

プリミティブ方程式大気モデル

—1996年度日本気象学会藤原賞受賞記念講演—

笠原 彰*

1. 序言

この度藤原賞をいただき、大変光栄に思っています。この受賞は私個人のものではなく、亡くなられた正野教授をはじめ、過去約半世紀を通じて指導をいただいた諸先輩並びに共同研究に従事して下さった諸兄のおかげであり、この賞はそうした方々と共に受けたいと思います。

私の研究題目を一口に云えば「数値モデルによる大気擾乱の研究」と言えると思います。大気擾乱としては積雲対流、熱帯及び温帯低気圧系、及び大気大循環などを研究しました。そこで本日は、その研究手段としてのプリミティブ方程式大気モデルが、どのようにして出現したかをお話したいと思います。ご存知のように数値予報は1950年にプリンストン高級研究所において J. Charney とその協力者によって開発され、日本から岸保さんがそのグループに参加され、いろいろと新しい情報を送って下さったことが、日本での数値予報研究の始まりとなりました。1950年から1960年代にかけては、大気モデルとして地衡風近似によるものが用いられていました。

日本にとっては1960年は記念すべき年で、11月に東京で国際数値予報シンポジウムが開かれ、世界各国からの数値予報研究者達が一同に会して、最先端の研究発表が行われました。この一つとして、当時最も新しい準地衡風モデルを用いた Charney (1962) の論文があります。後ほど説明致しますが、これはそのモデルが現実的でないことを示唆したところが重要なポイントとなりました。もう一つ特記することは台風発生の数値計算の結果の論文発表で、これは後で述べるように積雲対流のパラメータ化の問題に発展します。

1960年から1970年にかけてプリミティブ方程式（これ以降は PE モデルと呼ぶ）が準地衡風モデルに代わって使われるようになり、大気大循環モデルがいろいろと開発され、北半球の現業予報モデルにも PE モデルが使われるようになりました。1968年には WMO/IUGG の主催で再び東京で数値予報の国際シンポジウムが開かれ、PE モデル開発の歴史に一役買う結果になりました。PE モデルの開発と日本でのこうした国際学会との関連が深かったことも本日お話ししてみたい動機の一つです。

PE モデルは大気モデルに静力学平衡近似を導入して変形したのですが、地衡風近似を用いていない分だけよりオリジナルであるということから、primitive という形容詞が使われています。この PE モデルを導入したのは数値予報を始めて試行した L. F. Richardson (1922) です。鉛直方向の運動方程式を静力学平衡式で置き換えるため、鉛直速度は気圧と密度が常に静力学平衡条件を満たしていなければならないという診断条件から求められ、その関係式は Richardson の方程式として知られています。この関係式は、気圧を鉛直座標として用いた場合には鉛直 p -速度と水平速度の発散との簡単な診断式になることはよく知られています。

2. なぜ PE モデルが準地衡風モデルに代わって使われるようになったか？

準地衡風モデルでは、地衡風近似によって大気モデルの中で伝搬速度の速い慣性重力振動が除去されるため、時間積分では比較的長い時間間隔を用いることが出来る利点があります。しかしそれだけモデルの精度が悪くなるため、地衡風近似を高めるいろいろな改良が試みられてきました。それ等の改良版は準地衡風モデル、重力波除去モデル (filtered model)、あるいは中間モデル (intermediate model) といった総称で呼

* 米国立大気科学研究センター

—1996年10月1日受領—

—1997年1月20日受理—

ばれています。その1つの場合にバランスモデル、あるいは平衡モデル (balance model) という方式があります。水平流線関数を気圧場からバランス方程式を解いて求めるために、その方程式が楕円型条件を満たさねばならないという制約があります (Charney, 1955; Bolin, 1955)。1960年代には上層観測が充分ではなかったため、楕円型条件がバランスモデルの致命傷となること迄は分かりませんでした。しかし、J. Charney の1960年東京国際学会での発表で、準地衡風モデルに対しての疑問が出てきたことはその一つの契機になりました。ところで上層観測は、1979「Global Weather Experiment in the Global Atmospheric Research Program (GARP)」を契機として飛躍的に充実され、精度の良い全球解析が得られるようになり、楕円型条件を満たしていない地域も特に熱帯では常時存在することが明らかになりました (Kasahara, 1982a)。

地衡風モデルのもう一つの問題点として超長波が西進し過ぎることが、すでに1950年の後半から1960年にかけて分かりはじめました。これは Phillips (1963) の研究でも明らかにされたように、高低気圧系を記述する長波では発散場が渦度場と比較して1/10の程度の強さであるが、惑星波のような超長波ではその比が殆ど1となり地衡風モデルでは取扱えないからです。従って発散の役割の大きい山岳効果も地衡風モデルでは取扱が困難になります。それに地球回転効果の弱い熱帯では、Matsuno (1966) の研究で明らかにされたように、大規模擾乱は地衡風モデルでは記述出来ません。つまり熱帯を含めて、全球予報には地衡風モデルやバランスモデルは適していません。

熱帯の運動と云えば、湿潤対流中に放出される水蒸気の潜熱と輻射熱とが主な熱源となっています。従って、PEモデルの実用は熱源の取扱に関係するわけで、PEモデルの実用化の歴史においては湿潤対流の取扱いが重要なテーマの一つです。これと関連してPEモデルの初期条件設定方法が重要な問題ですが、これはまた後で述べます。

