Horton 式に基づく「10分間雨量分布モデル」*

桑 原 英 夫**

要 旨

荒生（1986）は，長崎豪雨における10分間雨量観測値から推定される強雨域について，雨量とその等雨量線で囲まれる面積との関係を求め，これを「10分間雨量分布モデル」として提示した．このモデルは，既存のDA関係式などは全く意識せずに作成されたものであるが，定数を雨域の中心雨量の関数で表したHorton式（D-R型）でほとんど完全に表現することができる．

これは，古くからDA解析で賞用されてきたHorton式の有用性ないし適応性の高さを示すものであり，同時に，荒生の提示したモデルの傍証ともなる．

本報告は，Horton式に基づく「10分間雨量分布モデル」とその作成方法とを示したものである．

1. まえがき

荒生（1986 b）は，長崎豪雨における10分間雨量観測値から推定される強雨域について，雨量とその等雨量線で囲まれる面積との関係を求め，これを「10分間雨量分布モデル」として提示した．第1図は，雨域を円形と仮定し，中心雨量をパラメーターとして，雨量と半径との関係を表したモデルである．これは，記録的な集中豪雨における強雨域の規模と雨量の平面的分布特性，すなわち，DA（Depth-Area）特性を表した興味深いもので以下「荒生モデル」と呼ぶ．

荒生によれば，モデル作成に際して，既存のDA関係式などは全く意識しなかったという．ところが「荒生モデル」は，次式でほとんど完全に表現することができる．

$$P_r=P_c(1-k\cdot n\cdot A^n)\ \exp(-k\cdot A^n) \qquad (1)$$

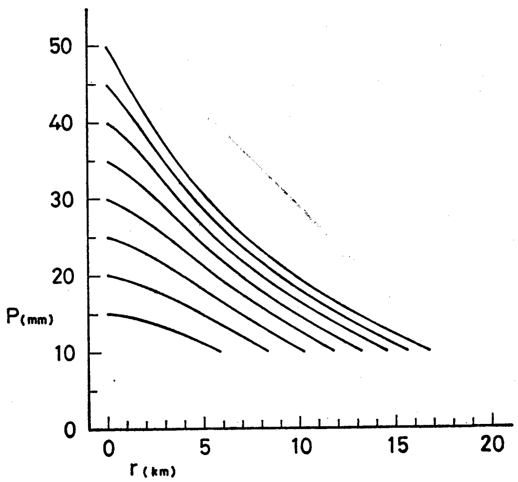
ただし，

$A=\pi\cdot r^2$

$k=7.13\times10^{-6}\quad P_c^{2.21}$

$n=4.13\quad P_c^{-0.553}$

ここに，P_r：半径 r(km) なる円周上の雨量（mm），P_c：中心雨量（mm）である．



第1図 10分間雨量の半径に対するモデル分布（荒生，1986 b）

（1）式の基本部分は，DA関係式として著名なHorton式に基づくものである．このことは，経験的に導かれたHorton式の有用性ないしは適応性の高さを示すものであり，同時に「荒生モデル」の妥当性の傍証ともなる．そして，「荒生モデル」の一般化と今後の展開に役立つであろう．

* Model distributions of 10-minute precipitation based on Horton-formula.

** Hideo Kuwahara, 山形大学農学部農業工学科.

—1986年8月22日受領—
—1986年11月28日受理—

第1表　「荒生モデル」の雨量と降雨面積

中心雨量	雨量 P(mm)									N
P_c(mm)	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
50	880	512.5	297	160	84	40.5	15	3.5	0	9
45	770	447	247.5	128	63	27	7.5	0		8
40	660	372.5	198	96	42	13.5	0			7
35	550	298	148.5	64	21	0				6
30	440	223.5	99	32	0					5
25	330	149	49.5	0						4
20	220	74.5	0					面積 A(km²)		3
15	110	0								2

