

Plume の大規模渦周辺に発生する 2 次渦度*

中井 正 則**

要 旨

鉛直上向きに放出された 2 次元 plume 中の大規模渦の周辺に新たに発生する 2 次渦度について考察を行った。その結果、2 次渦度の向きは大規模渦周辺の大部分の領域で大規模渦の渦度と同じ向きとなり、またこの 2 次渦度は大規模渦と一体化するために大規模渦の循環が徐々に増加していくことが判明した。さらに、この大規模渦の循環が増加する現象が forced plume の流下にとまなり周囲流体の連行率の増大に寄与していることが示唆された。

1. まえがき

Jet, plume あるいは forced plume の流動は気象学・海洋学などの地球物理の分野、あるいは土木工学、環境工学などの分野でもよくみられる現象であり、これらの流れに関して現在までに数多くの研究がなされている (Turner (1973), Fischer *et al.* (1979))。

これらの流れはその駆動力が慣性力によるか浮力によるかあるいは両者を合わせもったものであるかの違いはあるものの、マクロ的に見ると見かけ上似たような現象を呈する。しかし、その流動の力学的性質とくに乱流特性は詳細にみればそれぞれ異なっている。とくに、周囲流体の連行率 (entrainment rate) についていえば 2 次元の鉛直上向きに放出される plume の連行係数は jet のその約 2.4 倍である (室田・中辻・中井 (1986))。従来から、この連行係数の差異は jet と plume の組織渦の構造などの乱流の特性の違いによるとされてきた (Kotsovinos (1975), 福岡・佐藤 (1978), 小松・浦・後藤 (1984), 室田・中辻・玉井 (1986), 室田・中辻・浅田 (1989), Murota and Nakatsuji (1989))。しかし、単に組織渦の配置構造、乱れ強度などの違いによってはこの jet と plume における連行率の大きな差、および forced plume が流下とともに jet-like-flow から plume-like-flow へと遷移するにしたがって連行率が増加していくことの原因を物理的に明解に説明できない。

一般に、密度界面に渦が存在する場合、そのまわりで

密度勾配と圧力勾配の方向が異なることによって渦の周辺に新たに 2 次的な渦度が生じることが知られている (いわゆる Bjerknes の定理, Yih (1980), 玉井・浅枝・中井 (1986a, b))。Plume と周囲流体との密度界面においても、この効果によって、界面付近に存在する大規模渦のまわりに 2 次渦度が新たに発生すると考えられる。この 2 次渦度の発生は均質流体の jet においては決して生じるものではなく jet と plume における力学的性質の大きな相違点であり、両流動の連行のメカニズムの違いもこの 2 次渦度と密接に関連していると考えられる。このような 2 次渦度あるいはそれに基づく 2 次循環の発生とそれによる大規模渦の変形のプロセスは plume のみならず、あらゆる密度流現象において密度界面での連行現象の本質を握っていると考えられる重要な現象であり、決して無視できるものではない。しかし、2 次渦度については現象の複雑さゆえに現在までにあまり研究がなされていない。

以上のような点を背景にして、本研究は鉛直上向きに放出される慣性力の弱い範囲の 2 次元 forced plume (plume-like-flow を含む、以下では混乱の可能性がない限り単に plume とよぶ) に例をとり、密度界面に存在する大規模渦周辺の 2 次渦度の発生の問題について考察を加え、とくに、この 2 次渦度が plume による周囲流体の連行に及ぼす役割についての 1 つの考えを提案しようとするものである。

2. 現象のモデル化

(1) Bjerknes の定理

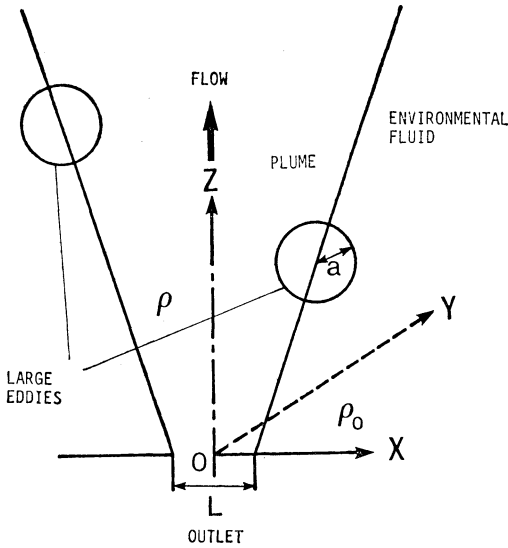
本研究の基礎となる Bjerknes の定理は密度勾配と重力の方向が異なるときに渦度が発生することを示したも

* Secondary vorticity generated around large eddies in plumes.

