

領域解析への4次元変分法の導入について*

新堀 敏 基**

1. はじめに

2003年6月、領域モデルの初期条件を作成するためのデータ同化システムである領域解析において、4次元変分法が現業化された。これは2002年3月のメソ解析への4次元変分法の導入(石川・小泉, 2002)に続くものである。本稿では最近の数値予報業務の雰囲気を読者に伝えるべく「気象業務の窓」を開け放つことにしよう。

気象庁予報部数値予報課では、日々の気象予報業務を支援することを目的として、数値予報資料を作成している。1959年に始められた数値予報は2003年現在、7代目の数値解析予報システム(NAPS)となり、地球全体を予報領域とする全球モデル(GSM)から東アジアを予報領域とする領域モデル(RSM)、日本周辺をより細かく予報するメソモデル(MSM)、さらに台風が発生したときにその進路・強度予報を行う台風モデル(TYM)などが現業運用されている(気象庁, 2002)。これらの数値予報モデルは、予報領域の広さの違いに応じて予報時間の長さも異なっており、GSMは1週間先までの週間天気予報、RSMは明後日までの天気予報、MSMは半日先までの短時間予報などに利用されている。

数値予報を行うためには初期条件が必要である。初期条件は現在の大気の状態をできる限り精確に捉えた

ものでなければならない。この大気の状態を精確に求める作業を客観解析といい、大気科学に加え統計学を駆使して、初期条件となる解析値を作成する。近年の客観解析では、地上、高層、ウィンドプロファイラ、船舶やパイ、航空機、気象衛星などによる観測データを、数値モデルを用いて過去の初期条件から計算した短時間予報値(第一推定値)に取り込み、数値モデルに適した解析値を求めるという方法(データ同化)が広く用いられている。多様化する衛星データやレーダー・アメダス解析雨量も効果的に同化し、さらに観測データの測定地点だけではなく測定時刻まで考慮したデータ同化の一つが4次元変分法である(露木, 1997, 2002)。変分法は、解析力学における最小作用の原理や幾何光学におけるFermatの原理、量子力学における近似解法やDirac-Feynmanの経路積分など多くの分野で使われる数学の道具である。それに冠する4次元とは、ここでは非相対論的な意味での時間と空間を表すのに用いている。

次節ではRSMの仕様を、第3節ではデータ同化について、ごく大まかに説明する。第4節では、従来のデータ同化である最適内挿法と4次元変分法のやや立ち入った解説をする。第5節では、4次元変分法の導入によりRSMの予報がどのように変わるのか、サイクル実験の結果を示す。第6節は今後の課題である。

2. 領域モデル

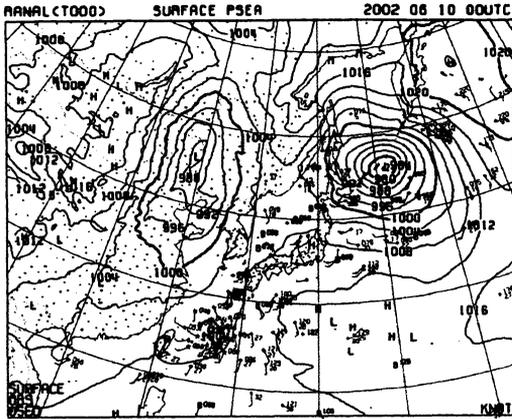
数値モデルの一つであるRSMは、東アジア領域(第1図)を水平方向に約20 km間隔、鉛直方向10 hPa面までを40層の格子に離散化し、各格子点上の風向・風速、気温や水蒸気の量などを予報している。これらの

* Operational Implementation of the Four-Dimensional Variational Method into JMA Regional Analysis.

