

周期性を考慮した年降水量時系列の 非定常な確率水文量の算定*

寒川典昭*¹・小牧健二*²・永江正一*³

要旨

年降水量の母集団分布と仮定した正規分布の平均・分散のパラメータ時系列を周期成分と傾向成分(回帰直線)で記述して、非定常な確率水文量の算定を試みた。今まで提案されてきた非定常頻度分析手法は、パラメータ時系列を直線回帰するのみであったが、この方法ではその時系列に存在する周期性を対象時系列の記述に考慮しているため、より正確なパラメータ時系列の推定ができ、その結果として、より適切な非定常確率水文量の推定ができるようになった。また、従来の頻度分析手法には年降水量時系列に定常性の仮定が置かれているため、1つの確率水文量しか得られなかったが、この方法では年降水量の変化に伴って、確率水文量が経年的に変化する様子を示すことができた。この研究で新しく分かったことは、この方法を長野の年降水量に適用した結果、パラメータ時系列が周期成分と傾向成分で十分良く説明でき、合理的な確率水文量が求まったということである。

1. はじめに

従来の水文頻度分析には母集団の等質性及び定常性が仮定されていた。母集団の等質性とは、水文量を1つの母集団から得られたものと見なすことである。従って、この仮定は対象とする降水量の取り方によって成立しない場合が生じる。例えば、治水計画に用いられる年最大1, 2, 3日降水量を考えると、それは前線、低気圧、台風等のいくつかの気象原因からなっているが、これらの降水量を頻度分析するとき、それらを同一の母集団から得られたものとみなしている。寒川・片桐(1993)、寒川ほか(1994)はこの問題を解決するために、降水量をそれをもたらした気象原因別に分離して確率水文量を算定する方法を提案し、こう

して求められた気象原因別の確率水文量は分離しない場合よりも大きくなる場合があることを述べているが、この分野の研究はまだ緒についたばかりである。一方、母集団の定常性とは、厳密に言えばどの時点をとっても母集団分布の任意次数のモーメントが一致することであるが、水文頻度分析の立場から見れば4次モーメント程度まで一致すればよからう。ところが、水文量時系列には一般にこの定常性の仮定が成り立たない場合が多々見受けられる。我々は、従来長野県内の観測所における年(寒川ほか, 1992a)、月(寒川ほか, 1992b)、年最大1, 2, 3日降水量(寒川ほか, 1993)時系列を観察してきているが、多くの場合それらには非定常性が見られる。また、米国EPAレポート(1990)によると、地球の温暖化は降水の時系列パターンを大きく変更する可能性を指摘している。一方、最近の古期水文学の進展が、未観測の歴史水文データの復元を持たらすようになってきたが、こうして復元されたデータを見ると、そこにも非定常性が存在する場合が多い(寒川ほか, 1992c; Knox, 1985; Webb, 1985)。このような現状に対処するために、寒川ほか(1992a, 1992b, 1993)は母集団と仮定した確率分布のパラメータが時間に依存するという立場から、非定常水文頻度分析手法を提案し、その手法を年降水量(寒

* Estimation of nonstationary hydrologic variable of annual precipitation time series considering periodism.

*¹ Noriaki Sogawa, 信州大学工学部.

*² Kenji Komaki, 水資源開発公団丹生ダム建設所.

*³ Shoichi Nagae, 名工建設(株)名工・熊谷・山旺建設工事 J. V.