** Masanori Nakai 東京大学工学部。

—1989年11月30日受領—

—1991年8月23日受理—



第 1 図 座標系と流れ場

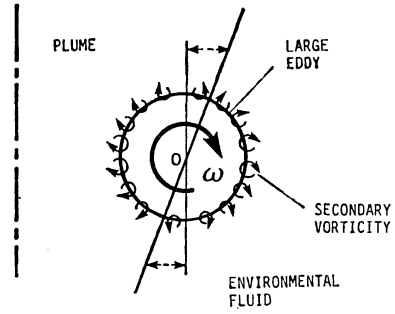
のである。式で表わせば次式で示す渦度方程式の右辺第 1 項である。

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + (\mathbf{V} \cdot \text{grad}) \omega - (\omega \cdot \text{grad}) \mathbf{V} = \frac{1}{\rho_0} \text{grad } \rho \times \mathbf{F} + \nu_t \Delta^2 \omega \quad (1)$$

ここで、 $\mathbf{V}=(u, v, w)$ は流速ベクトル、 $\omega=(\omega_x, \omega_y, \omega_z)$ は渦度ベクトル、 $\mathbf{F}=(0, 0, -g)$ は外力ベクトル、 ρ は流体密度、 ρ_0 は代表密度 (ここでは周囲流体の密度)、 ν_t は渦動粘性係数、 g は重力加速度である (ベクトル成分は第 1 図の $x-y-z$ 座標系に対応)。

(2) 2 次渦度

Plume の流れは放出口から放出口幅の約 10 倍程度流下するまでの流れの形成領域とそれより下流側の確立領域に大別される。大規模渦は基本的には形成領域において Shear instability により発生した渦度が流下とともに集中してゆき、大規模渦となる。しかし、ここでは問題の焦点を絞るために大規模渦はすでに形成されているものとして、確立領域における大規模渦の変化のみを扱うこととし、大規模渦の形成過程については考えない。さて、第 1 図に示すような上向きに放出される 2 次元 plume の大規模渦のまわりの流れ場について考える。流れ場の密度分布は複雑であり、簡単に議論できるものではない。しかし、時間的・空間的に平均した値について見ればつぎのような関係があると考えるのが妥当であ



第 2 図 2 次渦度の概念図

る。

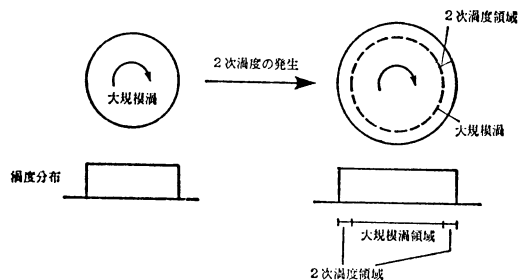
$$\rho_{\text{plume}} < \rho_{\text{eddy}} < \rho_{\text{env}} \quad (2)$$

ここで、 ρ_{plume} 、 ρ_{eddy} 、 ρ_{env} はそれぞれ plume 領域、大規模渦の内部および周囲流体の密度である。実際に、小松・山本・梅永 (1989) は水平方向に放出される混合せん断流中の大規模渦内の密度はかなり一様に近く、渦の縁付近で大きく変化することを報告している。そこで、本研究では彼らの結果を参考にして渦の中心付近では密度は一様とし、縁付近で plume 領域あるいは周囲流体の密度に連続するように密度が大きく変化すると仮定する。そうすると、大規模渦の表面付近で渦表面に垂直方向の密度勾配が存在することになる。一方、重力は鉛直下向きであり、渦の中心を通る鉛直軸上の点を除いて密度勾配と重力の方向が異なることになる。すなわち、Bjerknes の定理により、大規模渦のまわりに第 2 図のような渦度が 2 次的に発生する。この 2 次渦度の向きは大部分の領域で大規模渦の渦度の向きと同じである (このことは厳密な方程式 (1) を考えなくても、式 (2) より容易に理解できる)。ただし、時間平均した plume と周囲流体との密度界面が鉛直軸から僅かに傾いているために、点線の矢印で示した狭い領域には大規模渦の渦度と反対向きの渦度が生じると考えられる。しかし、その絶対値は十分小さく、現象に及ぼす影響はほとんどない (付録参照)。