** Toshiki SHIMBORI, 気象庁予報部数値予報課.

E-mail: shimbori@met.kishou.go.jp

© 2003 日本気象学会



第1図 2002年6月10日00 UTCの領域地上解析図。

予報変数の側面境界条件は親モデルであるGSMから受け継ぎ、初期条件は領域解析で作成する。領域解析は1日4回、00、06、12、18 UTC(協定世界時)に行い、解析予報サイクルを組んでいる。すなわち6時間前の解析結果を初期条件とする6時間予報値を次の解析における第一推定値とし、解析を始めるまでに入電した種々の観測データに基づいて両者の誤差を考慮しながら第一推定値を修正することにより新たな解析値を求める。このサイクルの中で1日2回、00、12 UTCを初期時刻として領域予報を51時間先まで行っている。この予報結果はまた、娘モデルであるMSMの側面境界条件や波浪の変化を予測する波浪モデルの外力パラメータなどに用いられる。

数値予報の精度を向上させるためには、数値モデルと解析システムの双方を改良していく必要がある。今回の現業化ではこの領域解析の内容が新しくなった。その様子は節を改めて見ていこう。

3. データ同化について

大気のような非線形な力学系でカオス運動が認識されて久しい。これは初期条件に含まれる誤差が時間発展すると拡大して、長時間の予報を不可能にすることを意味する。したがって数値予報の精度を向上させるためには、数値モデルの改良だけではなく、客観解析システムで高精度な初期条件を求めておくことも重要である。

客観解析の基本は、観測データから現在の大気の状態を精確に求めることである。しかし実際には観測データのみ用いて数値モデルの初期条件を作ろうとす

ると、数値モデルの格子点数に比べて観測データ数は不足しており、測定地点の空間分布にも偏りがあるという問題点がある。例えばRSMでは、格子点数は $O(10^6)$ であるのに対し1回の解析で使われる観測データ数は高々 $O(10^5)$ であり、測定地点は陸上に比べて海上で少ない。そこで観測データの不足を補うために、解析予報サイクルで引き継がれる数値モデルの短時間予報値を、第一推定値として利用する。そして統計学的推定論を用いて、少ない観測データを第一推定値に同化して解析値を求める「データ同化」が、現代の客観解析のパラダイムになっている。この背景には、長年にわたる数値モデルの改良に伴い、予報誤差が観測誤差と比較できるほど、数値予報の精度が向上してきた事実がある。

現業で使われるデータ同化に、最適内挿法と変分法がある。両者の概念図を第2図に示す。次節で詳しく説明するように、前者は線形最小分散推定法(最小2乗法はこの特別な場合に相当)、後者は最尤推定法に基礎を置く。

領域解析では、これまで3次元最適内挿法でデータ同化を行ってきた(多田, 1997)。ここで3次元とは、データ同化を行うときに異なる気圧面データも用いることを意味する。しかし最適内挿法には、次に指摘するような問題点がある。

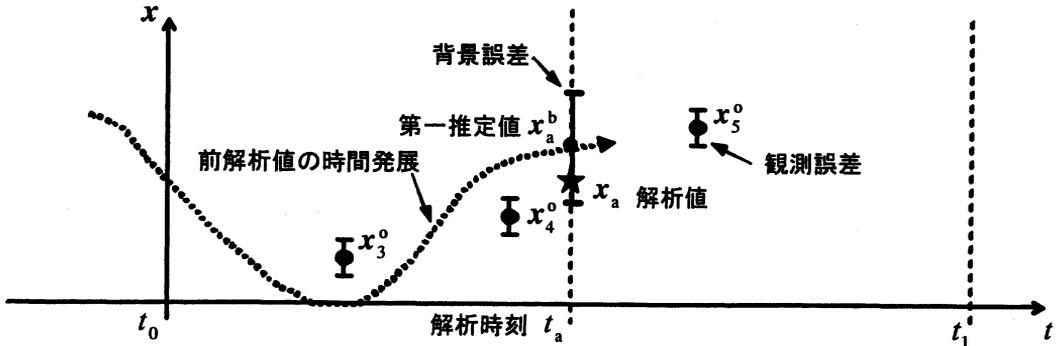
- (i) 同化できる観測データは、解析変数と同じか線形関係にある物理量に限られる。
- (ii) 同化する観測データの測定時刻は考慮できない。