本報告は，(1) 式の作成過程と，Horton 式に基づいて新たに構成した『10分間雨量分布モデル』及びその作成方法とを示したものである．

2. Horton 式について

水文学を中心に，“Horton” の名を冠して呼ばれる経験式が幾つかある．降雨の DA 関係を表す Horton 式もその1つで，普通，次のように示されている（例えば，土木学会，1985).

$$P_a=P_0\ \exp(-k\cdot A^n) \qquad (2)$$

ここに，P_a：ある降雨時間における面積 A の領域に降る最大面積雨量，P_0：雨域中心における最大地点雨量，k 及び n：地域や降雨によって定まる定数である．

ここで注意すべきは，式中の P_0 が，観測された最大地点雨量ではないことである．ちなみに，Horton (1924) が示した原式は次のとおりで，

$$P_a=(P_0+c)\ \exp(-k\cdot A^n) \qquad (3)$$

「P_0 は雨域中心またはその近くで観測された最大地点雨量である．しかし，必ずしも雨域中心に雨量計があるとは限らないので，その地点の雨量を推定するために，P_0 に定数 c を加える必要がしばしば生ずる」と説明されている．すなわち，(2) 式の P_0 は，観測された最大地点雨量を P_c とすれば，$P_0 \geqq P_c$ なる条件の下で，定数 k 及び n と同様に観測データから推定すべきものである．

さらに Horton は，(2) 式を基にして，雨域を円形と仮定した場合に，雨域中心からの半径 r とその円周上の地点雨量 P_r との関係を表す次式(depth-radius formula)を示している．

$$P_r=P_0(1-k\cdot n\cdot A^n)\ \exp(-k\cdot A^n)$$
$$=P_0\{1-k\cdot n(\pi\cdot r^2)^n\}\exp\{-k(\pi\cdot r^2)^n\} \qquad (4)$$

本報告では，(4) 式も「Horton式」と呼び，特に(2)式との区別が必要なときは「Horton 式 (D-R 型)」と表記する．

なお，(4) 式は，(2) 式の両辺に面積 A を乗じた次式，すなわち，面積 A 内の総雨量を表す式を，A について微分したものである．

$$P_a\cdot A=P_0\cdot A\ \exp(-k\cdot A^n) \qquad (5)$$

3. Horton 式に基づく「荒生モデル」

(1) データ

第1図に表現されている内容が，数値としても示されている（荒生，1986 b)．その中から，中心雨量別の10分間雨量とその等雨量線に囲まれる面積との関係資料を抜き出すと第1表のようになる．

(2) 定数 k 及び n の算定

第1表において，中心雨量 P_c が50 mm から 20 mm までの各場合について，それぞれ N 組の雨量 P_i と面積 A_i とを用いて，次式の F 値を最少にする k 及び n の値を，Powell の共役傾斜法により算出した．なお，実際の計算は，東北大学大型計算機センターの『ライブラリー・プログラム (TPOW)』を利用した．

$$F=\Sigma\{P_c(1-k\cdot n\cdot A_i^n)\exp(-k\cdot A_i^n)-P_i\}^2 \qquad (6)$$

各中心雨量に対する，定数 k 及び n の値の算定結果は第2図のようになる．

(3) 中心雨量と定数 k 及び n との関係

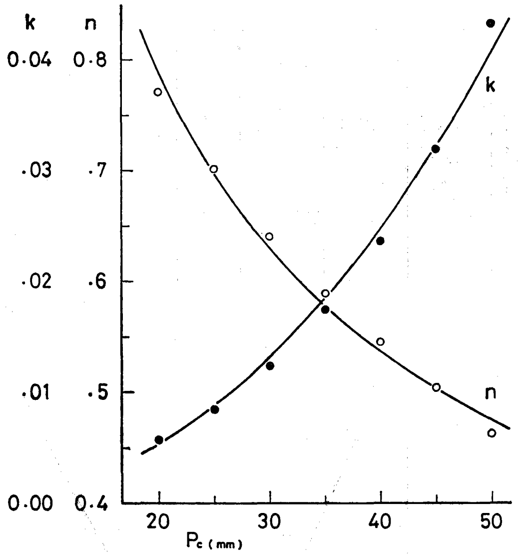
第2図に示した中心雨量 P_c と定数 k 及び n との関係は次式のとおりである．

