

## 水蒸気圧に対応する露点温度の算出法について\*

富高四郎\*\*

## 要旨

気温と飽和蒸気圧との関係を示す基本式は、世界気象機関技術規則の APPENDIX A に明示されている。今回この基本式を用い、水蒸気圧から対応する露点温度を算出する方法として、最小二乗法による7次式を用い、更に調和解析法(96項)を併用した算出式を作成した。

0°C 以上の場合および氷点下については、過冷却の場合と氷面に対する水蒸気圧の場合について取り扱った。

算出値の精度は、最小二乗法のみでは、0.02°C で調和解析法を併用した場合は 0.0001°C まで向上した。また最小二乗法による  $N$  次式の次数を増加したときの精度向上との関係や、調和解析法の項数の増加と精度との関係、また最初に Clausius Clapeyron の式により第1近似値を求め、この残差について、最小二乗法、調和解析法を併用したときの算出精度との関係についても調査した。

今回の方法は、資料の作成、解析、通報等の過程における迅速化・高精度化の一助ともなれば幸である。

## 1. まえがき

地上気象観測や高層観測を行う際、気温と水蒸気圧との関係は重要であり、両者とも基本的な気象要素である。

水面と熱力学的平衡状態にある水蒸気の圧力を  $E_w$  (mb) とし、このときの絶対温度を  $T$  (°K) とすると、両者の関係を示す式として、Goff Gratch(1945) の式を改善した下記の実験式が世界気象機関技術規則 (WMO Technical Regulations 1979) の Appendix A に示されている。

$$\begin{aligned} \log_{10} E_w = & -10.79574 \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) \\ & - 5.02800 \log_{10} \left(\frac{T}{T_1}\right) \\ & + 1.50475 \cdot 10^{-4} \cdot \left[1 - 10^{-8.2969} \left(\frac{T}{T_1} - 1\right)\right] \\ & + 0.42873 \cdot 10^{-3} \cdot \left[10^{4.76955} \left(1 - \frac{T_1}{T}\right) - 1\right] \end{aligned}$$

$$+ 0.78614 \quad (1)$$

ここで、

$$T_1 = 273.16 : \text{水の三重点の絶対温度 (°K)}$$

$$T = 273.15 + t : \text{絶対温度 (°K)}$$

$$t : \text{摂氏単位の温度 (°C)}$$

0°C 以下の温度に対する蒸気圧は、過冷却した水面に対して飽和した場合である。

氷面と熱力学的平衡状態にある水蒸気の圧力  $E_i$  (mb) については、

$$\begin{aligned} \log_{10} E_i = & -9.09685 \cdot \left(\frac{T_1}{T} - 1\right) \\ & - 3.56654 \cdot \log_{10} \left(\frac{T_1}{T}\right) + 0.87682 \cdot \left(1 - \frac{T}{T_1}\right) \\ & + 0.78614 \quad (2) \end{aligned}$$

なる関係式が求められている。(S. Letestu, 1966)

また(1)式より精度はおちるが、飽和蒸気圧  $E_s$  と絶対温度  $T$  との関係を示す式として、Clausius Clapeyron の式から求めた次式がある。

$$E_s = 6.11 \cdot \exp \left[ \frac{m_v}{R^*} L_{vl} \left( \frac{1}{273.15} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (3)$$

(桜庭、小笠原、1967)

ここで、 $m_v = 18.016 \text{ gm mol}^{-1}$  : 水蒸気の分子量。

$$R^* = 1.98583 \pm 0.008 \text{ cal}_{IT} \text{ mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$$

\* On the calculations of dew point from water vapour pressure

\*\* Shiro Tomitaka, 元航空大学校

—1985年7月22日受領—

—1987年10月26日受理—

第1表 (1) 式による気温  $t^{\circ}\text{C}$  と飽和蒸気圧  $E_w$  との関係

I	飽和蒸気圧 $E_w$ (mb)	気温 $t^{\circ}\text{C}$
1	0.00107194	-80.000
2	0.00235277	-75.000
3	0.00491912	-70.000
4	0.00984997	-65.000
5	0.01897281	-60.000
6	0.03528271	-55.000
7	0.06354195	-50.000
8	0.111111391	-45.000
9	0.18909238	-40.000
10	0.31379335	-35.000
11	0.50868002	-30.000
12	0.80679328	-25.000
13	1.25375732	-20.000
14	1.91142491	-15.000
15	2.86221775	-10.000
16	4.21420492	-5.000
17	6.10694697	0.000
18	8.71811589	5.000
19	12.27088116	10.000
20	17.04203255	15.000
21	23.37078945	20.000
22	31.66822804	25.000
23	42.42723936	30.000
24	56.23291713	35.000

: 普遍気体定数.

$$L_{vl} = 597.3 \text{ Cal}_T \text{ gm}^{-1}$$

: 蒸発または凝結の潜熱.

$E_s$ : 水面または氷面と熱力学的平衡状態にあるときの水蒸気の圧力 (mb)

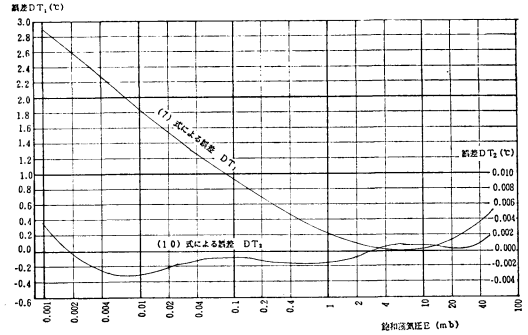
この (3) 式を用いると、水蒸気圧  $E_s$  に対応する露点温度  $T_d$  は、比較的容易に求めることができるが、このままの形では、後述 (第2章) の様に精度的にまだ十分でない。

また (1) 式によって、気温  $T$  から飽和蒸気圧  $E_w$  は、厳密に求めることができるが、この逆に、この方程式を解いて、 $E_w$  からこれに対する温度  $T$  を直接求めることは容易ではないと考えられるため、第2、第3、第4章でのべる最小二乗法および調和解析法によって、できるだけ精度よく露点温度を算出する方法を研究した。

### 2. Clausius Clapeyron の式を用いた場合の水蒸気圧より露点温度の算出方法

水蒸気が水面または氷面と飽和状態にあるときの水蒸気圧を  $E_s$  とすると、 $E_s$  が気温  $T(^{\circ}\text{K})$  と共に変わる割合は、次の Clausius Clapeyron の式で表示される。(小倉, 1978)。

$$\frac{dE_s}{dT} = m_v L_{vl} E_s / R^* T^2 \quad (4)$$



第1図 (7) 式と (10) 式による露点温度の算出値の精度の比較

この式から

$$E_s = 6.106951 \exp \left[ \frac{m_v L_{vl}}{R^*} \left( \frac{1}{273.15} - \frac{1}{T} \right) \right] \quad (5)$$

が得られる。

ここで、 $0^{\circ}\text{C}$  ( $273.15^{\circ}\text{K}$ ) における飽和蒸気圧を  $6.106951 \text{ mb}$  とした。

また (5) 式を書き直すと、次の関係式を得る。

$$T = \left[ \frac{R^*}{m_v L_{vl}} \ln \left( \frac{6.106951}{E_s} \right) + \frac{1}{273.15} \right]^{-1} \quad (6)$$

通常、高層および地上観測で扱う気温は、通常  $-80^{\circ}\text{C}$  ~  $35^{\circ}\text{C}$  の範囲内にあると考えて、(1) 式を用い、 $5^{\circ}\text{C}$  おきに気温  $t$  に対する飽和蒸気圧  $E_w$  を算出した (第1表)。