なお、本研究では理論解析も行っているが、それは以上の考察を補うものであって、本質的な役割を果たすものではないので、そのアウトラインのみを付録にまとめて示した。

3. 物理的考察

前章で大規模渦のまわりに新たに発生する 2 次渦度の



第3図 2次渦度と大規模渦との相互干渉の概念図

定性的な特性が明らかとなったので、本章ではこの2次渦度の挙動と役割について考える。なお、以下の考察はとくに断わらない限り慣性力の弱い範囲の plume を直接の対象としている。

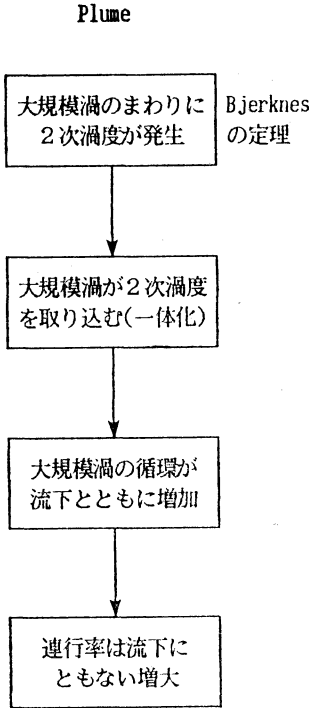
均質流体場において大規模渦の周辺に同じ向きの渦度を2次的に発生させた場合の大規模渦と2次渦度の挙動関係を離散渦法により解析した。ただし、与えた2次渦度は付録中の第8図に示したものである。なお、離散渦法とは、流れの中に存在する渦度の連続的な分布を渦糸の離散的な分布に置き換え、各渦糸の運動を Lagrange 的に追跡することによって流れを解析する方法である(詳しくは Leonard (1980) 参照)。解析の結果、2次渦度は第3図に示すように大規模渦のすぐ外側を取り囲むようにして渦層を形成し、大規模渦と一体となって運動することが明らかとなった(実際には、2次渦度のうちの少量は粘性によって周囲に拡散する)。ところで、大規模渦とは渦度の集中点を意味する言葉である。ここでの解析では2次渦度は大規模渦のすぐ外側を取り囲んでいるために、渦度の集中点は2次渦度の領域にまで拡がるので(第3図参照、ただし、同図では、大規模渦内の渦度と2次渦度の絶対値の大小関係は考慮していない)、2次渦度の領域を含めて大規模渦と呼ぶのが妥当と思われる。すなわち、2次渦度と大規模渦は一体となり、大規模渦のスケールは渦層厚さ(ここでの理論解析では無限小と考えている)分だけ大きくなることになる。2次渦度と大規模渦の挙動関係のメカニズムは以上のようなものであるが、見かけ上大規模渦に2次渦度を取り込まれたような結果となる。そこで、以下では表現の簡単さのために2次渦度が大規模渦に取り込まれたと表現することにする。

ところで、密度界面においては界面抵抗が存在するため、均質流体場での離散渦法の結果をそのまま適用することは厳密には正しくない。しかし、Meng and Thom-

son (1978) および玉井・浅枝・中井 (1986 a, b) は下方から上昇する流体柱 (buoyant cylinder) および渦輪が密度界面に衝突したときや密度成層場を上昇するときの挙動を離散渦法により調べている。これらの解析結果はいずれも実験結果とかなりよく一致している。すなわち、周囲との間に密度差をもつ渦の表面付近の渦度場についても離散渦法による結果は第1次近似としては十分と考えられる。本研究で考えている現象も彼らの扱っているものと同じように周囲と密度差をもつ渦についてである。そこで、先の離散渦法の結果より、粘性を無視すれば発生した2次渦度の全てが大規模渦に取り込まれると考えることにする。もちろん、実際には均質流体、密度成層流体を問わず、粘性により周囲流体中に拡散する渦度があるので、その分を差し引かなければならないが、発生する渦度に対してそれは十分小さいと考えられる。結局、2次渦度が大規模渦と一体化することにより大規模渦に取り込まれ、このことより大規模渦の循環は流下にともない(時間の経過にともない)増加するという結論が得られる。

