

垂直風洞に浮遊する水滴の振動と分裂について*

岩井 邦中**・中田 元司***

要 旨

垂直風洞に浮遊する水滴の振動と分裂をストロボ装置を用い、流しカメラ法により撮影し、調べた。浮遊する水滴の振動数は球形の液滴が表面張力の作用のもとで自由振動するときの次数2の固有振動数とほぼ一致していた。振動モードには主に次の2種類が見出された。a) 水平面内で次数が2の振動で、1サイクルの間に振動の向きが90度変化する振動。b) 鉛直軸のまわりの軸対称的な次数2の上下方向の伸び縮み振動。

a) の振動モードの振幅が増大して不安定化すると大きさのほぼ等しい2個の水滴と数個以下の微水滴に分裂する(ダンベル型分裂)。b) の振動モードの振幅が増大した結果として扁平になると袋型あるいは円盤型の分裂に移行し、分裂後には多数の小水滴が見られる。その他a) とb) の中間型も見られ、2~3個の大きな水滴と多数の小水滴に分裂する。

1. はじめに

集中豪雨のような非常に強い対流性の雨では相当直径(体積が等しい球の直径)が7mmほどの雨滴が観測されている(例えば、磯野他, 1967; 岡田, 1951; Shiotsuki, 1974)。しかし、これまで直径が8mmをこえる雨滴はほとんど観測されていない(高橋, 1957によると直径が10mmの雨滴が観測されたことが述べられているが、1度だけであり、むしろ、例外中の例外らしい)。

上の観測事実は直径が8mmをこえる雨滴は落下中に分裂し、安定に存在できないことを意味していると考えられている。

これまで、垂直風洞を用いた浮遊する大水滴の分裂の実験として、Komabayasi 他(1964)とTanaka(1969)の実験があるが、これらの実験結果は非常に異なっている。すなわち前者の結果は大水滴が分裂すると多数の小

水滴が生ずるのに対し、後者は多くの場合、ほぼ同じ大きさの二個の水滴に分裂する結果を得ている。

落下中の大水滴の分裂の機構として、Komabayasi 他は水滴の下部における表面張力・重力波の不安定性を挙げている。この理論では相当直径が8.5mmをこえる水滴は安定に存在できないことになり、先に述べた観測事実を説明するのに都合がよいようにみえる。しかし、Pruppacher と Beard (1970) は相当直径が9mm近い水滴も垂直風洞中に浮遊することを示しており、必ずしも、上の理論が適用できないようである。Pruppacher と Pitter (1971) は水滴の分裂にとっては、水滴の下部に凹みができることが必要条件であろうと考えているが十分条件でないことを述べている。前記の Komabayasi 他は理論は無限平面における、表面張力・重力波の不安定性を論じたが、Klett (1971) は有限の大きさの円形の表面張力・重力波について論じ、Komabayasi 他の結果より少し大きい直径で不安定になることを示した。

このように、水滴の分裂の機構については必ずしもよくわかっていない点があり、また先に述べたように1個の水滴が分裂したとき多数の水滴が生ずるのか、2、3個の水滴が生ずるのかなどについてもよくわかっていない。

この論文の目的は、垂直風洞に浮遊する大水滴が分裂

* On the oscillation and breakup of water droplets floated in a vertical wind tunnel.

