を描き、それぞれの煙塊について適当にきめた代表点（煙塊の初期の中央部）の位置（ x, z ）を求め、その時系列を得る。煙塊の代表点の水平位置（ y ）は、水平面投影図上の測定点を煙塊ごとに区分し、対象になっている煙塊に含まれている測定点の y 座標を平均したものとす。

5. 結果

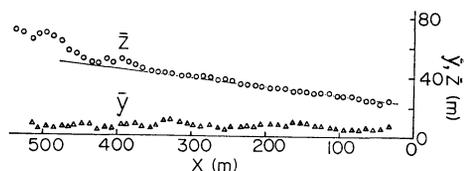
第4図は写真上で読みとられた測定点の位置をすべてプロットしたもので、第5図は X 軸にそった50 m 区間内の測定点の平均位置（ \bar{y}, \bar{z} ）を移動平均で示したものである。平均煙軸は水平的には煙突出口から約500 m までは全体としてほぼまっすぐであり、垂直的には煙突出口から風下約30 m までの間に急上昇したあとは、450 m まで一定の上昇率を示している。また煙突から450 m までは y 方向と z 方向の拡がりの大きさにはあまり差がない。450 m 付近から上昇率が大きくなっているのは、そこより遠い所では煙突出口より低い部分にある煙塊の写真写りが悪くなっていることが一因となっている。

以上のことは円柱渦モデルによる計算にあたって次のように考慮された。まず観測された煙流の位置と地形との関係（第3図）から、平均流が特に上昇又は下降成分をもつことはない判断し、円柱渦は常に一定の方向（3分間平均煙軸の方向）に水平に、煙塊全体の平均速度（8.8 m/s）で流されていくと仮定した。一方、第5図に示されている平均煙軸の水平線からの傾きは、浮力に基づく煙塊の上昇と大気の流れに基づく煙塊のゆらぎ運動の結果生じたと考えられる。後者の寄与の大きさについては当面推定不可能なので、モデルでは観測された煙軸の傾きは浮力のみによるとみなして上昇速度0.46 m/s をどの煙塊にも等しく与えることにした。

計算の対象になった煙塊は28個で、追跡時間は25~50 s である。それぞれの運動に見合った円柱渦のパラメータは第1表のようになる。円柱渦の位置とは渦座標系の



第4図 測定点の水平面（上图）および垂直面（下图）への投影図。平均化時間が3 min の煙流の形を示している。



第5図 平均煙軸（ \bar{y}, \bar{z} ）の位置。

原点の位置で、 Z 座標と Y 座標は煙突出口を基準に、 X 座標は最初に出た煙塊の円柱渦の位置を基準にして表わしたもので、半径とは煙塊の代表点の回転半径のことである。

煙塊の実際の流跡線がモデルから大きくはずれているときには、測定精度の関係から、 X, Z 成分がモデルに適合するようにパラメータを決めた。煙塊の回転半径 R は煙塊の大きさよりも大きく、しかし隣合った煙塊の間隔よりもあまり大きくならないように配慮し（根拠については後述）、煙塊の追跡時間が回転周期の $1/3 \sim 1/6$ と短いことに伴う R の推定の難しさを補った。

第1表のパラメータを使ったときの煙塊の位置の計算値を測定値と比較したのが第6, 7図である。代表点の X 成分の計算値は、第6図で代表点（測定値）を表している丸印の中にはいる程度に分布している。