—1994年4月12日受領—

—1995年11月24日受理—

川ほか, 1992 a), 月降水量(寒川ほか, 1992 b)及び年最大1, 2, 3日降水量(寒川ほか, 1993)に適用した。しかしながら, これらの研究では, 移動平均的に求めたパラメータ時系列に周期性が存在することは考慮されず, 直接パラメータ時系列を直線回帰している。ところが, パラメータ時系列の目視から, そこには周期性の存在が確認され, この周期性が回帰直線の傾きに影響を及ぼすことになる。従って本稿では, まずパラメータ時系列の周期性を解析し, この周期成分を除去した残差パラメータ時系列に対する回帰直線からパラメータを推定し, そこに周期成分を加えて確率水文学を算定する非定常水文頻度分析手法を提案した。尚, 従来の手法に比べてこの方法が有効な点は, 次の2点である。

①寒川ほか(1992 a, 1992 b, 1993)が今まで提案してきた非定常頻度分析手法は, パラメータ時系列を直線回帰するのみであったが, 本稿で提案した方法ではその時系列に存在する周期性を対象時系列の記述に考慮しているため, より正確なパラメータ時系列の推定ができ, その結果としてより適切な非定常確率水文学の推定ができる。

②従来の頻度分析手法は, 定常頻度分析手法であったため, 年降水量時系列が非定常性を持つ場合でも1つの年降水量時系列に対して1つの確率水文学しか得られなかったが, この方法では年降水量の非定常性に伴って, 確率水文学が経年的に変化する様子を提示することができる。

最後に, この研究で新しく分ったことは, この方法を長野の年降水量に適用した結果, パラメータ時系列が周期成分と傾向成分(回帰直線)で十分よく説明でき, 合理的な非定常確率水文学が求まったということである。

2. パラメータ時系列の周期性の検討

2.1 パラメータ時系列の算定

実データとして, 長野の99年間(1889~1987年)の年降水量を用いた。

年降水量は一般に次の正規分布に従うものを仮定する(角屋, 1964; 江藤, 1978)。

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma(t)^2}} \exp\left\{-\frac{(x-\mu(t))^2}{2\sigma(t)^2}\right\} \quad (1)$$

ここに, $f(x)$ は確率密度関数, x は確率変数, t は時間, $\mu(t), \sigma(t)^2$ は時間に依存した平均, 分散である。 $\mu(t), \sigma(t)^2$ の時系列(以下では, パラメータ時系列

と呼ぶ)を求めるのは次の手順に従った。

- 1) まず, 最初の10年分のデータで $\mu(t), \sigma(t)^2$ の値を算定し, その10年の中間の位置にプロットする。
- 2) 次に, 最初から2番目のデータから11番目のデータまでの10年分のデータを用いて, 1)と同様に $\mu(t), \sigma(t)^2$ の値を求めて, その10年の中間の位置にプロットする。
- 3) データの取り始めの位置(年次)を3番目から10年分, 4番目から10年分, ..., と順次1年ずつずらして, 1)あるいは2)の操作を繰り返す。
- 4) プロットした点を連ねて $\mu(t), \sigma(t)^2$ の時系列を作成する。

ここで, 分散としては不偏分散を用いている。また, 1つのパラメータを求める時の単位長さを10年としたのは, パラメータ時系列が十分に安定し, しかも十分な長さを維持するという2つの立場から判断したためである。ここで, 年降水量時系列(以下では, 原時系列と呼ぶ), 平均時系列及び不偏分散時系列を第1~3図に掲載した。第1図の原時系列は年降水量の変動が平均値近傍で比較的激しく, ここから一定の傾向を読み取ることは難しい。第2図の平均時系列は移動平均をとっているために, 年降水量の変動が抑えられ, あまり明確ではないが比較的振幅の小さい周期成分が現れてきている。第3図の不偏分散時系列は比較的明確な周期性を呈している。