$$k=7.13\times10^{-6}\ P_c^{2.21}$$

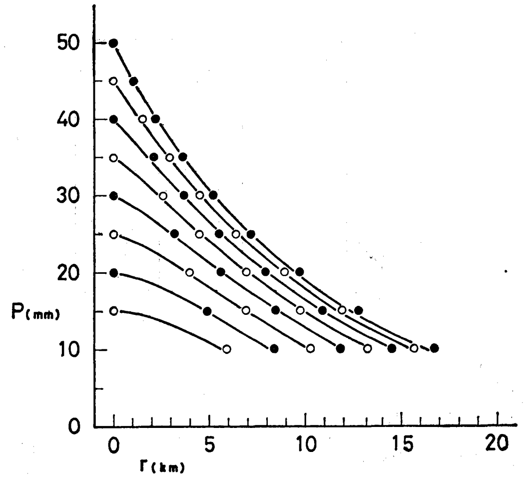
$$n=4.13\ P_c^{-0.553}$$

(4) Horton 式に基づく「荒生モデル」

以上の結果をまとめて (1) 式を得た．そして，(1)式の表す曲線群を第3図に示した．図中の黒および白丸は



第２図　中心雨量と定数との関係



第３図　Horton 式に基づく「荒生モデル」

第１表の面積に対応する半径である．

検討過程（荒生，1986 a 及び b）から考えられる「荒生モデル」の性格からすれば，(1) 式は，ほとんど完全に「荒生モデル」を表現している．

4. Horton 式に基づいて再構成した『10 分間雨量分布モデル』

「荒生モデル」の弱点は，荒生自身が指摘するように，雨量計が常に雨域の中心にあったと仮定していることである（1986 a）．中心雨量を表す記号が (1) 式と (2) 式とで変えてあるのはそのためで，「荒生モデル」の P_c は観測された地点雨量の最大値であるのに対して，Horton 式の P_0 は真の中心雨量を意味している．両者の関係は，いうまでもなく，$P_0 \geqq P_c$ である．

そこで，荒生により示されている，「荒生モデル」に至る一段階前の結果を用いて，Horton 式に基づく『10分間雨量分布モデル』の再構成を試みた．

(1) データ

荒生（1986 a）は，長崎豪雨時の1982年７月23日17時から24時までの10分間雨量分布図を用いて，10 mm から 40 mm まで，5 mm 間隔の等雨量線に囲まれる降雨面積を求め，最大雨量 $P_{\max}$ と 5 mm 間隔の雨量 P の降雨面積 $S(P)$ との関係を次の１次式で表し，係数 a 及び b の値を第２表のように示した．

$$S(P)=a\cdot P_{\max}-b$$

第２表　係数 a 及び b の値
（荒生，1986 a）

P (mm)	a	b
10	19.35	185.9
15	16.96	259.4
20	9.15	167.7
25	5.67	128.4
30	4.87	141.7
35	4.18	142.3
40	1.14	43.4

これらにより，P が 10 mm から 40 mm まで，$P_{\max}$ が 20 mm から 40 mm までの各場合の降雨面積を求め，第１表と同じ形に整理すると第３表のようになる．

第１表では $P=P_c$ において $A=0$ であるのに対して，第３表では $P=P_{\max}$ において $A>0$ となっている．これは，$P>P_{\max}$ となる雨域の存在を意味する．

(2) 定数 P_0，k 及び n の算定

最大雨量 $P_{\max}$ が40，35，30，25及び 20 mm の各場合について，第３表に示す雨量 P_i と面積 A_i，それぞれ N 組の数値を用いて，次式の F 値を最小にする P_0，k 及び n の値を Powell の共役傾斜法により算出した．

$$F=\Sigma\{P_0(1-k\cdot n\cdot A_i{}^n)\exp(-k\cdot A_i{}^n)-P_i\}^2 \quad (7)$$