これに対し3次元変分法では、解析変数をオブザーバブル(観測可能な物理量)に変換する「観測演算子」を上手く扱うことにより、問題点(i)を解決する。さらに4次元変分法では、数値モデルによる「時間発展演算子」を用いることにより、問題点(ii)も解決する。したがって、4次元変分法では最適内挿法と比較して次のような特長をもつ。

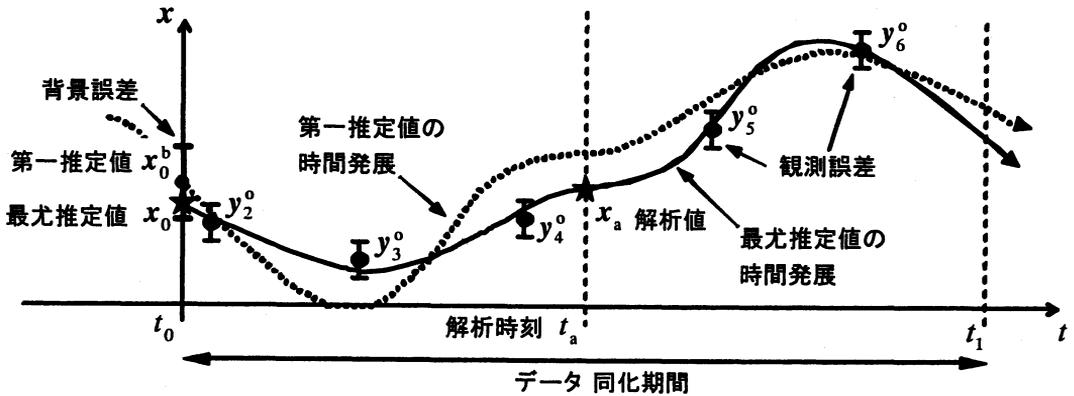
- (i) 解析変数と線形関係にない観測データも同化できる。
- (ii) 測定時刻の異なる観測データも、物理法則に基づいた時間発展を考慮して同化できる。

このように今回導入した4次元変分法では、より広範な観測データを、より正確に同化できるようになり、初期条件の精度の向上が期待できる。

(a) 最適内挿法



(b) 4次元変分法



第2図 データ同化の概念図。縦軸 x は解析する物理量、 y は解析する物理量を含む一般の観測される物理量、横軸は時間を表す。各物理量の上付き添字 b, o はそれぞれ第一推定値、観測値であることを示し、下付き数字は推定時刻、測定時刻を指す。(a) 最適内挿法では、解析する物理量と同じ線形関係にある観測値のみデータ同化する。解析時刻の第一推定値に、観測値と第一推定値の差の線形結合を加えて解析値を求める。線形結合の重みは、予め見積もった背景誤差と観測誤差を用いて、解析誤差の分散が最小になるように決める。ただし各観測値はすべて解析時刻に測定されたとして扱う。(b) 4次元変分法では、解析する物理量と線形関係にない観測値もデータ同化する。さらに任意の時刻に測定された観測値をその測定時刻まで時間発展させる。そして観測値と第一推定値の確率密度関数から決まる推定値の確率密度関数を最大にする最尤推定値をもって、解析値を求める。なお現業の領域解析では、6時間ごとに解析を行うため、データ同化期間は解析時刻の前後3時間としている。

4. 最適内挿法と4次元変分法

前節で述べた最適内挿法と4次元変分法によるデータ同化の内容を、数式を用いて対比させてみよう(露木, 1997, 2002; Bouttier and Courtier, 1999)。数式に関心のない読者は、この節を省いてもさしつかえない。

いま解析時刻 t_a における解析変数の第一推定値を成分とするベクトルを x^b_a 、解析変数と同じ物理量の観測データを成分とするベクトルを x^o 、そして格子点値を