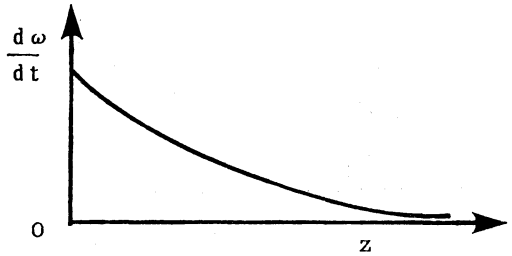
一般に、forced plume は流下にしたがって周囲流体の連行率が大きくなっていく。ところが、この流下にもなる連行率の増大については現在までに十分な解明がなされていない。そこで、この連行率の増大について2次渦度との関連において考察してみる。現在までの数多くの研究によれば、周囲流体の進行は主として流れの中に存在する大規模渦による巻き込みであるとされている。そうすると、大規模渦の循環(強度)が大きいほど周囲流体の連行率が大きいと考えても大きな矛盾はないと思われる(実際に、jet に対して福岡・佐藤 (1978) がこのように考えている)。この仮定を用いれば、以下のことが示唆される。すなわち、forced plume においては、流下にともない流れの中に存在する大規模渦の循環が増加していき、この循環の増加が大規模渦による周囲流体の巻き込みを促進し、このことが連行率の流下にもなる増大に貢献すると考えられる。ここまでの考察の流れを第4図に示す。

2次渦度が forced plume の連行に果たす役割のアウトラインは以上のようなものであるが、このことについてもう少し詳しく考えてみる。Forced plume は plume-like-flow への移行の過程において周囲流体を連行するので、その結果として周囲流体と大規模渦との密度差 ($\rho_{env} - \rho_{eddy}$) ならびに大規模渦と plume との密度差 ($\rho_{eddy} - \rho_{plume}$) は徐々に小さくなっていく。大規模渦

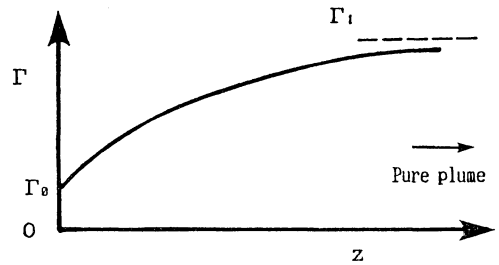


第 4 図 考察の流れ

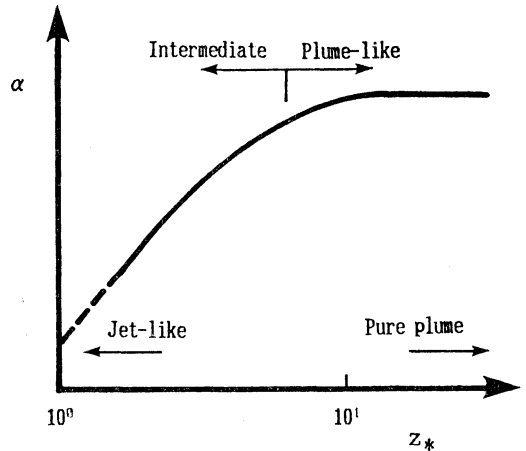
のまわりの任意の点での 2 次渦度の発生率は線形理論(付録参照)によれば密度差に比例するので、慣性力の弱い範囲ではある点での単位時間あたりの 2 次渦度の発生率 $d\omega/dt$ は流下(時間の経過)にともない徐々に減少し、十分流下した後は 0 に漸近していくと考えられる。一方、循環について見れば、発生した 2 次渦度が大規模渦に取り込まれるため、流下にしたがって大規模渦の循環 Γ は増加率が小さくなりながら一定値に漸近していくことになる。 $d\omega/dt$ および Γ の流下距離 z による変化の模式図をそれぞれ第 5 図、第 6 図に示す。第 6 図を第 7 図に示す室田・中辻・中井(1986)が時間平均解析より求めた連行率 α の流下方向変化と対応させてみる(第 7 図において横軸は $z_* = (z/L) \cdot Fd_0^{-4/3} \cdot (1-\epsilon)^{-1/3}$ で定義される無次元距離である。ここで $Fd_0 (= V/\sqrt{\epsilon/(1-\epsilon) \cdot gL})$ は放出口での密度 Froude 数、 $\epsilon (= \Delta\rho_0/\rho_0)$ は相対密度差、 V は放出流速、 L は放出口幅、 g は重力加速度)。ただし、考察範囲は慣性力の弱い領域、すなわち intermediate (慣性力と浮力が comparable) な領域から plume-like-flow の領域に限った。いま、一例として流れの確立領域の始まりの位置が第 7 図の左端付近である forced plume について考える。第 6 図と第