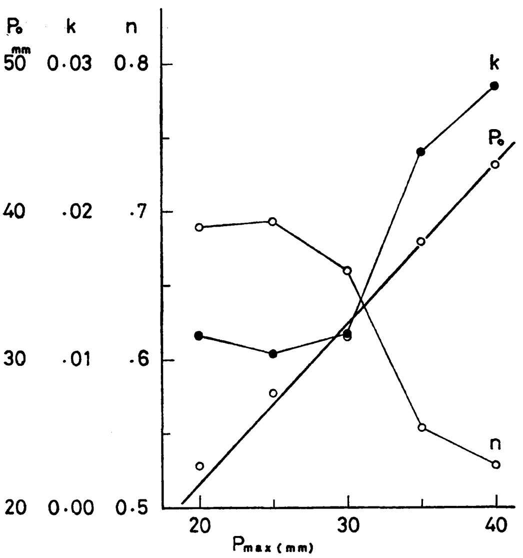
各最大雨量に対する，定数 P_0，k 及び n の値の算定結果は第４図のようになる．

(3) 最大雨量と定数との関係

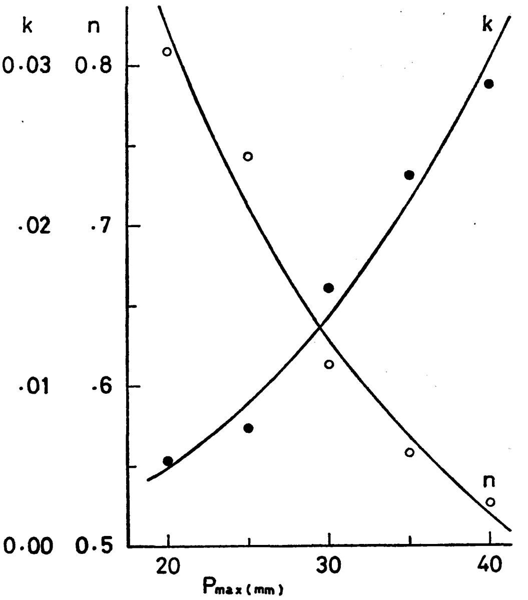
第４図を見ると，$P_{\max}$ と P_0 との相関は非常に高い

第3表 量雨量と降雨面積との関係

最大雨量	雨量 P(mm)							N
P_{max}(mm)	10	15	20	25	30	35	40	
40	588.1	419.0	198.3	98.4	53.1	24.9	2.2	7
35	491.4	334.2	152.6	70.1	28.8	4.0		6
30	394.6	249.4	106.8	41.7	4.4			5
25	297.9	164.6	61.1	13.4		面積 A(km^2)		4
20	201.1	79.8	15.3					3



