

低周波変動をどのように理解するか

—2006年度日本気象学会賞受賞記念講演—

伊藤久徳*

1. はじめに

このたびはたいへん名誉ある気象学会賞をいただき、ありがとうございます。今後とも学会賞に恥じないようにより一層の努力をしていきたいと思っています。

賞のタイトルは「大気循環のカオスの振る舞いに関する力学的基礎研究」となっていますが、広く言うと大気の高周波（長周期）変動の力学的研究です。低周波変動という言葉はあまりなじみのない方が多いかもしれません。しかしそれはこの言葉がいろいろな現象の総称名だからで、個別的な名称はなじみのあるものが多いと思います。例えば、ブロッキングであったり、北大西洋振動（NAO）や太平洋・北アメリカパターン（PNA）であったりします。実は私にとって低周波変動は研究の原点でした。修士課程でブロッキングのデータ解析をやったからです。成果を得たとはいいがたいものでしたが、その後の私の研究対象に大きな影響を与えました。その後、非線形力学にも興味を持ち、この立場から低周波変動に迫れるのではないかという感触を持っていました。同様の問題意識を持っていたのが木本さん（東京大学、当時気象庁）で、彼と共同で低周波変動の概念的な研究を進めることにしました。話の前半（第3章）はその研究についてです。話の後半（第5章）は現実の低周波変動に対する研究についてです。

以下では、位相空間（phase space）という言葉や位相空間に基づいた考察が多く出てきます。そこでまず位相空間について説明します（よく知っておられる

方は第2章に飛んでください）。変数の組をある仮想的な空間内の点として表し、考察を進めることは数学や物理学にとって一般的です。この仮想的空間のことを位相空間とよび、いわゆる物理空間と区別します。位相空間の次元は変数の個数です。

変数の組を例えば海面気圧の各格子点での値とすると、それは各格子点の海面気圧を座標系に取った（それゆえ格子点の数を次元数とする）位相空間内の1点として表現できます。逆に言うと、位相空間の1点は海面気圧におけるひとつのパターンを表すこととなります。多くの時間におけるいろいろなパターンは位相空間内の散布図として描けます。変数の組が時間とともに連続的に変動するとき、この変動は位相空間を動く線として表すことができます。これを軌道（trajectory）とよびます。

位相空間の座標の取り方は自由ですが、直交しているパターンが位相空間でも直交する方が分かりやすいことは当然です。また少数の座標で変動を効率的に説明できる方が便利です。そこで大規模場の気象学では、時間平均を原点にとって、経験的直交関数（EOF）解析で得られたモードを座標軸とするやり方がよく採られます。EOFの各モードはお互いに直交し、リーディングモードだけで変動のかなりの部分を説明できるからです。ここでもその方法を踏襲します。

2. 低周波変動の研究の背景

まず低周波変動から説明することになります。大気の高周波変動は様々な時間スケールを持っています。そのうちもっともよく知られている1日周期や1年周期の変動の原因は外力（日射）にあることは自明です。次に知られているのは総観規模現象（移動性高低気圧）に伴う変動で、数日の周期を持っています。またその

* 九州大学大学院理学研究院。

itoh@weather.geo.kyushu-u.ac.jp

—2006年10月12日受領—

—2006年11月22日受理—

メカニズムも基本的には傾圧不安定として解明されています。しかし変動の大きさは、より長い（しかし季節内の）変動成分のほうが実はずっと大きいのです（Blackmon, 1976）。この約10日以上を周期を持つ変動を低周波変動とよんでいます。この変動は、ブロッキングに典型的なように、異常気象とも結びつく重要な変動です。また中長期予報における予測可能性とも関係する変動です。しかしながらその理解はなかなか難しく、メカニズムはいまだによく分かっていません。特に面倒なのはより短い周期の総観規模変動との相互作用が必然的に入ってくることです。従って低周波変動のメカニズムを解明することは気象学における第一級の課題となっていると言えます。熱帯にも Madden-Julian 振動などの低周波変動がありますが、本研究の対象はもっぱら中緯度大気の低周波変動です。

観測的な研究によれば中緯度大気の低周波変動は一見カオティックながら、ときとして天候レジームとよばれる準定常的なパターンが持続したり、間欠的に低周波振動モード¹¹が現れたりすることで特徴づけられます（例えば、Branstator, 1987；Kushnir, 1987；Mo and Ghil, 1988；Kimoto and Ghil, 1993a, b）。このような様相は大気内部の非線形性に起因すると考えられます。

非線形性によって中緯度低周波変動を説明しようとする研究として、まず Charney and DeVore (1979) があげられます。彼らは、よく知られた2つの天候レジーム、ブロッキングと帯状流卓越パターンに対応する非線形方程式の定常解を得、これらが天候レジームの根拠であると主張しました。しかし実際の気象中で定常解はあり得なく、時間変動場で元の定常解（不安定定常解）がいかなる意味を持つかはその後に残された課題となりました。これを発展させたのが Legras and Ghil (1985) です。彼らは、不安定定常解は不安定であっても時間発展において重要な役割を果たすことを示しました。不安定定常解は定常解から遠ざかる固有ベクトルを持ちますが、一般にその数はごく少なく、大多数は定常解に近づく固有ベクトルを持ちます。従ってこれらの固有ベクトル方向から不安定定常解へ引かれる軌道が多数あり、さらに不安定定常解に

近づくと軌道のスピードが遅くなるという特徴を持ちます。つまり不安定定常解がブロッキングであれば、ブロッキングパターンが長く持続することを意味します。Mukougawa (1988) はさらにこのことを発展させ、不安定定常解だけでなく、非定常極小点（時間変化が極小の点）も同様の役割を果たすことを明らかにしました。

このような考え方は、単に定常解の議論に留まった Charney and DeVore を大きく超えるものであり、たいへん魅力的なものです。しかしながら上述の研究に用いられたモデルはすべて解像度のごく低いもので、単なる「人工物」である可能性もあります。現実大気を表現できるような、より大きな自由度のモデルでその当否を検証することがぜひとも必要です。そこで、比較的大きな自由度のモデルを用い、これまでの研究を検証することから、さらなる天候レジームと低周波振動の力学的根拠を追究することを目標としました。

ところで、中緯度低周波変動には天候レジームや低周波振動など間欠的に現れるコヒーレントなモードと同時に別の様相もあります。代表的なテレコネクションパターンや経験的直交関数展開 (EOF) のリーディングモードは正負の振幅がほぼ同等に現れ、特に現れやすい振幅や周期を持たないように見えます（例えば、Wallace and Gutzler, 1981）。典型的には NAO や PNA などです。この様相は線形的であると考えることができます。また中緯度大気システムの張る高い次元の位相空間のうち比較的低次元のサブスペースに軌道が捕捉されていると考えることができます。

線型システムにおいて EOF と力学の関係を論じたものとして、North (1984) の議論があります。線形系が自己随伴 (self-adjoint) である場合は、固有値解析 (eigen-analysis, 以下、EA という) を使うことによって、両者の関係を理解することは簡単です。ただ通常的气象モデルのように自己随伴でない場合は、固有関数の直交性が満たされないため、結果は単純ではありません。まして非線形系での時間積分を EOF と対応付けるのに、EA を使ってもそれほどの理解は得られません。Dymnikov (1988) と Navarra (1993) は EA の弱点を克服するものとして、特異値分解 (singular value decomposition, 以下、SVD という) を提案し、Navarra はランダムな強制に対する線形系の応答を理解するのに有効であることを示し

¹¹ 低周波変動が総称で、そのなかに低周波振動が含まれます。低周波振動は顕著な周期を持つもので、他の低周波変動は一般に卓越周期を持ちません。

ました。SVDについてはなじみのない方も多いと思いますので、付録Aにその基礎、利点を書いています。これを受けて、Marshall and Molteni (1993), Metz (1994), Bladé (1996)らがGCMなどの非線形モデルから得られたEOFをSVDから理解することを試みていますが、結論は一致していません。このように非線形系でのSVDの有効性はなお論争中の問題でした。この問題にも取り組みました。すなわち、SVDの有効性と限界を明らかにしながら、低周波変動の主要パターンへの