** Kunimoto Iwai, 信州大学教育学部地学教室。

*** Motoshi Nakata, 香川県小豆郡土庄町立土庄中学校。

—1984年5月17日受領—

—1984年10月20日受理—

するまでの過程をその振動のモードと関連させて明らかにすることである。

2. 実験装置と方法

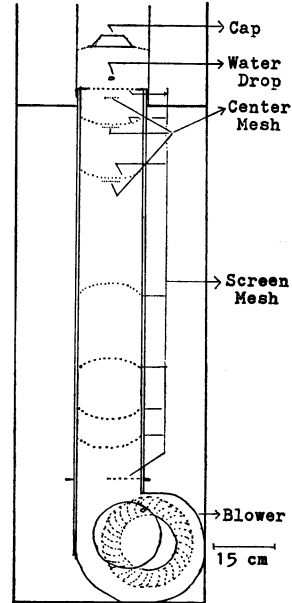
2.1. 垂直風洞

実験に用いた垂直風洞の概略図を第1図に示す。送風機はドラフト用の排風機で風量は8~9 m³/minである。風洞の筒は内径15 cmの塩化ビニール管である。この内径では大水滴を浮遊させるための風速が得られないので、筒の上部の風の吹き出し口の直径を12 cmにしぼり、水滴を浮かばせるのに十分な風速が得られるようにした。気流の乱れを減少させるために、2 mm 格子のスクリーンメッシュを図の位置に7枚入れた。水滴が浮遊する中心軸付近の風速を周囲より少し小さくするために筒の上部に2 mm 格子のセンターメッシュを3枚入れた。このうち、最も重要なセンターメッシュは最上部のものである。これは直径3 cmで吹き出し口の2.5 mm格子のメッシュの下7 mmのところにつけた。吹き出し口から約10 cm上方に吹き抜け状の円錐形のキャップをつけた。このキャップの大きさは上部の直径が6 cm、下部の直径が11 cmで、高さ2.5 cm、底角45度である。このキャップにより、気流の速さは上部ほどおそくなっている。

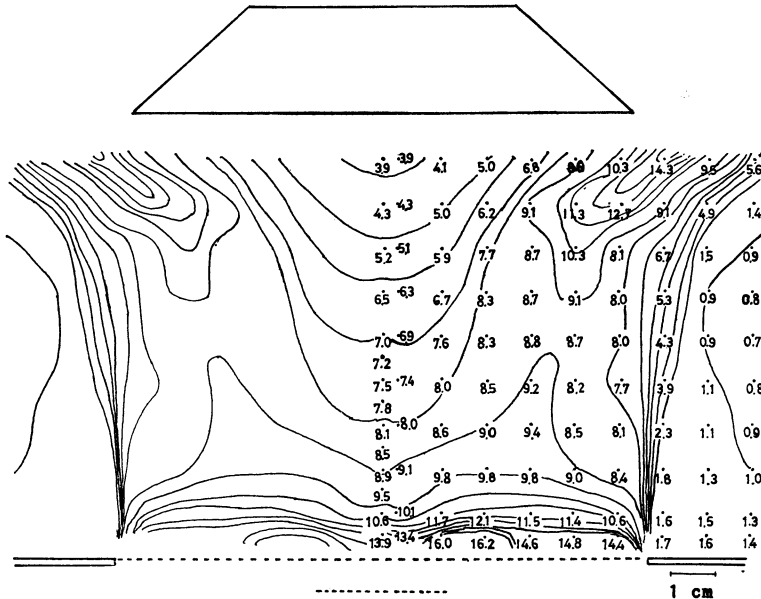
風速の調節は送風機の入口にとりつけたシャッターの

開き方を調節することにより行った。風速の測定はリオン製のTr式微風速計を用いた。これは熱線風速計の一種である。

第2図に大水滴が安定に浮遊しているときの平均風速



第1図 垂直風洞の概略図。



第2図 風洞内の風速分布の一例。数字は風速 (m/s)。等風速線の間隔は 1 m/s である。

の分布の一例を示す。測定は図の中心線より右半分で行っただけであるが左半分も軸対称になっているとして描いている。等風速線の間隔は 1 m/s である。

水滴は大きさによって異なるが吹き出し口から約 2 cm 上方で中心線上の風速が 9 m/s の位置を中心にして ± 1 cm 以内で上下方向に振動しながら浮遊する。この空間内で、水滴が全体として上下に振動する振動数は表面張力による水滴自体の振動の振動数に比べるとずっと小さい。

気流の乱れの大きさは等風速線の混んでいるところで大きく、±0.5 m/s 以上になるが、水滴が浮遊する部分では ±0.1~0.2 m/s であった。しかし乱れの周波数特性は風速計の応答特性調べていない。風洞の乱れと水滴の振動については後の 3.1. 節で簡単に述べることにする。