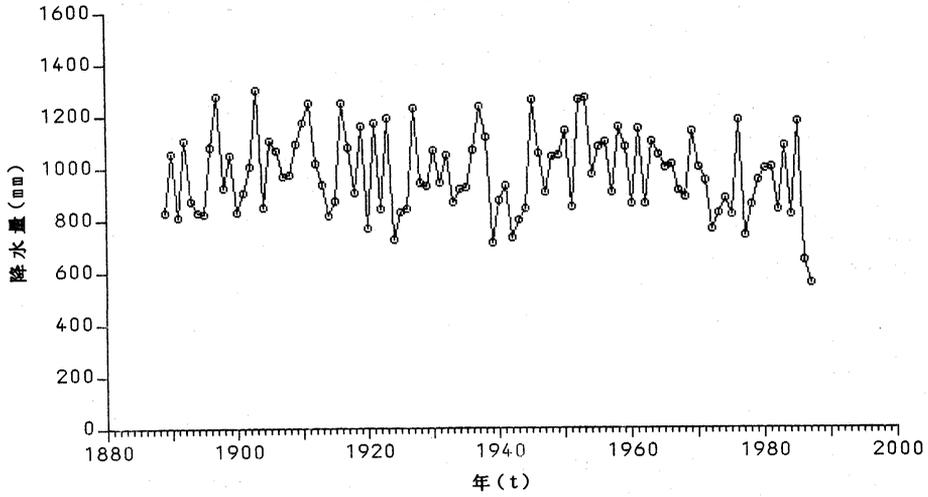
2.2 パラメータ時系列の周期性の検出

ここでは, 前項で求めた原時系列から作成したパラメータ時系列に対して周期解析を行った。その解析にはコレログラム解析法(鈴木, 1968)及びペリオドグラム解析法(鈴木, 1968)を用いた。この2つの解析法の相違点は, 前者が時間軸上で, 後者は周波数軸上で議論しているところにある。

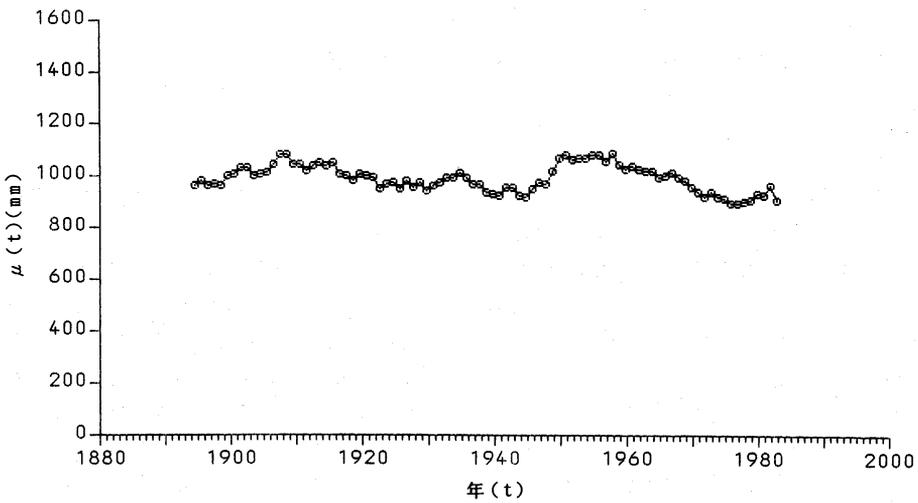
第1表はこれらの解析法を用いて長野のパラメータ時系列に対して周期解析を行った結果, 得られた周期を示したものである。しかし, ここでの解析ではいくつかの周期の候補を拾いあげただけであって, どの周期がパラメータ時系列に最も適しているかということに関しては第3章で述べることにする。尚, 第1表中で, 有意水準5%で有意とみなされた周期について明示している。