新たなアプローチを行うことも目的としました。これによって、天候レジーム、低周波振動に加え、低周波変動を包括的に理解することを試みたわけです。

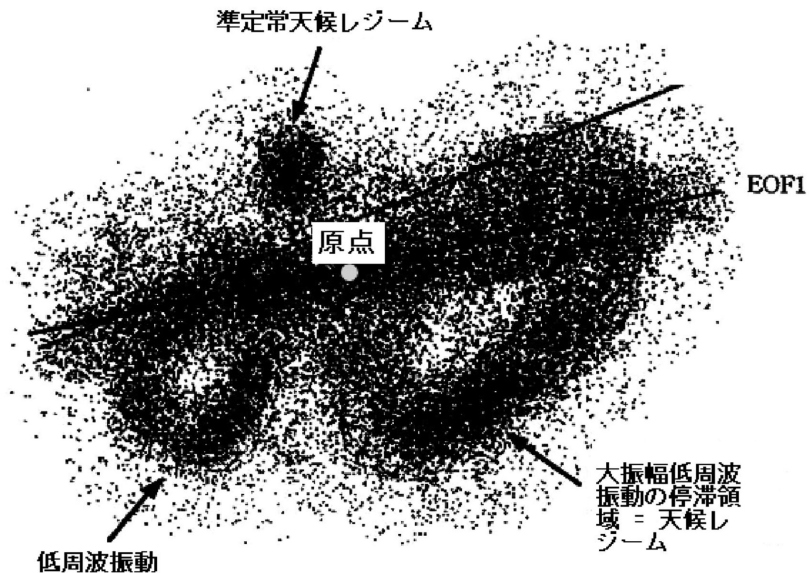
以上に述べた低周波変動の様相を模式的にまとめたのが第1図です。位相空間内の散布図として描いています。その特徴を端的に述べると、「まだら模様」ということです。すなわちよく現われ、持続するパターン（点の混んでいるところ）とそうでないパターン（点のまばらなところ）のあることを示しています。また前者もいくつかのタイプのあることを描いています。例えばEOF1（EOF第一モード）ではそのパターンに沿って点が混んでいます。

3. 低周波変動の概念的理解

3.1 モデル

我々の用いたモデルは発散風の効果を含む準地衡風モデル（いわゆる線形バランスモデル）です。線形バランスとは流線関数と高度の関係が線形的にバランスしているという意味で、モデル自体はもちろん非線形です。対象とする領域は北半球だけで、モデルの地形は現実的なものを採用しています。

モデルの解像度としては、2層T15（最大波数15の三角形切断）と5層T21（同じく最大波数21）を用いました。このうち5層T21の結果は少し複雑なので、以下ではもっぱら2層T15モデルの結果につ



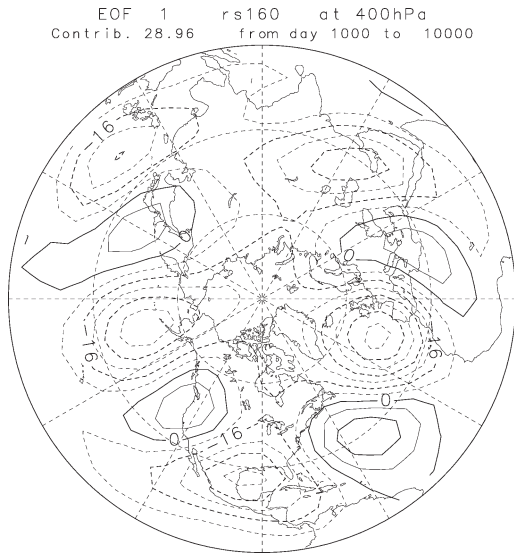
第1図 位相空間内の低周波変動を表す模式図。原点は時間平均のことである。

いてのみ説明します。下部境界条件は地表面の凹凸に水平風があたり、鉛直運動が強制されるように課しています。

この種の研究では、ある物理量を制御パラメータにとって、モデルの振る舞いが制御パラメータとともにどのように変わるかを見るのが普通です。ここでは制御パラメータとして静的安定度 S をとります。これを制御パラメータに取った理由は、 S の大小がモデルの乱れの強さを制御しており、モデルの振る舞いの変化を見るという目的にとって適切であると考えられるからです。山の影響を見るのに、山の高さをパラメータとして変化させるのと同様です。その標準値は $1.2 \times 10^{-6} \text{ m}^4 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-2}$ です。以下では、簡単のため、その単位、 $\times 10^{-6} \text{ m}^4 \text{ s}^2 \text{ kg}^{-2}$ は省略します。なお南北の放射平衡温度差など他の類似の性質を示す物理量を制御パラメータにとっても同様のことが結論できます。

3.2 天候レジームと低周波振動

まず S の標準値、1.20で300 000日積分を行いました。結果、このモデルは大陸東岸のジェットとその下流のストーム・トラック、さらに下流の離流 (diffluent) 領域と、そこでの低周波変動の卓越をうまくシミュレートしていました。総観規模変動と低周波変動の強さは現実より少し弱めですが、ほぼ妥当な大きさです。

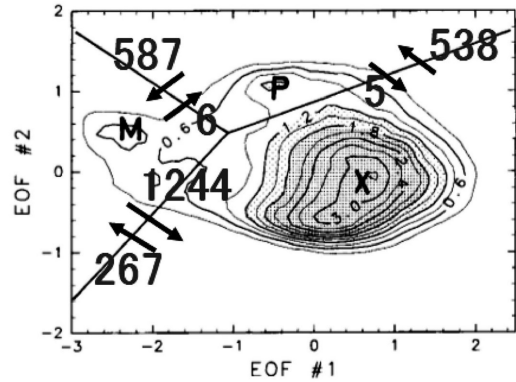


CONTOUR INTERVAL = 8.000E+00

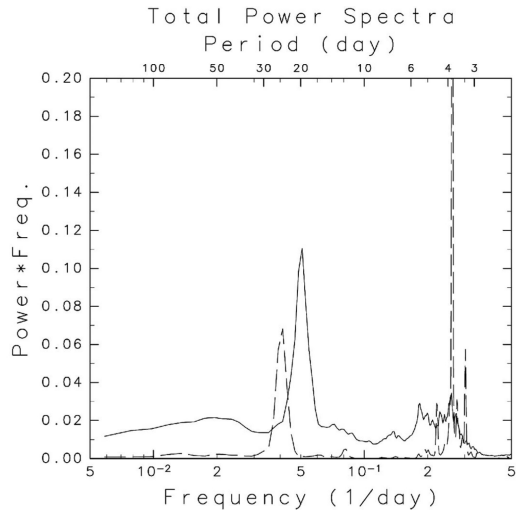
第2図 S=1.20の実験におけるEOF1の上層での流線関数パターン。正が実線、負が破線で示している。コンター間隔は任意である。

変動を解析するために、EOF解析を行いました。EOFの第一モード(EOF1)における上層でのパターンを示したのが第2図です。EOF1とEOF2(EOF第二モード)の座標軸で存在確率密度(Probability Density Function, 以下、PDF)を描いたのが第3図です。3つのPDFの高いところが見えます。これらの名前をX, M, Pと名付けます。このうち、Xはかなり広い領域でPDFが大きく、現実の天候レジームとは対応しません。一方、残りの2つ(MとP)の領域は狭く、パターンはほぼ一定しています。また特にPは存在確率も回りに比べそれほど高くなく、かなり不明瞭です。この図はローパス・フィルタをかけていますが、かけないとM, Pともっと不明瞭になります。さらに軌道を詳しく見ると、2つの領域では軌道は停滞していることが分かります。PとMに関するこのような位相構造は現実大気为天候レジームとよく対応しています。

天候レジーム間の遷移には選択的なルート(preferred route)のあることが知られています(Kimoto and Ghil, 1993b)。このモデルではその性質もうまく示しています。第3図の数値を見ると、X → P → Mのルートははっきりしており、その逆はほ



第3図 S=1.20の実験におけるEOF1と2で張られる平面での確率密度関数の分布。ただし生のデータに対するものではなく、ローパス・フィルタをかけたものである。XとM, Pは3つのレジームを示す。軸はEOF1の時間係数の標準偏差で規格化されている。コンター値は100倍されており、0.012 (0.018) より大きい値の領域は軽い(中間的な)陰影がつけられている。コンターの最大は0.033である。直線はレジームXとP, Mの境界を定義する線である。これらの線上の矢印と数値は3つのレジーム間の遷移の方向と回数を表す。それぞれのレジームに長く滞在した場合をカウントしているため、出入りの回数には不一致がある。



第4図 S=1.20(実線)とS=1.86(破線)におけるパワースペクトル。各モード毎に計算し、全モードの和をとっている。縦軸が周波数をかけたパワースペクトル、横軸は周波数(単位:/日)(下の軸)または周期(単位:日)(上の軸)を示す。

とんどありません。また $X \rightarrow M$ より、 $M \rightarrow X$ が卓越します。

卓越周期を見るためにスペクトル解析を行いました。結果が第4図の実線で示されています。周期約20日の低周波振動が卓越していることが明らかです。すなわちこのモデルは低周波振動も保持していることになります。