2.2. 写真撮影方法

第 3 図に浮遊している水滴の高速度写真撮影方法の概略図を示す。光源には 100~200 Hz のストロボスコープのフラッシュを用い、透過光で写真撮影ができるようにした。透過光を用いた理由は水滴は反射光では白く色をつけない限り写りにくいこと、および透過光の方が輪郭が明確に写ることによる。写真撮影は接写レンズをつけた 35 mm のカメラを用い、フィルム面を 25 cm/s で流しながら行った。このフィルム面の流しは次のようにして行った。フィルムを末露光のまま撮影ずみの状態まで巻きとり、巻き戻しノブを押し、巻き戻し可能な状態にしておく。ダブルレリーズでバルブにしたシャッターをきると同時に巻き戻し用のレバーを回転させるモーターのスイッチを入れ、フィルムを巻きとる。

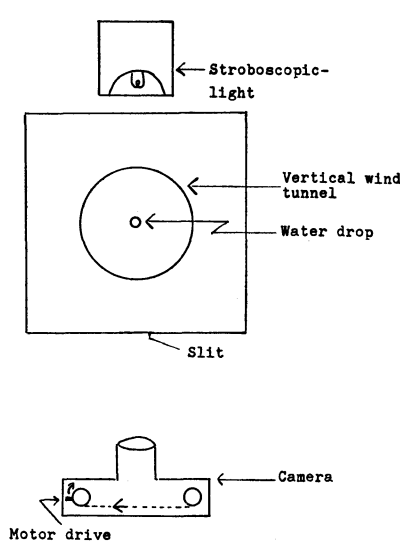
図のスリットは、ある瞬間に撮影した水滴の時間的に前後するフィルムの部分の露光を防ぐためにある。

浮遊している水滴を上方から撮影する場合は透過光で撮影できないので反射光を用いた。この方法はキャップの上方に鏡を鉛直面から 45 度傾けておき鏡に映る像を撮影した。このときは水滴に微量の白い水彩絵具を入れて着色した。水滴に絵の具を入れると蒸留水に比べて振動や分裂に多少の影響がでるが、大きく変わることはなく、振動方向などを調べる上で支障はなかった。

浮遊する水滴の相当半径 a_0 は岩井と小山 (1975) によって見出された次の実験式をもとにして決めた。

$$a_0 = \frac{b}{2.65} \left(\frac{a}{b} + 1.65 \right) \dots \dots \dots (1)$$

ここで $2b$ は浮遊している水滴の水平方向の最大直径であり、 $2a$ は鉛直方向の高さである。浮遊している実



第 3 図 ストロボを用いた流しカメラ法による写真撮影装置の概略図。

際の水滴はカメラからの距離が時間的に変化したり、水滴自体が振動しているため、 $2b$ の絶対値や a/b が変化しているようにみえる。したがって、個々の b や a/b の測定値を (1) 式に代入すると a_0 は一意的には定まらない。ここでは数サイクル (数 10 個~100 個) の平均値として a_0 を求めた。

3. 結果と議論

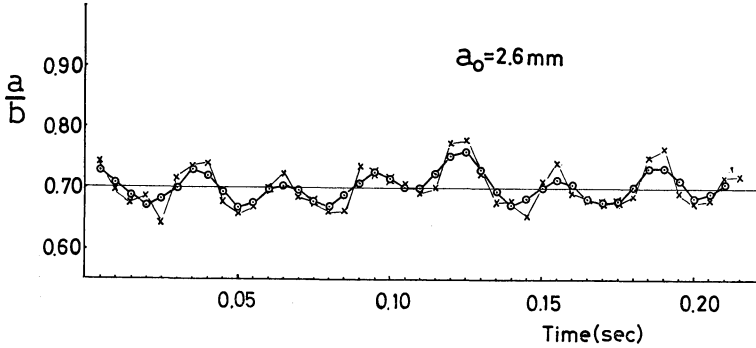
3.1. 水滴の振動数と振動モード

第 4 図に相当直径が 5.2 mm の水滴の a/b の時間変化の一部分を示す。時間間隔は 1/200 秒である。●印は 3/200 秒で移動平均して平滑化したものである。図からわかるように、山と山の間隔はどこでもほぼ等しく、振動がかなり規則正しいことがわかる。平均の振動数はこの場合 32 Hz であった。このようにして求めた水滴の相当直径と振動数の関係を第 5 図に示す。図中の○印は蒸留水であり、×印は水道水である。実線はレーリー (ランダウ・リフッツ, 1970) によって与えられた球状の液滴が表面張力の作用のもとで自由振動するときの半径 (a_0) と振動数 (ν) の関係式