第 5 図 単位時間当りの 2 次渦度の発生率 $d\omega/dt$ の変化



第 6 図 大規模渦の循環 Γ の変化



第 7 図 連行率の変化(室田ら(1986)の結果より該当部分を抜粋)

7 図より、大規模渦の循環は流下にもない徐々に増加し、一方連行率も少しずつ大きくなっていき、無限遠極限としての pure plume に近づいたがって両者は一定値に漸近することがわかる。これより、この範囲においては大規模渦の循環と連行率との関係に定性的には矛盾のないことが理解される(もちろん、確立領域の始まり位置が第 7 図の左端でなくても定性的には同様の説明

が可能である)。一方, jet-like-flow の状態から intermediate な領域にかけての慣性力が強い領域については線形理論は成立せず, 2 次渦度の絶対値, 分布が密度差だけから予測できず, またその時の 2 次渦度の挙動などについても確かな情報が存在しない。この領域の研究は将来の課題として残っている。

著者は, 大規模渦の循環の変化のみによって連行のメカニズムが決定されていると主張している訳ではなく, 連行率の絶対値の算定には種々の要因を考慮した複雑な解析が必要と考えている (これらの要因の具体例については後述する)。しかし, 慣性力が弱い forced plume の流下過程という限られた場合についてはあるが大規模渦の循環の増加と連行率の増大との間に定性的には矛盾のない説明が可能になったことは興味深い。このことより, 2 次渦度による大規模渦の循環の増加が forced plume の連行のメカニズムに無視し得ない貢献をしていると言ってよいだろう。

ところで, 2 次渦度は plume と周囲流体との密度界面 (渦が存在しない部分) においても当然 Bjerknes の定理によって発生すると考えられる。しかし, 著者は大規模渦の循環が流下にもない増加するという現象には大規模渦のまわりに発生する 2 次渦度が重要であり, 密度界面のうち渦のないところでの 2 次渦度の影響はあまり大きくないと考えている。その理由は以下のとおりである。室田・中辻ら (1989, 1990) によれば, 密度界面の片側に限ってみれば隣接する大規模渦の間隔は約 $4a$ (a は渦の半径) であり, 1 つの大規模渦を含む 1 周期分の密度界面のうち渦の存在しない領域の長さは約 $2a$ である。また, 渦は流下方向に引き伸ばされており, 彼らの結果によれば, ひとつの渦の周長は約 $4\pi a$ である。前述のように 2 次渦度の強さは密度差に比例すること, および大規模渦の密度は周囲流体と plume との値の中間値をとると仮定することより, 密度界面で渦の存在しない領域に発生する 2 次渦度の強さは大規模渦のまわりに発生するその約 2 倍と考えられる。このことと先の 2 次渦度の発生する密度界面上の距離を考え合わせて, Γ_e , Γ_a をそれぞれ 1 周期分の密度界面長さに対して渦のまわりに発生する循環および密度界面のうち渦のないところに発生する循環として, $\Gamma_a/(\Gamma_e + \Gamma_a)$ を評価するとその値は約 0.2 となる。これより, 渦がないところの密度界面に発生する 2 次渦度は無視できないまでも, その影響度は小さいと考えられる。