3. 湿潤対流の取り扱いについて (I)

まずPEモデルの開発に戻ります。すでに1950年代にCharney (1955) の数値実験に始まり、Smagorinsky (1958) や Hinkelmann (1959) がPEモデルを安定に長時間積分することが出来ることを示しました。但し、これ等のモデルには湿潤対流から放出される熱の効果は考慮されていません。これに関して、1960年東京で

の国際数値予報シンポジウムで、PEモデルを用いた台風発生の数値実験の結果がKasahara (1961; 1962) と Syōno (1962) によって発表されました。台風の発生に湿潤対流中の水蒸気の凝結熱が熱源となっていることはすでに Haque, Syōno, Kasahara, Lilly, Kuo, Yanai ほかの線型研究から分かっていたのですが、非線型PEモデルによる計算は初めての試みでした。但し台風は出来ずに、初期条件としての弱い低気圧循環は水平格子間隔とほぼ同じ規模の積雲対流系となってしまったのです。この会議の議事録にあるKasahara (1962) の論文の後に書かれている討議中のCharneyの発言は、その後の積雲対流のパラメータ化に関連して興味があります。つまり、積雲対流が熱帯低気圧中での循環と共存する効果をモデルに取り入れる必要があると強調している点です。台風循環とならずに積雲対流系が卓越したのは、凝結熱の出方がその場所での鉛直気流と比例して条件付不安定が一様に起こるためです。従って、凝結熱の出方を個々の場所から出てくるものを使わず、より大規模な循環と関連させる必要があるということです。そこで、凝結熱は地表境界層からの上昇流に比例して或る高度分布を持つように指定します。こうした熱源によって台風規模の循環が励起されることがOoyama (1964; 1969) 及び Charney and Eliassen (1964), Ogura (1964) によって示されました。そして、台風規模の循環を起こす不安定性をConditional Instability of the Second Kind (CISK) と呼んで、対流規模の運動を起こす重力による第1種の条件付不安定性 (Conditional Instability of the First Kind) と区別することが提案されました。この段階では台風モデルとして2層しか取扱っていないので、凝結熱の高度に対する分布を一般にどうするかはあまり考慮されていませんでした。そこでKuo (1965) は、不安定成層中に起こる背の高い湿潤対流系が、積雲群とその周域での温度と湿度との差を混合によって一様化しようとすることによって、台風規模の循環に対する熱が与えられると考え、その後よく用いられるようになったKuo方式 (Kuo, 1974) の前触れとなりました。

台風のシミュレーションに用いられたモデルは、Kasahara (1961; 1962) と Syōno (1962) を除き、いずれも傾度風近似を採用した平衡モデル (以後はBAモデルと呼ぶ) でした。これに対して、Syōno and Yamasaki (1966) は、PEモデルを用いた場合には凝結熱の高度分布の如何によっては、BAモデルの場合

には現れないような不安定を起こすことを示しました。引き続き Yamasaki (1968a; b) は PE モデルによる台風発達の数値実験を行い、凝結熱の出方の高度分布と台風規模循環の発達とがどのような関係になっているかを調べました。その結果を一口で述べると、台風規模の循環系を励起するような熱の鉛直分布は、大気中の条件付不安定を高さについてほぼ一様に解消させる傾向をもっているということです。事実、Yamasaki (1968c) は PE 多層モデルを用い、熱源が積雲スケールと大規模な場の温度との差に比例するとして、台風発達の数値実験に成功しています。こうした熱源の高度分布は Kuo 方式のそれと同じです。その後 Kuo 方式を熱源として、Rosenthal (1970a; b) と Anthes (1972) は PE モデルにより、また Sundqvist (1970) は BA モデルにより、それぞれ多層モデルを用いた台風発達の数値実験を行いました。

4. 湿潤対流の取り扱いについて (II)

台風発達機構の研究が盛んであった1960年代前半には、同時に PE モデルによる大気大循環のシミュレーションの研究も活発に行われました。すでに台風モデルによる実験から分かっているように、凝結熱を局所的な鉛直気流と比例するように取り扱うと条件付不安定を起こすわけですが、この問題を大気大循環の計算ではどう解決したのでしょうか？すでに Smagorinsky (1963) の研究でも、凝結熱の効果を気温安定度を変えることによって取り入れようとしたことが、条件付不安定を起こさないように鉛直気温分布を変更するという、convective adjustment (対流調節) の概念が用いられるようになった契機は Manabe and Strickler (1964) の研究です。これは大気の放射平衡による気温鉛直分布を求める際に、気温減率が或る一定値を越えた場合にのみ調節することによって対流平衡を加味しようという趣旨です。対流平衡が保たれていれば重力不安定 (第一種の条件付不安定) を起こさなくなり、この対流調節によって凝結熱の効果を重力的に安定に取り入れることが出来ます。この定形化は Manabe *et al.* (1965) の研究でなされました。

PE モデルによる大気大循環モデルの開発は、こうして GFDL (Geophysical Fluid Dynamics Laboratory, NOAA) での研究と平行して、UCLA では荒川さんと Mintz (1965) により、Lawrence Livermore Laboratory では Leith (1965)、また NCAR では Kasahara and Washington (1967) 等によってされま