この  $5^{\circ}\text{C}$  ごとの水蒸気圧  $E_w$  に対する露点温度  $ET_{D1}$  ( $^{\circ}\text{C}$ ) は次式で求まる。

$$ET_{D1} = \left[ \frac{R^*}{m_v L_{vl}} \ln \left( \frac{6.106951}{E_w} \right) + \frac{1}{273.15} \right]^{-1} - 273.15 \quad (7)$$

次に (7) 式に対して、より精度のよい露点温度を算出するため、以下の方法を試みた。

$$E_{s1} = 2.30258509 \cdot \ln (E_w \cdot 10^3) \quad (8)$$

この変換をしたときの誤差

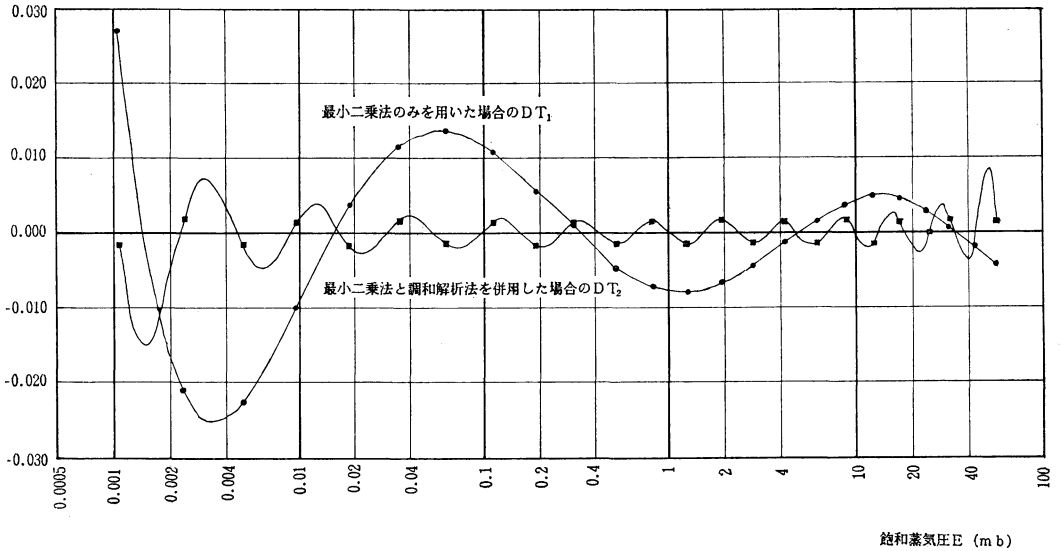
$$DT_1 = T_D - ET_{D1} \quad (9)$$

を最小にするように  $E_{s1}$  との関係をも最小二乗法 (7 次式) で求め下記の式 (10) を作成した。

$$\begin{aligned} ET_{D2} = & ET_{D1} + 2.954333 - 0.5206736 E_{s1} \\ & + 0.02297761 E_{s1}^2 - 0.002870168 E_{s1}^3 \\ & + 0.0006542058 E_{s1}^4 - 0.00008509304 E_{s1}^5 \\ & + 0.000006205978 E_{s1}^6 - 0.0000001250908 E_{s1}^7 \end{aligned} \quad (10)$$

$$DT_2 = T_D - ET_{D2} \quad (11)$$

算出された露点温度の精度  $DT_1, DT_2$  (°C)



第2図 水面と熱力学的平衡状態にある水蒸気圧に対する露点温度を算出する際最小二乗法のみを用いた場合と、更に調和解析法を併用した場合の精度の比較

ここで  $T_D$  は (1) 式による  $E_w$  に対する正確な露点温度を示した。

以上の結果を第1図に示した。

(7) 式を用いた場合、水蒸気圧  $E_w=0.001\sim 0.01$  mb では算出される露点温度  $ET_{D1}$  は  $3\sim 2^\circ\text{C}$  位低すぎる値を示し、 $E_w=6$  mb 付近では誤差は最小となり、 $E_w=40\sim 50$  mb のとき再び  $0.4\sim 0.5^\circ\text{C}$  低すぎる値を示すことがわかる。一方 (10) 式を用いた場合には、算出される露点温度の誤差  $DT_2$  は大幅に減少し、水蒸気圧  $E=0.001\sim 56$  mb の範囲で、 $0.004^\circ\text{C}$  以下になることがわかる。

### 3. 水面上の水蒸気圧に対する露点温度の算出方法

$E_w$  水蒸気圧に対する露点温度  $T_D$  を求めるために (1) 式を厳密に解いて、 $T=\phi(E_w)$  なる解を求めることができれば最善であるが、この関数型からみて、これは困難であると考えて、最小二乗法および調和解析法を用いて、この近似式を作成した。

最小二乗法で水蒸気圧  $E_w$  と露点温度  $T_D$  の関係を求める際、水蒸気圧は  $0.001$  mb $\sim 56$  mb の範囲で、その絶対値にはかなり大幅な変化がある。一方、この水蒸気圧に対する露点温度は、 $-80^\circ\text{C}\sim 35^\circ\text{C}$  の範囲になっている。

両者の間で、最小二乗法による精度のよい関係式を求めるため、以下の変換を行った。

$$E_{w1i}=0.43429448 \ln (10^3 \cdot E_{wi}) \quad (12)$$

$$E_{w2i}=E_{w1i}-0.030178 \quad (13)$$

$$T_{1i}=t_i+80.0 \quad (14)$$

とした。

また、最小二乗法による7次までの項を含む関係式を次に示した。

$$ET_{D1}=P+Q \cdot E_{w2}+R \cdot (E_{w2})^2+S \cdot (E_{w2})^3+T \cdot (E_{w2})^4+U \cdot (E_{w2})^5+V \cdot (E_{w2})^6+W \cdot (E_{w2})^7-80.0 \quad (15)$$

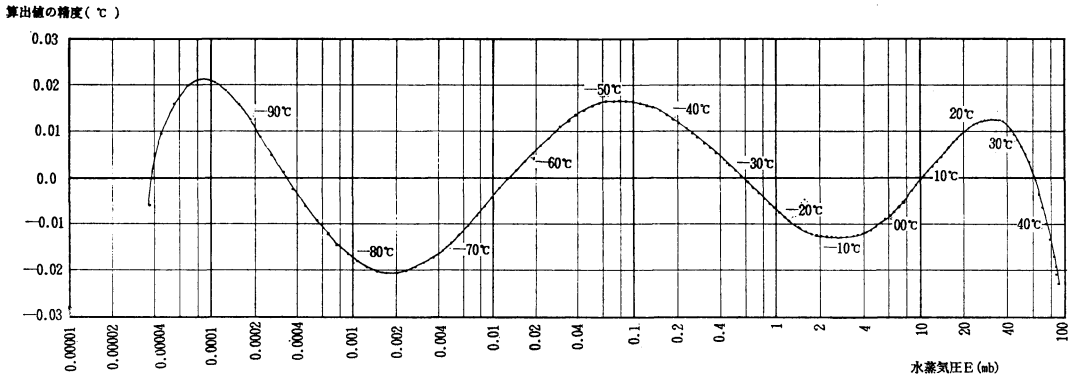
ここで、 $ET_{D1}$ : 最小二乗法 (7次式) による露点温度の算出値である。

つぎに、 $T_D$  と  $ET_{D1}$  との差  $DT_1$  をもとにして調和解析法 (24項) を用いて、更に補正項を求めた。

$$PE=C(K=0)+\sum_{k=1}^{12} C(K) \cos (K \cdot A)+\sum_{k=1}^{12} B(K) \sin (K \cdot A) \quad (16)$$

ここで、 $PE$  はこの調和解析法による補正項の各値を示している。

ここで、(16) 式において



第3図 水面上の水蒸気圧 E (mb) を最小二乗法 (96個のデータ) による7次式で算出した場合の露点温度 Td の精度 (°C).