4. 本研究の意義

鉛直上向きに放出される 2 次元 plume について流れの中に存在する大規模渦のまわりに発生する 2 次渦度の特性とそれが連行のメカニズムに果たす役割について考察してきた。前述のように, 2 次渦度の発生にともなう大規模渦の循環の変化のみで連行のメカニズムが説明されるわけではなく, 実際のメカニズムは種々の要因が絡み合っただけでさらに複雑であると思われる。ちなみに, 要因の例を具体的に示せば, plume 軸の揺らぎ, 乱れ成分, 大規模渦の合体などが考えられる。しかし, 軸の揺らぎや乱れ成分はその規模や絶対値にいくらかの差はあるものの, 均質流体の jet においてもみられるものであり, plume 特有の現象ではない。また, 大規模渦の合体は jet や plume のような自由せん断乱流のみならず, 壁面乱流においても存在するものであり, これも plume の流動を特徴付けるものではない。それに対して, Bjerknes の定理による 2 次渦度の発生という現象は均質流体の流れでは生じないものであり, この plume の特徴に注目したことは plume の連行を考える上で意義があると考えている。

さて, plume 現象を気象学の問題との関連において考えた場合, plume の特性を利用して大気・海洋などの環境保全に役立てることが可能であると思われる。例えば, 大気・海洋中に発生する plume をなんらかの方法によってより速やかに周囲流体と混合させることが望ましい場合は多々ある。その場合に, 大前提となる plume の乱流構造が周囲流体の連行に果たす役割の解明の一端として, 本研究を行った訳であるが, ここでの考察は複雑な解析を行わずにできるものであるにもかかわらず, 物理的にはある程度根拠のあるものである。また, この考え方は明解さ, 簡便さにおいては割合に優れているので, 実際の複雑な現象のアウトラインを把握する上で有用性があると思われる。

ところで, 実際の大気・海洋における plume 現象はほとんどの場合が 3 次元であるが, 3 次元の代表として軸対称 plume を考えると, 大規模渦は渦輪になると思われる。軸対称 plume の場合でも, 渦輪のまわりに 2 次渦度が形成されるという点では本研究で示した 2 次元の結果と同じであると思われる (関連した研究に Saunders (1962), Linden (1973) がある)。しかし, 2 次渦度と渦輪との挙動関係については 2 次元の結果をそのまま適用することはできず, さらに研究が必要と考えられる。

5. むすび

本研究では均質流体中に放出される 2 次元上向きの plume における大規模渦周辺に発生する 2 次渦度について調べ、2 次渦度が周囲流体の連行に及ぼす役割について考察した。本研究より得られた主要な結論を列挙してむすびとする。

1) 大規模渦内の密度は渦の中心付近ではかなり一様であり、縁付近で plume あるいは周囲流体の密度に連続するように大きく変化すると考えられる。このことより、大規模渦のまわりに密度勾配と重力の向きの差異により 2 次渦度が発生することがわかる。

2) 2 次渦度は大規模渦のまわりの大部分の領域で正の値（大規模渦の向きと同じ向きの渦度）をとる。また、plume と周囲流体の密度界面が鉛直軸から僅かに傾いていることより狭い範囲でのみ負の値をとるが、その絶対値は十分小さく現象に与える影響はほとんどない。

3) この発生した 2 次渦度は大規模渦のすぐ外側を取り囲むように渦層を形成し、大規模渦と一体となって運動する。すなわち、見かけ上大規模渦が 2 次渦度を取り込んだ形となり、その結果として大規模渦の循環が流下にしたがって増加する。さらに、この大規模渦の循環の増加が forced plume における流下にもなる周囲流体の連行率の増大に寄与していることが示唆された。

謝 辞

本論文の原稿を熟読され、貴重な意見をいただいた東京理科大学理工学部 小林智尚助手に謝意を表します。また、査読者ならびに編集委員に貴重な御指摘、コメントをいただきました。あわせて謝意を表します。

付 録（問題の定式化と解析結果）

Plume 中の単一の大規模渦について渦度方程式を用いて、大規模渦の周辺に Bjerknes の定理によって新たに発生する 2 次渦度を簡単に定式化する。なお、解析の対象ならびに用いた仮定は以下のとおりである。すなわち、1) 対象とする流れは 2 次元の慣性力の弱い範囲の forced plume, 2) 対象とする時間スケールは大規模渦形成後の比較的短い時間、3) 大規模渦は変形しない、4) 流体は非圧縮性であり、また plume と周囲流体との密度差は微小として、Boussinesq 近似が成立する、5) 大規模渦内では密度は一様、6) 1 つの渦は他の渦と相互干渉を起こすが、これについては考えない、の 6 つである。