したが、いずれも対流調節的方式を採用しています。但し、Mintz (1965) モデルでは、Smagorinsky *et al.* (1965) と同様に凝結熱の効果は水蒸気予報を通じては入れておらず、熱的安定度を調節するという方式を用いています。また Leith (1965) では、水蒸気予報は含まれているものの、凝結熱は熱的安定度の関数とした経験則を用いているので、Manabe *et al.* (1965) が開発した対流調節とは異なっています。こうして凝結熱の効果を入れて PE モデルを安定に走らせることが出来るようになったことから、多層 PE モデル予報の現実化や2週間予報の実験等に用いられるようになりました (たとえば Shuman and Hovermale, 1968; Miyakoda *et al.*, 1969)。

その後 Kurihara (1973) は、気温減率を湿潤気温減率そのものに調節するという古典的な方式を改良して、これからお話しするような仮想的な積雲の気温分布との平衡を加味した対流調節方式を開発し、PE モデルによる台風の3次元シミュレーションに応用しています (Kurihara and Tuleya, 1974)。

ここで少し話がそれますが、もし1960年の初期に、台風モデルにも大気大循環モデルで用いられていた対流調節方式を用いていたとしたら、当然重力不安定なしに台風循環を再現できたことでしょう。その場合、台風発達の機構としての CISK 的な概念が、その後どのような思考展開をしたであろうかというのは興味深い質問です。しかし歴史は、台風発達の機構としての CISK 的な発想が、大気大循環の中で積雲対流系の効果をどう入れるかに、大きな影響を及ぼしたことを示しています。

この前にも述べましたが、1968年に再び東京で開かれた数値予報の国際シンポジウムの議事録は歴史的に重要な資料です。この会議では、PE モデルが台風発達の数値実験、大気大循環のシミュレーション、更には中間予報にまで実用化されたことを示す数々の研究発表のほかに、大気モデル中のいろいろな物理過程を改良することについて多くの提案がなされました。湿潤対流の取り扱いについて特記したいのは Arakawa (1969) による積雲対流のパラメタリゼーション (以後は「助変数化」と呼ぶ) の研究で、これは CISK 的な概念を積雲対流という物理過程によって表現しようとする試みでした。大気中の積雲対流群を下降域も加味した個々の (しかし同種の) 積雲の集合とみた Asai and Kasahara (1967) の研究と共に、異なった種類の積雲群のモデルを助変数化に導入するという

Ooyama (1971) の提案や、積雲群の熱と水蒸気輸送が大規模循環に及ぼす総観的な影響に関する Yanai *et al.* (1973) の研究などを背景に、現在よく用いられている Arakawa and Schubert (1974) による助変数化が確立されました。

積雲対流の助変数化については、その後もいろいろな発展がありますが、そのこと自体は私の話の主体ではないので述べません。しかし、CISK 的な概念を定形化する試みの手段として積雲群の効果の助変数化が開発されたことと、その結果が重力不安定を解消する傾向ももつたために対流調節的作用をしているということだけは述べておきたいと思います。積雲対流の助変数化が難しいのは、重力不安定を解消するのに適切な時間と空間の規模が、取り扱う大気現象そのものによって異なるので、それを如何に巧妙に助変数化するにかかっているからです。

大宮の学会ではここまでお話したところで時間がなくなり、一足飛びに数値予報の将来の見通しを述べましたが、ここではその前に PE モデルの出現の歴史にとってもう一つ重要な問題についてつけ加えておきたいと思います。

5. PE モデルの初期値設定法

数値予報に必要な初期条件は、大気の観測値を客観的に解析することによって作られます。この客観解析には、1つは統計的評価、もう1つは力学的平衡条件という2つの要素が含まれています。統計的評価の過程では、観測値及び予報から得られる推定値の誤差の統計的性質をデータの補間に考慮します。一方、力学的平衡条件とは、客観解析から得られた初期条件から予報モデルの時間積分を開始して、それが期待されているような天気現象を記述するようにするための操作の基礎です。勿論実際の客観解析法にはこの2つの過程が入り混じっています。例えば、多重変数統計補間法 (Gandin, 1963) で用いられている変数誤差相関の計算では力学的平衡を考慮しているし、変分法的客観解析 (Sasaki, 1970) では力学的平衡条件を拘束条件として用いているからです。しかし、ここで述べたいことは、この統計的なものと力学的な考慮が客観解析の両面となっているということです。つまり、統計的な考慮だけ、例えば昔の天気図書きだけでは数値予報モデルの初期条件の設定はできないということです。この力学的平衡操作の過程に対応するのが PE モデルの初期値設定法です。

PE モデルによって記述される大気擾乱は大まかに云って2種類に分かれます。第1種は振動数の高い慣性重力波的運動で、第2種は地球回転による慣性力が緯度によって変化することにより起こる振動数の低い運動です。実際の大気では第2種の運動が卓越していて、大規模な気象現象はこの種の運動によって支配され、これはよく知られているロスビー波というのに対応します。第1種の運動は集中豪雨を起こすような局所的擾乱の現象にとっては重要となりますが、普段は運動エネルギーも小さく、気象学的ノイズとも呼ばれます。PE モデルを或る初期条件から時間積分すると当然第1種と第2種の運動が展開して行くわけですが、初期条件によっては第1種の運動が不自然に卓越してしまっていて、期待している第2種の運動が見えなくなってしまうことがあります (Hinkelmann, 1951)。実は、昔 Richardson (1922) が PE モデルを用いて、その当時の気象観測に基づいた初期条件から地表気圧の時間変化を計算したところが、 Δt を6時間として 145hPa という極端な値が得られてしまいました。Richardson 自身もデータとして用いた風速値に誤差があったためと気付いてはいたのですが、このために数値予報に対する期待がその後長い間失われたことは事実でしょう。これは現在考えてみると、水平風速の誤差によって第1種の運動が卓越してしまっていて、第2種の運動を見えなくしていたということになります。