空間的に近接する測定地点へ内挿する線形作用素を I と表そう。最適内挿法では、求めたい解析値 x_a は、第一推定値を D 値(観測値の第一推定値に対する差)に応じて修正した次の量で与えられると考える。

$$x_a = x^b_a + K(x^o - Ix^b_a) \tag{1}$$

そして重み行列 K を、予め第一推定値と観測値の誤差を設定して、線形最小分散推定により各格子点での解析誤差 $x_a - x^b_a$ の分散が最小になるように決める(x^b_a は

解析時刻における解析変数の真値). すると最適内挿法による解析値を求めることができ,

$$x_a = x_a^b + BI^T(R + IBI^T)^{-1}(x^o - Ix_a^b) \quad (2)$$

となる(右肩の T は転置を表す). ここで, B , R がそれぞれ背景誤差 $x_a^b - x_a^a$ (ここでは第一推定値の誤差, すなわち予報誤差) および観測誤差 $x^o - Ix_a^a$ の共分散行列である. 上の説明では, 本質を強調するために観測データは解析変数と同じ物理量に限定したが, 線形関係にある物理量までならば, I の代わりに「線形な」観測演算子を用いて式 (2) を導くことができる. よって最適内挿法では, 観測データ x^o は x_a^a と同じか線形関係にある物理量でなければ同化されず, さらにその観測データの測定時刻は正しく考慮できない.

これに対し4次元変分法では, 解析変数を数値モデルの予報変数と同じ物理量に取り, 解析時刻 t_a に対して設定したデータ同化期間 $[t_0, t_1]$ に測定された一般の観測データ y^o を, 線形に限らない観測演算子 H (格子点から測定地点への内挿 I の作用を含む) と時間発展演算子 M を用いて同化する. そしてデータ同化に変分法を適用して, 同化期間の初めの時刻 t_0 で最尤推定値 x_0 を求める. この最尤推定値の満たすべき方程式を導くために, 「背景誤差と観測誤差はいずれも Gauss 分布に従う」という仮定を置き, 次の対数尤度 (ただし負号は取っており, 評価関数と呼ぶ) を考える.

$$J(x_0) = \frac{1}{2}(x_0 - x_0^b)^T B^{-1}(x_0 - x_0^b) + \frac{1}{2}(Hx - y^o)^T R^{-1}(Hx - y^o) \quad (3)$$

ここで右辺第2項に現れる x は, x_0 を観測データ y^o の測定時刻まで, 数値モデルを用いて時間発展させた値である.

$$x = Mx_0 \quad (4)$$

式 (3) の右辺第1, 2項はそれぞれ背景項, 観測項と呼ばれ, この形は多次元 Gauss 分布の肩に由来している. そして最尤推定値は, 式 (3) の変分 δJ から導かれる次の尤度方程式を解くことにより求まる.

$$B^{-1}(x_0 - x_0^b) + (\partial_x M)^T (\partial_x H)^T R^{-1}(HMx_0 - y^o) = 0 \quad (5)$$

最終的に欲しい解析値 x_a は, 式 (5) から求まる最尤推定値 x_0 を式 (4) を使って解析時刻まで時間発展させ

る, つまり $(t_a - t_0)$ 時間予報することにより得られる. 4次元変分法から導かれる式 (5) は, 最適内挿法による式 (2) と比較して次の特徴をもつ.

- (i) 推定値と観測値を比較するための演算子が, そのものの転置行列ではなく, 接線形作用素 $\partial_x H$ の転置行列の形で現れる.
- (ii) 推定値と観測値を後者の測定時刻で比較するために, 数値モデルによる時間発展演算子 M を活用している.

最適内挿法にはないこれらの特徴が, 前節の終わりで述べた4次元変分法の特長に対応している. なお式 (5) に表れる数値モデルの接線形作用素の転置行列 $(\partial_x M)^T$ は時間反転の演算と関係しており, 式 (5) を数値的に解く方法はアジョイント法と呼ばれている(村上, 1995; 露木, 1996).