横軸：水蒸気圧 E (mb)  
縦軸：露点温度の算出精度 (°C)

$$A = 2\pi P1 / 24.00 \quad (17)$$

$$P1 = (ET_{D1} + 80.0) / 5.0 \quad (18)$$

$$DT_1 = t_1 - ET_{D1} \quad (19)$$

$$ET_D = P + Q \cdot E_{ws} + R \cdot (E_{ws})^2 + S \cdot (E_{ws})^3 + T \cdot (E_{ws})^4 + U \cdot (E_{ws})^5 + V \cdot (E_{ws})^6 + W \cdot (E_{ws})^7 \quad (23)$$

である。最小二乗法 (7次式) および調和解析法 (24項) を併用して算出した露点温度の精度は、基本値のデータについては、0.002°C である。

第3図には、(23)式で水蒸気圧  $E_w$  から露点温度  $T_d$  を最小二乗法で算出したときの誤差の分布を示した。

これから誤差分布曲線は正弦波を示し、誤差の大きさは  $\pm 0.02^\circ\text{C}$  以下であることがわかる。

第2図には、水蒸気圧より露点温度を算出する際、最小二乗法 (7次式) によって求まる  $DT_1$  および調和解析法 (24項) を併用して求まる  $DT_2$  を示した。

更に最小二乗法による露点温度の算出値の誤差  $A(I)$  について96項の調和解析法による補正を行った。

$DT_2$  は次の変換で求めた。

$$ET_{D2} = ET_{D1} + PE \quad (20)$$

$$DT_2 = t_1 - ET_{D2} \quad (21)$$

$$D(I) = \sum_{k=1}^{49} SC1(K) \cdot \cos\left(\frac{\pi}{48}(k-1)X\right) + \sum_{k=1}^{49} SB1(K) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{48}(k-1)X\right) \quad (24)$$

この図から、最小二乗法のみによる補正では、誤差は  $\pm(0.01 \sim 0.03)^\circ\text{C}$  に達している。

ここで

$$X = (ET_D \cdot 10) / 1.50 \quad (25)$$

この  $DT_2$  曲線から、この両者を併用したときは、水蒸気圧の小さい  $E_w = 0.015 \text{ mb}$  付近でのみ誤差は、 $0.015^\circ\text{C}$  と増大しているが、その他では、 $0.005^\circ\text{C}$  以下になっていることがわかる。

$$ET_{D1} = (ET_D) \cdot 10 - 99.0 + D(I) \quad (26)$$

更に精度をあげるために、一般に地上および高層観測であらわれると考えられる気温  $-99.0^\circ\text{C}$  から  $43.5^\circ\text{C}$  までの間を  $1.5^\circ\text{C}$  おきに 96 個の気温と水蒸気圧についての基準値を作成した。

第4図には、最小二乗法 (7次式) および調和解析法 (96項) による補正を行い水蒸気圧から露点温度を算出したときの誤差分布曲線を示した。

水蒸気圧が  $5 \cdot 10^{-5} \text{ mb}$  のような異常な微小値および  $60 \text{ mb}$  以上の高い値では、誤差は、 $\pm 0.0003^\circ\text{C}$  と増大しているが、これらの間の  $10^{-3} \text{ mb}$  付近から  $50 \text{ mb}$  までの間は、 $0.0001^\circ\text{C}$  から  $0.00001^\circ\text{C}$  となり精度はよい。

これら両者を関係付けるため、最小二乗法によって、次の7次式を作成した。

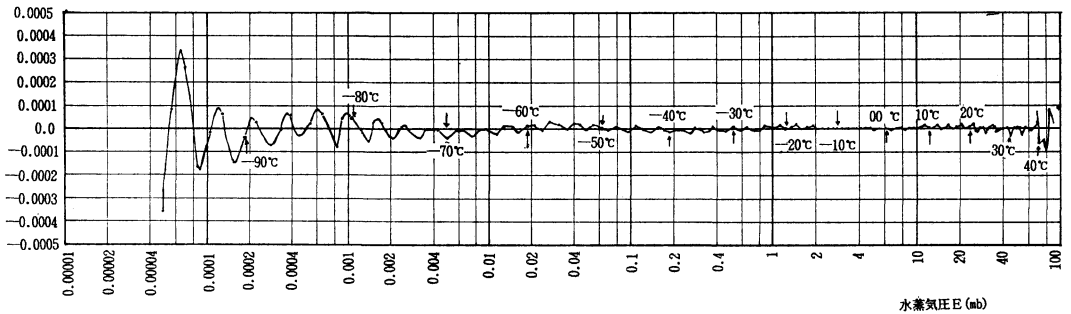
次に最小二乗法 (7次式) と調和解析法 (67項) を用いて水蒸気圧から露点温度を算出したときの誤差の階級別度数分布を第5図に示した。

ここで、 $-99.0^\circ\text{C}$  における水蒸気圧は、 $3 \cdot 10^{-5} \text{ mb}$  で、 $43.5^\circ\text{C}$  では  $88.7 \text{ mb}$  であり、この絶対値の大きさの変化は実に大きい。このため以下の様な変換を行った。

$$E_{ws} = 0.43429448 \log(E_w \cdot 10^5) - 0.4780431 \quad (22)$$

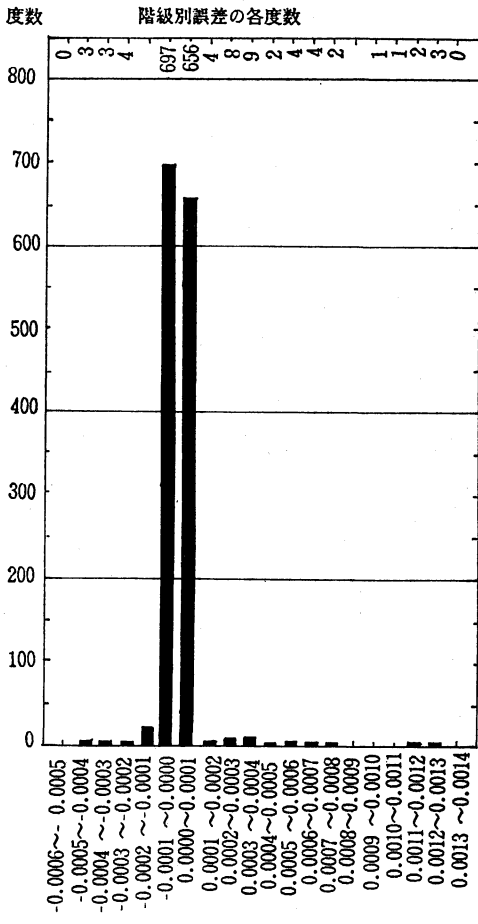
範囲は  $-98.9^\circ\text{C}$  から  $43.5^\circ\text{C}$  までで、 $0.1^\circ\text{C}$  づつ

算出値の精度(°C)



第4図 水面上の水蒸気圧 E (mb) を最小二乗法による7次式 (96個のデータによる) および調和解析法 (96項) を併用して算出したときの露点温度の精度 (°C)

横軸: 水蒸気圧 E (mb)  
縦軸: 算出された露点温度の精度 (°C)



階級別誤差の大きさ

のデータ数1,425個で大部分 (95%) の1,352個の誤差は  $\pm 0.0001^\circ\text{C}$  以内であり、全体の誤差の平均値  $PM = 0.000029^\circ\text{C}$  で標準偏差  $\sigma = 0.0001156^\circ\text{C}$  であった。