第1種の運動が卓越する1つの理由は初期値から求められる水平発散が大きいためです。そこで、初期の水平発散は0であると仮定し、しかも水平発散の時間変化も初期に0となるように風と気圧場を平衡させておくことによって、第1種の運動を制御できることを Charney (1955) が提案しました。この平衡条件はバランス方程式と呼ばれています (Bolin, 1955)。しかし水平発散を初期に0と仮定するのは不自然で、むしろ風と気圧場が時間に依らずバランスしているという条件を付けることによって、初期の水平発散は診断的に決定することができることを Phillips が示しました。この診断条件は現在オメガ方程式として知られているものに対応しています。

こうした時間微分項を含まない診断関係式を解いて初期値設定する方法は静力学的初期値化と呼ばれています。これに対して、PE モデルの差分方程式そのものを短期時間積分することによって第1種の運動を制御しようとするのが力学的初期値化方式です。Miya-koda and Moyer (1968) は、PE モデルを $t = 0$ から

$t = 2 \Delta t$ (Δt は時間間隔) まで積分することと、渦度方程式を $t = \Delta t$ から $t = 0$ まで逆算することを連立させ、発散値は $t = 0$, Δt 及び $2\Delta t$ ですべて同じという条件の下で、繰り返し法を用いることによって収束した初期値を得ることが出来ることを提案しました。同じような考え方を Nitta and Hovermale (1969) が更に簡単化して、PE モデルを $t = -\Delta t$ から $t = \Delta t$ までの前方積分と $t = \Delta t$ から $t = -\Delta t$ までの後方積分とを繰り返して、第 1 種の運動を減衰させて $t = 0$ の値を求めることを考えました。こうした方法には、差分方程式自体を用いるという利点はあっても力学的初期値化には難点も多く、たとえばモデルに非断熱効果を入れた場合には後方積分の物理的な意義がないとか、減衰的な時間積分法は第 2 種の運動の減衰をも起こす可能性があり、注意が必要です。

1970年前後の約10年間、米国の国立気象センター(NMC)では Shuman and Hovermale (1968) の北半球 PE モデルが使われていましたが、そのころ用いられていたデータの初期値化は歴史的にみて興味があるのでここで述べたいと思います。先ず客観解析法として観測値を解析関数による級数で表現する方式はすでに1940年後半に H. Panofsky が提案していますが、Flattery (1971) は解析関数として水平方向にはハフ調和関数を用い、鉛直方向には経験直交関数を採用しました。ハフ調和関数は、ラプラス潮汐方程式で記述されるように、全球浅水方程式系の自由振動のノーマルモードです。その特性として線型的ではありませんが、風と気圧高度との関係が全球面で得られます。従って、松野さんが1966年に発表された低緯度における準地衡風運動も、中高緯度での準地衡風運動と共にハフ調和関数で表現出来ます。大気の自由振動の固有関数を使う1つの利点は、展開関数として第2種のものだけを用い、気象的ノイズともなり得る第1種の関数は用いないことによって、初期値化にもなるということです。ここで余談になりますが、ハフ調和関数に就いては19世紀の Laplace 及び Hough の研究で知られていましたが、その全貌が明らかになったのは Longuet-Higgins (1968) によります。しかし、T. Flattery も独立に、1964年頃シカゴ大学のプラッツマン教授の下でハフ調和関数の計算をやり、博士論文を1967年に提出しています。

この NMC での客観解析法はフラタリー解析と呼ばれていますが、風速データから発散量を計算してみると殆ど非発散であることが分かります。これは展開

関数として外部波動的な第2種のハフ調和関数だけを用いていたからです。ことに各解析値が非発散であることは現実と反するのでかなり不満もあったようです。これを改良するために、NMC では1979年に行われた全地球大気観測計画を契機として、多重変数最適補間法による全球客観解析に切り換えました (McPherson *et al.*, 1979)。しかし、この解析法から得られる風と気圧高度の関係は、フラタリー解析から得られるほど力学的平衡が成り立っていないので、このまま PE モデルの初期値として用いるとやはり第1種のノイズが出てきます。この当時 NMC では前述の力学的初期値設定法を用いていました。

PE モデルに対する初期値設定法として原理的に最も満足されるような解決は、Machenauer (1977)、及び独立に Baer and Tribbia (1977) によります。フラタリー解析のように風の場合を初期に非発散とすると、PE モデルの非線型項のために、その時間積分中第1種の運動が現れて不都合な場合のあることはすでに述べました。それで、むしろ初期に第1種の成分もあるとし、但しその成分の時間的変化は0となるように第1種成分の初期値を決めようとするわけです。従って、予報モデルから得られるノーマルモードで変数を表す、つまりスペクトル展開法を用いて場を表現し、その第1種成分のスペクトル方程式の中の時間変化項を0とおいた診断関係式を導きます。この関係式は展開関数の係数からなる行列式となり、これを解くには推定値からはじまる繰り返し法を用います。こうして求めた第1種成分を初期値のそれと置き換えることによって、再び風と気圧高度の場を展開級数を計算することによって構成します。ノーマルモードそのものは線型理論から求められますが、予報モデルの非線型項も考慮しているというところから、この方式は非線型ノーマルモード初期値化と呼ばれています。

