

ベイズの定理を利用した降水確率ガイダンスの補正*

立 平 良 三**

1. まえがき

短期の天気予報に MOS (Model Output Statistics) 方式のガイダンスを利用するようになってから数年が経過した。ここでガイダンスというのは、何らかの方法で局地天気(降水, 風, 気温など)を客観的に予想したものを指し, 予報官はこれを補正して最終的な予報として発表するわけである。

MOS 方式のガイダンスというのは, 数値予報の格子点予想値とその周辺の天気実況(降水, 風, 気温など)から統計的に導かれた一次回帰式によって計算されるものである。このような手法は, これまでの天気予報技術の一部を客観化したものと位置付けられる。従って MOS ガイダンスをそれ以外の手法で補正することにより精度の向上が図れる筈である。特に降水確率ガイダンスについては, 各気象官署で補正技術の開発が精力的に進められている。

例えば, 宮崎県で東風が卓越している場合の補正手法(水元是清, 1985)など実用化されているものも多いが, 補正技術の場合でもできるだけ客観的であることが望ましい。本報では, POP の客観的かつ量的な補正手法として, ベイズの定理を利用する方式を説明し, その実用性をテストした結果を報告する。

2. 『ベイズの定理』と事後確率

ベイズの定理はベイズ(1702-1761)によって導かれた確率論の古典的な定理であり, 最も基本的な形としては次式で示される。

$$P(E/f) = \frac{P(f/E)P(E)}{P(f/E)P(E) + P(f/\bar{E})P(\bar{E})} \quad (1)$$

* Revision of Probabilistic Forecast for Precipitation by Bayes' Theorem.

** Ryoza Tatchira, 気象庁予報部。

——1987年11月27日受領——

——1988年1月25日受理——

ここで, $P(E)$, $P(\bar{E})$ はそれぞれ現象 E (例えば降水) 及び \bar{E} (非降水) が起こる確率である。また, $P(E/f)$ は要因 f が発生したという状況の下で E が起こる『条件付確率』である。 $P(f/E)$, $P(f/\bar{E})$ もそれぞれ, E または \bar{E} が起こったという状況下における f の『条件付確率』を示している。

ベイズの定理は, 一般的にはこれらの確率や条件付確率の間の相互関係を示すものである。ここで, $P(E)$ を『事前』に我々が持っていた知識に基づく E の確率と考え, $P(E/f)$ を『 f が発生したという事実』を確認したあとの『事後確率』と見なすこともできる。この場合, ベイズの定理は『事前確率に f 発生という新情報が加わった場合, 事後確率はどう変わるか』を定量的に見積もる方式をしめすものと解釈できる。このような観点からベイズの定理を積極的に利用し, 統計的推論を進めるとい立場は近年とみに盛んとなり, ベイズ統計学という分野を形成するに至っている(繁樹算男, 1985)。

3. 降水確率ガイダンス (POP) の補正

予報担当者は MOS ガイダンスによって, 例えば, 明日(9時~21時)の降水確率の予想値を与えられる。この予想確率を, ベイズの定理における事前確率 $P(E)$ と見なそう。さらに, MOS とは別の情報として, ある要因 f の発生が確認されたとしよう。要因 f としては, 降水確率の補正の場合, 以下のような様々なものが考えられる。

- (a) レーダー, アメダス, 雲画像などに, 特定の状況が出現した。
- (b) 天気図(地上, 高層)に特定の状況(例えば熱帯性低気圧や前線の接近など)が解析された。
- (c) 数値予報の予想天気図に特定のパターンあるいは気象要素の値が計算された。特に MOS に予測因子を供給していない数値予報モデルの予想を使うと効果的だろう。

このような要因 f が発生したという情報によって事前確率 $P(E)$ を補正し、事後確率 $P(E/f)$ を得るためには、ベイズの定理によると条件付確率 $P(f/E)$ と $P(f/\bar{E})$ を知らねばならない。