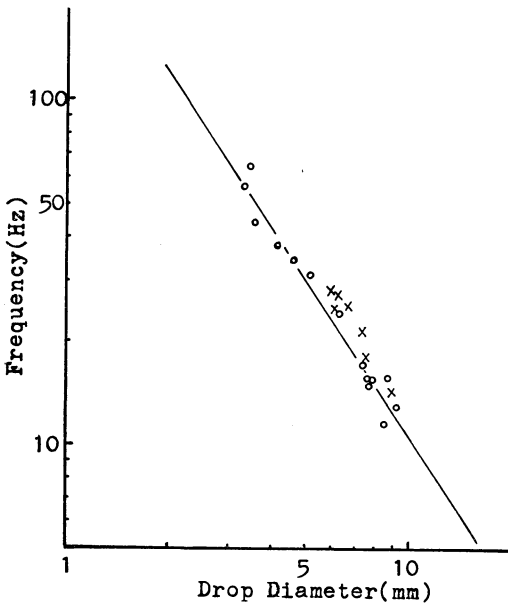
$$\nu = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{l(l-1)(l+2)T_1}{\rho a_0^3}} \dots \dots \dots (2)$$

で l を 2 とし、表面張力 T_1 を 74 erg/cm², 密度 ρ を 1 g/cm³ としたときの ν と a_0 の関係である。

上の (2) 式は球形の液滴が振動するとき、その振幅

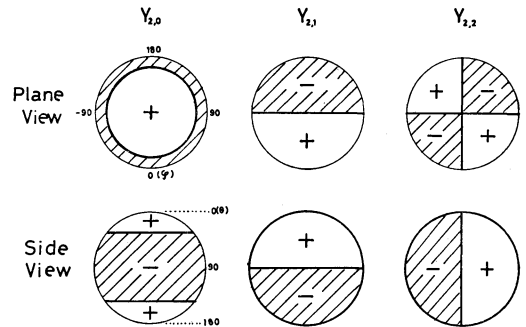


第4図 相当直径 5.2₁mm の水滴の振動の例。◎印は3/200秒の移動平均を示す。



第5図 浮遊する水滴の相当直径と振動数の関係。
○印は蒸留水、×印は水道水、実線はレーリーによる次数2の理論値。

は十分小さいとして理論的に導かれたものである。浮遊している水滴の形は球形ではなく偏平になっており、また振動の振幅もかなり大きいけれど、第5図からわかるように球形としたときの体積に等しい半径をもった球形水滴の次数2の固有振動数にはほぼ一致している。図で水道水の方が蒸留水よりも同じ大きさの水滴では振動数が少し大きいように見える。これが何故かはよくわからないが水道水に含まれている不純物の影響による可能性がある。Komabayasi 他は実際の雨水を用いた水滴は蒸留水を用いた水滴よりも浮遊している時間(寿命)が長くなることを見出しており、表面張力や表面の剛性、粘性