PE モデルとして中緯度接面座標 (f -plane) の場合には、ノーマルモードが \sin と \cos という簡単なものになるので、スペクトル予報方程式も扱いやすくなります。Leith (1980) はこの場合の非線型ノーマルモード初期値化は、Phillips (1960) の準地衡風近似を用いて導いた静力学的初期値化に還元されることを示しました。Leith のもう1つの貢献は、第1種と第2種の運動に対するノーマルモードの展開係数をそれぞれ直交座標軸にとり、運動の位相変化を軌跡で記述し、初期値化の過程を平面図に表すようにしたことです。第1種の集合を fast manifold, 第2種の集合を slow man-

ifold と呼び、位相空間の図を manifold diagram と名付けました。この図は Daley (1991) の大気データ解析というテキストにも引用されているように、スペクトル初期値化診断行列式を解くに際して条件を図式化するのに役立ちます。

データ初期値設定法としてもう1つ述べたいのは、Browning *et al.* (1980) による微分限定法 (Bounded derivative method) の応用です。微分限定法というのは Kreiss (1979; 1980) によって提案されたものですが、それを浅水方程式に応用しました。先ず浅水方程式で記述したい第2種運動に対する空間及び時間規模に応じて、浅水方程式をスケールリングして書き換えます。こうすると時間変化項は当然1のオーダーとなりますが、その運動が良く振る舞う (well-behaved) ためには、その n 次の時間微分項 ($n = 1, 2, 3 \dots$) がすべて1のオーダーでなければならないというのが初期値設定の原理です。従って、そのスケールリングされた方程式の中で1のオーダーより大きいものがあつたら、それは1のオーダーでなければならないという制約が必要で、その条件が風と気圧高度の間の診断関係式を導きます。この微分限定法を中緯度ロスビー座標 (midlatitude β -plane) の PE モデルに適用した場合を Kasahara (1982b) が扱っていますが、 $n = 1$ の時間微分を限定することによって運動は非発散でなければならないという結果になります。更に $n = 2$ の時間微分を限定するためにはスケールリングされた時間で微分された結果を用い、その第2次時間微分項が1のオーダーでなければならないという条件から、静力学的初期値化でよく知られているバランス方程式とオメガ方程式が導かれることが示されます。 $n = 2$ の時間微分を限定するほうが $n = 1$ の場合より良い初期値化が得られるわけです。 $n = 3$ の場合は更に良いわけですが、平衡条件を求める代数的計算が複雑になるのが難点です。中緯度ロスビー座標の場合に、PE モデルのノーマルモードは \sin と \cos の調和関数となります。この微分限定法を第1種のノーマルモード成分に対する係数方程式に応用した場合、東向きと西向きの2成分が対になっている第1種の運動についてその2つのスペクトル方程式の時間微分を限定することによって、ノーマルモード成分からなる2つの診断行列式が得られます。それらの物理的内容は、静力学的初期値設定法から得られるバランス方程式とオメガ方程式とにそれぞれ対応していることが分かります。球面座標の PE モデルの場合には、スペクトル展開にハフ調和

関数を用いなければならないので、そのスペクトル方程式から得られる診断行列式の物理的解釈は中緯度ロスビー座標の場合のようには出来ません。そこで、水平発散を D とすると $\delta D / \delta t = 0$ 、かつ $\delta^2 D / \delta^2 t$ という条件から導かれるような風と気圧高度場の関係と同じようなものになるのではないかと想像しています。

非線型ノーマルモード初期値化は原理的にはすっきりしています。ただし、局所モデルのようにノーマルモードが簡単には求まらない場合もあるので、ノーマルモードを直接計算しないで、間接的にノーマルモード初期値化の原理だけを応用しようとするいろいろな試みも為されています。またラプラス変換を用いる方法とか、時間フィルターを用いる方法なども提唱されています。興味のある読者は Daley (1991) の本を参照してください。

非線型ノーマルモード初期値化方式の出現で PE モデルの初期値化の問題は解けたと思えたのですが、それは断熱の力学系の場合であつて、熱帯のように非断熱効果が重要なところではかえって悪影響のあることが、1980年の後半から1990年代にかけて認識されるようになりました。非断熱効果を初期値化に取り入れる問題の1つは大気の熱源の評価が難しいことです。気温の緯度変化が大きい中高緯度では水平発散は主に傾圧性によって支配されて非断熱効果は小さいのですが、気温の水平方向の変化が小さい低緯度では鉛直気流は非断熱効果によって主に起こります。大気輻射による熱源の計算は、雲やエアロゾルの影響の取り扱い以外は基本的には難しくありませんが、水蒸気の凝結熱の計算は降水予報が正確でないので予報モデルからだけでは評価できません。理想的には、解析時に地球上の雲の分布と降水量の観測があれば低緯度での熱源はかなり正確に分かります。

今迄述べてきた PE モデルの初期値設定は気温、風、気圧といった力学的な量に対するものでした。しかし、予報モデルにおいては、天気予報に必要な雲や降水を予報するための物理過程は、それらを助変数化することによって考慮されており、こうした物理過程、特に水蒸気に関する諸過程についての初期値化が必要です。この中には、積雲対流のように水蒸気や気温が少し違っていただけでも起こったり起こらなかったりするものもあるわけで、それに対する初期値化がきちんと出来ていないと、期待しているような降水予報は難しい。場合によっては降水が初期からはじまらず12時間以上もたつてからやっともらしい降水量分布