2.3 周期成分の算定式

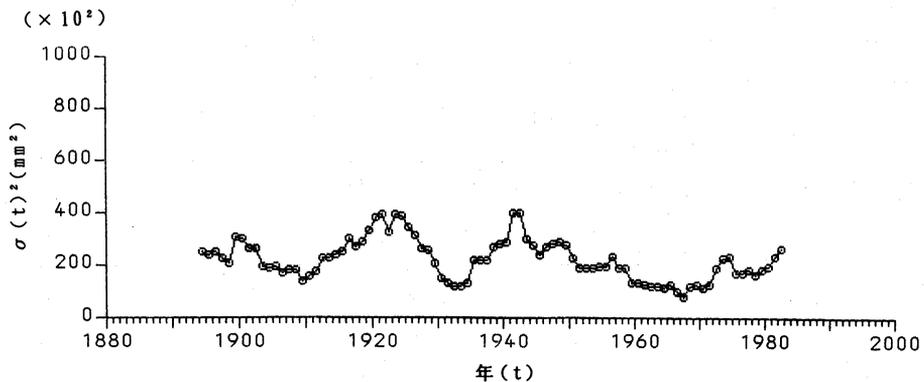
前節では原時系列から作成したパラメータ時系列の周期が検出されたので, ここでは, それぞれの周期を



第1図 年降水量時系列 (長野).



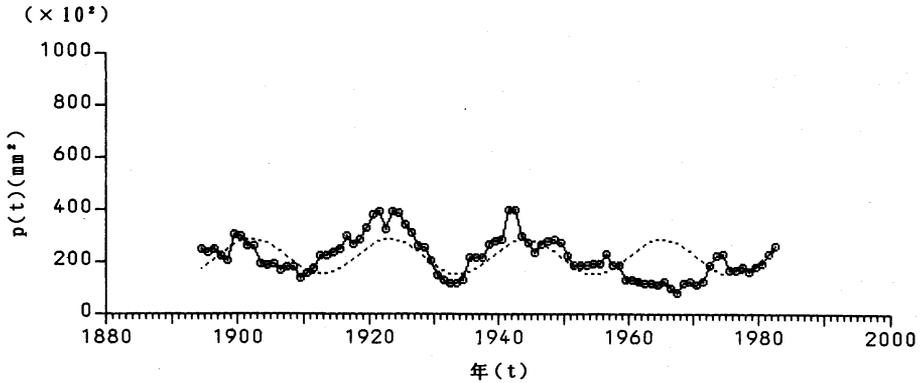
第2図 平均時系列 (長野).



第3図 不偏分散時系列 (長野).

第1表 パラメータ時系列から得られた周期(長野, 単位:年, *:有意水準5%で有意とみなされた周期).

平均時系列		不偏分散時系列	
コログラム	ペリオドグラム	コログラム	ペリオドグラム
47, 79	27, 45	25, 58, 83	21*, 29



第4図 不偏分散時系列への周期成分の適合(長野, $T=21$ 年, $\circ-\circ$:不偏分散時系列, $-----$:周期成分).

持つ時系列を数式化した。

まず, 1つの時系列を考え, これを $x(t)$ ($t=1, 2, \dots, N$) とする. $x(t)$ は一般に規則的な変動, 偶然変動及び偶然誤差よりなりたっているが, 規則的な変動の周期成分は次のように表わされる(長尾, 1964).

$$p(t) = a \sin \frac{2\pi}{T}t + b \cos \frac{2\pi}{T}t + c \quad (2)$$

ここに, T は周期, a, b, c は定数である. 計算の便宜上, 時間の原点を N 年の中央にとった場合の a, b, c の推定式は長尾(1964)により与えられている.

そこで, まず, 第1表に示した周期に対する a, b, c を算定し, 周期成分を式(2)より求めた. 次に, その周期成分をグラフ上に点線で描き, パラメータ時系列への適合具合を判断できるようにした. その例を $T=21$ 年の長野の不偏分散時系列について第4図に示した. この図を見ると, 不偏分散時系列に対して, 周期成分は大部分で良く適合していることが分る.

3. 残差パラメータ時系列からのパラメータ推定

3.1 残差パラメータ時系列の作成と直線回帰

ここでは, パラメータ時系列から周期成分を除去することによって得られる残差パラメータ時系列を作成した.