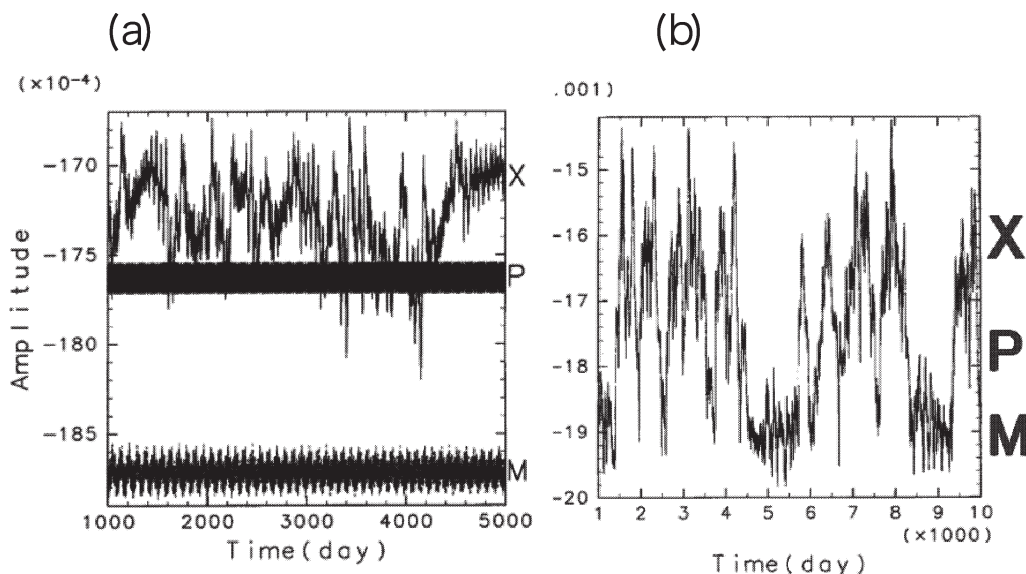
これらの根拠を探るため、まず不安定定常解や非定常極小点を求め、PやMとの対応関係を調べました。しかし結局、両者の対応関係は見つけれませんでした。

そこで次に、大きな S 、すなわち系の振る舞いが単純になるであろう S で様々な計算を行いました。PやMの原始的な状態が見えるのではないかと考えたためです。まず $S=2.00$ で組織的に定常解・時間依存解を探索しました (Itoh and Kimoto, 1996; 以下, IK1)。その結果、3つのアトラクター (安定な解) が見いだされました。以下では、これらのアトラクター、およびこれらに出自を持つ「アトラクターの痕跡」(attractor ruin) を X , M , P と名付けることにします (標準実験におけるレジームの名前と同じにしたのは最終的にはこれらが結びつくからです)。 X は総観規模振動と周期約25日の低周波振動を持つトラス (二重周期解), P は総観規模振動を示す周期解です。 M もトラスですが、少しややこしいところが

あるので詳細は説明しません。比較的大規模な系でのこれらの見つけ方も工夫の必要なところですが、これについてはIK1を参照してください。そこから S を徐々に小さくしますが、 $S=1.86$ までは安定にこの状態が続きます。このパラメータでの上層 $\psi_{0,1}$ モード (流線関数を球面調和関数で展開したときの東西波数0, 全波数1のモード) の時間変動を描いたのが第5図aです。

さらに S を小さくします。まず $S=1.84$ で X が不安定化し、 P に収束しました。さらに S を小さくすると、今度は P が不安定化し、 M に収束します。つまりこの時点ではもともと3つあったアトラクターのうちただひとつのアトラクター M だけが生き残ったこととなります。

さらに S を小さくします。すると $S=1.56$ で最後のアトラクターも不安定化し、解の振る舞いが大きく変化する分岐点をむかえます。すなわちアトラクターはその領域を大きく広げ、 M はもちろん、もとの P や X を含むようになります。しかしながら軌道は位相空間内のすべての場所を等確率で動くのではなく、長く留まり何度も訪れる場所が存在しているように見えます。第5図bでその一端が見えます。実際、他の様々な方法でもそのような場所が3か所同定され、それらはそれぞれもとのアトラクターに対応していることが分かりました。系の軌道は「アトラクターの痕



第5図 (a) $S=1.86$ と (b) $S=1.56$ における上層 $\psi_{0,1}$ モードの係数の時間変化。X, P, M は3つのアトラクター、および「アトラクターの痕跡」を表す。縦軸が係数、横軸が時間を示す。

跡」で長く捕捉され、かつ何度も訪れるので、これは天候レジームそのものの性質です。

このような振る舞いは他の物理系でも見つけられているカオスの遍歴 (chaotic itinerancy) (例えば, Ikeda *et al.*, 1989; Kaneko, 1990) といわれる現象と考えられ、上述の分岐点は非線型力学で言う爆発的分岐 (explosive bifurcation) にあたります。

「アトラクターの痕跡」間の遷移ルートはアトラクターが不安定化したときの性質を反映していました。つまり P へは X から、P は M へと不安定化時と同じ遷移をします。最後のアトラクター M の不安定化は当然、M→X のルートが「開ける」ことが条件なので、M から X のほうが卓越するのは自然です。

パラメータをさらに不安定側にずらしてみます。そうすると3つのレジームのうちひとつの領域 (X) がますます大きくなり、残りの2つの領域 (P と M) は小さく、かつ見えにくくなります。このような変化を被りながら、S の標準値1.20での結果につながっていきます。そして標準実験における3つのレジームは各々もとのアトラクターに対応していることが確認できました。

標準実験における X の領域はもとよりかなり大きくなっていました。この領域が広がるという性質は、もともとアトラクター X が位相空間の比較的「平坦な」場所に存在していたことから生じたものです。このことは複数アトラクターが安定に存在する S=2.00 での時系列を示した図から理解できます (図省略)。アトラクター P や M への軌道の収束の仕方に比べ、X へのそれは大変ゆっくりしています。X へ収束する場合はいろいろな初期値から始めても、同様にゆっくりと収束します (図省略)。

以上から、少なくともこのモデルでは、複数の「アトラクターの痕跡」が、すなわち安定なパラメータにおける複数アトラクターの存在が天候レジームの力学的根拠であるということが明らかにされました。

第4図は S=1.86 の X におけるスペクトルも表しています。S=1.86 は X が不安定になる直前の値です。低周波にスペクトル・ピークを持っており、周期は約25日です。標準実験 S=1.20 では約20日となっており、少し短くなっていますが、ほぼ対応しています。また標準実験での振動は X で卓越していることも示せます。さらに低周波振動のパターンもほぼ保持されています。これらのことより標準実験での低周波振動はアトラクター X の低周波振動がもとになって

いることは明らかです。ピーク値は S=1.20 でかなり強くなっています。X の広がりに対応していると考えられます。これも現実の低周波振動をうまく説明できます。

3.3 低周波変動の主要パターン

EOF1 や 2 では、低周波振動に対応する20日付近のピークを除くと、周波数の低い方がパワーが大きい赤色ノイズ (red noise) になっており、低周波変動が卓越しています (図省略)。しかも第3図からわかるように、振幅は正規分布に近い形で、正負にわたって分布しています。そこで次にこのような低周波パターン卓越の理由を考察することにします。

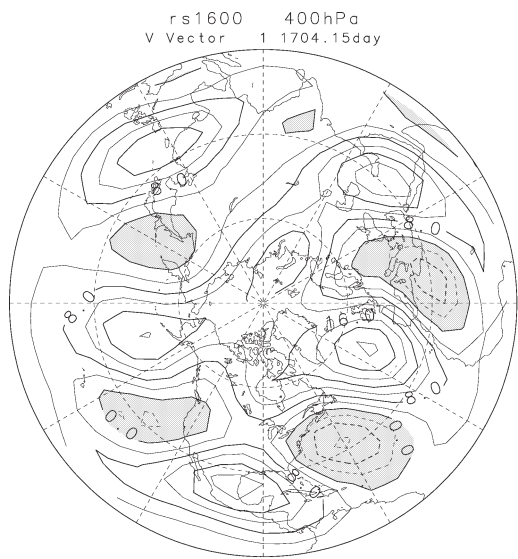
まず時間平均を基本場にして線形化したときの線形方程式を考えます。線形方程式を考察する根拠は、上で述べたようにこの低周波変動が線形的な様相を示しているからです。

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi + A \psi = \mathbf{f} \quad (1)$$

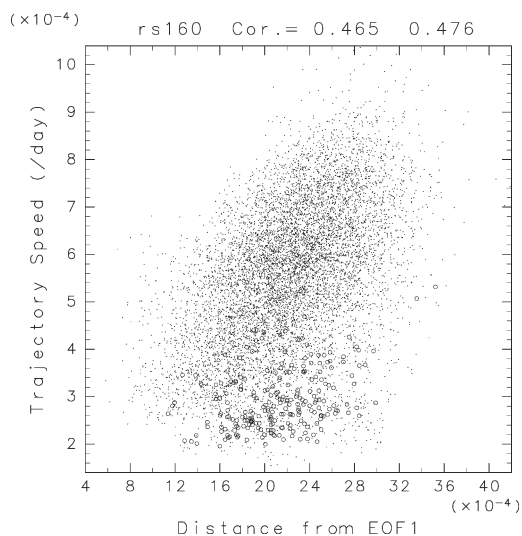
ここで、右辺は非線形項を含む強制項です。A は線形化行列ですが、当然、東西非一様場 (zonally varying field) を基本場とする線形化行列です。低周波変動はゆっくりした変動なので、第一近似として時間変化項を小さいとして無視します。すると強制問題となり、連立方程式を解くことによって解を得ることができます。この解の性質を調べるのには、SVD が有用です。要するに、強制が白色 (white) であれば (正確には u ベクトル \mathbf{u}_i と \mathbf{f} との内積が白色であれば)、特異値 σ_i の小さい v ベクトル \mathbf{v}_i のパターンが卓越することになるということです。(u ベクトル, v ベクトルに関しては付録を参照してください。)