が得られることがあり、この現象を「降水量スピニングアップ」と呼んでいます。この問題を解決するには、先ず初期時の雲と降水量の観測値が必要であり、更に、気温、風、気圧、及び水蒸気場も含めて力学的及び熱力学的に平衡を保っているばかりでなく、雲や降水といった天気要素が初期時にきちんと復元されていることが「最低」必要です。ここで「最低」という意味は、たとえ初期に復元できていたとしても、予報モデルの物理過程が良くなければ満足できる予報は難しいということです。また地球表面での気象要素は大気に対しての境界条件となるので、これに対する初期値化も必要です。

PEモデルに対する力学的初期値化と平行して、物理過程を主体とした初期値化を Krishnamurti *et al.* (1984) が「物理的初期値化 (physical initialization)」と名付けています。断熱の力学過程だけでも PE モデルの初期値化には長い歴史がありました。ですから、非断熱効果を含めた物理的初期値化は、物理過程そのものにいろいろあるので、簡単でないことは容易に想像できることで、最近になってようやくいろいろな研究が発表されつつあります。熱帯では大気輻射による熱源のほかに水蒸気の凝結熱が重要なので、積雲対流による降水量予報を向上させるための非断熱初期値化の開発に関心もたれています。概念的には4次元データ同化法による客観解析で、観測された降水量を最適に復元出来、しかも気象学的ノイズも起こさないように出来れば望ましいわけですが、助変数化された個々の物理過程が客観解析の結果にどのように影響するかを調べることも必要です。例えば観測された降水量を用いて水蒸気場の初期値化をする場合、予報モデルに用いられる積雲スキームによって初期値化された水蒸気場がかなり異なってきます (Kasahara *et al.*, 1996)。現在水蒸気場の解析はゾンデによる観測値が少ないので、予報モデルによる推定値の影響が強く現れてしまいます。各解析センターで用いている予報モデルの積雲スキームが異なっているため、水蒸気の予報値も異なり、従って解析結果もそれぞれ異なってきます。いずれ衛星データから得られる可降水量の観測値が正確になれば、予報モデルによる推定値に頼ることなく、むしろ水蒸気場の解析から観測された降水量を復元するためにはどのような積雲スキームが望ましいかを定めることが出来るようになるかもしれません。

6. 将来への見通し

PEモデルによる大気のシミュレーションには、本日お話ししたトピックのほかに数値計算法の開発も重要です。今回このことに触れる時間はありませんが、数値予報のための数値計算法が流体力学の数値計算法の大先鞭となったという歴史があります。PEモデルを解くスペクトル法が実用化したときは、これで数値計算法も完成したかと思ったりしましたが、今も着実に進歩しているのに驚いています。勿論、大型電子計算機が目覚ましい進歩が、数値計算法も含めて大気モデルの改良を支えているわけですが、一方ゾンデによる伝統的観測網はこれから減りこそすれ増えることはないので、衛星からセンサーによる間接観測を用いて大気解析を向上させることが、天気予報ばかりでなく気候研究にも大切です。

PEモデルの将来はどうなるであろうかと考えてみることで、私の話を終えたいと思います。大型電子計算機の数値計算速度と記憶機能の向上に伴って、モデルの水平及び鉛直方向の格子間隔を細かくすることが出来るようになり、今日数値予報の現業では全球モデルの場合100km以下の水平格子間隔を採用しています。格子間隔を細かくすることで、非線形の輸送項の計算の精度を上げると共に、種々の物理過程の記述をより忠実に出来ます。しかし、対流性の雲や降水といった天気現象には水平格子間隔を10km以下にする必要がありますが、静力学平衡を仮定しているPEモデルでは、それ程小さい現象を取り扱うことに意味がなく、また全球を10km以下の格子間隔で扱うことも計算能力の点からも不可能なことでしょう。従って局所的、天気現象を扱うには、格子間隔の細かい局所モデルを全球モデルの中にはめ込む、いわゆるネスティングする必要があります。ただし、これもPEモデルの場合には数学的にwell-posedでないという研究もあるので、静力学平衡を仮定しない非静力モデル (nonhydrostatic model) の採用を考慮することが望ましいでしょう。モデルのネスティングをする場合、粗い格子と細かい格子とのそれぞれのモデルが同じであった方がよいと考え、全球規模から局所或いはメソ現象まで一貫して非静力モデルを使うということは当然考えられることです。特に、積雲対流の助変数化の質を向上させるためには雲物理の効果を考慮する必要があります。その際、予報モデル自体の格子間隔も、かなり細かい局所規模現象を解像出来る程度のもので採用する必要があります。全球モデルとのネスティングは避けられない

とみるべきなので、非静力モデルで一貫して取り扱うという考えも荒唐無稽ではないでしょう。

プリミティブ方程式大気モデルがどのようにして実用化されたかという歴史が、非静力のオイラー方程式による大気全規模にわたる大気モデルの開発に、何か役立つことを希望して、今日の話を終わります。

謝 辞

この論文の初稿を山岬正紀、荒川昭夫、眞鍋淑男、小倉義光、栗原宣夫、柳井迪雄の諸兄がお読み下さって、貴重なコメントを下さり、改訂に役立ったことを感謝しています。なお「天気」編集委員会の諸兄、特に中村尚氏から原稿のタイプ及び校正についてご援助いただき、ありがとうございました。