解析の基礎となる渦度方程式は本文中の式 (1) である。長さスケールを L (放出口の幅)、速度スケールを U (大規模渦の上昇速度)、渦のコア半径を a 、代表密度差を $\Delta\rho_0$ (放出口での密度差) として諸量を次式のように無次元化する。ただし、* をつけた量が無次元量である。

$$\begin{aligned} x &= x_* L, \quad z = z_* L, \quad u = u_* U, \quad w = w_* U, \\ \omega &= \omega_* \frac{U}{a}, \quad t = t_* \frac{U}{(\Delta\rho_0/\rho_0) g} \end{aligned} \quad (3)$$

また、流れ場の密度分布は無次元形で次式とする。

$$\rho_* = \frac{\rho}{\rho_0} = 1 - \frac{\Delta\rho_0}{\rho_0} f_*(x_*, z_*, t_*) \quad (4)$$

式 (3), (4) を式 (1) へ代入して y 方向成分のみを示せば次式となる。

$$\begin{aligned} \frac{\partial \omega_*}{\partial t_*} + Fd^2 \left(u_* \frac{\partial \omega_*}{\partial x_*} + w_* \frac{\partial \omega_*}{\partial z_*} \right) \\ = -\frac{a}{L} \frac{\partial f_*}{\partial x_*} + \frac{Fd^2}{Re} \left(\frac{\partial^2 \omega_*}{\partial x_*^2} + \frac{\partial^2 \omega_*}{\partial z_*^2} \right) \end{aligned} \quad (5)$$

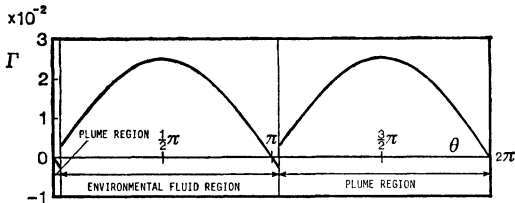
$$Fd = \frac{U}{\sqrt{(\Delta\rho_0/\rho_0) g L}}, \quad Re = \frac{UL}{\nu_t}$$

ここで、 Fd , Re は密度 Froude 数, Reynolds 数である。式 (5) に含まれる係数 $Fd^2 (= \alpha)$, $Fd^2/Re (= \beta)$ のおよその値を求めてみる。実験室規模での plume の初期の流れに対して、例えば $U = 3 \text{ cm/s}$, $\Delta\rho/\rho_0 = 0.01$, $L = 4 \text{ cm}$, $\nu_t = 2 \text{ cm}^2/\text{s}$ とすると、 $\alpha = 0.22$, $\beta = 0.04$ となり、 $\alpha, \beta \ll 1$ であることがわかる。これより、 α, β がかかっている項、すなわち非線形慣性項および粘性 (拡散) 項を省略した次式を用いて解析を行った。

$$\frac{\partial \omega_*}{\partial t_*} = -\frac{a}{L} \frac{\partial f_*}{\partial x_*} \quad (6)$$

もちろん、実際の現象においては非線形性が強い場合も多く、線形近似は成立しないことも多いと思われる。しかし、現象に見通しをつけるという目的のためには慣性項を無視した線形方程式でもかなり有効と判断した。

式 (6) を t_* に関して積分すると、渦度 ω_* が求められる。ただし、前述の仮定 5) より、ここでは大規模渦の表面で密度が不連続的に変化するとした。この場合、渦表面に形成される 2 次渦度は理論的には無限大となるが、式 (6) をさらに大規模渦表面の厚さ 2ϵ のごく薄い層内で積分し、その後 $\epsilon \rightarrow 0$ の極限をとることによって大規模渦表面に生成される循環が有限値で求まる。ここでは単渦位角あたりの無次元循環値 Γ_* を考え、



第 8 図 解析結果

それは次式のように与えられる。

$$\begin{aligned}
 \Gamma_* &= \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \int_{a/L-\varepsilon}^{a/L+\varepsilon} \omega_* dr_* dt_* \\
 &= -\frac{a}{L} \int \left[f_1(r=a/L) - \frac{\Delta \rho_c}{4 \rho_0} \right] \sin \theta \, dt_* \\
 &\quad \text{(Plume 領域)} \\
 &= \frac{a}{L} \int \left(\frac{\Delta \rho_c}{4 \rho_0} \sin \theta \right) dt_* \\
 &\quad \text{(周囲流体領域)} \quad (7)
 \end{aligned}$$