次に, 残差パラメータ時系列に対して直線トレンドを仮定し, 最小自乗法によりトレンドを定めた. 残差パラメータ時系列と直線トレンドとの差を直線回帰をし, 残差パラメータ時系列と回帰直線との差を偏差としその自乗和を計算した. 第2表にすべての残差パラメータ時系列に対する自乗和の値をまとめている. 自乗和の中で最小の値をもつ周期がその時系列に最も適合しているとした. これはパラメータ時系列から候補となる周期を除き, 次に直線的長期傾向を除いた残差(偏差)の自乗和を最小にするものが最適な周期を与えると判断したためである. 第2表において, 自乗和の最小の残差パラメータ時系列のグラフの例を $T=21$ 年の長野の不偏分散時系列について第5図に示した.

第3表は今回求めた平均及び不偏分散の最適な周期除去後の残差パラメータ時系列の回帰直線の傾きである. 尚, 第3表中で, 有意水準5%で有意とみなされた傾きについて明示している.

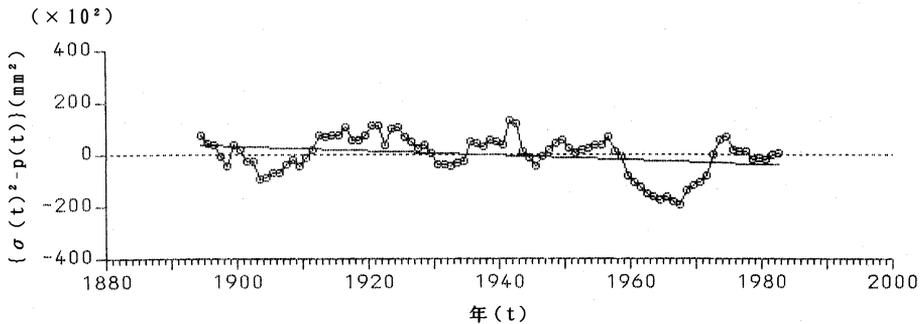
3.2 パラメータの推定

ここでは, 第4章において確率水文学を求めるために必要な過去及び未来のパラメータを推定した.

すなわち, 前項の残差パラメータ時系列の回帰直線及びそれを延長した直線から, $t=1$ (原時系列の2番目から11番目の中間の時点, 以下同様), 10, 20, ..., 200

第2表 残差パラメータ時系列とそれに対する回帰直線との偏差の自乗和(長野).

残差平均時系列		残差不偏分散時系列	
周期(年)	自乗和($\times 10^4 \text{ mm}^2$)	周期(年)	自乗和($\times 10^9 \text{ mm}^4$)
27	301.19	21	4.38
45	9.96	25	8.24
47	18.09	29	10.39
79	759.02	58	5.70
		83	5.17



第5図 不偏分散の残差時系列とその回帰直線(長野, $T=21$ 年, $\bigcirc-\bigcirc$: 不偏分散の残差時系列, —: 回帰直線, - - -: 縦軸の目盛りがゼロの直線).

第3表 最適な周期成分除去後の回帰直線の傾き(長野, *: 有意水準5%で有意とみなされた傾き).

残差平均時系列 (mm/年)	残差不偏分散時系列 (mm²/年)
-0.103	-88.201*

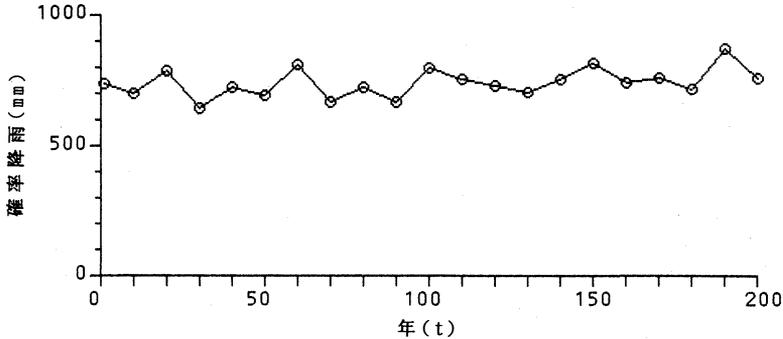
年の時のパラメータ値を読み取り, これにパラメータ時系列から除去された周期成分を合成した値を従来及び未来のパラメータの推定値とした.