参 考 文 献

- Anthes, R. A., 1972 : Development of asymmetries in a three-dimensional numerical model of the tropical cyclone, *Mon. Wea. Rev.*, **100**, 461-476.
- Arakawa, A., 1969 : Parameterization of cumulus convection, Proc. WMO/IUGG Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, Nov. 1968, Japan Meteor. Agency, IV-8-1 - IV-8-6.
- Arakawa, A. and W. H. Schubert, 1974 : Interaction of a cumulus cloud ensemble with the large-scale environment, Part I, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 674-701.
- Asai, T. and A. Kasahara, 1967 : A theoretical study of the compensating downward motions associated with cumulus clouds, *J. Atmos. Sci.*, **24**, 487-496.
- Baer, F. and J. J. Tribbia, 1977 : On complete filtering of gravity modes through nonlinear initialization, *Mon. Wea. Rev.*, **105**, 1536-1539.
- Bolin, B. 1955 : Numerical forecasting with the barotropic model, *Tellus*, **7**, 27-49.
- Browning, G., A. Kasahara and H. O. Kreiss, 1980 : Initialization of the primitive equations by the bounded derivative method, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 1424-1436.
- Charney, J. G., 1955 : The use of the primitive equations in numerical weather prediction, *Tellus*, **7**, 22-26.
- Charney, J. G., 1962 : Integration of the primitive and balance equations, Proc. International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, Nov. 1960, Meteor. Soc. Japan, 131-152.
- Charney, J. G. and A. Eliassen, 1964 : On the growth of the hurricane depression, *J. Atmos. Sci.*, **21**, 68-75.
- Daley, R. 1991 : *Atmospheric Data Analysis*, Cambridge Univ. Press. 457pp.
- Flattery, T. W., 1971 : Spectral models for global analysis and forecasting, Proc. sixth AWS Technical Exchange Conf., Air Weather Service Tech. Rep. **242**, 42-54.
- Gandin, L. S. 1963 : *Objective Analysis of Meteorological Fields*, Gidromet, Leningrad. [English translation by Israel Program for Scientific Translation available from U. S. Department of Commerce, Clearing House for Federal Scientific and Technical Information, Springfield, VA, 22151.] 242 pp.
- Hinkelmann, K., 1951 : Der Mechanismus des meteorologischen Lärmes, *Tellus*, **3**, 285-296.
- Hinkelmann, K., 1959 : Ein numerisches Experiment mit den primitive Gleichungen, *The Atmosphere and the Sea in Motion ; Rossby Memorial Volume* (Ed. B. Bolin), Rockefeller Institute Press, 486-500.
- Kasahara, A., 1961 : A numerical experiment on the development of a tropical cyclone, *J. Meteor.*, **18**, 259-282.
- Kasahara, A., 1962 : The development of forced convection caused by the released latent heat of condensation in a hydrostatic atmosphere, Proc. International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo, Nov. 1960, Meteor. Soc. Japan, 387-403.
- Kasahara, A., 1982a : Significance of non-elliptic regions in balanced flows of the tropical atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, **110**, 1956-1967.
- Kasahara, A., 1982b : Nonlinear normal mode initialization and the bounded derivative method, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **20**, 385-397.
- Kasahara, A. and W. M. Washington, 1967 : NCAR global general circulation model of the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, **95**, 389-402.
- Kasahara, A., J. Tsutsui and H. Hirakuchi, 1996 : Inversion methods of three cumulus parameterizations for diabatic initialization of a tropical cyclone model, *Mon. Wea. Rev.*, **124**, 2304-2321.
- Kreiss, H. O., 1979 : Problems with different time scales for ordinary differential equations, *SIAM J. Num. Anal.*, **16**, 980-998.
- Kreiss, H. O., 1980 : Problems with different time scales for partial differential equations, *Commun. Pure Appl. Math.*, **33**, 399-439.
- Krishnamurti, T. N., K. Ingles, S. Cocke, T. Kitade,