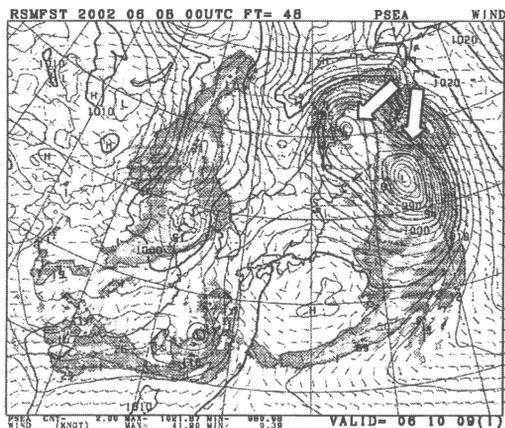
以上が最適内挿法と4次元変分法のあらましである. 4次元変分法に限らず統計学的推定論を用いてデータ同化を行う場合には, 背景誤差と観測誤差の分散・共分散の設定がその精度を左右する. これらの誤差の設定については新堀・小泉 (2003) を参照されたい.

次節では, 領域解析へ4次元変分法を導入すると, 領域予報がよくなることを見てみよう.

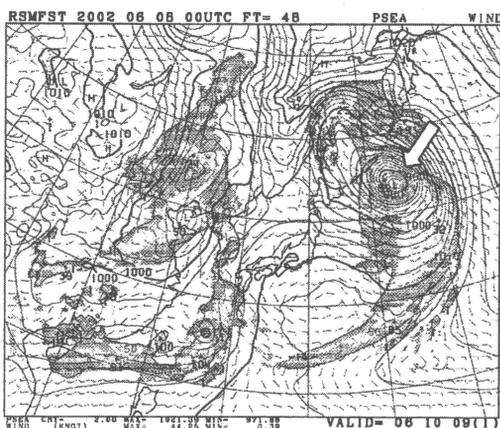
5. 領域4次元変分法のサイクル実験結果

第3, 4節で解説した4次元変分法をRSMの初期条件を作る領域解析に導入して解析予報サイクル実験を行った. その結果を二, 三紹介する. 実験期間は2002年6月の1か月間, 比較の対象は当時現業の3次元最適内挿法からの予報である.

第3図は, 2002年6月8日00UTCを初期時刻とするRSMの48時間予報であり, 解析方法はaが3次元最適内挿法, bが4次元変分法による. 予報時刻(2002年6月10日00UTC)に対応する実況である領域地上解析図(第1図)において, 千島近海にある発達した温帯低気圧に着目しよう. 3次元最適内挿法からの予報では低気圧の中心が樺太付近と千島の東に二極化しているのに対し, 4次元変分法からの予報では千島の東に一つ予報しており実況とよく合っている. このような総観場の予報について4次元変分法がよい結果を与えることは, 統計的なスコアにも表れている. その一例として, 500 hPa 面高度の予報の, 対応する初期値との差を誤差としたときの, 平方根平均2乗誤差(RMSE)と平均誤差を第4図に示す. 誤差の大きさを

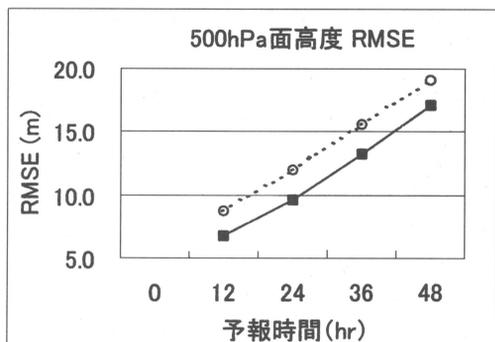


(a) 3次元最適内挿法からの予報

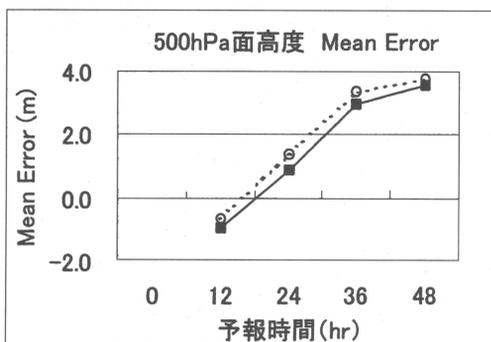


(b) 4次元変分法からの予報

第3図 2002年6月8日00 UTCを初期時刻とする48時間領域地上予報図.