そこで、S=1.20 での時間平均場を基本場として線形化した行列 A に対して SVD を行います。実際に特異値を計算すると、第一番目の特異値がたいへん小さいことが分かりました。従ってこれに付随するパターンが強制に対して強く応答することになります。すなわちこの励起のメカニズムは定常波の線形共鳴であると言えます。実際にパターンを比較すると、第一 v ベクトル (以下、SVD V1 という) のパターン (第6図) は EOF1 のパターン (第2図) とほぼ一致していることがわかります。

EOF1 のパターンの時間変化が全体としてゆっくりしていることは、位相空間における EOF1 からの距離と軌道の速度を対応させることから確認できます。第



第6図 SVD V1における上層の流線関数パターン。正は実線で、負は破線と陰影で示されている。コンター間隔は任意である。



第7図 $S=1.20$ の実験において、位相空間におけるEOF1からの距離(横軸)と軌道速度(縦軸)の散布図。軌道速度はローパス・フィルタを通してから計算されている。○印は「アトラクターの痕跡」M内の点を表している。Mの内外は第3図の2直線で定義されている。

7図がその結果です。軌道速度の計算は総観規模の現象に伴う軌道の変化を除くために、事前にローパス・フィルタをかけています。明らかにEOF1に近いほうがスピードが遅いことを確認できます。EOF1からの距離と軌道速度との相関係数は0.465です。

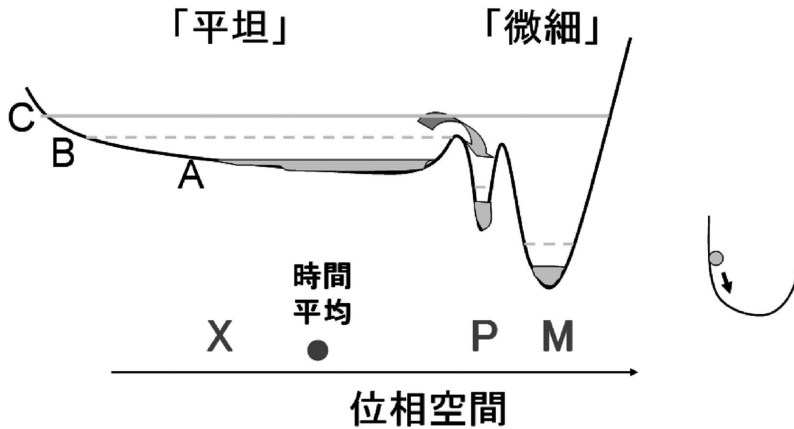
しかしSVD V1によってEOF1が決まるのは不思議な気がします。なぜなら、EOF1は位相空間内のすべての点を用いて求めるのに対して、SVD V1は時間平均場、すなわち位相空間の1点のみによって決まるからです。なぜこのような関係が保証されるのでしょうか。ここでもう1度、「アトラクターの痕跡」Xの性質を思い起こしてください。これは構造が「平坦」で、系の不安定性が増すとともに、どんどんその領域を広げていくものでした。従って時間平均場は必ずこのX内部に存在することになります(第3図参照)。そして位相構造が「平坦」ですから、時間平均場が少々違っていても、必ず類似のSVDの結果を与えます。このように基本場は位相空間内のある1点ですが、そこでの議論が広い範囲に適用できる根拠のあることが分かります。Itoh and Kimoto (1999, 以下, IK2)では実際にこのことをいくつかの観点から確かめています。

以上より、卓越周期を持たない低周波変動の卓越パターンは、時間平均場を基本場とする線形方程式の特異モードとして理解できることが分かりました。特異ベクトルと対応する軸の周辺では系の軌道速度が遅く、軌道が長く留まるために卓越パターンとなるというわけです。ただし5層T21の結果から言えることですが、傾圧波が強くなってくると、傾圧波の影響が卓越パターンに出始め、SVDだけですべてが決まるというわけにはいかなくなります(IK2)。

3.4 まとめ

さてここまでの結果をまとめておきましょう。理解を助けるにはイメージを持ってもらうことが重要なので、その目的で第8図を描きました。ただしこのような図は正確な理解のためにはかえって妨げになる両刃の剣でもありますので、この点はいくれぐれも注意してください。まず低周波変動は少なくとも3つの側面を持っていることが結論できます。すなわち天候レジーム、低周波振動と卓越周期のないred noise型の低周波変動です。またこれらの力学的根拠を以下のように明らかにできました。

天候レジームと低周波振動の力学的根拠は、パラメータが安定なときのアトラクター、およびその内部



第8図 低周波変動のまとめのイメージ図。横軸は位相空間の位置、縦軸はポテンシャルのようなものである。この「枠」に沿って運動が起こっているというイメージのもとに描いている。右図が運動の実際の様子を示している。十分に安定だと「底」で静止し（定常解）、不安定性が増すにつれて運動が大きくなる。X, P, Mはアトラクター、または「アトラクターの痕跡」を表す。A（影付き）、B（破線）、C（実線）の線はおおよそそれぞれ $S=2.00, 1.84, 1.20$ での運動の様子を描いている。これらの線は概念的に軌跡の「上端」を与えており、それより「下」で運動が起こっている。「枠」に沿わないで宙に浮いた運動が生じているように思えるかもしれないが、実際の空間次元は一次元ではないことに注意。AとBにおいては、各アトラクターでそれぞれの「底」から「上端」までが同じ範囲内で、運動が起こっている。それゆえ最も「浅い」Xが最も早く不安定化する。その値が $S=1.84$ で、Xから始まった軌跡は最終的に必ずPとの「壁」を越える。また「枠」はパラメータの変化とともに変化するが、それは表現していない。

の低周波振動です。レジーム間の選択的ルートはアトラクターの壊れ方を反映したものでした。さらにカオスの遍歴が起こった後、これらの「アトラクターの痕跡」のうちのあるものは、パラメータの不安定側への変化とともに、その領域を大きくするという変化を被ります。これはそのアトラクターが「平坦な」位相構造のもとにあったため生じたものです。その結果、領域が大きくなったものはその内部でパターンが大きく変動することになり、もはやひとつの天候レジームであるとは言えなくなります。一方、その他のものはその内部でパターンがほぼ一定し、現実的な天候レジームの様相を示すようになります。低周波振動のほうは、領域が大きくなった「アトラクターの痕跡」内の低周波振動が大きな振幅を示すので、これも現実的な様相を示すことになります。すなわち、天候レジームと低周波振動の力学的根拠をより正確に述べると、それぞれ位相構造が「微細な」「アトラクターの痕跡」と、構造が「平坦な」「アトラクターの痕跡」の低周波振動であると言うことができます。

不安定定常解や非定常極小点の重要性を述べた Legra and Ghil たちの結果は低解像度での「人工物」と考えられます。総観規模変動がある限り、軌道は不安定定常解には近づけません。なぜならこれらは大規模場から構成されているのに対し、軌道は常に総観規模擾乱を含むからです。

低周波変動における卓越パターンは傾圧波の発達が十分でないモデルでは比較的単純な現れ方をします。すなわち時間平均場を基本場とする線形方程式の特異モードがその低周波変動の卓越パターンとして現れます。従ってその発現のメカニズムとしては線形共鳴であると言えます。基本場が少々変化しても、特異モードは類似なパターンを持つ

ことも明らかにされました。これは構造が「平坦な」「アトラクターの痕跡」によって保証されます。ただし傾圧波が強くなり局在化してくると、渦強制（傾圧波による強制）の効果が効いてきて、パターンは特異モードからかなりずれてきます。従ってこのときの卓越パターンは、特異モードと渦強制の相互作用の結果決まってくると言えます。

ここから過去の研究において見られたSVDの有効性に対する不一致の理由も明らかです。まず紙数の関係で触れませんでした。バロトロピック方程式に基づくSVDからは傾圧モデルにおける卓越パターンは説明できないということがあります。また傾圧モデルにSVDを用いても、上に述べた理由から、卓越パターンをSVDで100%説明できるものでもありません。限界を知った上でSVDを使うという態度が必要です。

このように地球の気象学は線形の議論が広い範囲に適用できるとともに、非線形的な考察も同時に必要になるという構造を持っているということになります。

もし地球大気がずっと安定であれば、線形的な議論はほとんど意味がなかったはずですが、もしずっと不安定であれば、天候レジームは見えなかったはずですが、中庸であったからこそ、多くの興味深い現象を持つことができたのだと改めて感じた次第です。

4. その後の展開

このように、少なくとも5層T21まで解像度を上げて天候レジーム、低周波振動、卓越パターンの理解は概念的にはうまくできます。しかし例えば、卓越パターンと言ってもNAOやPNAを理解したわけではありません。また低周波振動の本質的なメカニズムを理解したわけでもありません。アトラクターもなぜそのようなアトラクターができるのかという理解があってはじめて真の理解になります。ですから次の課題は現実の天候レジーム、低周波振動、卓越パターンの理解です。我々の概念的な理解が本当に直接的に、またはその延長として現実にも当てはまるのかということになります。

このような研究は当然ながら簡単ではありません。最初に天候レジームですが、現実的な天候レジームを再現することがまずたいへんです。特に天候レジームが局所的な場合は解像度の高いモデルを使う必要があります。天候レジームを再現した上で、今度は大自由度のもとで非線形の枠組みでの理解を進めなければなりません。簡単でないことが容易に想像できます。