6. 考察

今回の観測結果については、データの数と測定精度の点から、Sullivan (1974) が行ったような相似理論に基

第1表 円柱渦のパラメータ

通し 番号	回転軸 (rad)		半径 (m)	角速度 (rad/s)	位置 (m)		
	a	b			X	Y	Z
1	0.52	2.62	37	0.025	0	48	26
2	1.37	-0.70	44	-0.032	8	16	-20
3	0.35	-1.05	73	-0.030	108	-28	-2
4	0.40	0.61	64	0.035	161	48	14
5	1.27	-0.23	49	0.040	139	45	29
6	1.36	-0.61	68	-0.030	212	-40	-28
7	0.54	0.61	76	-0.036	147	9	-30
8	0.61	0.61	77	-0.036	184	3	-30
9	0.61	-2.10	64	-0.030	334	-15	-15
10	1.57	0.14	79	0.030	309	27	-56
11	0.92	-0.56	66	0.031	322	-10	-34
12	0.60	-1.17	57	0.031	362	-53	-1
13	0.77	3.00	44	0.040	421	-37	44
14	1.18	-0.47	45	-0.030	504	-30	64
15	1.57	3.05	36	0.027	530	18	66
16	1.10	0.35	51	0.040	554	-34	58
17	0.75	-0.70	71	0.030	661	-72	17
18	1.05	0.40	37	0.040	718	-29	53
19	1.10	1.92	66	0.040	721	33	90
20	1.40	3.14	41	-0.040	804	-22	55
21	—	—	0	—	861	7	15
22	—	—	0	—	937	29	29
23	0.70	-1.92	43	-0.037	933	19	52
24	1.05	-1.05	45	0.045	1030	79	67
25	0.75	-2.80	60	-0.030	1021	-18	64
26	0.50	3.14	44	-0.040	1051	-18	39
27	1.05	-2.62	40	0.030	1102	48	53
28	0.52	0.00	51	0.035	1097	-21	15

づく定量的評価は難しいので、気のついたことをいくつか指摘するにとどめた。

6.1. 流跡線の測定値と計算値の比較

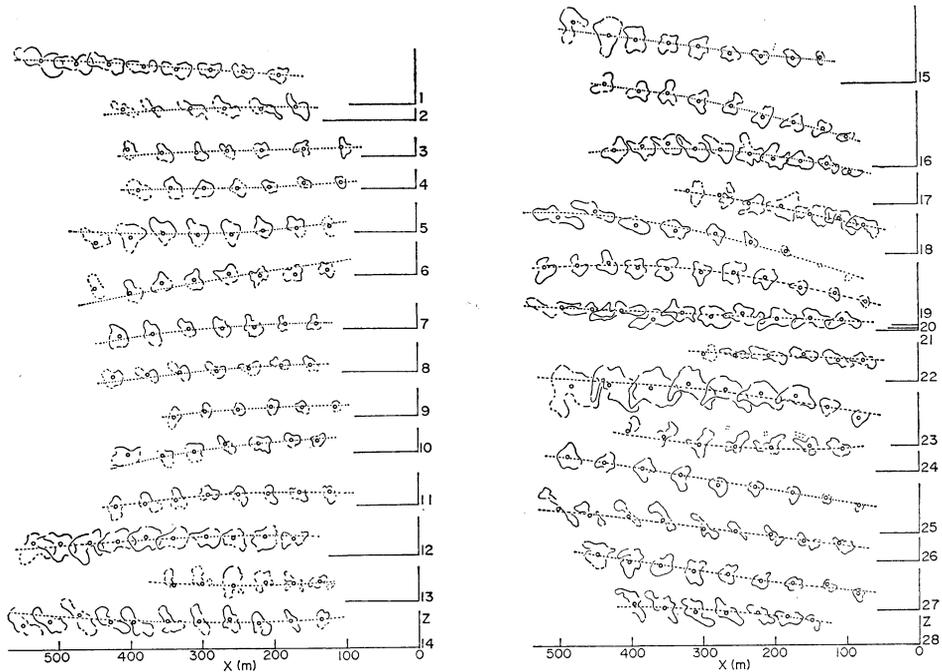
煙塊には2個以上の測定点が含まれるように留意したために、個々の測定点の測定精度の悪さはある程度カバーされ、煙塊の流跡線は滑らかに曲がっており、それがモデルによってかなりよく表現できていることがうかがわれよう。

前章で述べた理由により、流れ場の実際とモデルとの差は、流跡線のXY成分の測定値と計算値との一致度がXZ成分のそれに比べて部分的に劣るという結果をもたらしている。第7図の煙塊番号7, 8でそれが著しいが、

番号6から9までの測定された流跡線の形を追ってみると、その移り変わりかたに相関があって自然な感じを与える。このことは渦座標系における実際の渦の流線は回転軸から遠い部分では必ずしも同心円状をなさずに隣の渦へ滑かにはいりこむものもある、という Frisch *et al.* (1976) の与えている形に近いことを示唆しているのかもしれない。

6.2. 円柱渦と煙塊の分布の関係

円柱渦の半径 R をきめるときに前提として第5章で与えた条件は、それぞれの煙塊は異なる渦に乗っているだろうという想定に基づいている。円柱渦の空間分布(第8図)を見ると、隣合った煙塊の回転面が同一の渦



第6図 煙塊の流跡線(垂直面投影図). 白丸は煙塊の代表点で5 sおきの位置を示す. 点線は円柱渦モデルによるもの. 縦軸はZ軸でスケールの大きさはX軸と同じ. 原点は煙突出口である. 番号は煙塊が煙突から出た順番につけられた通し番号.