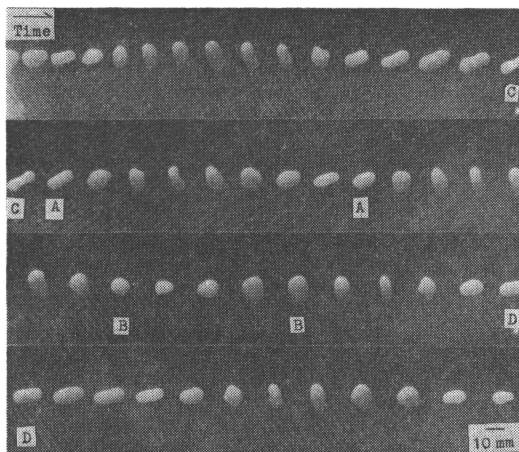
第6図 球面調和関数 $Y_{2,0}$, $Y_{2,1}$, $Y_{2,2}$ の単位球面上の節線(太線)の位置と符号。上段は北極側から見た平面図、下段は赤道面に平行に見た側面図。 φ は方位角(経度)、 θ は余緯度である。

が不純物によって影響されると推定している。

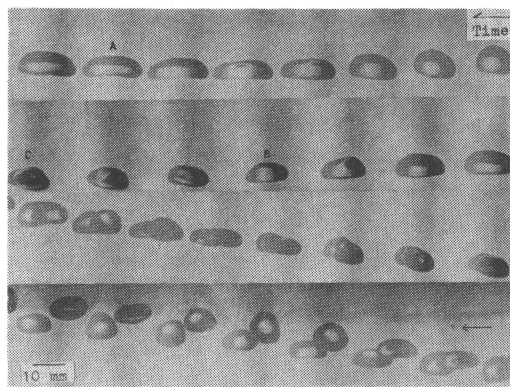
第5図に示した結果は Nelson と Gokhale (1972) によって得られた浮遊する水滴の振動数ともよく一致している。

なお(2)式の l はランダウ・リフシッツによると球面調和関数 $Y_{l,m}$ の次数 l である。ここで $Y_{l,m} = e^{im\varphi} \cdot P_l^m(\cos \theta)$ である。 $P_l^m(\cos \theta)$ はルジャンドル陪関数である。 φ は方位角(経度)であり、 θ は余緯度である。 l は0以上の整数であり、 m は0, ± 1 , ... $\pm l$ である。(2)式からわかるように、液滴の振動数は次数 l だけで決まり、位数 m にはよらない。

第5図に示した結果は $l = 2$ の振動に対応していることを示しているので、振動のモードとしては、 $Y_{2,0}$, $Y_{2,\pm 1}$, $Y_{2,\pm 2}$ の5つが考えられる。今、 $Y_{l,m}$ として $\sin m\varphi P_l^m(\cos \theta)$ とおき、 $Y_{2,0}$, $Y_{2,1}$, $Y_{2,2}$ の単位球上の節線を平面図と側面図上に表したものを第6図に示す



第7図 上方から見た大水滴の振動. 時間は最上段の左から右へ進みひき続き次の段の左へ行く. 時間間隔は1/100秒である. 図中, CとDの水滴は重複している. A-A間の振動モードは $Y_{2,2}$ に相当し, B-B間の振動モードは $Y_{2,0}$ に相当する.



第8図 ダンベル型の分裂の1例(側面よりの写真). 時間は最上段の右より左へ進み, 次の段の右へ続く. 1/100秒間隔.

($Y_{2,-1}$, $Y_{2,-2}$ はと符号が異なるだけであるので略す).

$Y_{2,0}$ は極軸(この実験では鉛直軸に対応する)に対して軸対称的な振動モードである. すなわち水平方向に円形として直径(2*b*)が大きくなるときは高さ(2*a*)が低くなり, 2*a*が増加するときには2*b*が小さくなるような振動である.

$Y_{2,2}$ は水平面内で次数2の振動で1サイクルの間に振動の方向が90度変化するモードである.

$Y_{2,1}$ は鉛直面で次数2の振動で, 1サイクルの間に振動の方向が90度変化する. また振動の向きは極軸から45度傾いているモードである.

第7図に水滴に色をつけて, 上方から1/100秒間隔で撮影した連続写真を示す. A-Aの部分には1サイクルの間に水滴は水平面内で直交する2方向の振動からなっていることがわかる. すなわち, 極軸を含む鉛直面内に節線が2本あり, 先に述べた $Y_{2,2}$ のモードに対応している. 水滴Cは振幅がかなり大きくなり, 中央部にくびれが入っているが分裂しないで再びもとの振動にもどっている.