第4図 最大雨量と定数との関係（第1近似）



第5図 最大雨量と定数との関係（第2近似）

ことが分かる．そこで，両者の関係を

$P_0=1.08\ P_{max}$

と表して，改めて定数 k 及び n の値を算出すると，第5図に示す結果となる．

そこで，P_{max} と k 及び n との関係を次のように表した．

$k=2.00\times10^{-6}\ P_{max}^{2.61}$

$n=6.04\ P_{max}^{-0.665}$

(4) Horton 式に基づく『10分間雨量分布モデル』

以上の結果をまとめて，『10分間雨量分布モデル』として次式を得た．

$$P_r=P_0(1-k\cdot n\cdot A^n)\ \exp(-k\cdot A^n) \qquad (8)$$

ただし，

$P_0=1.08\ P_{max}$

$A=\pi\cdot r^2$

$k=2.00\times10^{-6}\ P_{max}^{2.61}$

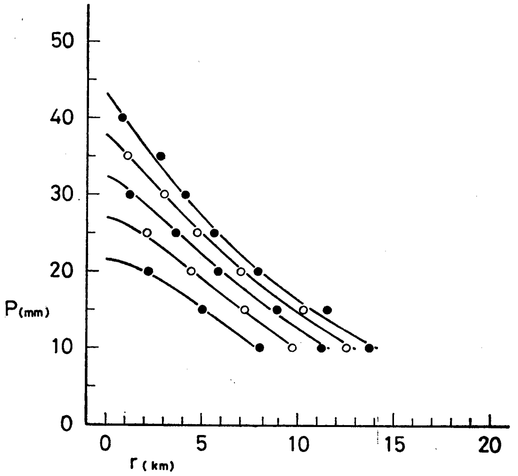
$n=6.04\ P_{max}^{-0.665}$

(8) 式による曲線群を，第4表の面積に対応する半径と対比して，第6図に示した．また，P_{max} を 50, 40, 30及び20 mm とした各場合について，「荒生モデル」と比較して第7図に示した．

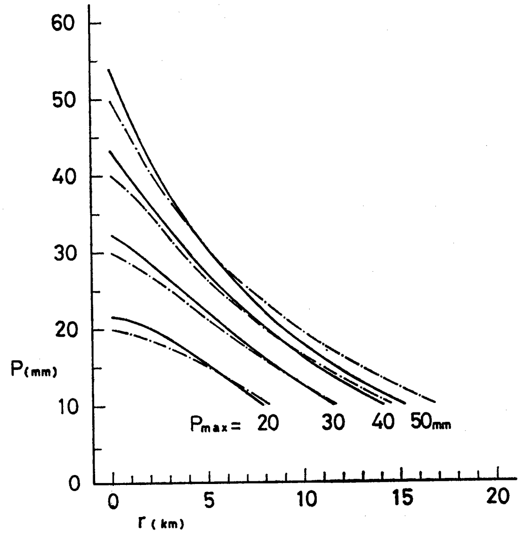
第7図において，$P_{max}=50$ mm の場合，2つの曲線の示す傾向はかなり異なるが，$P_{max}>40$ mm の領域は，ともに単なる外挿にすぎない．

5. あとがき

以上，定数を中心雨量の関数で表した Horton 式(D-R



第6図　Horton 式に基づく『10分間雨量分布モデル』



第7図　『10分間雨量分布モデル』(実線）と「荒生モデル」(鎖線）との比較

型）を用いて，既存のDA関係式を意識せずに導かれた「荒生モデル」がうまく表現できること，さらに，観測された最大地点雨量を超える降雨域の存在も表しうることを示した．

これは，観測データとよく適合する結果が得られることから，古くからDA解析で賞用されてきたHorton式に，新たな応用例を加えたものである．また，式中の定数の性質を考える上で，よい参考事例となろう．

さまざまなご教示と資料の提供を賜った長崎大学教育学部・荒生公雄助教授に謹んで感謝の意を表したい．

文　献

荒生公雄，1986 a：10分間降水量でみた長崎豪雨の構造．天気，33，17-26．

荒生公雄，1986 b：長崎豪雨に基づく強雨の10分間雨量分布モデル．天気，33，271-273．

土木学会，1985：水理公式集・昭和60年版，143．

Horton, R.E., 1924: Discussion on Distribution of Intense Rainfall, Trans. ASCE, 87, 578-585.

情報File　昭和62年度気象庁概算550億円を要求

気象庁の昭和62年度の総要求額は，550億3,682万7千円（空港整備特別会計を含む）となっており，昭和61年度予算に比べ102.5%になっている．

一般会計では，478億791万9千円を計上しており，このうち重要事項については，継続事項であるGMS-4号業務の推進，地上気象観測装置の更新（15カ所)，気象レーダーの更新（沖縄）等を行うこととし，新規計画として，大地震でも振り切れることなく完全な地震波形記録が得られる強震計の電磁式への改良更新，御岳山の常時監視体制の整備等を行うこととしている．

また，一般事項については，前年度から継続事項である気象資料総合処理システムの整備，静止気象衛星地上通信機器の整備について計画どおり行うこととし，予警報一斉伝達装置の整備，検潮観測装置の更新等についても推進することとしている．

（気象庁ニュース 61.9.25 より）