から切り出されたようには見えないので, この想定は妥当なものとは判断される.

煙は煙突を出るときに煙突の幾何学的条件, 煙の吐出条件, 大気の状態等に応じて大きさが卓越する形で煙塊に分裂(Scriven, 1966)したあと, 煙塊は上昇ともななって初期運動量を失い大気の乱れ(渦)に支配されるようになる. この時, 卓越した(寿命の長い)同一の渦に複数個の煙塊が含まれていれば, その中で混合しあって一個の煙塊になり, そのような渦に含まれなかった煙塊は拡散により渦に含まれるものにくらべて早く見えなくなるであろう. こうして, 煙突からある程度はなれた所からは, 一つの渦に一つの煙塊が含まれるという形で煙塊の並びが形成されるのではあるまいか.

なお, 円柱渦は, その大きさが煙突の直径(約10 m)より一桁大きいことから, 煙突の存在とは無関係な大気の乱れを反映したものであらうと思われる.

7. 結論

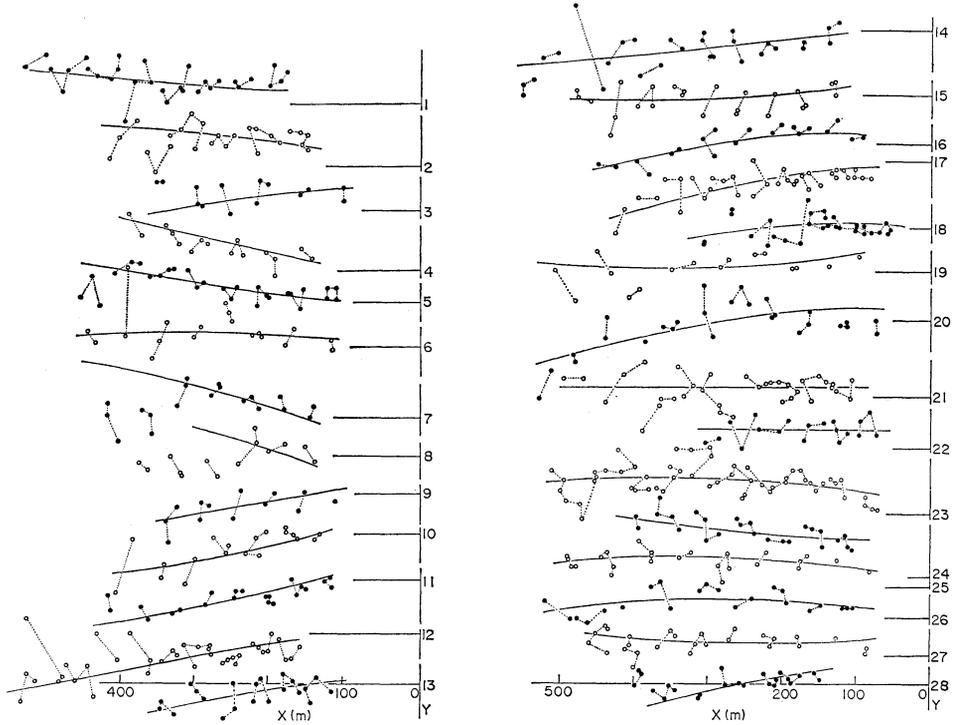
(1) 二点写真法により煙塊の三次元的位置を測定した

ところ, その流跡線はなめらかな曲線を描いていた. 煙塊がそのような運動をすることは十分予想される場所であり, 二点写真法は煙塊の位置測定に有効であると判断された.