更に  $-89.9^\circ\text{C}$  から  $43.5^\circ\text{C}$  までの間の  $0.1^\circ\text{C}$  ごとについては、総数1,335個で、この99%に当たる1,321個の誤差は  $\pm 0.0001^\circ\text{C}$  以内で、誤差の平均値  $PM = 0.00001902^\circ\text{C}$ 、標準偏差  $\sigma = 0.00005518^\circ\text{C}$  であった。

#### 4. 氷面上の水蒸気圧より霜点温度の算出方法

氷面と熱力学的平衡状態にある水蒸気の圧力  $E_I$  と温度  $T$  との関係は、前述の (2) 式で示されている。

この式から気温  $t$  が与えられると、対応する飽和蒸気圧  $E_I$  は直接算出できる。

この逆に、水蒸気圧  $E_I$  が与えられても、これから露点温度  $T_D$  をこの方程式の厳密解として求めることは困難であると考えて、前述の水面上のときと同様に、最小二乗法と調和解析法を用いて近似式を作成した。

←第5図 水面上における水蒸気圧から露点温度を算出する際、最小二乗法 (7次式) および調和解析法 (96項) を併用した時の誤差の分布。

範囲 ( $-98.9^\circ\text{C} \sim 43.5^\circ\text{C}$ )

$0.1^\circ\text{C}$  づつデータ数 1425

横軸: 階級別誤差の大きさ (下) および階級別誤差の各度数 (上)

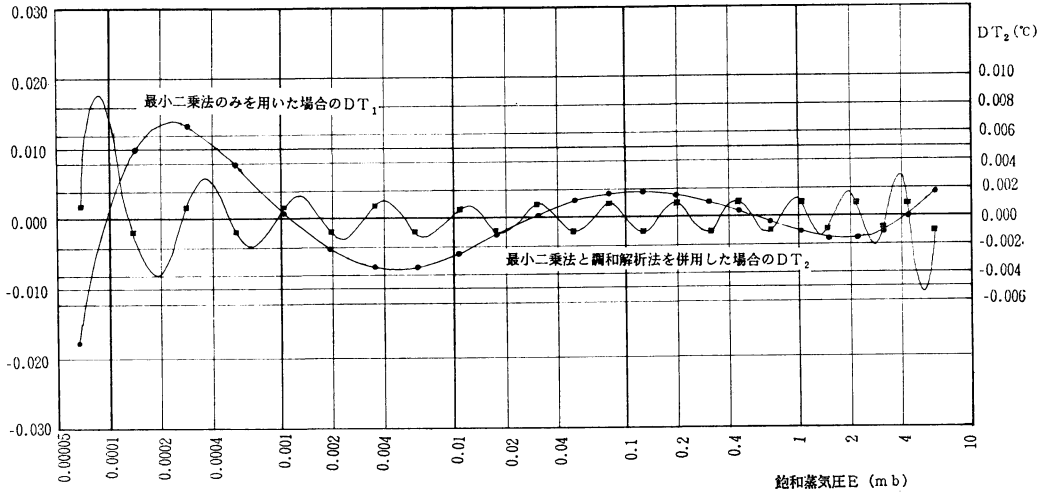
縦軸: 度数

総数  $N = 1425$

誤差の平均値  $PM = 0.00003429^\circ\text{C}$

標準偏差  $\sigma = 0.0001156^\circ\text{C}$

算出された露点温度の精度  $DT_1$  (°C)



第6図 氷面と熱力学的平衡状態にある水蒸気圧に対する露点温度を算出する際最小二乗法のみを用いた場合と、更に調和解析法を併用した場合の精度の比較。

基本データとしては、気温は、 $0^{\circ}\text{C}$  から  $-92^{\circ}\text{C}$  まで、 $4^{\circ}\text{C}$  おきに 24 個のデータを作成し、最小二乗法でこの両者のよい関係式をうるため、次のような変換を行った。

$$E_{T_1} = \ln(E_T \cdot 10^5) = 1.8991777 \quad (27)$$

$$T_{T_1} = t_T + 92.00 \quad (28)$$

$$ET_{D_1}' = P' + Q' \cdot (E_{T_1})' + R' \cdot (E_{T_1})'^2 + S' \cdot (E_{T_1})'^3 + T' \cdot (E_{T_1})'^4 + U' \cdot (E_{T_1})'^5 + V' \cdot (E_{T_1})'^6 - 92.0 \quad (29)$$

$$(DT_1)' = (T_D)' - (ET_{D_1})' \quad (30)$$

この最小二乗法による算出値の誤差について、更に調和解析法 (24 項) により露点温度  $ET_{D_2}'$  および、その誤差  $DT_2'$  も算出した。

ここで、次の関係式が成り立つ。

$$(ET_{D_2})' = (ET_{D_1})' + C(k=0)$$

$$+ \sum_{k=1}^{12} C'(k) \cos(k \cdot A) + \sum_{k=1}^{12} B(k) \sin(k \cdot A') \quad (31)$$

なお、上式において

$$A' = 2\pi(P_1)' / 24.0 \quad (32)$$

$$(P_1)' = ((ET_{D_1})' + 92.0) / 4.0 \quad (33)$$

$$(DT_2)' = (T_1)' - (ET_{D_2})' \quad (34)$$

である。

第6図に第2図と同様の方法で求めた  $DT_1'$ 、 $DT_2'$  の値を示した。

またこの図から明らかなように、最小二乗法のみ精度は、 $\pm 0.015^{\circ}\text{C}$  であり、更に調和解析法 (24 項) を併用したときの精度は、 $\pm 0.008^{\circ}\text{C}$  である。

水蒸気圧が  $0.0002 \text{ mb}$  以下のとき誤差が大きく、逆に、これ以上になると精度は  $\pm 0.002^{\circ}\text{C}$  となり大きく向上することがわかる。

次に氷面上における水蒸気圧  $E_T$  から露点温度  $T_D$  を更に高精度で算出するため、 $0^{\circ}\text{C}$  から  $-96^{\circ}\text{C}$  までの間を  $1^{\circ}\text{C}$  ごとに気温と水蒸気圧についての 96 個の基準値を作り、これについて最小二乗法による 8 次式を作成した。

$$E_T = \text{Log}_{10}(E_T \cdot 10^5) - 0.5775685 \quad (35)$$

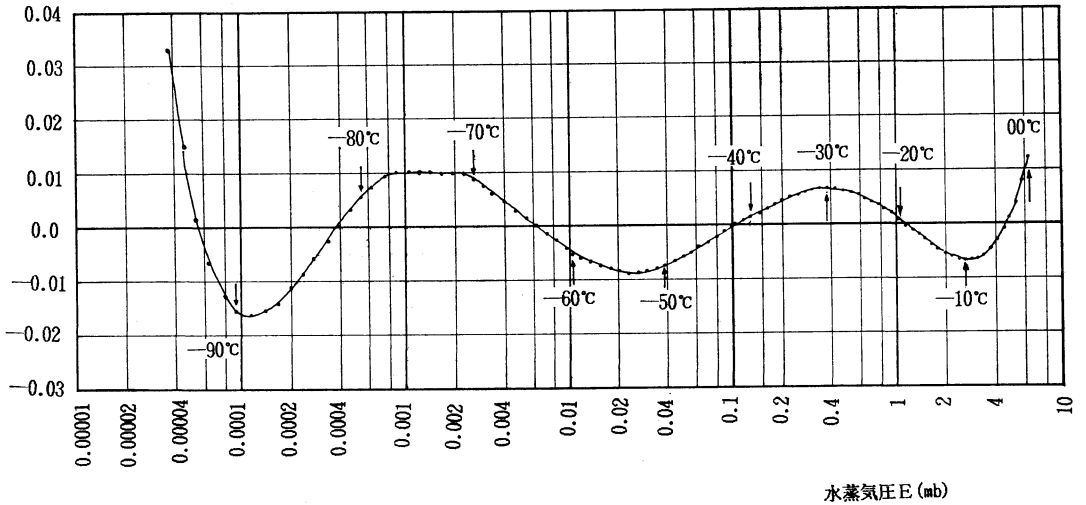
$$E_{T,D} = P + Q \cdot (E_T) + R \cdot (E_T)^2 + S \cdot (E_T)^3 + T \cdot (E_T)^4 + U \cdot (E_T)^5 + V \cdot (E_T)^6 + W \cdot (E_T)^7 + X \cdot (E_T)^8 \quad (36)$$