(a) 平方根平均2乗誤差



(b) 平均誤差

第4図 初期値に対する500 hPa 面高度の予報誤差. 統計期間は2002年6月1日~2002年6月30日. 点線は3次元最適内挿法, 実線は4次元変分法からの予報を表す.

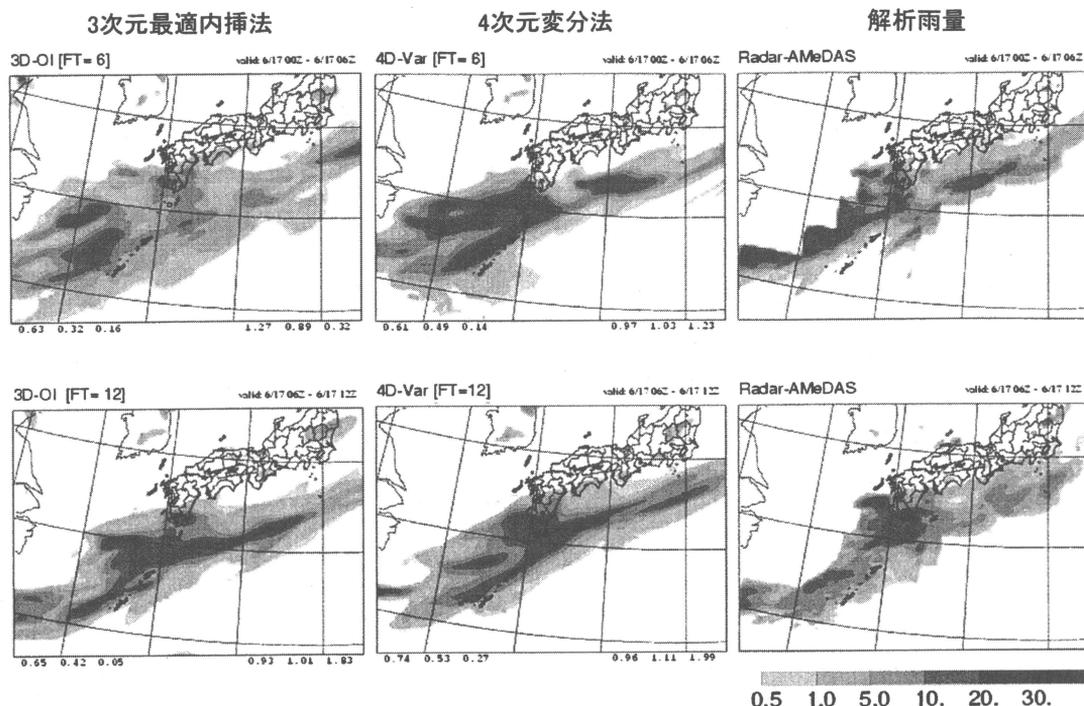
表す RMSE はすべての予報時間にわたって改善している. 一方, RSM の予報領域全体のバイアス特性を表す平均誤差の傾向は解析方法の違いにより大きく変化していないことが分かる.