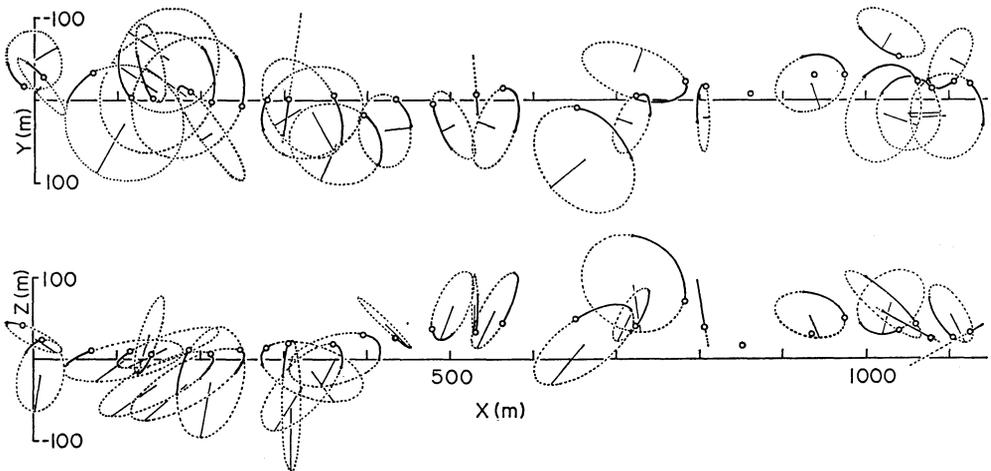
(2) 煙塊の運動を回転運動と速度が一定である並進運動の和として近似的に表現しようとして, それぞれの規模を評価することを試みた. 回転運動を評価するには煙塊の追跡時間が短すぎたため, 回転運動といえるほど持続的な円運動をしているかは明らかにはできなかったが, 弧状運動の曲率半径と回転角速度が測定された. 並進速度は8.8 m/s, 曲率半径は40~70 mで煙塊の大きさのオーダー, 角速度の大きさは0.025~0.045 rad/sであった.

謝辞

煙塊の位置の計算は北海道大学大型計算機センターで行った. また, 資料作成にあたっては北海道大学工学部藤亮宏氏の協力を得た. あわせて感謝の意を表する.



第7図 煙塊の流跡線（水平面投影図）. 丸印は測定点で、点線で結ばれた一群が同一時刻に属する測定点. 丸印の色分け（白と黒）は隣合った煙塊を区別しやすくするためのもの. 縦軸がY軸、実線がモデルによるものを示す.



第8図 円柱渦の空間分布. (上) 水平面および(下) 垂直面への投影図. 白丸は煙塊の代表点で、追跡され始めた時の位置を示し、それに続く実線は観測中に示した回転運動成分に対応する軌跡. 円の中心から伸びる実線は渦座標系の X' 軸を示す. 代表点が左端にあるのが通し番号1の煙塊についてのもので、以下、右へ順次2, 3, ... についてのもの.

文献

- Chiyu, T., H. Kon and C. Magono, 1973: The moving velocity of cumulus humilis clouds, *J. Met. Soc. Japan*, 51, 45-53.
- Davidson, B. and J. Halitsky, 1958: A method of estimating the field of instantaneous ground concentration from tower bivane data, *J. Air Poll. Cont. Assoc.*, 7, 316-319.
- Davies, P.C.A.L. and A.J. Yule, 1975: Coherent structures in turbulence, *J. Fluid Mech.*, 69, 513-537.
- Frisch, A.S., R.B. Chadwick, W.R. Moninger and J.M. Young, 1976: Observations of boundary-layer convection cells measured by dual-doppler radar and echosonde, and by microbarograph array, *Boundary-Layer Met.*, 10, 55-68.
- 北海道, 1978: 苫小牧東部大規模工業基地に係る環境影響評価書(資料編), 189.
- 石崎健二, 1977: 煙突から出た煙の運動と接地気層の乱れの構造, *天気*, 24, 229-234.
- 大沢研究室, 1980: 富士山; 「吊し雲」の写真測量(1) 計算公式, *天気*, 27, 620-623.
- Praturi, A.K. and R.S. Brodkey, 1978: A stereoscopic visual study of coherent structures in turbulent shear flow, *J. Fluid Mech.*, 89, 251-272.
- 佐粧純男, 徳植 弘, 1964: 雲の立体撮影について, *天気*, 11, 16-22.
- Scriven, R.A., 1966: On the breakdown of chimney plume into discrete puffs, *Int. J. Air and Water Poll.*, 10, 419-426.
- Sullivan, P.J., 1974: Instantaneous velocity and length scales in a turbulent shear flow, *Adv. in Geophys.*, 18A, 212-223.