ここで、

$$\begin{aligned} P &= 9.503333 & Q &= -1.219467 \\ R &= -0.03443405 & S &= -0.03485924 \\ T &= 0.00816273 & U &= -0.0007702637 \\ V &= -0.0001106297 & W &= 0.00002320374 \\ X &= -0.000001016527 & & \end{aligned} \quad (37)$$

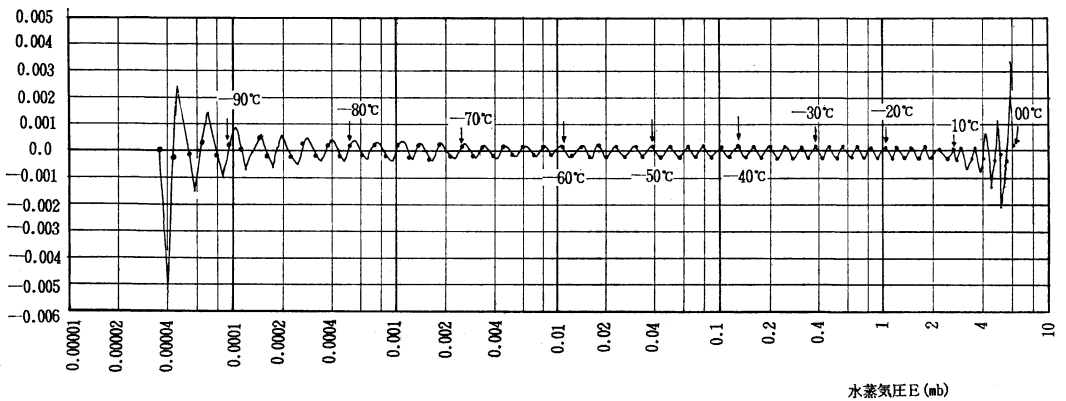
第7図には、氷面上における水蒸気圧  $E_T$  (mb) から最小二乗法による 8 次式 (35) (36) 式によって算出した露点温度の分布曲線を示した。この図から、この場合の誤差は、 $\pm 0.03^{\circ}\text{C}$  以下であることがわかる。

算出値の精度(°C)



第7図 氷面上の蒸気圧  $E_I$  (mb) から最小二乗法 (96個のデータ) による8次式を用いたときの精度 (°C).  
横軸: 蒸気圧  $E_I$  (mb). 縦軸: 算出された露点温度の精度 (°C).

算出値の精度(°C)



第8図 氷面上の蒸気圧  $E_I$  (mb) から最小二乗法 (8次式) 及び調和解析法 (96項) を併用し算出された露点温度  $T_d$  の精度 (°C).  
横軸: 蒸気圧  $E_I$  (mb). 縦軸: 算出された露点温度  $T_d$  の精度 (°C).

第8図には、氷面上の水蒸気圧  $E_I$  (mb) から露点温度を算出する際、最小二乗法 (8次式) および調和解析法 (96項) を併用したときの誤差分布を示した。この図から  $-96^{\circ}\text{C} \sim 0^{\circ}\text{C}$  の範囲では誤差は  $\pm 0.004^{\circ}\text{C}$  以下で、水蒸気圧が  $0.0003 \text{ mb}$  以下および  $4 \sim 5 \text{ mb}$  以上の両方の境界付近では、誤差分布曲線の振幅が増し、誤差が増大していることがわかる。

### 5. 最小二乗法による水蒸気圧から露点温度の算出式における次数 $N$ と算出値の精度との関係

(1) Clausius Clapeyron の式より求まる (7) 式を用いて、水蒸気圧より露点温度を算出するため最小二乗法による補正式を用いたとき、この次数  $N$  と、この際の誤差との関係を求め、この結果を第2表に示した。

ここで気温は、 $-80^{\circ}\text{C}$  から  $35^{\circ}\text{C}$  まで  $5^{\circ}\text{C}$  ごとの

第2表 Clausius Clapeyron の式(7)を用い第1近似としての水蒸気圧から露点温度を求め、このときの残差にさらに最小二乗法による $N$ 次式の補正を行ったときの次数 $N$ とこのときの誤差との関係を示す。

ここで $N$ : 最小二乗法による式の次数

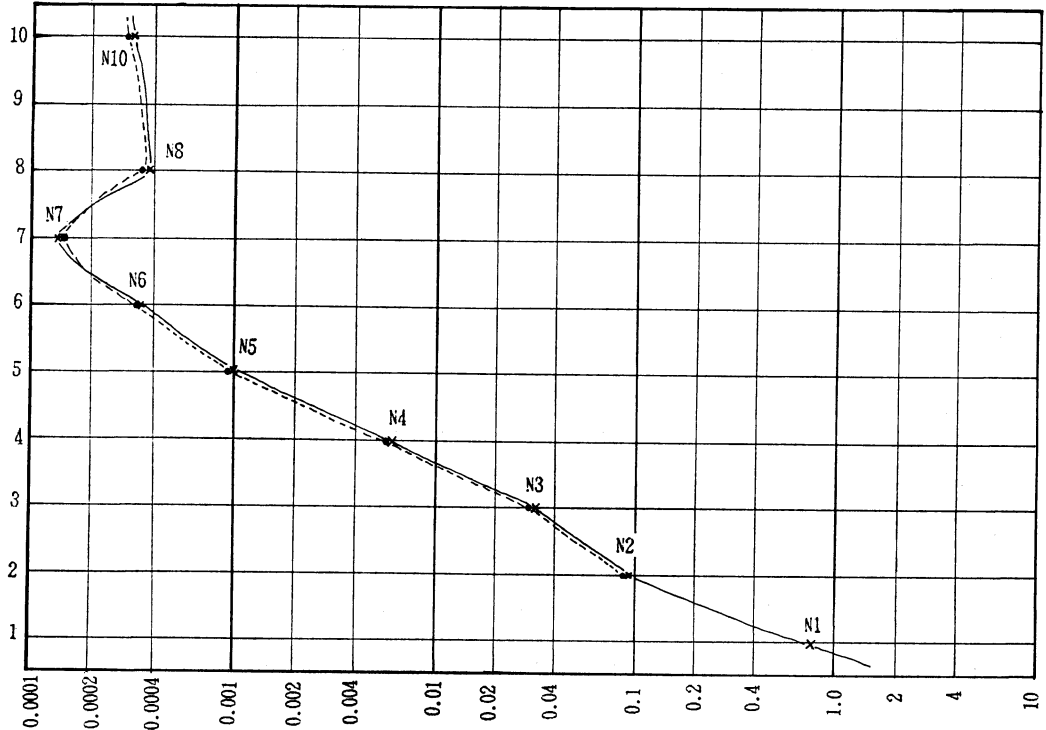
$P_1, P_2, \dots, P_N$ : 最小二乗法による各係数値

$PM$ : この場合、基準点の数24としたときの誤差の平均値

$DPM$ :  $-80^\circ\text{C}$  から  $35^\circ\text{C}$  までの間  $1^\circ\text{C}$  ごとに算出したときの115個の誤差の平均値