- and R. Pasch, 1984 : Details of low latitude medium rang numerical weather prediction using a global spectral model. Part II. Effects of orography and physical initialization, *J. Meteor. Soc. Japan*, **26**, 613-649.
- Kuo, H. L., 1965 : On the formation and intensification of tropical cyclones through latent heat released by cumulus convection, *J. Atmos. Sci.*, **22**, 40-63.
- Kuo, H. L., 1974 : Further studies of the parameterization of the influence of cumulus convection on large-scale flow, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 1232-1240.
- Kurihara, Y., 1973 : A scheme of moist convective adjustment, *Mon. Wea. Rev.*, **101**, 547-553.
- Kurihara, Y. and R. E. Tuleya, 1974 : Structure of a tropical cyclone developed in a three-dimensional numerical simulation model, *J. Atmos. Sci.*, **31**, 893-919.
- Leith, C., 1965 : Numerical simulation of the earth's atmosphere, *Methods of Computational Physics*, **4**, 1-28.
- Leith, C., 1980 : Nonlinear normal mode initialization and quasi-geostrophic theory, *J. Atmos. Sci.*, **37**, 958-968.
- Longuet-Higgins, M. S., 1968 : The eigenfunctions of Laplace's tidal equations over a sphere, *Phil. Trans. Roy. Soc. London*, **A262**, 511-607.
- Machenhauer, B., 1977 : On the dynamics of gravity oscillations in a shallow water model, with applications to normal mode initialization, *Beitr. Phys. Atmos.*, **50**, 253-275.
- Manabe, S. and R. F. Strickler, 1964 : Thermal equilibrium of the atmosphere with a convective adjustment, *J. Atmos. Sci.*, **21**, 361-385.
- Manabe, S., J. Smagorinsky, and R. F. Strickler, 1965 : Simulated climatology of a general circulation model with a hydrologic cycle, *Mon. Wea. Rev.*, **93**, 769-798.
- Matsuno, T., 1966 : Quasi-geostrophic motions in the equatorial area, *J. Meteor. Soc. Japan*, **44**, 25-43.
- McPherson, R. D., K. H. Bergman, R. E. Kistler, G. E. Rasch and D. S. Gordon, 1979 : The NMC operational global data assimilation system, *Mon. Wea. Rev.*, **107**, 1445-1461.
- Mintz, Y., 1965 : Very long-term global integration of the primitive equations of atmospheric motion, *WMO-IUGG Symposium on Research and Development Aspects of Long-range Forecasting*, WMO-No. 162. TP. **79**, 141-167.
- Miyakoda, K. and R. W. Moyer, 1968 : A method of initialization for dynamical weather forecasting, *Tellus*, **20**, 115-128.
- Miyakoda, K., J. Smagorinsky, R. F. Strickler, and G. D. Hembree, 1969 : Experimental extended predictions with a nine-level hemispherical model, *Mon. Wea. Rev.*, **97**, 1-76.
- Nitta, Ta. and J. B. Hovermale, 1969 : A technique of objective analysis and initialization for the primitive equations, *Mon. Wea. Rev.*, **97**, 652-658.
- Ogura, Y., 1964 : Frictionally controlled, thermally driven circulations in a circular vortex with application to tropical cyclones, *J. Atmos. Sci.*, **21**, 610-621.
- Ooyama, K. 1964 : A dynamical model for the study of tropical cyclone development, *Geofisica Internacional*, **4**, 187-198.
- Ooyama, K., 1969 : Numerical simulation of the life cycle of tropical cyclones, *J. Atmos. Sci.*, **26**, 3-40.
- Ooyama, K. 1971 : A theory of parameterization of cumulus convection, *J. Meteor. Soc. Japan*, **49** (Special issue), 744-756.
- Phillips, N. A., 1960 : On the problem of initial data for the primitive equations, *Tellus*, **12**, 121-126.
- Phillips, N. A., 1963 : Geostrophic motion, *Rev. Geophys. Space Phys.*, **1**, 123-176.
- Richardson, L. F., 1922 : *Weather Prediction by Numerical Process*, Cambridge University Press, 236pp.
- Rosenthal, S. L., 1970a : Experiments with a numerical model of tropical cyclone development : Some effects of radial resolution, *Mon. Wea. Rev.*, **98**, 106-120.
- Rosenthal, S. L., 1970b : A circularly symmetric primitive equation model of tropical cyclone development containing an explicit water vapor cycle, *Mon. Wea. Rev.*, **98**, 643-663.
- Sasaki, Y., 1970 : Some basic formalisms in numerical variational analysis, *Mon. Wea. Rev.*, **98**, 875-883.
- Shuman, F. G. and J. B. Hovermale, 1968 : An operational six-layer primitive equation model, *J. Appl. Meteor.*, **7**, 525-547.
- Smagorinsky, J., 1958 : On the numerical integration of the primitive equations of motion for baroclinic flow in a closed region, *Mon. Wea. Rev.*, **86**, 457-466.
- Smagorinsky, J., 1963 : General circulation experiments with the primitive equations, I, The basic

- experiment, *Mon. Wea. Rev.*, **91**, 99-164.
- Smagorinsky, J., S. Manabe, and J. L. Holloway, Jr., 1965 : Numerical results from a nine-level general circulation model of the atmosphere, *Mon. Wea. Rev.*, **93**, 727-768.
- Sundqvist, H., 1970 : Numerical simulation of the development of tropical cyclones with a ten-level model, Part I, *Tellus*, **22**, 359-390.
- Syōno, S., 1962 : A numerical experiment of the formation of tropical cyclone, *Proc. International Symposium on Numerical Weather Prediction in Tokyo*, Nov. 1960, *Meteor. Soc. Japan*, 405-418.
- Syōno, S. and M. Yamasaki, 1966 : Stability of symmetrical motions driven by latent heat release by cumulus convection under the existence of surface friction, *J. Meteor. Soc. Japan*, **44**, 353-375.
- Yamasaki, Y., 1968a : Numerical simulation of tropical cyclone development with the use of primitive equations, *J. Meteor. Soc. Japan*, **46**, 178-201.
- Yamasaki, Y., 1968b : A tropical cyclone model with parameterized vertical partition of released latent heat, *J. Meteor. Soc. Japan*, **46**, 202-214.
- Yamasaki, Y., 1968c : Detailed analysis of a tropical cyclone simulated with a 13-layer model, *Papers Met. Geophys.*, **19**, 559-585.
- Yanai, M., S. Esbensen and J.H. Chu, 1973 : Determination of bulk properties of tropical cloud clusters from large-scale heat and moisture budgets, *J. Atmos. Sci.*, **30**, 611-627.

Primitive Equation Atmospheric Model

Akira Kasahara*

* *National Center for Atmospheric Research, P. O. Box3000 Boulder, CO 80307, USA.*

(Received 1 October 1996 ; Accepted 20 January 1997)