4. 非定常な確率水文学の算定

ここでは, 年降水量を対象として非定常性の仮定に立脚した水文頻度分析を試みた. ただし, 年降水量の母集団の分布は正規分布と仮定し, その確率密度関数 $f(x)$ は式(1)で表わしている. まず, 一般に利水計画では, 5, 10, 20, 30年に一度の渇水が対象とされるため, 非超過リターンピリオドを $T'=5, 10, 20, 30$ 年として確率水文学 x_T' の算定を行うこととした. 次に, 求めた確率水文学 x_T' の経年変化を見るために, 縦軸を確率水文学 x_T' , 横軸を $t=1, 10, 20, \dots, 200$ 年とし, プロットした点を直線で結び折れ線グラフを描いた. その結果を長野の $T'=30$ 年の場合について第

6図に掲載している.

ここで, 3.3節で推定したパラメータが, 確率水文学 x_T' に与える影響を調べると次のようになる. まず, 平均が減少すると x_T' も減少し, 分散が減少すると x_T' は増加する. 従って, 平均が増加し分散が減少すると x_T' は増加するが, 逆に平均が減少し分散が増加すると x_T' は減少する. 一方, 平均も分散も共に増加, あるいは共に減少すると, x_T' は横ばい状態になる傾向にある. 以上のことを踏まえて得られた確率水文学の考察を行うと, 本稿の計算例では, 平均と分散は共に減少であるので, x_T' はほとんど横ばい状態であった. ここで, 周期を除去していないもの(寒川ほか, 1992a)と比較して大きく異なる点は, x_T' が波形状になっていることである. これは, パラメータの推定の段階で, 除去した周期成分を合成したために生じたものである. しかしながら, x_T' が横ばい状態になったことに関して

第6図 確率降水量の経年変化 (長野, $T'=30$ 年).

は、寒川ほか (1992 a) の研究と同じ結果である。また、5, 10, 20, 30年の確率降水量を比較すると、当然のことながらその値は異なるが、グラフの時系列的形状はほぼ同様である。

尚、ここでは更に、多項式回帰モデルを導入し、残差パラメータ時系列をいくつかの曲線を用いて回帰することを試みた。得られた結果は、多項式回帰は残差パラメータ時系列を良く説明するが、未来のパラメータの推定が多項式曲線の最後の傾きにのみ依存するため、合理的な推定を行うことができなかった。

5. あとがき

本研究は、長野の年降水量時系列を対象として、パラメータ時系列の周期性についての検討を行い、その成分を除去した後、残差パラメータ時系列の回帰分析を実施した。更に、その回帰分析と周期解析の結果を用いてパラメータを推定し、非定常な確率降水量を算定した。その結果、本稿で取り上げた例では、確率降水量は波形状を持つ横ばい状態となった。また、多項式モデルによる回帰を実施したところ、時系列への当てはめという点ではうまくいったが、未来のパラメータの推定が回帰曲線の最後の部分の傾きにのみ依存するため、合理的なパラメータ推定を実施することができなかった。

ここで、本稿の問題点を指摘すると次のようになる。

1) 周期が10年よりもかなり長く、複数周期であっても、これが卓越している場合、平均操作の対象を8-12年程度に変化させても、周期に関する結果は変わらないと思われる。ただ、振幅は、周期が短いと、平均操作の対象期間を変更することにより変化する。従って、例えば平均操作の対象期間を短くすれば、すべての振幅が大きくなり、その