一方, B-B間では上方から見ると水滴の投影面積が増大しているのがわかる. 体積は振動の間で一定であるので, このことは高さが減少していることを意味している. 完全に軸対称とはいえないがこの振動は $Y_{2,0}$ のモードに対応していると考えられる.

次に水滴の振動と気流の乱れについて簡単に述べてお

く. 2.1.節で述べたように, 気流の乱れの周波数特性は調べていないので, 乱れと水滴の振動の間で共振があるかどうかについては何も言えない. しかし, 水滴の振動数は, 表面張力によって起こる振動数にはほぼ一致していることから, 必ずしも共振しているとはいえないであろう. 恐らく, 水滴の振動を励起させるのは乱れであろうが, その後の振動を維持するのは表面張力であるといえるであろう. 振幅の大きさは乱れの強さと関係があると思えるが今のところよくわからない.

3.2. 水滴の分裂について

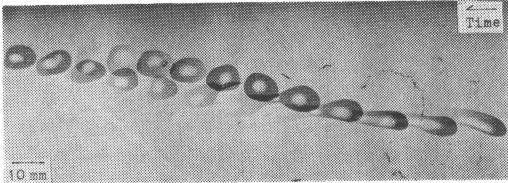
水滴の分裂の基本的な型については Cotton と Gokhale (1967) によると次の2つのものがある. 1つはダンベル型であり, 他は袋型(bag type)である. 前者では分裂後の水滴の個数は2~10個ぐらいであり, 後者の場合は数100個になると述べられている. しかし, ダンベル型や袋型の分裂にいたるまでの過程についてはよくわかっていない. この節では前節で述べた水滴の振動モードと関連させて上記の2つの型の水滴の分裂機構について述べる.

3.2.1. ダンベル型の分裂

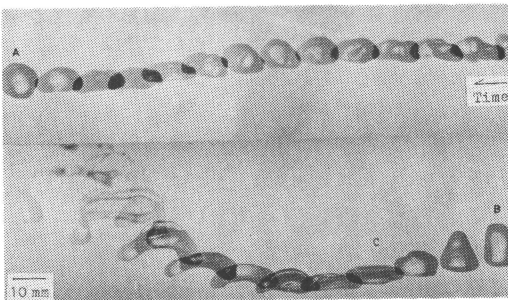
第8図に相当直径9.0mmの水滴が大きさのほぼ等しい2個(7.3mmと7.0mm)の水滴に分裂するときの側面写真の1例を示す. 写真中, Aは水滴の水平面内での長軸がカメラの光軸に直角になっており, Bは半周期後に長軸が90度向きをかえ光軸に平行になった状態である. この振動は3.1.節で述べた $Y_{2,2}$ の振動モードに対応している. Cの段階では振動の振幅が大きくなり, ほぼ同じ大きさの2つの水滴がダンベル型になってちぎれているものと考えられる. ちょうど, やわらかな, 餅

を2方向に引っ張り、2つの餅にわかれるように分裂している。矢印で示す水滴は2つに分裂したときのつなぎめが小さい水滴として飛び出したものである。

第9図にダンベルの軸に直角な方向から見たダンベル型に分裂している側面写真を示す。水平方向に長くなり、スリットからずれたために、一部、写真の写りがよくないが、ほぼ同じ大きさの2個の水滴に分裂していることがわかる。この場合にもダンベルの中央部に残った