これらの確率を過去のデータから求めて置くことは、かなり手間のかかる事である。本文では、簡単に扱える要因として『SSI(ショワルター安定指数)の予想値 $\geq 10^\circ\text{C}$ 』を選びテストしてみた。この要因は上の(c)のカテゴリーに属するものと考えられる。

SSI 予想値に関する確率を求めるに当たっては、気象協会の利根川流域における降水予測の調査結果を利用した(日本気象協会, 1977)。この調査では、数値予報による各種気象要素の予想値と、降水発生相対度数との関係がグラフで示されている。この調査における降水の定義は POP の場合と少し違うが、直ぐ手にはいるデータなので利用することにした。

SSI については、その値が大きくなるにつれて降水相対度数は減少し、とくに 10°C 以上の領域では相対度数が20%以下に低下することが示されている。結局、このようなグラフから、表1のような相対度数の分割表を作ることができる。

第1表

	f: SSI 予想値 $\geq 10^\circ\text{C}$	SSI 予想値 $< 10^\circ\text{C}$
降水あり	a %	b %
降水なし	c %	d %

この表で『SSI 予想値 $\geq 10^\circ\text{C}$ 』を要因 f と考えると、 f に関する条件付確率は一般に、 $P(f/E) = a/(a+b)$ および $P(f/\bar{E}) = c/(c+d)$ として計算でき、SSI 予想値の場合はそれぞれ約0.05と約0.32になる。

4. SSI 予想値による POP の補正

ある格子点の POP が40%と計算された場合を考えて見よう。つまり $P(E) = 0.4$ という事である。このとき、同じ格子点における『SSI 予想値が 10°C 以上』という情報を得たとしよう。これを要因 f と考えてベイズの定理を適用し、降水確率の補正值 $P(E/f)$ を求めてみよう。

$P(f/E) = 0.05$, $P(f/\bar{E}) = 0.32$ として式(1)に代入すると、

$$P(E/f) = \frac{0.4 \times 0.05}{0.4 \times 0.05 + 0.6 \times 0.32} = 0.09(9\%) \tag{2}$$

SSI のように『 $P(f/E) \ll P(f/\bar{E})$ 』となる要因は、POP の値を低い方へ補正する。このような性質を示す要因としては、SSI のほかに、次のような気象要素の予想値がある閾値を越えるかどうかとも使えそうである。

対流圏中下層の相当温位, 比湿

対流圏下層の渦度, 上昇速度,

逆に『 $P(f/E) \gg P(f/\bar{E})$ 』となるような要因 f があれば、POP の値を高い方へ補正するのに有効である。そのような要因としては、次のようなものが使えそうである。

地上気圧

対流圏下層の高度, 比湿, 渦度, 上昇速度

対流圏中層の湿数, 比湿 \times 風速,

凝結量

5. POP補正の実例(昭和62年5月~6月の東京地方の予報)

東京地方の明日(9時~21時)の降水確率予報(18時発表)について、SSI 予想値(T=24~36)による補正が本当に有効かテストしてみた。この期間の61例中『SSI 予想値が 10°C 以上』になったのは17例であった。このうち POP=0%が4回あったので、あとの13例について式(1)による補正を試みた。

その結果を見ると、13例すべてについて補正後の POP が実際の降水状況(降水面積比率)に近づいていることが認められた。

『POP 10% \rightarrow 0%』という、あまりブライヤースコア改善に貢献しない補正が大半ではあるが、『30% \rightarrow 10%』の補正が3例、『20% \rightarrow 0%』の補正が2例あった。この5例に対応する実況はいずれも無降水だったので、補正効果はかなり大きいと言えよう。