また解析方法を4次元変分法に替えることによって, 降水に関する予報精度も改善された. 種子島・屋久島に大雨が降った2002年6月17日の事例を第5図に示す. 解析雨量による実況と比較して, 3次元最適内挿法でははっきりと予報されていた九州の南部の強雨域が, 4次元変分法では的確に予報されている. この成因がどこにあるのかを見るために, それぞれの解析で作成した初期時刻における850 hPa 面の風と露点差を第6図に示す. 4次元変分法による解析 (第6図 b) では梅雨前線に向かって南西方向から湿りが流

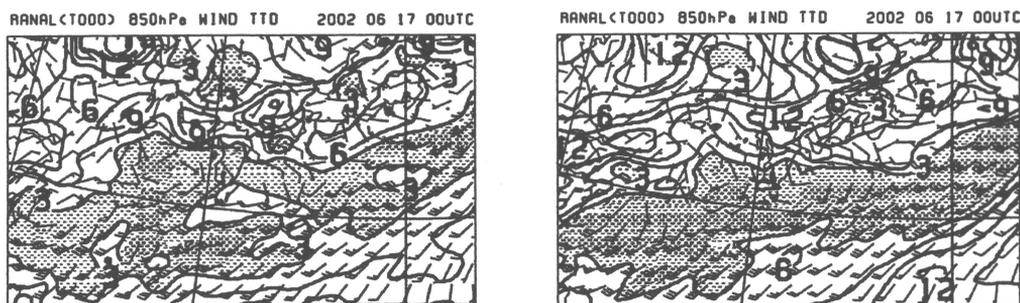
入し湿舌がはっきりと認められるが, 3次元最適内挿法による解析 (第6図 a) では湿りの流入量が不十分であることが分かる. この違いは解析雨量のデータを, 最適内挿法では物理的初期値化しかできないのに対し, 変分法では直接同化できるためと考えられる. 第7図は降水予報のスコアである. バイアスコアの性質を大きく変えずに, すべての予報時間にわたって従来を上回るスレットスコアが得られている.

6. おわりに: 今後の課題

最後にごく簡単に4次元変分法の今後の課題について触れておく. 第4節で解説したように現在の4次元変分法の枠組みでは, 「背景誤差と観測誤差はいずれも Gauss 分布に従う」と仮定している. しかしこの仮定



第5図 2002年6月17日00 UTCを初期時刻とする3次元最適内挿法と4次元変分法からの6時間予報(上段)と12時間予報(下段)の前6時間降水量, および対応するレーダー・アメダス解析雨量。



(a) 3次元最適内挿法による解析

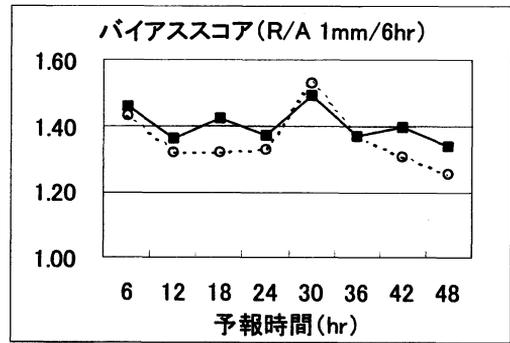
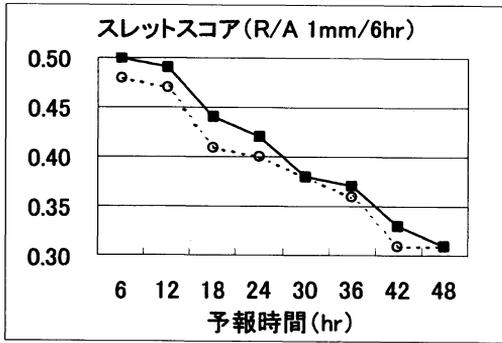
(b) 4次元変分法による解析

第6図 2002年6月17日00 UTCの領域850 hPa面解析図(一部)。陰影部は湿数3 K以下の領域を表す。

は、相対湿度のように下限と上限のある物理量や、Gauss分布に従わないことが経験的に分かっている降水量に対しては無理がある。この点については、近年注目を集めている Tsallis 統計から導かれる確率分布(阿部, 2000)などを仮定すると新たな枠組みが生まれるかもしれない。