第9図 ダンベル型の分裂の1例(側面写真)。1/100秒間隔。



第10図 袋型の分裂の1例(側面写真)。1/100秒間隔。

細い水ひもがちぎれて小さい水滴が1個飛び出しているのがわかる。

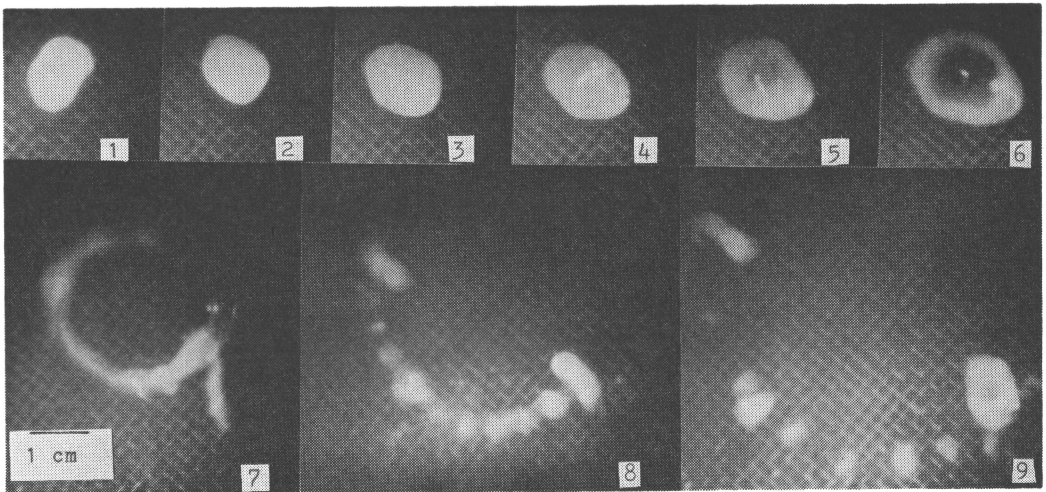
これらの観察から、ダンベル型の分裂は3.1.節で述べた $Y_{2,2}$ のモードの振動が不安定化して分裂すると結論できる。

3.2.2. 袋型あるいは円盤型の分裂

第10図に袋型の分裂の1例を示す。写真中Aはほぼ球形であり、1/100秒後のBでは a/b が1より大きいのがあがった状態であり、次に円錐形になっている。振動の振幅が大きいために半サイクル後のCではうすっぺらな円盤型になっている。円盤の下部が風圧により凹み、くらげ形になった後、袋状になって分裂している。この分裂までの振動は3.1.節で述べた $Y_{2,0}$ の振動モードに対応している。

第11図に水滴の上部から見た分裂の様子を示す。この写真は16 mm 映画で64コマ/sで撮影したものである。完全に軸対称とはいえないが投影面積が次第に増していることは振動して高さ $2a$ が減少していることを示し、円盤型になっている。第6コマでわかるように水滴の中央部はうすくなり膜状になっている。次の1/64秒後にはこの膜は見えなくなり分裂したものと考えられる。次に周囲がリング状になり、さらにこのリングが小水滴に分裂している。なお、この写真からだけではこの水滴が袋型になったのか、円盤型のまま分裂したのかはよくわからない。しかし、第10図に示した袋型の分裂も上部から見るとこのように見えるであろう。この分裂では分裂後、多数の小水滴が生じる。

ここでは分裂の様式をダンベル型と袋型の2つに大別



第11図 上方から見た袋型あるいは円盤型の分裂例。1/64秒間隔。時間は1から9へと進む。

したが、この両者の中間型も多く見られた。これは両端の2個の大きな水滴を結ぶ橋の部分がダンベル型のように細くびれないで比較的大きく、この部分がうすい膜状になり、小水滴に分裂するものである。これは前述した水滴の振動モードのうち、 $Y_{2,0}$ 、 $Y_{2,2}$ を合成した振動に対応していると考えられる。

本実験で用いた風洞において、肉眼で観察した大水滴（相当直径は正確にわからないがおよそ8mm以上）の分裂の頻度はダンベル型が44%、中間型が40%、袋型あるいは円盤型が16%であった。袋型か円盤型かは現象が速く、短時間に起きるため肉眼では区別できないが多く的小水滴に分裂したものを袋型か円盤型かに入れた。

McTaggart-Cowan と List (1975) は水滴同志の衝突による分裂の研究を行い、袋型の分裂は円盤型に比べてまれにしかおきないことを述べている。

相当直径が7mmまでなら、安定に浮遊している限り、分裂することはほとんどなかった。ただし、乱れが突然起き、水滴が風洞から飛び出す場合は風速のシアの大きいところを通るため、多数の小水滴に分裂することがあった。しかし、このときの分裂の様子は高速度写真に撮れていないためよくわからない。