$N$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	$P_{11}$	$PM$	$DPM$
N1	$0.22629 \cdot 10^1$	$-0.233628 \cdot 10^1$										$0.22629 \cdot 10^1$	$0.3033599 \cdot 10^1$
N2	$0.3445752 \cdot 10^1$	$-0.491976 \cdot 10^1$	$0.3864467 \cdot 10^1$									$0.259225 \cdot 10^1$	$0.899672 \cdot 10^1$
N3	$0.288473 \cdot 10^1$	$-0.3823307 \cdot 10^1$	$0.2715623 \cdot 10^1$	$0.3824683 \cdot 10^1$								$0.322223 \cdot 10^1$	$0.301791 \cdot 10^1$
N4	$0.2970943 \cdot 10^1$	$-0.5721075 \cdot 10^1$	$0.5222362 \cdot 10^1$	$-0.4924707 \cdot 10^1$	$0.4827038 \cdot 10^1$							$0.6169 \cdot 10^1$	$0.54236 \cdot 10^1$
N5	$0.276391 \cdot 10^1$	$-0.5165189 \cdot 10^1$	$0.1322208 \cdot 10^1$	$0.2030658 \cdot 10^1$	$-0.4233424 \cdot 10^1$	$0.3234437 \cdot 10^1$						$0.10280 \cdot 10^1$	$0.9541 \cdot 10^1$
N6	$0.2357718 \cdot 10^1$	$-0.5237644 \cdot 10^1$	$0.2260470 \cdot 10^1$	$-0.156828 \cdot 10^1$	$0.1921162 \cdot 10^1$	$-0.1723978 \cdot 10^1$	$0.1512590 \cdot 10^1$					$0.3513 \cdot 10^1$	$0.3263 \cdot 10^1$
N7	$0.2388492 \cdot 10^1$	$-0.5297722 \cdot 10^1$	$0.2326116 \cdot 10^1$	$-0.2247222 \cdot 10^1$	$0.247219 \cdot 10^1$	$-0.4472228 \cdot 10^1$	$-0.1021831 \cdot 10^1$	$0.5814972 \cdot 10^1$				$0.1376 \cdot 10^1$	$0.1406 \cdot 10^1$
N8	$0.2457783 \cdot 10^1$	$-0.5158321 \cdot 10^1$	$0.2248895 \cdot 10^1$	$-0.1544878 \cdot 10^1$	$0.197163 \cdot 10^1$	$-0.1613011 \cdot 10^1$	$0.182268 \cdot 10^1$	$0.3715983 \cdot 10^1$	$-0.1220677 \cdot 10^1$			$0.3034 \cdot 10^1$	$0.3547 \cdot 10^1$
N10	$0.288728 \cdot 10^1$	$-0.5317491 \cdot 10^1$	$0.2737645 \cdot 10^1$	$-0.276089 \cdot 10^1$	$0.272466 \cdot 10^1$	$-0.2876701 \cdot 10^1$	$-0.222283 \cdot 10^1$	$-0.1448222 \cdot 10^1$	$0.7048757 \cdot 10^1$	$0.315028 \cdot 10^1$	$-0.1511755 \cdot 10^1$	$0.2325 \cdot 10^1$	$0.2041 \cdot 10^1$

次数 $N$



最小二乗法による露点温度算出値の誤差(°C)

第9図 Clausius Clapeyron の式を適用した後 最小二乗法による蒸気圧より露点温度を算出したとき次数 $N$ と算出値の誤差の大きさとの関係。

24個の水蒸気圧  $E_w$  と気温  $T$  を基準値として用いた。また最小二乗法による $N$ 次式では  $N=1 \sim 10$  までの値を用いた。

次に第9図には、第2表による結果を図示した。次数  $N=1$  から7までは、その誤差は急速に減少し、 $0.00015^\circ\text{C}$  まで達し、その後はほぼ一定かやや増加傾向がみら



第3表 水面上の蒸気圧から露点温度を算出する際最小二乗法による  $N$  次式の次数  $N$  と最小二乗法の各係数と算出値の誤差

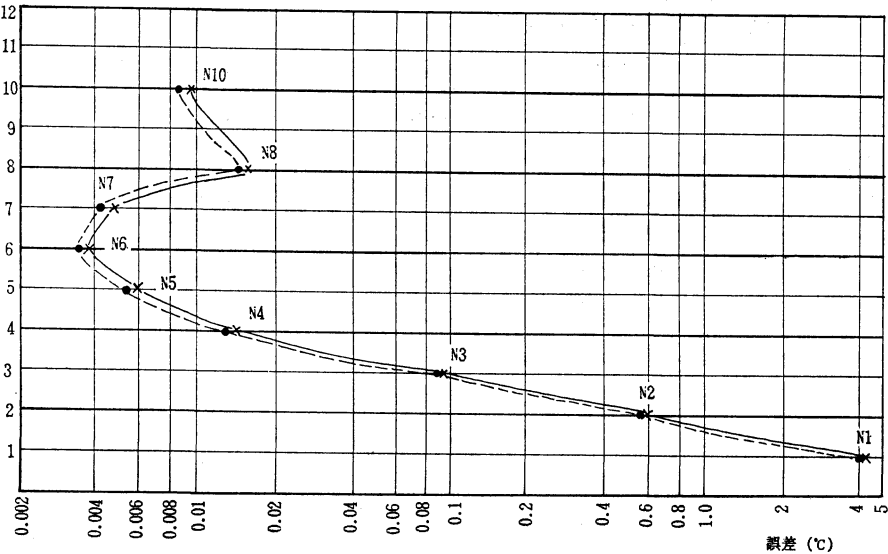
$P_1, P_2, \dots, P_{N+1}$  と各場合の精度

PM:  $-80^\circ\text{C} \sim 35^\circ\text{C}$  の間  $5^\circ\text{C}$  おきの基準点における算出誤差の平均値

DPM:  $-80^\circ\text{C} \sim 35^\circ\text{C}$  の間  $1^\circ\text{C}$  ごとの各算出値 115 個の点における誤差の平均値

$N$	$P_1$	$P_2$	$P_3$	$P_4$	$P_5$	$P_6$	$P_7$	$P_8$	$P_9$	$P_{10}$	$P_{11}$	PM	DPM
N1	-0.9996422 $\cdot 10^0$	0.206724 $\cdot 10^0$										0.4246216 $\cdot 10^0$	0.392172 $\cdot 10^0$
N2	0.1346225 $\cdot 10^0$	0.109063 $\cdot 10^0$	0.272803 $\cdot 10^0$									0.5977772 $\cdot 10^0$	0.544425 $\cdot 10^0$
N3	-0.0082046 $\cdot 10^0$	0.113096 $\cdot 10^0$	0.5778468 $\cdot 10^0$	0.3023083 $\cdot 10^0$								0.9658277 $\cdot 10^0$	0.8774144 $\cdot 10^0$
N4	0.2430897 $\cdot 10^0$	0.13938 $\cdot 10^0$	0.1878497 $\cdot 10^0$	-0.8004112 $\cdot 10^0$	0.3986418 $\cdot 10^0$							0.1383392 $\cdot 10^0$	0.1274982 $\cdot 10^0$
N5	0.9857262 $\cdot 10^0$	0.4609611 $\cdot 10^0$	0.1443777 $\cdot 10^0$	0.4362879 $\cdot 10^0$	-0.5907669 $\cdot 10^0$	0.2837203 $\cdot 10^0$						0.5781125 $\cdot 10^0$	0.543082 $\cdot 10^0$
N6	-0.7289124 $\cdot 10^0$	0.4126463 $\cdot 10^0$	0.117580 $\cdot 10^0$	0.3923535 $\cdot 10^0$	-0.5250065 $\cdot 10^0$	0.1140309 $\cdot 10^0$	-0.0793417 $\cdot 10^0$					0.2619769 $\cdot 10^0$	0.2446697 $\cdot 10^0$
N7	-0.3262618 $\cdot 10^0$	0.1477836 $\cdot 10^0$	0.1879822 $\cdot 10^0$	0.2378726 $\cdot 10^0$	-0.3920665 $\cdot 10^0$	0.0179496 $\cdot 10^0$	0.1594235 $\cdot 10^0$	0.1400636 $\cdot 10^0$				0.4084621 $\cdot 10^0$	0.407288 $\cdot 10^0$
N8	-0.2177212 $\cdot 10^0$	0.1950244 $\cdot 10^0$	0.7708992 $\cdot 10^0$	0.4477957 $\cdot 10^0$	-0.7817333 $\cdot 10^0$	0.000217 $\cdot 10^0$	-0.3321628 $\cdot 10^0$	0.1699194 $\cdot 10^0$	-0.1469946 $\cdot 10^0$			0.6171262 $\cdot 10^0$	0.613469 $\cdot 10^0$
N10	-0.342082 $\cdot 10^0$	0.1073943 $\cdot 10^0$	-0.1163664 $\cdot 10^0$	0.1510726 $\cdot 10^0$	-0.0191215 $\cdot 10^0$	0.112351 $\cdot 10^0$	-0.1349112 $\cdot 10^0$	0.2100822 $\cdot 10^0$	-0.2157203 $\cdot 10^0$	0.4124227 $\cdot 10^0$	-0.3177618 $\cdot 10^0$	0.9162204 $\cdot 10^0$	0.8241770 $\cdot 10^0$