また本稿で詳しく紹介しなかった客観解析の重要な課題に、解析場における台風の表現がある。初期条件

としての台風は、台風の周辺での観測データが少ないこともあって、従来、台風ポーガスと呼ばれるモデル的な構造を解析作業の中で取り入れている(大野木, 1997)。3次元最適内挿法では、台風領域内の各格子点の第一推定値をポーガスデータで置き換える「埋め込み型」という方法を用いてきた。しかし、埋め込み型は解析場を部分的に変えるため、数値モデルを用いてバランスのよい解析場を作る4次元変分法には馴染ま



(a) スレットスコア

(b) バイアスコア

第7図 6時間積算雨量1mm以上の雨のスコア。統計期間は2002年6月1日～2002年6月30日。点線は3次元最適内挿法、実線は4次元変分法からの予報を表す。40km格子平均の解析雨量との比較で求めた。

ない。そこで、ボーガスデータを擬似的な観測データとして実際の観測データと一緒に同化する「擬似観測型」という方法を選択し、領域4次元変分法とメソ4次元変分法に導入した(小泉, 2002)。この擬似観測型台風ボーガスについてはまだ研究する余地が多く残されており、今後改良していく予定である。

領域解析に4次元変分法を導入したことにより、気象庁の大気モデルのデータ同化はすべて最適内挿法から変分法に移行した。2003年6月現在、3次元変分法である全球解析にも(竹内, 2002; 成井, 2002)、今後4次元変分法を導入すべく開発が進められている(門脇, 2002)。

謝辞

本稿の執筆にあたり、数値予報課の皆様、特に中村一課長、小泉 耕予報官からは多くの貴重な助言を戴きました。ここに感謝いたします。

参考文献

阿部純義, 2000: Tsallis の非加法的統計力学, 数理科学, 連載1-4.
 Bouttier, F. and P. Courtier, 1999: Data assimilation concepts and methods, Meteorological Training Course Lecture Series, ECMWF, 75pp.
 石川宜広, 小泉 耕, 2002: メソ4次元変分法, 数値予報課報告・別冊第48号「変分法データ同化システムの現業化」, 気象庁予報部, 37-59.
 門脇隆志, 2002: 全球4次元変分法, 数値予報課報告・

別冊第48号「変分法データ同化システムの現業化」, 気象庁予報部, 60-64.
 気象庁, 2002: 気象ガイドブック, 233pp.
 小泉 耕, 2002: メソ4次元変分法の改良, 平成14年度数値予報研修テキスト「数値解析予報システムの検証と改良」, 気象庁予報部, 4-7.
 村上茂教, 1995: アジョイント法, 天気, 42, 601-603.
 成井昭夫, 2002: 全球3次元変分法の改良, 平成14年度数値予報研修テキスト「数値解析予報システムの検証と改良」, 気象庁予報部, 25-29.
 大野木和敏, 1997: 台風ボーガス, 数値予報課報告・別冊第43号「データ同化の現状と展望」, 気象庁予報部, 52-61.
 新堀敏基, 小泉 耕, 2003: D値統計に基づく領域解析のための観測誤差と予報誤差の設定, 数値予報課テクニカルメモランダム, 86.
 多田英夫, 1997: 大気客観解析, 数値予報課報告・別冊第43号「データ同化の現状と展望」, 気象庁予報部, 62-86.
 竹内義明, 2002: 全球3次元変分法, 数値予報課報告・別冊第48号「変分法データ同化システムの現業化」, 気象庁予報部, 17-36.
 露木 義, 1996: 気象の予測とアジョイント・モデル, 数理科学, 11, 50-59.
 露木 義, 1997: 変分法によるデータ同化, 数値予報課報告・別冊第43号「データ同化の現状と展望」, 気象庁予報部, 102-165.
 露木 義, 2002: 変分法によるデータ同化の基礎, 数値予報課報告・別冊第48号「変分法データ同化システムの現業化」, 気象庁予報部, 1-16.