一般に、POP をベイズの定理によって補正する場合は、厳密には POP の値に応じて別々の『 $P(f/E)$, $P(f/\bar{E})$ 』を使わねばならない。というのは、式(1)のベイズの定理を構成している各確率は、当然のことながら同一標本集団について求められたものである。だから、 $P(E)$ として例えば0.4といった POP を用いれば、『 $P(f/E)$, $P(f/\bar{E})$ 』も POP=0.4 の標本集団について求めたものではなくてはならない。ちなみに、事前確率として気候的降水確率を使っている場合なら、このような層別化の必要は勿論ない。

このテストでは、東京地方の POP を補正するのに利根川流域の調査で得られた『 $P(f/E)$, $P(f/\bar{E})$ 』を使

っており、POP による層別化も全くしていない。それでも、かなりの改善効果が得られているわけで、実用的立場からはこの種の層別化にあまり拘る必要はなさそうだ。むしろ層別化によって標本数が減るという悪影響もある。

一般に、補正用の要因 f と降水確率の MOS 予想式に使われている予測因子との相関が小さい程、層別化の必要性は薄いものと考えられる。MOS の予測因子によく選ばれる SSI ですら、層別化なしの補正でかなりの改善効果があるのだから、レーダーエコーや雲画像などの場合は層別化なしで十分なのではなからうか。

6. 今後の補正手法

本報では SSI 予想値によるテストを報告したが、ベイズの定理を使った補正として有望なのは、レーダーや気象衛星などによる最新実況値を要因 f として利用することである。降水確率予報を発表する時点(例えば18時)でみると、POP は約10時間前の9時を初期値とする数値予報をもとに計算されたものである。だから予報発表直前の最新情報による補正が効果的なことは疑いの余地がない。また MOS の予測因子との相関も低い筈で、この面でも都合がよい。

例えば、ある県の降水確率を考える場合、最新のレーダーエコーあるいは雲画像で何か特徴的な形態が特定の領域に認められるかどうかを要因 f として、補正する手法を考えて見よう。ベイズの定理の利用に必要な条件付確率を求めるには、表1の a, b, c, d の数値を過去の資料から統計的に決めねばならない。

表1の中で、 b, d については直接に求める代わりに $(a+b)/(a+b+c+d)$ と $(a+c)/(a+b+c+d)$ を計算し、 a および c と組合わせて間接的に求めたほうが簡単な場合が多い。つまり、前者は降水の相対度数で近似でき、後者は要因 f が出現する相対度数だからである。要因 f としては、比較的希な現象が選ばれることが多いので、 a や c の数を調べるのにそう手間は取らない。

結局ベイズの定理は、我々が新しい情報を入手したとき、現象の出現確率をどのように補正するのが合理的かを定量的に示してくれている。その用途は降水確率予報の補正に限らず、確率予報一般に及ぶものである。また一つの情報で補正した後、さらに新しい情報を入手して補正する場合にも適用できる。

補正に有効な要因 f は、単独で現象(例えば降水)の予想に有力である必要はない。従って、いままであまり注目されていなかった要因のなかに、ベイズ的な補正に関しては、威力を発揮するものが残されている可能性がある。新しい発想で取組んでみる価値があるように思われる。

参考文献

水元是清, 1985: 降水確率予報を外しやすいパターンについて, 研究時報, 36(別冊), 190-191.
 日本気象協会, 1977: 雨量予測手法の開発, 大気汚染濃度予測ならびに雨量予測手法のシステム化の開発, 研究報告書, 177-287.
 繁樹算男, 1985: ベイズ統計入門, 東京大学出版会, 7-28.

事務局員の交代について

3月31日付けで事務局員の加藤 寿, 片桐勝男が退職されました。長い間事務局の運営に御尽力下さり、どうもありがとうございます。

4月からの新しい事務局員は伊藤嘉一, 馬場和一です。また、今年度から事務の補助として長期アルバイト

を雇うことになり、篠原雅子が来ることになりました。「天気」編集担当のアルバイト長谷川初美を入れて事務局は総勢4名となります。会員の皆さんの応援をお願いします。

(学会事務局)