しかし比較的単純なモデルで天候レジームを再現できる場合は話は別です。例えば、南半球では単一ジェットと二重ジェットというレジームがあり（例えば、Yoden *et al.*, 1987）、それは帯状平均場で話がすむので高い解像度は必要としません。そこでまずこれを研究することにしました。その成果がItoh *et al.* (1999)です。2つのレジームを2つのアトラクターからうまく説明することができました。

卓越パターンのほうはまだ比較的簡単です。線形的な理解で話がすむからです。ただ私には直接にそこに進むにはちょっとした躊躇がありました。北半球の卓越モードとしてよく知られているのは、NAOやPNAなどですが、これらは局所的なモードであり、我々のモデルでの卓越パターンは半球的なものであるということとの間に乖離があったからです。そこをもう少し詰めたかと思っていました。

ちょうどその当時に、半球的な卓越パターンとして北極振動(AO)がいう概念がThompson and Wal-

lace (1998)によって提起されました。これは北半球における月平均海面気圧(SLP)のEOF第一モードとして定義されるもので、その空間パターンは北極と中緯度との東西一様性の高いシーソーです。その意味で環状モードとも呼ばれています。ただし日本ではAOのほうが一般的ですので、ここでもそちらを使うことにします。AOを各等圧面高度場偏差に回帰すると、対流圏から成層圏にまで連なる環状パターンが得られ、南半球での類似パターンの存在と合わせ、AOは大気の運動を理解する上の基本的なモードと言われています。またAOから回帰した温度偏差のパターンは温暖化のパターンと似ており、温暖化を研究する上でも重要なモードとされています。このようにいろいろな側面で大きな注目を集め、多くの研究者がAOに関わる研究を行っています。木本さんと北大の渡部さんたちはAOを特異モードとして説明することに挑戦していました(Kimoto *et al.*, 2001; Watanabe and Jin, 2004)。

5. 卓越パターンをめぐって

5.1 北極振動と北大西洋振動, 太平洋・北アメリカパターン

このような背景のなかで私もとりあえずAOから研究を始めることにしました。単にはやりに乗った安易な態度だったと言えるかもしれません。実は私はその時点ではAOに対する批判的見解のことは知らずに、単純にその存在を信じて、研究を開始しました。総観規模現象との関係をデータ解析から見ようとしていたのですが、そのうちにどうもおかしいと思える節が出てきました。それはEOFを使うと、太平洋域と大西洋域の総観規模現象が常にコヒーレントに出てくるということです。本来別々に出てははずなのに、なぜかコヒーレントになるのです。ただすぐにはどこがどうおかしいということは分かりませんでした。

そこでAOに対する批判的な見解の存在を知って、それをレビューしてみました。Deser (2000)が最も組織的なものです。そこでは簡単に言うと、AOはNAOと同じものを見ているのではないかという批判をしていました。ただ私はこれでは太平洋の作用中心(変動の振幅の1番大きいところ)を考察していないので、不十分ではないかという印象を持ちました。北極域と大西洋域に加えて、太平洋域も加えた考察をしないといけないという考えに至ったわけです。そこでそれを3点で模式的に表現し、EOFを考察するとい

うアイデアに至りました。そうなる結論は簡単でした。約2か月でアイデアから結果と考察を経て結論に至りました。実はこの時期は2001年秋の学会に予稿集を出した直後のことで、予稿集のタイトルは「環状モードと高周波擾乱」となっていました。学会での講演自身はタイトルからまったく離れて、別の内容「見かけの北極振動と真の北極振動」を話したという次第です。これが Itoh (2002) のもとになっています。その内容を次に説明することにします。

なおデータは NCEP-NCAR 再解析の月平均データで、SLP を用います。解析期間は1948~2000年までの53年間で、11月から4月の冬季のデータのみを扱います。偏差を各月の53年平均からのずれとして定義し、これに対して解析を行いました。

以下の考察では EOF 第二モードが重要になってきますので、まずこれを見ておくことにします。第9図は海面気圧における半球全体の EOF1 と EOF2 を示しています。EOF1 がこのデータでの AO です。EOF2 は大西洋と太平洋のシーソーを表しています。EOF2 がこのようなパターンになるべきことを想定していたので、EOF 解析でこのパターンが出てきたとき、私は自分の考えに確信を持つことができました。以下ではこのパターンを NCM (negative correlation mode) とよぶことにします。

さて AO は北極と中緯度のシーソーパターンですが、第9図aに見られるように作用中心としては北極 (N)、大西洋 (A)、太平洋 (P) の3点がありま

す。この3地点での時系列を次のように与えます。

$$x_N(t) = 2r_1(t), \quad (2a)$$

$$x_A(t) = -r_1(t) + r_2(t), \quad (2b)$$

$$x_P(t) = -r_1(t) - r_2(t) \quad (2c)$$

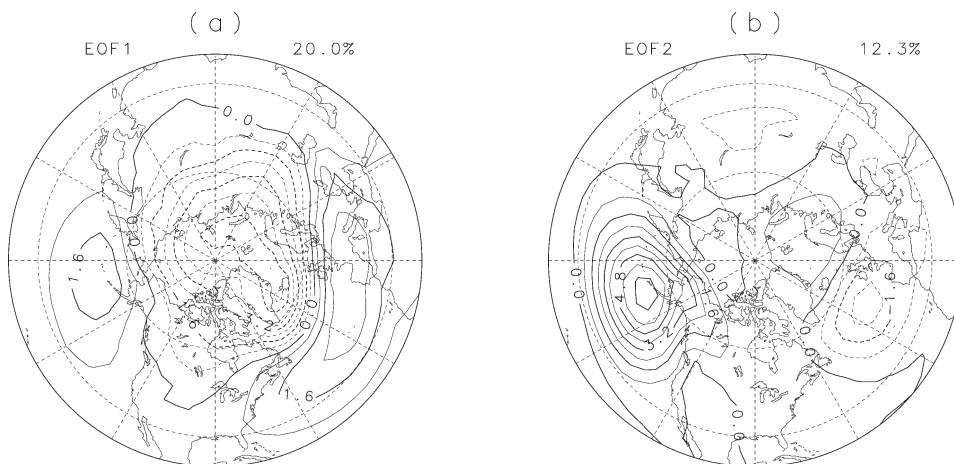
ここで $r_n(t)$ は時間を t とする時系列で、下添字が同じものは同じ時系列を、異なるものは異なる時系列を示しています。簡単のため、どの時系列も平均ゼロで、分散は同じ、異なる時系列間では無相関とします。従って、 $\overline{r_1(t)r_2(t)} = 0$ です。ここで $\overline{(\quad)}$ は時間平均を示します。この式は3点がコヒーレントに振動するモデルで、これを真の北極振動とよぶことにします。振幅は極が大きいので、それを反映して仮に2倍としています。なお A 点と P 点の間にもシーソーパターンを許していますが、NCM の存在を反映しています。この3点の EOF 解析は、 $(2, -1, -1)^t$ が第一モードで AO を表し、第二モードが $(0, 1, -1)^t$ で NCM を表すことは自明です。なお $(\quad)^t$ は転置の意味です。

今度は次のような時系列があったとします。 $\tilde{r}_n(t)$ は上の $r_n(t)$ と同じ性質を持つものとします。

$$y_N(t) = \tilde{r}_1(t) + \tilde{r}_2(t), \quad (3a)$$

$$y_A(t) = \tilde{r}_1(t), \quad (3b)$$

$$y_P(t) = -\tilde{r}_2(t) \quad (3c)$$



第9図 20°N 以上の月平均海面気圧偏差における (a) EOF1 と (b) EOF2. 寄与率は各図の右上に示されている。正の値は実線、負の値は破線で示す。EOF は領域積分が各モードの分散に等しいように規格化されている。コンター間隔は0.8 hPa である。

これは N, A 地点間のシーソー振動と, N, P 地点間のシーソー振動であり, これ以外の解釈はあり得ません. しかし EOF 解析を行うと, 結果は, 固有値が 0.5 倍になることを除いて, (2) 式とまったく同じになります. 相関は A・P 間でないことを正しく教えてくれますが, EOF は AO と NCM が存在すると誤ってしまうのです. 数学的に表現すると, (3) 式が次のように書き直せることに対応しています.

$$y_N(t) = [\tilde{r}_1(t) + \tilde{r}_2(t)], \quad (4a)$$

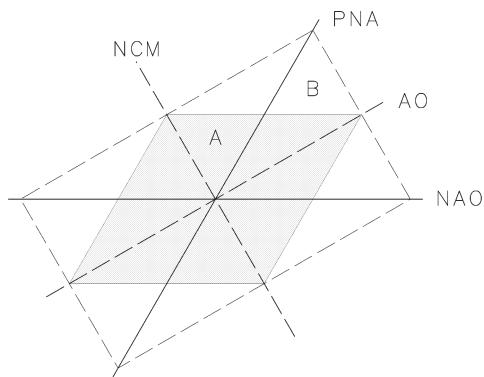
$$y_A(t) = -0.5[\tilde{r}_1(t) + \tilde{r}_2(t)] - 0.5[\tilde{r}_1(t) - \tilde{r}_2(t)], \quad (4b)$$

$$y_P(t) = -0.5[\tilde{r}_1(t) + \tilde{r}_2(t)] + 0.5[\tilde{r}_1(t) - \tilde{r}_2(t)] \quad (4c)$$

従って, 以下ではこれを見かけの北極振動とよぶことにします. なお N, A 地点間のシーソー振動が NAO を模したものであることは明らかです. N, P 地点間のシーソー振動は現時点では明快ではありませんが, 後で PNA であることが分かりますので, これ以降は PNA とよぶことにします.