$N$  次式の次数 ( $N$ )



第10図 蒸気圧から露点温度の算出において最小二乗法による  $N$  次式の次数 ( $N$ ) と誤差の大きさとの関係

× DDTd ● DTD

れる。

(2) 第3表には、水面上における蒸気圧から露点温度を算出するため、最小二乗法による  $N$  次式を用いるとき、この式の次数  $N$  と、各場合の係数  $P_1, P_2, \dots, P_{N+1}$  および、各基準点における誤差の平均値 PM. また  $-80^\circ\text{C}$  から  $35^\circ\text{C}$  まで  $1^\circ\text{C}$  ごとの 115 個における誤差の平均値 DPM を示した。

第10図には、水面上の蒸気圧から最小二乗法によって露点温度を算出するとき、 $N$  次式の次数  $N$  と算出誤差の大きさとの関係を図示した。この図から  $N=1, 2, 3$  と増加するにつれて、算出値の精度は急速に向上するが、 $N=6$  付近で、精度は、 $0.004^\circ\text{C}$  位に達し、その後 7, 8 とますますにつれて、殆ど一定か、やや低下傾向がみられた。

第4表 水蒸気圧から露点温度の算出方法とその精度の比較

記号	表面状態	Clausius Clapeyronの式の使用の有無	最小二乗法(7次式)	調和解析法(項数)	データ数(基準点)	適用範囲	算出精度
S <sub>1</sub>	水面上	なし	7次式	96項	96	-99.0~43.5°C	1.5°Cごと96個の誤差の平均値 0.00001798°C
S <sub>2</sub> *	水面上	なし	7次式	96項	96	-89.0~35°C	1.0°Cごと125個の誤差の平均値 0.000013589°C
S <sub>3</sub>	水面上	C.C式使用	7次式	96項	96	-100.5~43.5°C	1.5°Cごと96個の基準点における誤差の平均値 0.0000109°C
S <sub>4</sub> *	水面上	なし	7次式	96項	1335	-89.9~43.5°C	0.1°Cごと1335個の誤差の平均値 0.00001902°C
S <sub>5</sub> *	水面上	なし	7次式	96項	1425	-98.9~43.5°C	0.1°Cごと1425個の誤差の平均値 0.00003429°C
S <sub>6</sub>	水面上	C.C式使用	7次式	24項	24	-80~35°C	5°Cごと24個の基準点の誤差の平均値 0.00022129°C
S <sub>6</sub> *	水面上	C.C式使用	7次式	24項	24	-80~35°C	1°Cごと115個の誤差の平均値 0.0001406°C
H <sub>1</sub>	氷面上	なし	8次式	なし	96	-96~0°C	1°Cごと96個の基準点における誤差の平均値 0.0001531°C
H <sub>2</sub>	氷面上	なし	8次式	96項	900	-90~0°C	0.5°Cごと180個の誤差の平均値 0.0002183°C
S <sub>7</sub>	水面上	なし	7次式	24項	24	-80~35°C	5°Cごと24個の誤差の平均値 0.001528°C
S <sub>8</sub> *	水面上	なし	7次式	24項	115	-80~35°C	1°Cごと115個の誤差の平均値 0.00212°C
S <sub>9</sub>	水面上	C.C式使用	7次式	なし	24	-80~35°C	5°Cごと24個の誤差の平均値 0.0001376°C
S <sub>10</sub> *	水面上	C.C式使用	7次式	なし	115	-80~35°C	1°Cごと115個の誤差の平均値 0.0001406°C
S <sub>11</sub>	水面上	C.C式使用	10次式	なし	24	-80~35°C	5°Cごと24個の誤差の平均値 0.0002525°C
S <sub>12</sub>	水面上	C.C式使用	10次式	なし	115	-80~35°C	1°Cごと115個の誤差の平均値 0.0002441°C

ここで記号 C.C式 : Clausius Clapeyronの式の略  
 S : 水面上  
 H : 氷面上  
 \* : 基準点以外における値を含む

6. 水蒸気圧から露点温度の算出の各方法とその精度の比較

水面または水面上における水蒸気圧から露点温度を算出する各種方法と、その適用範囲・算出結果の精度等の比較を第4表に示した。

(註1)

S<sub>3</sub>: この方法は水面上の水蒸気圧から露点温度を算出するため、第1近似値をうるため Clausius Clapeyron の式を用い、この残差について、-100.5°C~43.5°C を 1.5°C 間隔で 96 個の値について最小二乗法 (7 次式) を用いた。

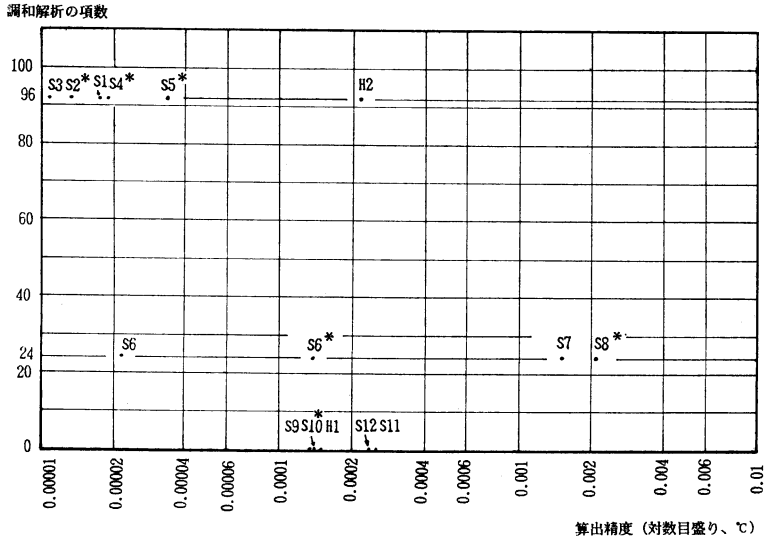
この最小二乗法による 7 次式を用いた結果、基準点 96 個についての誤差の平均値は、 $0.248778 \cdot 10^{-2}$  で、更に調和解析法 (96 項) を併用したときの 96 個の基準点における誤差の平均値は  $0.109 \cdot 10^{-4}$  であった。