ただし、 f_1 は plume 中の大規模渦がないところの無次元密度分布、 $\Delta \rho_c$ は大規模渦内の密度差である。

第 8 図に解析結果の一例を示す。同図は最も簡単な例として plume 内の密度差を空間的にも時間的にも一定とし、 $a/L=0.5$ 、 $Fd=0.25$ 、 $\Delta \rho_0/\rho_0=0.01$ 、 $t_*=0.1$ 、 c_1 (plume の拡がり率) $=0.2$ の場合の大規模渦の表面に発生する 2 次循環の分布形である。横軸 θ は鉛直軸から時計回りにとった座標、縦軸は単位角あたりの無次元循環値 Γ_* である。同図より、2 次循環は大規模渦の表面の大部分の領域で正の値（大規模渦の渦度と同じ向きの渦度）をとるが、密度界面が鉛直軸から傾いているため、 $\theta=0 \sim 0.20$ 、 $\pi \sim 3.34$ の範囲で負の値をとり、2. で考察した結果が確認される。また、 Γ_* が負の領域について見れば、その絶対値は他の領域に発生する正の 2 次循環に比べて十分小さい。

参 考 文 献

Fischer, H.B., List, E.J., Koh, R.C., Imberger, J. and Brooks, N.H., 1979: Mixing in inland and coastal waters, Academic Press, 315-389.
 福岡捷二, 佐藤郁太郎, 1978: 二次元噴流中のオーガナイズド・モーションの構造とその水理学的役割, 土木学会論文報告集, 277, 71-83.

小松利光・浦勝・後藤俊一, 1984: 2次元密度 plume における組織渦の構造と連行現象, 第28回水理講演会論文集, 土木学会, 311-319.
 Kotsovinos, N.E., 1975: A study of the entrainment and turbulence in a plane buoyant jet, Rept. No. KH-R-32, W.M. Keck Laboratory of Hydraulics and Water Resources, Caltech.
 Leonard, A., 1980: Vortex methods for flow simulation., 37, 289-335, J. Comput. phys.
 Linden, P.E., 1973: The interaction of a vortex ring with a sharp density interface.: A model for turbulent entrainment, 60, 467-480, J. Fluid Mech.
 Meng, J.S.C. and Thomson, J.A.L., 1978: Numerical studies of some nonlinear hydrodynamic problems by discrete element methods, 84, 433-453, J. Fluid Mech.
 Murota, A. and Nakatsuji, K., 1990: Coherent structure and its contributions to entrainment in forced plumes, Stratified Flows, Ed. by E. J. List and G.H. Jirka, D. Reidel Publishing Com.
 室田 明・中辻啓二・浅田浩章, 1989: 二次元フォーストブルームの完全発達領域における組織的構造と連行機構に関する研究, 土木学会論文集, 405 II-11, 165-174.
 ———, ———, 玉井昌宏, 1986: 二次元フォーストブルームの大規模渦運動, 第30回水理講演会論文集, 土木学会, 649-654.
 ———, ———, ———, 1990: 二次元フォーストブルームの流動・乱流特性の渦列モデルによる解析, 土木学会論文集, 417 II-13, 83-90.
 ———, ———, 中井正則, 1986: 二次元フォーストブルームの連行係数に関する理論的研究, 土木学会論文集, 369 II-5, 23-31.
 Saunders, P.M., 1962: Penetrative convection in stably stratified fluids, 14, 177-194, Tellus.
 玉井信行・浅枝 隆・中井正則, 1986a: 密度界面に衝突する渦の挙動に関する研究, 土木学会論文集, 375 II-6, 99-105.
 ———, ———, ———, 1986b: 密度界面に衝突する渦輪に関する研究, ながれ, 日本流体力学会, 5-4, 340-350.
 Turner, J.S., 1973: Buoyancy effects in fluids, Cambridge University Press, 156-206.
 Yih, C.S., 1980: Stratified flows, Academic Press, 11-13.