後の便宜のために, 図式的に 3 点シーソー系と 4 つのモードの関係を表す図を示すことにします. 第10図がそれです. 4 つは位相空間の同じ平面に位置しま

Schematic Figure for 3-Point EOF



第10図 3 点シーソー系の位相空間での配置を表す模式図. NAO, PNA, AO, NCM はそれぞれのパターンの方向を示す. $r_1, r_2, \tilde{r}_1, \tilde{r}_2$ が一様乱数である場合の変動範囲を A (影をつけた菱形領域) と B (外側の長方形領域) で表している. A が (3) 式に対応し, B は (2) 式に対応する.

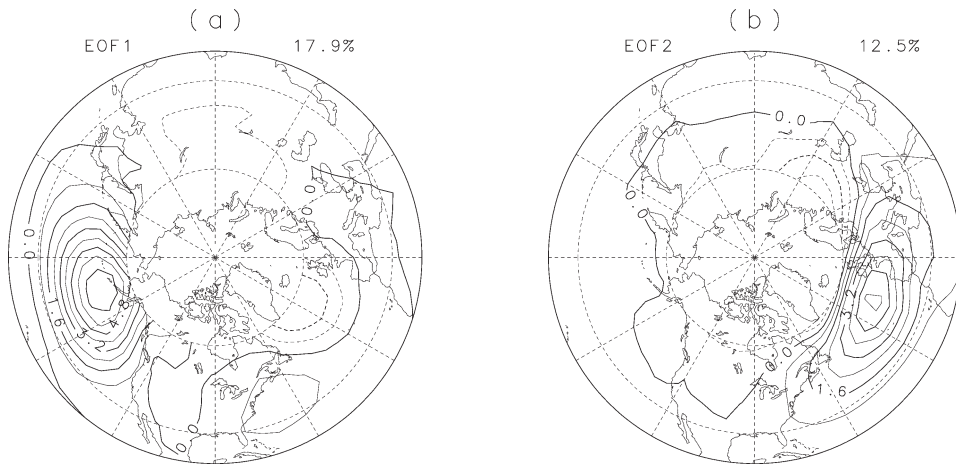
す. (3) における NAO と PNA の空間相関 (正しくは正規化した内積) は 0.5 ですから, 両者は 60° で交わっていると描けます. その 2 つの平均が AO であり, それに直交して NCM があります. 従って AO は NAO, PNA を 30° 回転した関係にあります.

(3) の変動は NAO と PNA のそれぞれの軸に沿った変動の合成ですから, 変動が一様乱数で表されるなら, その変動範囲は影を付けた菱形領域 A で表現できます. 一様乱数は変動範囲が分かりやすく見えるために導入したもので, (正規分布以外の) 他でモデル化しても本質的なことは同じです. ここからなぜ (3) の EOF が AO と NCM になるかが簡単に理解できます. NAO と PNA は直交していないので, 最も分散の大きい主軸は, 図から分かるように, その平均されたモードとなります. これが AO です. そしてこれに直交する NCM が第二モードとなります.

さて問題は観測される AO が真なのか, 見かけなのかということです. これが AO に関する根本的な論点であると私は考えています. このモデルを導入することによって, 真と見かけの AO を区別する原理が明瞭になります. いくつかの方法を考察すると, 要するに北極のデータを使うのはあまり得策ではないことが分かります. 極を除いて EOF 等を行うということです.

この考察に基づいて, SLP の偏差データを用いて計算を行いました. まず $20^\circ\text{N} \sim 60^\circ\text{N}$ の中緯度だけで EOF を行いました. これを半球の EOF と区別するために, 以下では MEOF ということにします. また半球 EOF を HEOF とよぶことにします. MEOF の結果を描いたのが第11図です. MEOF1 はシグナルのほとんどが太平洋, 第二モードのそれは大西洋となっています. MEOF1 には大西洋にも太平洋と逆相関の場所が北に, 正相関の場所が南に見えています. ただしこれを HEOF2 のような大西洋・太平洋逆相関モードと混同してはなりません. この場合, 大西洋の逆相関の中心は, HEOF2 とは異なって, 60°N 以北にあり, アリューシャン・アイスランド低気圧間のシーソーを反映しています (例えば, van Loon and Rogers, 1978; Honda *et al.*, 2001). 従って負の領域は極の一部とみなされるべきです. より下位のモードを調べても, 環状モードは存在しません.

大西洋・太平洋間の関係をよりはっきりするため, 北の境界を変えて計算を行いました. まず 50°N にした場合は 60°N の場合より明瞭に大西洋の振動と太平



第11図 20°N から60°N の月平均海面気圧偏差における (a) EOF1と (b) EOF2. 他は第9図と同じ。

洋の振動が独立であることを示します。ここでも環状モードは存在しません。一方、65°Nにした場合は、EOF1では大西洋の南の領域で広い範囲に太平洋と正相関の領域が増え、AOにかなり近くなっています。また極の負相関も強くなっています。それに連れてEOF2では、大西洋のシグナルがなお強いものの、2つの領域の間の逆相関モードとなっています。北の境界を70°Nにすると、この特徴はより一層はっきりします。

これらの結果は以下のように解釈できます。まず中緯度の主要な変動は大西洋と太平洋のそれぞれで独立に変動するモードであるということです。環状コヒーレントなモードや大西洋・太平洋で同位相のモードは有意には存在しません。北極域での変動の関与のもとでのみ、見かけ上、同位相のモードが現れます。従ってまたこれも見かけ上、逆相関モード (NCM) が現れます。北極域では2つの変動は作用中心を共有します。すなわち空間相関を持つことになり、これが見かけのモードを作り出します (第10図を思い出してください)。

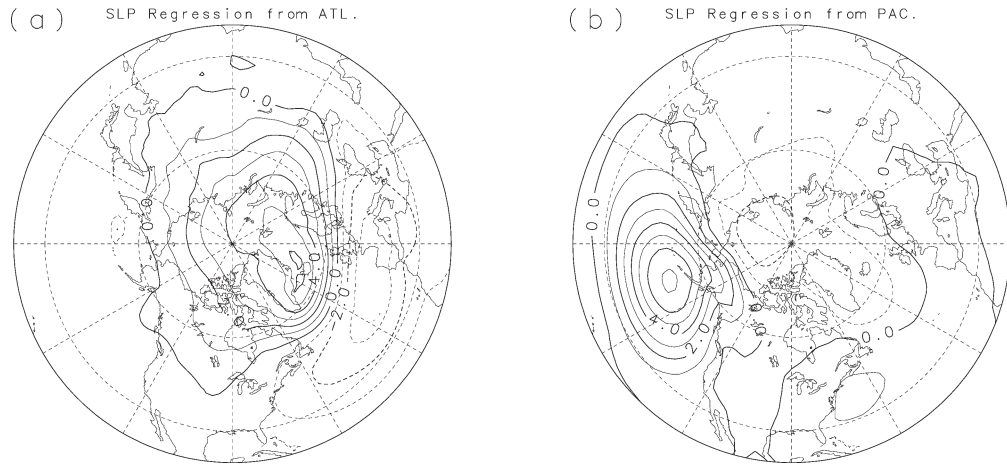
実際に観測データを用いて、2つのほぼ独立なシーソーを作成し、そこからAOとNCMを導出することができます。Itoh (2002) では別のやり方で行っていますが、ここではより分かりやすい方法で提示することにします。まず東半球と西半球それぞれでEOFを行い、その第一モードを取り出します。第12図がその結果です。これらは中緯度ではそれぞれMEOF2とMEOF1によく似ています (第11図参照)。次に、こ

の2つのシーソーのみからなる人工的データを再構成します。その際の振幅はそれぞれのパターンへの射影として計算できます。結果的に振幅の変動は両者でほぼ無相関となります。この人工データに対してEOF解析を行います。その2つの主要モードは第9図と大変よく似ていることが確認できます (図省略)。これらの結果は観測されるAOがほぼ見かけであるという見方を強く支持するものです。

第12図aのパターンがNAOパターンであることは言うまでもありません。第12図bのパターンは、アイスランド低気圧とのシーソーを含むアリューシャン低気圧の変動を示していますが、500 hPa高度の回帰パターンはPNAパターンを示します。従っていわゆる純粋なPNAパターン (極に振幅を持たない) とは少し異なりますが、分かりやすくPNAとよぶことにします。従って、観測されるAOは、2つのほぼ無相関な変動であるNAOとPNAから見かけ上出てきたものであると言えます。