結果、回帰直線の係数が変化するなどの問題は起きることになる可能性はある。

2) 幾つかの周期が考えられる候補のなかで、直線回帰の残差が最小である周期を採用すること (直線の係数を変化させること) と、直接に周期を変化させることで残差が最小となることとの関連を、はっきりさせることは難しい。従って、例えば、前者で求めた周期 (コログラムやペリオドグラムで求めた候補から選択した周期) が後者の周期と1~2程度異なる可能性はある。

3) 本論文では解析された2種類の回帰直線及び波動が将来とも持続することが仮定されている。従って、本論文で展開された関数の有効範囲を、できれば気象学的見地を含め、明らかにすることができればいいのだが、今のところそれは難しいと考える。従って、土木工学における利水計画を策定するという実用的な観点から有効範囲を、例えば現時点から将来に渡って30年というように設定するのも1案である。

尚、年降水量を対象とした利水計画の基本量は非超過確率降水量であるため、本稿で述べた非定常な確率降水量で議論すれば、計画の規模が経年的に変化していることが明示でき、いつの時点までの渇水に確率降水量の立場で対処するかが決定されれば、その時点までの確率降水量の値の最小のものを用いて利水計画を立案することができる。この最小の確率降水量を用いるというものの考え方が従来の定常頻度分析からは得られないが、年降水量時系列に適合させた確率分布のパラメータ時系列が非定常性を示す場合、このような立場からの利水計画が重要となる。

また、今後の課題としては以下のことが挙げられる。

1) 非定常水文頻度分析の精度がパラメータの推定

値に大きく依存することを考えると、残差パラメータ時系列のより適切な回帰の手法の検討を行うことが必要である。

- 2) 対象時系列に対して、有意な複数の周期が存在する場合も予想されるので、そのときはそれらを同時に除去することが必要である。
- 3) 未来のパラメータの推定には多くの不確定な要因が作用するので、そこに信頼性の概念の導入が必要である。

謝 辞

最後になりましたが、本稿を作成するにあたりレフェリーの方々に貴重なコメントを頂きましたことを記して、謝意を表します。

尚、計算にあたっては信州大学情報処理センター“HITAC M-260D”を使用した。

参 考 文 献

地球温暖化影響研究会, 1990: 地球温暖化による社会影響, 技報堂出版, 8-49.
 江藤剛治, 1978: 降水量時系列の解析, 確率統計水文学講座4, 土木学会誌, 63, 3, 78-83.
 角屋 睦, 1964: 水文統計論, 水工学シリーズ, 64-02, 土木学会水理委員会, 2.

Knox, J. C., 1985: Response of floods to holocene climate change in the upper Mississippi Valley, *Quaternary Research*, 23, 287-300.
 長尾正志, 1964: びわ湖流入量の経年変化について, 京都大学防災研究所年報, 7, 254-264.
 寒川典昭, 片桐 健, 1993: 発生母集団からみた大雨の分類と頻度分析, 平成4年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 191-192.
 寒川典昭, 河上岳史, 福本 徹, 1994: 年最大1・2・3日降水量母集団の等質化とその頻度分析, 平成5年度土木学会中部支部研究発表会講演概要集, 251-252.
 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹, 1992a: 年降水量時系列の経年変化と非定常水文頻度分析, 環境システム研究, 20, 25-32.
 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹, 1992b: 長野県における月降水量時系列の経年変化と確率水文学, 第4回水資源に関するシンポジウム前刷集, 775-780.
 寒川典昭, 中村 哲, 山田広樹, 1993: 年最大1・2・3日降水量時系列に存在する非定常性と非定常確率水文学の推定, 日本統計学会誌, 23, 2, 249-262.
 寒川典昭, 山下伊千造, 南 志郎, 1992c: 千曲川下流の歴史洪水の復元と考察, 土木史研究, 12, 251-262.
 鈴木栄一, 1968: 気象統計学, 地人書館, 139-157.
 Webb, R. H., 1985: Late holocene flooding on the Escalante river, south-central Utah, Ph. D. Dissertation, The University of Arizona, Tucson, AZ.