(註2)

S<sub>9</sub>, S<sub>10</sub>\*: 水面上における水蒸気圧から露点温度を算出する際、第1近似として Clausius Clapeyron の式を用い、この残差に最小二乗法 (7 次式) を用いた。-80°C と 35°C の間について、最小二乗法 (7 次式) による 24 個の基準点における算出値の誤差の平均値 =  $0.1376 \cdot 10^{-3}$ 。この最小二乗法 (7 次式) の残差に調和解析法 (24 項) を適用し、-80°C から 35°C までの 1°C ごと 115 個の誤差の平均値は  $0.1406 \cdot 10^{-3}$ °C であった。

次に、水面上または氷面上における水蒸気圧から露点温度を算出する際、各種算出方法とその精度との関係を第11図に示した。

この図から最も精度がよいのは S<sub>1</sub>, S<sub>2</sub> である。最小



第11図 水面上または氷面上の水蒸気圧から露点温度を算出する際各種算出方法と精度との関係。  
 横軸：算出精度（対数目盛り） 縦軸：調和解析の項数

二乗のみより、調和解析法を使用した方が、精度が一段とよくなり、調和解析法でも24項より96項と項数の増加につれて精度が大きく向上した。

また第1段階で、Clausius Clapeyron の式の使用は、さらに精度の向上に有効であった。

7. まとめ

以上、水面または氷面上における水蒸気圧から露点温度の算出法についてのべた。

まとめとして

(1) Clausius Clapeyron の式から求まる(7)式を用いると、比較的容易に水蒸気圧から露点温度を算出できるが、このままの値では誤差が大きい。このため最小二乗法による(7)(8)(10)式を用いると  $-80^{\circ}\text{C}$  ( $-10^{-3}\text{mb}$ ) から  $35^{\circ}\text{C}$  (56 mb) までの間で、誤差  $0.004^{\circ}\text{C}$  以下で算出できる。

(2) Clausius Clapeyron の式から求まる(7)式を第1近似として用い、この残差について最小二乗法を適用すると5次式で誤差  $0.001^{\circ}\text{C}$ 、6次式で  $0.00035^{\circ}\text{C}$ 、7次式で  $0.00013^{\circ}\text{C}$  と次数が増すにつれて精度は向上するが、それ以上増しても、殆ど精度は一定か、やや下降がみられた。(第2表および第9図参照)

(3) (7)式を用いず最小二乗法を適用した場合、 $N$

次式の次数  $N$  の増加と共に精度は上昇する。3次式で  $0.1^{\circ}\text{C}$ 、4次式で  $0.015^{\circ}\text{C}$ 、5次式で  $0.005^{\circ}\text{C}$ 、6次式で  $0.003^{\circ}\text{C}$  と精度は向上するが、それ以上  $N$  をましても精度は一定かやや下降がみられた。(第3表および第10図参照)

(4) さらに精度をあげるため、 $-100.5^{\circ}\text{C}$  から  $43.5^{\circ}\text{C}$  までの間を  $1.5^{\circ}\text{C}$  おきに96個の基準点を取り、(1)式により、気温と水蒸気圧に関する基準値を作成し、最小二乗法(7次式)、調和解析法(96項)を用いて(22)(23)(24)(25)(26)式で算出すると、96個の基準点については、精度は  $0.00001798^{\circ}\text{C}$ 、 $-90^{\circ}\text{C} \sim 43.5^{\circ}\text{C}$  の間の  $0.1^{\circ}\text{C}$  おきの1,425個の平均誤差は  $0.00003429^{\circ}\text{C}$  であった。

(5) Clausius Clapeyron の式から求まる(7)式を第1近似として用い、この残差に最小二乗法(7次式)、さらに調和解析法(96項)を用いると、前の(4)場合よりさらに、高精度で露点温度が算出できた。

この場合の精度は、96個の基準点の平均値で  $0.0000109^{\circ}\text{C}$  で  $-90 \sim 35^{\circ}\text{C}$  の間  $1^{\circ}\text{C}$  ごとに求めた平均誤差は  $0.00001219^{\circ}\text{C}$  であった。

(6) 氷面上の水蒸気圧から露点温度を算出する際は(2)式を用い  $0^{\circ}\text{C}$  から  $-96^{\circ}\text{C}$  までの  $1^{\circ}\text{C}$  ごとの96個の気温と水蒸気圧の基準値を作成して、最小二乗法

(8次式)および調和解析法(96項)を適用した。

この場合、 $0^{\circ}\text{C}$  から  $-90^{\circ}\text{C}$  までの  $0.1^{\circ}\text{C}$  ごとの 900個についての算出値の誤差の平均値は  $0.00054^{\circ}\text{C}$  であり、水面上の場合にくらべ1桁精度に差がみられた。

(7) 調和解析法使用では、24項より96項を用いた場合、かなり大きな精度に向上がみられた。

今回、水面上または氷面上の水蒸気圧と気温との関係を示す式としては、WMOのInternational Meteorological Tableに表示されている(1)式および(2)式が最も精度が高く権威のある実験式と考えられるため基本式としてこの式を用いた。

次に水蒸気量や露点温度の測定や算出法の高精度化の必要性についてのべる。

近年数値予報に関する技術の急激な進歩で予報精度は飛躍的に向上し、予報期間も旬日位まで延長が可能になりつつある。

これは高性能のコンピュータの出現、気象衛星による各種測定資料の導入、また予報領域も北半球から全球へ、垂直方向には、対流圏から成層圏までふくめ、海面状態等もより正確に導入するなど、数値予報改善のための絶えまない研究開発の成果であると考えられる。

ここで、大気中における雲・雨雪・雷電・乱気流等の各種気象じょう乱のもとになる水蒸気量については、世界的にみても、現在の高層観測では精々300~250mb面位までで、それ以上の層については欠測となっている。

確かに、500mb以上の層になると、急激に、低圧で低湿度となり、大気中の水蒸気量は異常に減少しており、正確な測定は困難である。しかし、これらの大気層内でも確実に水蒸気は存在し、積乱雲・雷電・雹・乱気流などの危険な気象じょう乱は発生し、存在している。

特に、対流圏上部から、下部成層圏までの層は、ジェ

ット機や超音速機等最も多く飛行する重要な大気層であり、高精度な水蒸気量の測定、算出方法等を開発することは緊急な問題であり、これらによって、対流圏中層以上の大気層内におけるジェット気流、乱気流・雷電・雹等の各種じょう乱、現象の発生、発達を正確に予報する数値予報技術の研究開発が航空機の安全運航等の面から、是非とも必要である。

## 謝 辞

今回の研究実施に当たって、航空大学校当局には、いろいろと御便宜をはかって戴いた。また気象学会編集委員の方々には有益な御助言を戴いた。気象庁測候課には、気象表等の資料を戴いた。航空大学校橋本潔博士には御援助を戴いた。皆様に厚く御礼申し上げます。

## 文 献

- J.T. ホートン (廣田 勇・会田訳), 1979: 大気物理学.  
 気象庁, 1973: 地上気象常用表, 4-1, 46-49, 124-125.  
 ———, 1971: 地上気象観測法, 63-76.  
 小倉義光, 1978: 気象力学通論, 東京大学出版会, 163-164.  
 大田正次・篠原武次, 1969: 実地応用のための気象観測技術.  
 桜庭信一, 小笠原正己, 1967: 気象学図表および公式.  
 S. Letestu, 1966: International Meteorological Tables, Secretariat of the World Meteorological Organization Geneva Switzerland.  
 正野・吉武・毛利・須田・窪田, 1969: 気象ポケットブック, 共立出版, 124.  
 富高四郎, 1985: 航大飛行訓練空域の気象(第2報), 航空大学校研究報告 R 39.