5.2 北極振動の再考察

Itoh (2002) を *Geophysical Research Letters* に投稿した後に、Ambaum *et al.* (2001) の論文が出版されました (正確には先に出版されていましたが、雑誌が手元に届いたのが直後でした)。彼らも3点シーソー系を考察し、NAOとPNAが見かけ上AOを作っているのではないかと疑念を提出しています。3点シーソー系で先を越されたことは少し残念でしたが、同時に力強い思いもしました。このような議論に対して、Wallace and Thompson (2002) はなお



第12図 (a) 西半球と (b) 東半球における PC1から回帰したパターン。他は第9図と同じ。

反論を行っています。彼らは NCM の実在性を 500 hPa 高度に対する回帰で大西洋にも波列を持つ PNA (augmented PNA) に求め、AO-NCM パラダイムという解釈があり得るとしました。また Christiansen (2002) からは、私の解析に対してそのもとになっている 3 点シーソー系の 2 つの式が数学的に等価であり、統計的な解析によってだけでは 2 つを区別できないという批判がされています。すなわち (3) 式が (4) 式のように書き直せるので、(2) 式と等価であるということです。

しかし数学的に等価でないことは、第10図から明らかです。A で表される実線で囲まれた領域が (3) の変動範囲を、B で表される破線で囲まれた領域が (2) の変動範囲を示しています。ここから (2) と (3) は同じ EOF を与えますが、PC1 (EOF1の時間係数) と PC2 (EOF2の時間係数) の分布は異なると言えます。これは言い換えると、(2) においては PC1 と PC2 が独立であるのに対し、(3) は独立ではないこと

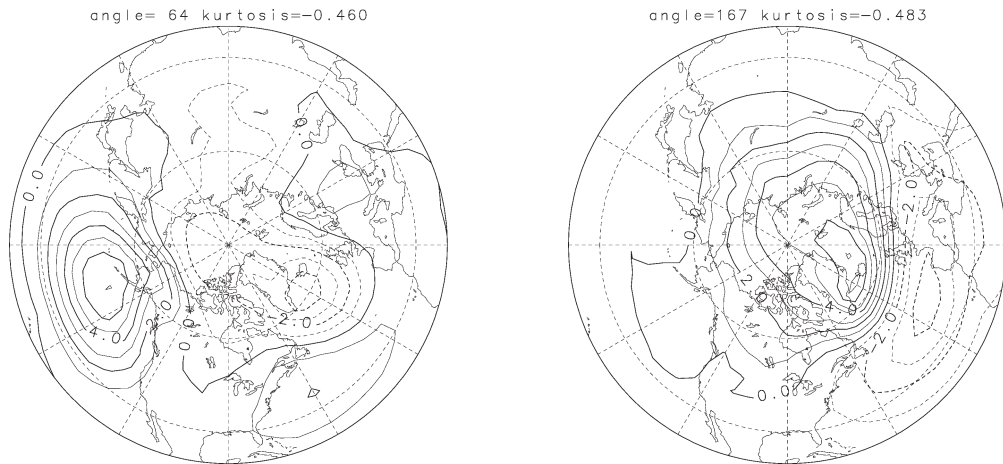
と関係しています¹²。このことは (4) から簡単に理解できます。すなわち正規化の因子を考えないとき、 $PC1 = \tilde{\eta}_1(t) + \tilde{\eta}_2(t)$ 、 $PC2 = \tilde{\eta}_1(t) - \tilde{\eta}_2(t)$ であり、両者は無相関ですが独立ではなく、ともに大きな (正または負の) 値をとることはできません。このように NAO-PNA 系と真の AO-NCM 系は原理的には区別可能です。ただ具体的にどのように区別するかは難しく、当時はあまりエレガントでない方法でやっていました。

その頃、東京学芸大学の森さんたちは独立成分分析 (Independent Component Analysis) という手法を気象学会にもたらしました。一般的にも適用範囲の広い優れた解析方法だと思いますが、これこそが 2 つを区別するエレガントな方法だったのです。(2) であれば AO と NCM が独立成分として抽出され、(3) であれば NAO と PNA が独立成分として抽出されます。森さんにいろいろと教えを請いながら、私自身も勉強を始めました。

さて独立成分分析を用いて、具体的に NCEP-NCAR 再解析の SLP データを用いて解析をやってみましょう。ただし独立成分分析の説明までやるとかなり長くなりますので、それは省略します。興味のある方は Mori *et al.* (2006) や Hyvarinen *et al.* (2001) をご覧ください。

解析の結果、独立であると判定されたパターンを確認すると (第13図)、それぞれ NAO (右) と PNA (左) に対応していることが分かります。PNA はアイスランド低気圧とのシーソーが強くなっています

¹² PC1 と PC2 が独立であるとは、PC1 (PC2) の情報は PC2 (PC1) の値に何の影響も与えず、それぞれ自由に、すなわち独立に値を取ることができるという意味です。独立は無相関より強い意味を持ちます。すなわち独立なら無相関というのは言えますが、無相関だからと言って独立であるとは限りません。最も分かりやすい時系列の例は $\cos t$ と $\sin t$ です。両者は無相関ですが、 $\cos t$ の値が決まれば、 $\sin t$ の値は符号を除いて一意的に決まるので、独立ではありません。



第13図 独立成分として抽出されたパターン。

が、振幅はアリューシャン低気圧に対応するところが圧倒的に大きくなっています。

ただデータ期間が短いため有意性は言えませんでしたが、そこで数値実験データを使うことを考えました。幸い、ある事情で気象研の行本さんたちの作成されたデータを手元にいただいていたので、それを使ってみました。現在気候実験と言われるもので、350年間の積分が行われています。それに対して独立成分分析を行うと、NCEP-NCAR 再解析データと同じようにNAOとPNAが独立であるという結果を得ました。しかも今度は有意性がはっきり得られました。

このように私自身は、SLPのEOF1として出てくるAOというのは見かけであると確信しています。NAOとPNAが2つの独立な変動であるけれど、両者が空間相関を持っているために見かけ上出てきたものであると言えます。ここからさらに一般的にEOFの結果の解釈には十分注意しないとイケないということも出てきます。EOFが示す変動は単に見かけであり、本来は空間相関を持つ2つ（複数）の独立な変動の合成である可能性があるからです。

5.3 北大西洋振動と太平洋・北アメリカパターンをめぐって

さて卓越パターンに関しては決定的に大きな問題が残されています。それはNAOとPNAの形成機構です。これらに対する言及は低周波変動や気候に関係して圧倒的なものがあります。しかし不思議なことにこれらの形成機構をまともに議論している論文は、少なくとも著者の知識では皆無です。しかしこれなしには

低周波変動の研究がどのように進もうと道半ばであることは明らかです。そこで次にこの問題にアプローチすることを考え、実際に大学院生の麻生祥人君とともに進めています。まだ研究途中なので、詳細を明らかにすることはできませんが、少なくともNAOに対してはそこそこの結果を得ているところです。低周波変動研究のひとつの総仕上げとして、近いうちにぜひまとめたいと思っています。

もうひとつAOの実在性に関わって明らかにすべき問題が残っています。それはAOが成層圏までひとつながりのモードであるとされてきた点に関してです。実在性が疑わしい限り、これについても再検討が必要です。この研究がItoh and Harada (2004)です。九大の院生だった原田憲一君との共同研究です。結論だけ述べると、NAOが成層圏の環状モードと関係し、PNAが波数1モードとして成層圏に伝播するということです。またこのなかでPNAが成層圏の突然昇温に重要な役割を果たしていることも解明できました。

6. おわりに

研究生生活を振り返ってひとつのキーワードを挙げると言われると、それは「持続する」という言葉になります。私が一番苦しかったのは就職してすぐの頃でした。和歌山大学に就職できたのは幸運でよかったのですが、そこには計算機がありませんでした（事前に計算機のあることは確認していたのですが、実質は使える条件になかったということです）。当時ですから

ネットワーク環境もないので、1週間に1度、京都大学へ行ってそこで計算をしていました。当然ながら計算が進むはずもなく、研究もまったく進展しませんでした。大学院時代の仕事を論文として出してから、数年間はまったく論文が書けない時期が続きました。そのような時期も、もちろん多くの方の支えがあったのですが、持続してやってきたことが今日の私につながっていると思っています。学会賞の対象は最近の仕事に対してですが、私自身はこの時期に対する褒美であるとも思っています。若い人たちが今後いろいろと苦しいことが出てくるかもしれませんが、持続する心を持って励んでいていただきたいと思います。

最後になりますが、多くの皆様に感謝を捧げたいと思います。このような研究ができたのは多くの方のご指導や支えがあったからです。京都大学時代には山元龍三郎先生から研究の手ほどきを受けました。その温かいご指導と研究に対する真摯な姿勢は今でも私の手本になっています。廣田 勇先生は直接の指導教官ではありませんが、多くのことを教えていただきました。世界を見るようにといつも言われていたことは今でも強く印象に残っています。前半の研究は木本昌秀さんとの共同研究です。彼の存在無しにはこの研究はなかったと思っています。その他の皆様も、ひとりひとりお名前を挙げる余裕はありませんが、本当にお世話になりました。皆様に深く感謝します。