4. まとめと今後の問題

垂直風洞に浮遊した大水滴の振動と分裂の高速度写真観察の結果をまとめると次のようになる。

1) 水滴の振動数は、たとえ水滴が球形からかなり偏平になり、また振動の振幅が大きくても相当半径に等しい球滴が表面張力の作用のもとで無限小振幅として取り扱われたレーリーの理論で次数2の固有振動数にほぼ一致している。

2) 振動のモードには主に2種類あり、1つは水平面内での次数2の振動であり、球面調和関数の表現では $Y_{2,2}$ のモードに相当する。この振動は水平面内で半周期毎に振動方向が90度変化する。他は鉛直軸を対称軸として次数2の上下方向の伸び縮み振動で $Y_{2,0}$ のモードに相当する。

3) 分裂は上記の振動モードに対応して、 $Y_{2,2}$ の振動の振幅が大きくなって不安定化するとほぼ同じ大きさの水滴2個と数個以下の小水滴が生じる。これは、これまでダンベル型の分裂とよばれていたものである。

4) $Y_{2,0}$ の振動の振幅が大きくなって不安定化すると、円盤状になり、中央底部が凹み、袋型あるいは円盤型として分裂する。このときは多数の小水滴が生じる。

5) 3) と4) の中間型の分裂も多く見られ、比較的大

きな水滴2~3個と多数の小水滴に分裂する。

6) 相当直径が7mm以下の水滴では風洞の乱れが大きくない限り、分裂することはまれであった。

水滴の分裂は雨滴の粒径分布を決める上で重要である。上の結果が実際の大气中でも生じているのか、本実験に用いた風洞特有の現象であるのかは現在のところ、よくわからない。水滴の振動の振幅の大きさは周囲の気流の乱れと関係しているように見えるが本実験では明らかではなく今後の問題である。

文献

Cotton, W.R. and N.R. Gokhale, 1967: Collision, coalescence, and breakup of large water drops in vertical wind tunnel, *J. Geophys. Res.*, 72, 4041-4049.

磯野謙治, 駒林 誠, 岩井邦中, 堀井晴雄, 1967: 中部地方における集中豪雨の観測例, 中部地区における災害の地域的特性に関する総合的研究報告, 25-41.

岩井邦中, 小山 隆, 1975: 種々の液滴の落下中の形について, *天気*, 22, 245-251.

Klett, J.D., 1971: On the breakup of water drops in air, *J. Atmos. Sci.*, 28, 646-647.

Komabayasi, M., T. Gonda and K. Isono, 1964: Life time of water drops before breaking and size distribution of fragment droplets, *J. Met. Soc. Japan*, 42, 330-340.

ランダウ・エリ・デ。イエ・エム・リフシツ (竹内 均訳), 1970: 流体力学1, 東京図書, 261-264.

McTaggart-Cowan, J.D. and R. List, 1975: Collision and breakup of water drops at terminal velocity, *J. Atmos. Sci.*, 32, 1401-1411.

Nelson, A.R. and N.R. Gokhale, 1972: Oscillation frequencies of freely suspended water drops, *J. Geophys. Res.* 77, 2724-2727.

岡田武松, 1951: 雨, 岩波書店, 36-41.

Pruppacher, H.R. and K.V. Beard, 1970: A wind tunnel investigation of the internal circulation and shape of water drops falling at terminal velocity in air, *Quart. J. Roy. Met. Soc.*, 96, 247-256.

———, and R.L. Pitter, 1971: A semi-empirical determination of the shape of cloud and rain drops, *J. Atmos. Sci.*, 28, 86-94.

Shiotsuki, Y., 1974: On the flat size distribution of drops from convective rainclouds, *J. Met. Soc. Japan*, 52, 42-60.

高橋喜彦, 1957: 降水の物理学, 地人書館, 5-6.

Tanaka, H., 1969: On breakings and oscillation of water drops, *J. Met. Soc. Japan*, 47, 384-389.