付録 A SVD の基礎

方程式、

$$A\mathbf{x}=\mathbf{f} \quad (5)$$

を考えます。このモデルでは A が時間平均場を基本場とした線形化行列、 \mathbf{x} が流線関数、 \mathbf{f} が非線形項を含む強制項です。以下では固有ベクトルは常に正規化されているとして話を進めます。

A の特異値分解 (SVD) とは

$$A=U\Sigma V^t \quad (6)$$

と書けることです。ここで U と V は正規直交行列、 V^t は V の転置行列、 Σ は対角行列で、 $\Sigma = \text{diag}(\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n)$ となります。 σ は実数で、 $0 \leq \sigma_1 \leq \sigma_2 \dots$ という関係があり、特異値と呼ばれます。 U と V の各列は、それぞれ \mathbf{u} ベクトル (または左特異ベク

トル)、 \mathbf{v} ベクトル (または右特異ベクトル) と呼ばれます。また、 $\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_n$ は $A^t A$ (AA^t でも同じ) の固有値の正の平方根に対応し、 V の第 i 列は固有値 σ_i^2 に対する $A^t A$ の固有ベクトル、 U の第 i 列は固有値 σ_i^2 に対する AA^t の固有ベクトルです。これらから

$$\mathbf{x} = \sum_{i=1}^n \mathbf{v}_i \frac{(\mathbf{u}_i, \mathbf{f})}{\sigma_i} \quad (7)$$

と書けます。ここで (\mathbf{y}, \mathbf{z}) はベクトル \mathbf{y} と \mathbf{z} の内積を表します。従って強制が white なら、 \mathbf{v}_1 が最も卓越しやすいモードであると結論することができます。さらに σ_1 が非常に小さい場合には、強制がどうあろうと、それにあまり依存せず、 \mathbf{v}_1 のパターンが卓越することになります。

SVD と通常固有値解析のどちらを使うかは、当然ながら問題に依存します。SVD は特異値が実数のみで、 \mathbf{u} ベクトルどうし、 \mathbf{v} ベクトルどうしが直交していることにより、いろいろと議論を進展させやすいという利点を持っています。さらに $\sigma_1 \leq |\lambda_1|$ (λ_1 は固有値 λ_i のなかでもっとも絶対値の小さいもの) という関係も証明できます (IK2)。ここから SVD で考えたほうが卓越パターンを理解しやすいということが言え、これが SVD のもうひとつの重要な利点です。

参考文献

- Ambaum, M. H. P., B. J. Hoskins and D. B. Stephenson, 2001: Arctic Oscillation or North Atlantic Oscillation?, *J. Climate*, **14**, 3495-3507.
- Blackmon, M. L., 1976: A climatological spectral study of the 500 mb geopotential height of the Northern Hemisphere, *J. Atmos. Sci.*, **33**, 1607-1623.
- Bladé, I., 1996: On the relationship of barotropic singular modes to the low-frequency variability of a general circulation model, *J. Atmos. Sci.*, **53**, 2393-2399.
- Branstator, G., 1987: A striking example of atmosphere's leading traveling pattern, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2310-2323.
- Charney, J. G. and J. G. DeVore, 1979: Multiple flow equilibria in the atmosphere and blocking, *J. Atmos. Sci.*, **36**, 1205-1216.
- Christiansen, B., 2002: Comments on "True versus apparent Arctic Oscillation", *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 10.1029/2002GL016051.
- Deser, C., 2000: On the teleconnectivity of the "Arctic Oscillation", *Geophys. Res. Lett.*, **27**, 779-782.

- Dymnikov, V. P., 1988 : Relationship of natural orthogonal components of the fields of meteorological characteristics to the eigenfunctions of dynamical operators, *Izv. Atmos. Oceanic. Phys.*, **24**, 493-496.
- Honda, M., H. Nakamura, J. Ukita, I. Kousaka and K. Takeuchi, 2001 : Interannual seesaw between the Aleutian and Icelandic lows. Part I : Seasonal dependence and life cycle, *J. Climate*, **14**, 1029-1042.
- Hyvarinen, A., J. Karhunen and E. Oja, 2001 : Independent component analysis, John Wiley & Sons, 504pp.
- Ikeda, K., K. Matsumoto and K. Otsuka, 1989 : Maxwell-Bloch turbulence, *Prog. Theor. Phys. Suppl.*, **99**, 295-324.
- Itoh, H., 2002 : True versus apparent Arctic Oscillation, *Geophys. Res. Lett.*, **29**, 10.1029/2001GL013978.
- Itoh, H. and K. Harada, 2004 : Coupling between tropospheric and stratospheric leading modes, *J. Climate*, **17**, 320-336.
- Itoh, H. and M. Kimoto, 1996 : Multiple attractors and chaotic itinerancy in quasi-geostrophic model with realistic topography : Implications for weather regimes and low-frequency variability, *J. Atmos. Sci.*, **53**, 2217-2231.
- Itoh, H. and M. Kimoto, 1997 : Chaotic itinerancy with preferred transition routes appearing in an atmospheric model, *Physica*, **D109**, 274-292.
- Itoh, H. and M. Kimoto, 1999 : Weather regimes, low-frequency oscillations, and principal patterns of variability : A perspective of extratropical low-frequency variability, *J. Atmos. Sci.*, **56**, 2684-2705.
- Itoh, H., M. Kimoto and H. Aoki, 1999 : Alternation between the single and double jet structures in the Southern Hemisphere troposphere. Part I : Chaotic wandering, *J. Meteor. Soc. Japan*, **77**, 399-412.
- Kaneko, K., 1990 : Clustering, coding, switching, hierarchical ordering, and control in network of chaotic elements, *Physica*, **41D**, 137-172.
- Kimoto, M. and M. Ghil, 1993a : Multiple flow regimes in the Northern Hemisphere winter. Part I : Methodology and hemispheric regimes, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2625-2643.
- Kimoto, M. and M. Ghil, 1993b : Multiple flow regimes in the Northern Hemisphere winter. Part II : Sectorial regimes and preferred transitions, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2645-2673.
- Kimoto, M., F.-F. Jin, M. Watanabe and N. Yasutomi, 2001 : Zonal-eddy coupling and a neutral mode theory for the Arctic Oscillation. *Geophys. Res. Lett.*, **28**, 737-740.
- Kushnir, Y., 1987 : Retrograding wintertime low-frequency disturbances over the North Pacific Ocean, *J. Atmos. Sci.*, **44**, 2727-2742.
- Legras, B. and M. Ghil, 1985 : Persistent anomalies, blocking and variations in atmospheric predictability, *J. Atmos. Sci.*, **42**, 433-471.
- Marshall, J. and F. Molteni, 1993 : Toward a dynamical understanding of planetary-scale flow regimes, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 1792-1818.
- Metz, W., 1994 : Singular modes and low-frequency atmospheric variability, *J. Atmos. Sci.*, **51**, 1740-1753.
- Mo, K.-C. and M. Ghil, 1988 : Cluster analysis of multiple planetary flow regimes, *J. Geophys. Res.*, **93**, 10927-10952.
- Mori, A., N. Kawasaki, K. Yamazaki, M. Honda and H. Nakamura, 2006 : A reexamination of the Northern Hemisphere sea level pressure variability by the independent component analysis, *Sci. Online Lett. Atmos.*, **2**, 5-8.
- Mukougawa, H., 1988 : A dynamical model of "quasistationary" states in large-scale atmospheric motions, *J. Atmos. Sci.*, **45**, 2868-2888.
- Navarra, A., 1993 : A new set of orthonormal modes for linearized meteorological problems, *J. Atmos. Sci.*, **50**, 2569-2583.
- North, G. R., 1984 : Empirical orthogonal functions and normal modes, *J. Atmos. Sci.*, **41**, 879-887.
- Thompson, D. W. J. and J. M. Wallace, 1998 : The Arctic Oscillation signature in the wintertime geopotential height and temperature fields, *Geophys. Res. Lett.*, **25**, 1297-1300.
- van Loon, H. and J. Rogers, 1978 : The seesaw in winter temperatures between Greenland and Northern Europe. Part I : General description, *Mon. Wea. Rev.*, **106**, 296-310.
- Wallace, J. M. and D. S. Gutzler, 1981 : Teleconnections in the geopotential height field during the Northern Hemisphere winter, *Mon. Wea. Rev.*, **109**, 784-812.
- Wallace, J. M. and D. W. J. Thompson, 2002 : The Pacific center of action of the Northern Hemisphere annular mode : Real or artifact?, *J. Climate*, **15**, 1987-1991.
- Watanabe, M. and F.-F. Jin, 2004 : Dynamical prototype of the arctic oscillation as revealed by a neutral singular vector, *J. Climate*, **17**, 2119-2138.
- Yoden, S., M. Shiotani and I. Hirota, 1987 : Multiple planetary flow regimes in the Southern Hemisphere, *J. Meteor. Soc. Japan*, **65**, 571-586.

How Do We Understand the Low-Frequency Variability

Hisanori ITOH*

* *Department of Earth and Planetary Sciences, Kyushu University, Higashi, Fukuoka, 812-8581, Japan.*

(Received 12 October 2006 ; Accepted 22 November 2006)
